

§. 5-9

Φαινόμενο DopplerΕισαγωγή.

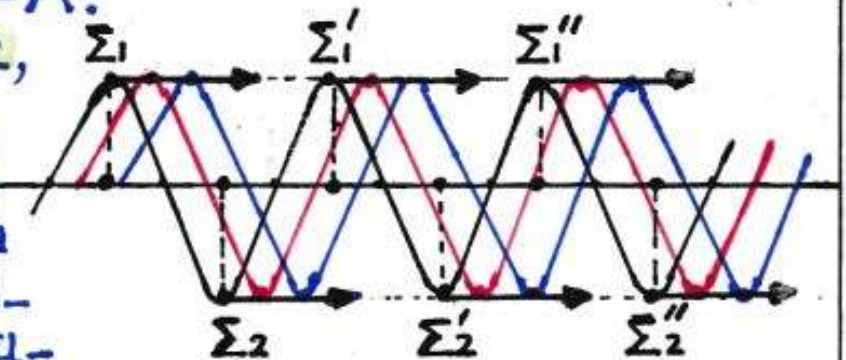
Κατά τη διάδοση ενός αρμονικού κύματος Α.Κ. κατά μήκος μιας ορισμένης διεύθυνσης $\chi\chi$, μία χρονική στιγμή σε κάθε τμήμα του $\chi\chi$ με μήκος ίσο με ένα μήκος κύματος λ , πάντα υπάρχει ένα υλικό σημείο Σ_1 του μέσου διάδοσης που, λόγω ταλάντωσης, βρίσκεται σε θέση με απομάκρυνση $+A$, υπάρχει ένα "όρος" - ένα "μέγιστο" του διαδιδόμενου κύματος όπως λέμε, και ένα άλλο υλικό σημείο Σ_2 που βρίσκεται σε θέση με απομάκρυνση $-A$, υπάρχει μία "κοιλίδα" - ένα "ελάχιστο" του διαδιδόμενου κύματος, ενώ όλα τα άλλα υλικά σημεία του μέσου που καλύπτουν την απόσταση λ έχουν απομάκρυνση μεταξύ $+A$ και $-A$.

Είναι $(\Sigma_1 \Sigma_2) = \lambda/2$,

την αμέσως επόμενη χρονική στιγμή

στην ίδια κατάσταση με τα Σ_1 και Σ_2 βρίσκονται τα αμέσως χείτονα τους υλικά σημεία του μέσου διάδοσης,

τη μεθεπόμενη χρονική στιγμή, τα αμέσως χείτονα αυτών κ.ο.κ.



Ετσι, κατά τη διάδοση ενός κύματος, αν παρακολουθήσει κανείς την εξέλιξη των πραγματικών, όσον αφορά τις απομακρύνσεις των υλικών σημείων του μέσου διάδοσης από τη $\theta.1$ τους, του δημιουργείται η αίσθηση ότι ένα υλικό σημείο του μέσου με απομάκρυν-

ση $+A$ ή $-A$, ένα "όρος" ή μία "κοιλάδα", μετακινείται — "περπατάει" και ότι πίσω από αυτό, σε απόσταση λ , υπάρχει ένα δεύτερο υλικό σημείο στην ίδια κατάσταση με το πρώτο, ένα "όρος" ή μία "κοιλάδα", που το ακολουθεί, και ότι πίσω από αυτό — το δεύτερο — υπάρχει ένα τρίτο υλικό σημείο, σε απόσταση 2λ από το πρώτο που ακολουθεί κ.ο.κ.

Όταν μάλιστα λέμε ότι σε ένα σημείο Σ του μέσου διάδοσης φτάνουν, ή ότι από ένα σημείο Σ του μέσου διάδοσης διέρχονται, κατά τη διάδοση του κύματος, N "όρη" σε χρόνο Δt αυτό σημαίνει ότι το υλικό σημείο του μέσου διάδοσης στη θέση Σ θα βρεθεί σε θέση μέγιστης απομάκρυνσης N φορές στο χρονικό διάστημα Δt . Επομένως, η συχνότητα της ταλάντωσης του υλικού σημείου στη θέση Σ είναι $f = N/\Delta t$.

Όμως, κατά τη διάδοση ενός Α.Κ σε ένα υλικό μέσο, η συχνότητα ταλάντωσης των υλικών σημείων του μέσου διάδοσης αποτελεί και τη συχνότητα του Α.Κ.

Επομένως, η συχνότητα ενός Α.Κ δείχνει τον αριθμό των κορυφών (ή όρέων ή μέγιστων) — αν πρόκειται για ελαστικό κύμα — ή των πυκνώματων — αν πρόκειται για διαμήκες — που φτάνουν σε κάποιο σημείο του μέσου διάδοσης στη μονάδα του χρόνου, και καθορίζεται αποκλειστικά και μόνο από την πηγή του κύματος.

Συμπερασματικά

έναν παρατηρητή μπορεί να υπολογίσει τη συχνότητα ενός ηχητικού Α.Κ μετρώντας τα μέγιστα που φτάνουν σ' αυτόν στη μονάδα του χρόνου.

Φαινόμενο Doppler λέγεται το φαινόμενο κατά το οποίο ένας παρατηρητής αντιλαμβάνεται συχνότητα διαφορετική από αυτή που εκπέμπει μία πηγή κύματος όταν ο παρατηρητής και η πηγή βρίσκονται σε σχετική κίνηση.

μεταξύ τους.

Σημείωση

Σε όλες τις περιπτώσεις στις οποίες αναφερόμαστε παραπάνω, κατά τη μελέτη του φαινομένου, θεωρούμε ότι:

Α. μία ηχητική πηγή S είτε είναι ακίνητη είτε κινείται με σταθερή ταχύτητα U_s , σε σχέση με τον ακίνητο αέρα - που αποτελεί το μέσο διάδοσης του παραχόμενου ηχητικού κύματος - εκπέμπει ήχο συχνότητας f_s ,

Β. ένας παρατηρητής A είτε είναι ακίνητος είτε κινείται στην ίδια διεύθυνση με την πηγή με σταθερή ταχύτητα U_A , σε σχέση με τον ακίνητο αέρα, αντιλαμβάνεται τον ήχο που εκπέμπει η πηγή ότι φτάνει σ' αυτόν με συχνότητα f_A .

Γ. ο ήχος διαδίδεται στον ακίνητο αέρα με σταθερή ταχύτητα U .

Μελέτη του φαινομένου.

1. Ακίνητη πηγή - Ακίνητος παρατηρητής.

Μία ακίνητη, σε σχέση με τον ακίνητο αέρα, ηχητική πηγή S που εκπέμπει ήχο συχνότητας f_s δημιουργεί χώρο της ένα σφαιρικό ηχητικό κύμα που διαδίδεται με ταχύτητα U .

Ισχύει ότι $U = \lambda \cdot f_s \leftrightarrow f_s = U/\lambda$, όπου λ το μήκος κύματος του ήχου που εκπέμπει η πηγή.

Μία δεδομένη χρονική στιγμή δύο διαδοχικά μέγιστα του ηχητικού κύματος - ήχου - απέχουν μεταξύ τους ένα μ.κ λ και ένας παρατηρητής A , που επίσης ακίνητος ως προς τον ακίνητο αέρα, μετρώντας τα μέγιστα που φτάνουν σ' αυτόν στη μονάδα του χρόνου υπολογίζει τη συχνότητα του ήχου f_A όπως την αντιλαμβάνει.

νεται αυτός.

Όμως, όσα μέγιστα παράξει η πηχή στη μονάδα του χρόνου τότε, πάλι στη μονάδα του χρόνου φτάνουν στον παρατηρητή.

Επομένως, $f_A = f_S = v/\lambda$.

Δηλαδή, ο παρατηρητής ακούει ήχο της ίδιας συχνότητας με αυτή που εκπέμπει η πηχή.

2. Ακίνητη πηχή - Κινούμενος παρατηρητής.

α. Αν ο παρατηρητής **A πλησιάζει** προς την ακίνητη ηχητική πηχή με σταθερή ταχύτητα v_A , η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ο ήχος ως προς τον παρατηρητή είναι $v + v_A$, όπου v η σταθερή ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ο ήχος στον ακίνητο αέρα.

Επομένως, η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι $f_A = (v + v_A)/\lambda$.

Τώρα στον παρατηρητή φτάνουν περιεγότερα μέγιστα στη μονάδα του χρόνου από όσα στον ίδιο χρόνο παράξει η πηχή.

Είναι $v = \lambda \cdot f_S \leftrightarrow \lambda = v/f_S$, οπότε $f_A = (v + v_A)/(v/f_S) \leftrightarrow$

$$f_A = \frac{v + v_A}{v} f_S$$

Στην περίπτωση αυτή ο παρατηρητής ακούει ήχο μεγαλύτερης συχνότητας - οξύτερο - από αυτόν που παράξει η πηχή.

β. Αν ο παρατηρητής **A απομακρίνεται** από την ακίνητη ηχητική πηχή με σταθερή ταχύτητα v_A η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ο ήχος ως προς τον παρατηρητή είναι $v - v_A$.

Επομένως, η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι $f_A = (v - v_A)/\lambda$.

Τώρα στον παρατηρητή φτάνουν λιγότερα

5.

μέγιστα στη μονάδα του χρόνου από όσα παράχει η πηγή στον ίδιο χρόνο.

Είναι $v = \lambda \cdot f_s \iff \lambda = v / f_s$, οπότε

$$f_A = (v - v_A) / (v / f_s) \iff$$

$$f_A = \frac{v - v_A}{v} \cdot f_s$$

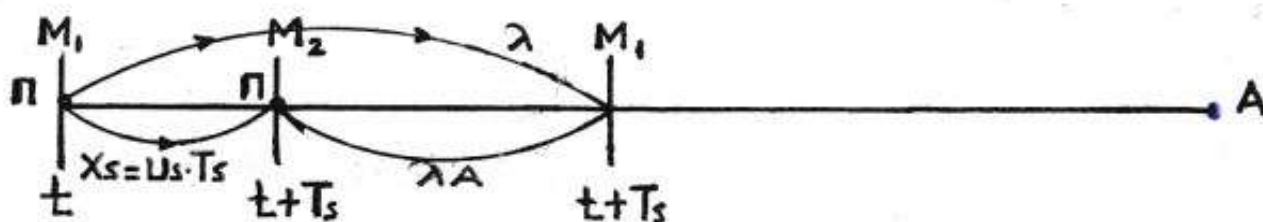
Στην περίπτωση αυτή ο παρατηρητής ακούει ήχο μικρότερης συχνότητας - βαρύτερο - από αυτόν που παράχει η πηγή.

3. Κινούμενη πηγή - Ακίνητος παρατηρητής.

α. Αν η μηχανική πηγή S πλησιάζει τον ακίνητο παρατηρητή A με ταχύτητα v_s , ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται ως μήκος κύματος το ήχο την απόσταση δύο διαδοχικών μεγίστων που φτάνουν σ' αυτόν

Ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα στην εκπομπή δύο διαδοχικών μεγίστων είναι μία περίοδος T_s . Έτσι, αν τη χρονική στιγμή t η πηγή εκπέμπει ένα μέγιστο M_1 τη στιγμή $t + T_s$ το μέγιστο θα έχει πλησιάσει τον παρατηρητή κατά λ αλλά και η πηγή θα τον έχει πλησιάσει κατά $x_s = v_s \cdot T_s$.

Τότε εκπέμπεται από την πηγή το επόμενο μέγιστο M_2 .



Η απόσταση ανάμεσα στα δύο μέγιστα είναι $\lambda - x_s = \lambda - v_s T_s$.

Αυτή την απόσταση αντιλαμβάνεται ως μήκος κύματος ο παρατηρητής.

Επομένως $\lambda_A = \lambda - v_s \cdot T_s$.

Η ταχύτητα v με την οποία διαδίδεται ο ήχος ως προς τον ακίνητο αέρα δεν επηρεάζεται από την κίνηση της πηχής — η ταχύτητα διάδοσης ενός κύματος εξαρτάται μόνο από το μέσο διάδοσης. Επομένως,

$$v = \lambda \cdot f_s \iff \lambda = v / f_s, \text{ οπότε}$$

$$\lambda_A = v / f_s - v_s / f_s = (v - v_s) / f_s.$$

$$\text{Είναι } f_A = v / \lambda_A \longrightarrow f_A = v / [(v - v_s) / f_s]$$

$$\iff \boxed{f_A = \frac{v}{v - v_s} \cdot f_s}$$

Στην περίπτωση αυτή ο παρατηρητής ακούει ήχο μεγαλύτερης συχνότητας από αυτόν που παράγει η πηχή.

β. Αν η πηχή S απομακρύνεται από τον ακίνητο παρατηρητή με ταχύτητα v_s επαναλαμβάνοντας τον προηγούμενο συλλογισμό κατά λήξουμε στο συμπέρασμα ότι

$$\boxed{f_A = \frac{v}{v + v_s} \cdot f_s}$$

Δηλαδή, η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι μικρότερη από τη συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η πηχή.

4. Κινούμενη πηχή — Κινούμενος παρατηρητής.

Αν μία ηχητική πηχή S κινείται με σταθερή ταχύτητα v_s , σχεδόν με τον ακίνητο αέρα — το μέσο διάδοσης — και εκπέμπει ήχο f_s και ένας παρατηρητής A κινείται στην ίδια διεύθυνση με την πηχή με σταθερή ταχύτητα v_A , γε

σχέση με τον ακίνητο αέρα, τότε η συχνότητα f_A του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής προκύπτει από τη σχέση,

$$f_A = \frac{v \pm v_A}{v \mp v_s} \cdot f_s$$

όπου v η ταχύτητα του ήχου σε σχέση με τον ακίνητο αέρα.

Προσοχή

Στην παραπάνω σχέση:

1. ο αριθμητής αναφέρεται στην κίνηση του παρατηρητή ως προς την πηγή. Έτσι,

α. αν ο παρατηρητής πλησιάζει την πηγή, παίρνουμε (+), δηλαδή χράφουμε $v + v_A$,

β. αν ο παρατηρητής απομακρύνεται από την πηγή, παίρνουμε (-), δηλαδή χράφουμε $v - v_A$.

2. ο παρονομαστής αναφέρεται στην κίνηση της πηγής ως προς τον παρατηρητή. Έτσι,

α. αν η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή, παίρνουμε (-), δηλαδή χράφουμε $v - v_s$,

β. αν η πηγή απομακρύνεται από τον παρατηρητή, παίρνουμε (+), δηλαδή χράφουμε $v + v_s$.

Σε κάθε περίπτωση όμως ο παρατηρητής ακούει ήχο με συχνότητα μεγαλύτερη από τη συχνότητα της πηγής όταν η μεταξύ τους απόσταση μειώνεται και με συχνότητα μικρότερη από τη συχνότητα της πηγής όταν η μεταξύ τους απόσταση μεγαλώνει.

Παρατηρήσεις

1. Όταν η πηγή κινείται το μήκος κύματος λ_A που αντιλαμβάνεται ο ακίνητος παρατηρητής είναι διαφορετικό από το μήκος κύματος $\lambda = v/f_s$ του ήχου που εκπέμπει η πηγή, εξαιτίας της κίνησης της πηγής. Έτσι,

α. όταν η πηγή κινείται προς τον παρατηρητή, αυτός αντιλαμβάνεται ότι το μήκος κύματος του ήχου που εκπέμπει η πηγή είναι

$$\lambda_A = \lambda - v_s \cdot T_s$$

β. όταν η πηγή απομακρύνεται από τον παρατηρητή, αυτός αντιλαμβάνεται ότι το μήκος κύματος του ήχου που εκπέμπει η πηγή είναι

$$\lambda_A = \lambda + v_s \cdot T_s$$

2. Το φαινόμενο Doppler συμβαίνει σε κάθε είδος κύματος αόμη και στα Η.Μ κύματα, όπως το φως. Όμως, στην περίπτωση του φωτός το φαινόμενο Doppler δίνει αβέβητα αποτελέσματα μόνο αν η πηγή του φωτός ή ο παρατηρητής κινούνται με ταχύτητες συχρίσιμες με την ταχύτητα του φωτός.

Στην περίπτωση του φωτός επίσης η σχέση που περιγράφει το φαινόμενο Doppler είναι διαφορετική από αυτήν στην οποία καταλήξαμε για τον ήχο. Η διαφοροποίηση οφείλεται στην ιδιαιτερότητα του φωτός που έχει σχέση με το ότι:

α. το φως δε χρειάζεται μέσο για να διαδοθεί,

β. η ταχύτητα διάδοσής του είναι η ίδια σε όλα τα συστήματα αναφοράς.

Παράδειγμα εφαρμογής του φαινομένου Doppler στην καθημερινή ζωή αποτελούν οι συσκευές ραντάρ με τις οποίες είναι εφοδιασ-

μένη η αυτονομία για τον έλεγχο της ταχύτητας των οχημάτων.

Το ραντάρ, που είναι ακίνητο ως προς το δρόμο, εκπέμπει ένα Η.Μ κύμα το οποίο ανακλάται πάνω στο διερχόμενο όχημα. Το ανακλώμενο Η.Μ επιστρέφει στο ραντάρ με συχνότητα ελαφρά διαφορετική λόγω του ότι η πηγή του - το όχημα - κινείται σε σχέση με τον παρατηρητή - το ραντάρ -.

Από τη διαφορά της συχνότητας ανάμεσα στο κύμα που εκπέμπεται και στο που επιστρέφει, η συσκευή του ραντάρ υπολογίζει την ταχύτητα του οχήματος.

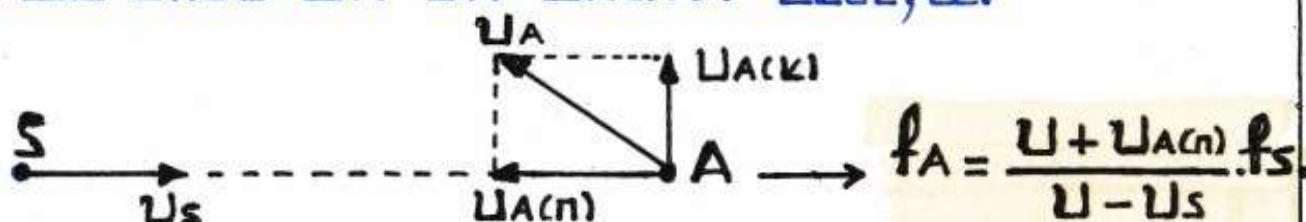
Βασικές παρατηρήσεις

για την επίλυση ασκήσεων

1. Οι ταχύτητες που εμφανίζονται στη σχέση για το φαινόμενο Doppler, u_A του παρατηρητή και u_s της πηγής, είναι οι ταχύτητες κατά τη διεύθυνση της ευθείας που ορίζουν η πηγή και ο παρατηρητής.

Αν, π.χ., το διάνυσμα της ταχύτητας u_A του παρατηρητή δε βρίσκεται πάνω στην ευθεία που ορίζουν η πηγή και ο παρατηρητής, τότε αναλύουμε την ταχύτητα σε δύο συνιστώσες: μία κατά την διεύθυνση της ευθείας, την $u_A(\eta)$, και μία κάθετη προς αυτήν, την $u_A(\kappa)$.

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τη σχέση θέτοντας όπου u_A την $u_A(\eta)$. Έτσι, αν

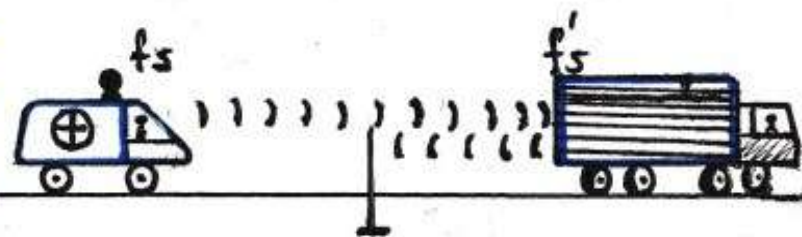


2. Όταν ένα ηχητικό κύμα προέρχεται από

από μια πηγή φτάνει στον παρατηρητή, αφ' όσον πρώτα ανακλασθεί σε ένα αντικείμενο, τότε θεωρούμε αρχικά τον ανακλαστήρα ως παρατηρητή που αντιλαμβάνεται συχνότητα $f_A = f_i$ και στη συνέχεια θεωρούμε τον ανακλαστήρα ως πηγή που εκπέμπει ηχητικό κύμα συχνότητας $f_s = f_i$.

Παράδειγμα

Στο παράδειγμα του εχήματος, στο οποίο το αθροφόρο κινείται με ταχύτητα U_1 προς τα δεξιά και το φορτηγό με ταχύτητα U_2 προς την ίδια κατεύθυνση, ο άνθρωπος που βρίσκεται ανάμεσα τους θα ακούει ήχους με δύο διαφορετικές συχνότητες.



Ο ένας θα είναι αυτός που ακούει άμεσα από το αθροφόρο με συχνότητα

$$f_A = f_i = \frac{U}{U - U_1} \cdot f_s.$$

Ο άλλος θα είναι ο ήχος που προέρχεται από την ανάκλαση στο πίσω μέρος του φορτηγού και για να βρούμε τη συχνότητα του, θα υπολογίσουμε πρώτα τη συχνότητα f_s' με την οποία φτάνει ο ήχος στο φορτηγό. Είναι

$$f_s' = \frac{U - U_2}{U - U_1} \cdot f_s$$

A. Ζαχαριάδης

Στη συνέχεια αντιμετωπίσουμε το φορτηγό σαν πηγή ήχου συχνότητας f_s' . Επομένως, ο άνθρωπος ακούει ήχο συχνότητας

$$f_A' = \frac{U}{U + U_2} \cdot f_s' \rightarrow f_A' = \frac{U}{U + U_2} \cdot \frac{U - U_2}{U - U_1} \cdot f_s.$$