

1^ο ΛΥΚΕΙΟ ΕΥΟΣΜΟΥ

ΦΥΣΙΚΗ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ 2021

Β' ΘΕΜΑΤΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.3 – ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

Πρωτότυπες απαντήσεις όλων των θεμάτων

Αντώνης Βουζίκης

Επιμέλεια: Αντώνης Βουζίκης

Ο 3^{ος} ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ

1) (8029) (3ος νόμος - ισορροπία)

Πίθηκος με μάζα 40kg κρέμεται από το κλαδί ενός δένδρου. Αν η επιτάχυνση τα βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$ τότε η δύναμη που ασκεί ο πίθηκος στο κλαδί έχει μέτρο:

- (α) 0 (β) 400 N (γ) 800 N

Απάντηση

Ο πίθηκος δέχεται τις εξής δυνάμεις:

- Το βάρος του $B = mg = 40 \cdot 10 = 400 \text{ N}$, από τη γή, με κατεύθυνση προς τα κάτω
- Μία δύναμη F από το κλαδί, με κατεύθυνση προς τα πάνω.

Αφού ο πίθηκος ισορροπεί, θα ισχύει $F = B = 400 \text{ N}$

Απο τον τρίτο νόμο, αφού ο πίθηκος δέχεται απο το κλαδί δύναμη $F = 400\text{N}$, θα ασκεί ίση αντίδραση $F' = F = 400 \text{ N}$ σωστό το (β).

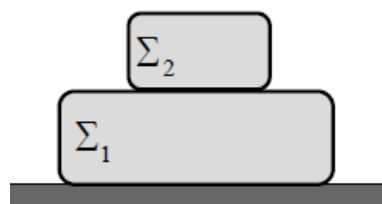
2) (8002) (3ος νόμος - ισορροπία)

Θεωρούμε το σύστημα των δύο ακίνητων κουτιών Σ_1 και Σ_2 του σχήματος πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.

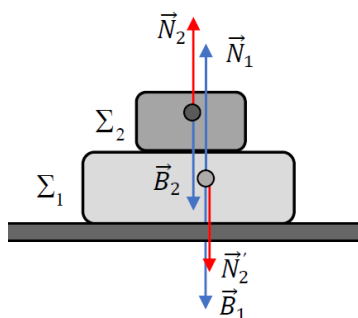
(α) Αντιγράψτε το σχήμα στο γραπτό σας και σχεδιάστε σε κάθε κουτί ξεχωριστά τις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτό προσδιορίζοντας το σώμα που ασκεί τη δύναμη.

(β) Προσδιορίστε ποιες από τις δυνάμεις που σχεδιάσατε είναι δυνάμεις από επαφή και ποιες είναι δυνάμεις από απόσταση.

(γ) Προσδιορίστε ποιες από τις δυνάμεις που σχεδιάσατε αποτελούν ζεύγος δράσης-αντίδρασης.



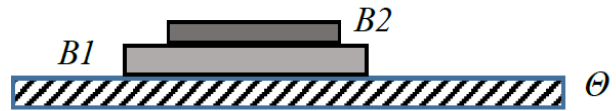
Απάντηση



| Σώμα στο οποίο ασκείται η δύναμη | Δύναμη | Σώμα απο το οποίο ασκείται η δύναμη | Είδος δύναμης |
|----------------------------------|----------------|-------------------------------------|------------------------|
| Σ_2 | Το βάρος B_2 | Απο τη Γή | Απο απόσταση επαφής |
| | N_2 | Απο το Σ_1 | |
| Σ_1 | Το βάρος B_1 | Απο τη Γή | Απο απόσταση επαφής |
| | N'_2 | Απο το Σ_2 | |
| | N_1 | Απο το δάπεδο | επαφής |

3) (13770) (3ος νόμος - ισορροπία)

Στο διπλανό σχήμα απεικονίζονται δύο βιβλία B_1 και B_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει $m_1=2m_2$. Τα βιβλία ισορροπούν πάνω σε ένα σχολικό θρανίο Θ . Αν η δύναμη που ασκεί το βιβλίο B_1 στο βιβλίο B_2 έχει μέτρο F τότε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το θρανίο Θ στο βιβλίο B_1 θα είναι :



- (α) F (β) $2F$ (γ) $3F$

Απάντηση

$$m_1 = 2m_2 \Rightarrow m_{1g} = 2m_{2g} \Rightarrow w_1 = 2w_2$$

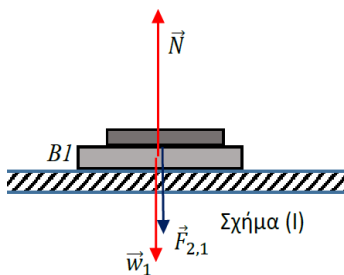
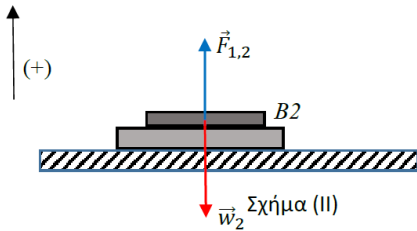
Στο βιβλίο B_2 ασκούνται οι δυνάμεις:
το βάρος του w_2
η δύναμη $F_{1,2}$ από το βιβλίο B_1 .

Αφού το B_2 ισορροπεί, θα ισχύει $F_{1,2} = w_2 = F$

Στο βιβλίο B_1 ασκούνται οι δυνάμεις:
το βάρος του w_1

αφού το βιβλίο B_1 ασκεί στο βιβλίο B_2 δύναμη $F_{1,2} = w_2$ τότε και το B_2 ασκεί στο B_1 ίση δύναμη $F_{2,1} = F_{1,2} = w_2 = F$

Αφού το B_2 ισορροπεί, θα ισχύει η $w_1 + F_{2,1} - N = 0 \Rightarrow N = w_1 + F_{2,1} \Rightarrow N = 2w_2 + w_2 = 3w_2 = 3F$



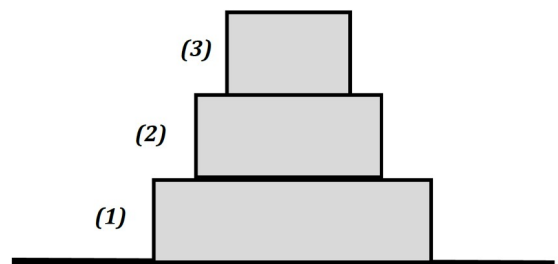
4) (13514) (3ος νόμος - ισορροπία)

Τα κιβώτια (1), (2) και (3) ισορροπούν επάνω σε ένα οριζόντιο ακίνητο δάπεδο, τοποθετημένα το ένα επάνω στο άλλο όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τα βάρη των τριών κιβωτίων έχουν μέτρα αντίστοιχα $B_1=60\text{N}$, $B_2=50\text{N}$ και $B_3=40\text{N}$. **Το κιβώτιο (2) :**

(α) δέχεται από το κιβώτιο (1) δύναμη μέτρου $F_{12}=50\text{N}$ με φορά προς τα επάνω και το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε αυτό είναι $F_{\text{ολ}}=20\text{N}$.

(β) δέχεται από το κιβώτιο (1) δύναμη μέτρου $F_{12}=90\text{N}$ με φορά προς τα επάνω και το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε αυτό είναι $F_{\text{ολ}}=0\text{N}$.

(γ) δέχεται από το κιβώτιο (3) δύναμη μέτρου $F_{23}=50\text{N}$ με φορά προς τα επάνω και το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε αυτό είναι $F_{\text{ολ}}=0\text{N}$.



Απάντηση

Η συνισταμένη δύναμη θα είναι μηδέν αφού το κιβώτιο ισορροπεί.

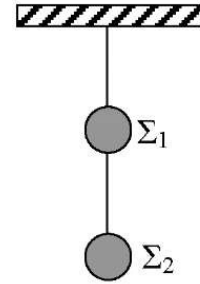
Θεωρώντας τα κιβώτια (2) και (3) σαν ένα σώμα, βάρους 90N , τότε αυτό για να ισορροπεί, πρέπει να δέχεται από το κιβώτιο (1) μια δύναμη 90N , προς τα πάνω, η οποία ασκείται στο σημείο επαφής του κιβωτίου (2) με το κιβώτιο (1), άρα σωστό το (β).

(8017) (3ος νόμος - ισορροπία)

Δύο μεταλλικές σφαίρες Σ_1, Σ_2 έχουν βάρη B_1 και B_2 αντίστοιχα και κρέμονται ακίνητες με τη βοήθεια νημάτων αμελητέας μάζας από την οροφή, όπως παριστάνεται στο σχήμα.

(α) Να μεταφέρετε το διπλανό σχήμα στο γραπτό σας και να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στις σφαίρες Σ_1 και Σ_2 .

(β) Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που σχεδιάσατε, σε σχέση με τα βάρη B_1 και B_2 των δύο σφαιρών.



Απάντηση

Τα σώματα ισορροπούν, άρα στο καθένα $\Sigma F = 0$

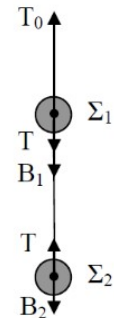
Στο σώμα Σ_2 ασκούνται το βάρος B_2 και η τάση του νήματος T .

Στο σώμα Σ_1 ασκούνται το βάρος B_1 και η τάση T προς τα κάτω, αφού ένα αβαρές νήμα ασκεί την ίδια τάση στα άκρα του. (Halliday ΦΥΣΙΚΗ 1 σελίδα 99, παράδειγμα 6) και προς τα πάνω η τάση T_o από το δεύτερο νήμα. Έτσι:

$$\Sigma_2: T - B_2 = 0 \Rightarrow T = B_2 \quad (1)$$

$$\Sigma_1: T_o - T - B_1 = 0 \Rightarrow T_o = T + B_1$$

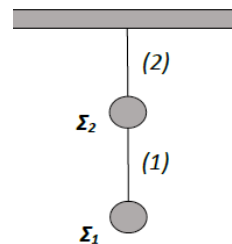
και αντικαθιστώντας $T = B_2$ από την (1) $T_o = B_1 + B_2$ (2)



5) (13777) (3ος νόμος - ισορροπία)

Στο διπλανό σχήμα απεικονίζονται δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με ίσες μάζες που ισορροπούν με τη βοήθεια δύο αβαρών και μη εκτατών νημάτων. Το νήμα (1) συνδέει μεταξύ τους τα σώματα, ενώ το νήμα (2) έχει το ένα άκρο του προσδεμένο στο Σ_2 και το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο ακλόνητα σε οροφή. Η σχέση που συνδέει τα μέτρα της τάσης T_1 που ασκεί το νήμα (1) στο Σ_1 και της τάσης T_2 που ασκεί το νήμα (2) στο Σ_2 είναι:

$$(\alpha) T_2 = 2 T_1 \quad (\beta) T_2 = T_1 \quad (\gamma) T_1 = 2 T_2$$



Απάντηση

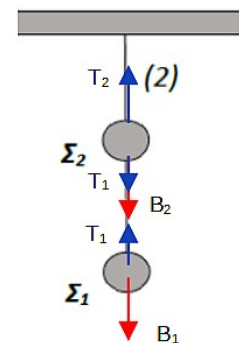
Αφού τα σώματα έχουν ίσες μάζες θα έχουν και ίσα βάρη $B_1 = B_2 = B$

Από την ισορροπία του Σ_1 : $T_1 = B_1 = B$ (1)

Από την ισορροπία του Σ_2 : $T_2 = T_1 + B_2$

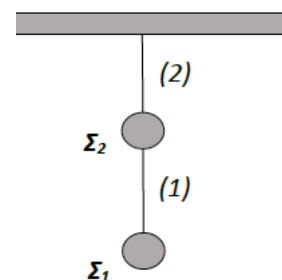
και αντικαθιστώντας $T_1 = B$ και $B_2 = B$ προκύπτει $T_2 = 2 B$ (2)

(1) και (2) $T_2 = 2 T_1$ σωστό το (α)



6) (13778) (3ος νόμος - ισορροπία)

Στο διπλανό σχήμα απεικονίζονται δύο σώματα Σ_1, Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 για τις οποίες ισχύει $m_1 = 2m_2$. Τα σώματα ισορροπούν ακίνητα με τη βοήθεια δύο αβαρών και μη εκτατών νημάτων. Το νήμα (1) συνδέει μεταξύ τους τα σώματα, ενώ το νήμα (2) έχει το ένα άκρο του προσδεμένο στο Σ_2 και το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο ακλόνητα σε οροφή. Ο



λόγος των μέτρων της τάσης T_1 που ασκεί το νήμα (1) στο Σ_1 και της τάσης T_2 που ασκεί το νήμα (2) στο Σ_2 είναι :

$$(\alpha) \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{2}$$

$$(\beta) \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{2}$$

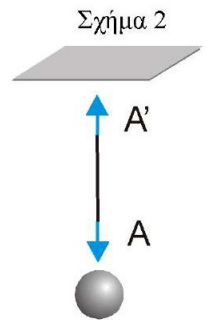
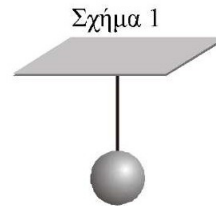
$$(\gamma) \frac{T_1}{T_2} = \frac{2}{3}$$

Απάντηση

Παρόμοιο με το 5) (13777)

7) (8050) (3ος νόμος - ισορροπία)

Ένα μικρό σώμα κρέμεται μέσω σχοινιού που θεωρείται αβαρές από το ταβάνι (σχήμα 1). Ένας μαθητής σχεδιάζει σωστά τις δυνάμεις που ασκούνται στο σκοινί (σχήμα 2) και κάνει τον εξής συλλογισμό :«Σύμφωνα με τον 3^ο Νόμο του Νεύτωνα, οι δυνάμεις A και A' είναι αντίθετες».



(α) ο συλλογισμός του μαθητή είναι σωστός.

(β) ο συλλογισμός του μαθητή είναι λάθος.

(γ) δεν έχει επαρκή στοιχεία για να σχεδιάσει τις δυνάμεις.

Απάντηση

Ο συλλογισμός του μαθητή είναι λάθος, αφού οι δυνάμεις A και A' είναι μεν αντίθετες, αλλά αυτό προκύπτει από τον 1^ο νόμο, και εξηγεί την ισορροπία του αβαρούς νήματος, στο οποίο ασκούνται και οι δύο δυνάμεις.

8) (8027) (3ος νόμος - 2ος νόμος)

Ο χονδρός (A) και ο λιγνός (B) έχουν μάζες m_A , m_B με σχέση $m_A=2m_B$. Οι δυο τους στέκονται με πατινία σε λείο οριζόντιο δάπεδο κρατώντας ο τεντωμένο σκοινί, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η μάζα των πατινιών θεωρείται αμελητέα. Τραβώντας το σκοινί αρχίζουν να κινούνται με επιταχύνσεις μέτρων a_A και a_B που έχουν σχέση :



$$(\alpha) a_A = a_B \quad (\beta) a_A = 2 a_B \quad (\gamma) a_B = 2 a_A$$

Απάντηση:

Οι δυνάμεις που δέχονται ο ένας από τον άλλο, μέσω του σχοινιού, είναι δυνάμεις δράση-αντίδραση, άρα- από τον 3^ο νόμο έχουν ίσα μέτρα.

Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα, η επιτάχυνση είναι αντιστρόφως ανάλογη με τη μάζα, άρα ο B που έχει τη μισή μάζα του A, θα αποκτήσει διπλάσια επιτάχυνση από αυτόν. Άρα σωστό το (γ)

Β' τρόπος

Οι δυνάμεις που δέχονται ο ένας από τον άλλο, μέσω του σχοινιού, είναι δυνάμεις δράση-αντίδραση, άρα- από τον 3^ο νόμο έχουν ίσα μέτρα, $F_1 = F_2 = F$ Έτσι:

$$\alpha_A = \frac{F}{m_A} \quad (1) \quad \text{και} \quad \alpha_B = \frac{F}{m_B} \quad (2) \quad \text{και με διαίρεση κατά μέλη} \quad \frac{(1)}{(2)} \rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{\frac{F}{m_A}}{\frac{F}{m_B}} = \frac{m_B}{m_A} = \frac{m_B}{2m_B} = \frac{1}{2}$$

οπότε $a_B = 2a_A$ σωστό το (γ)

9) **(8040) (3ος νόμος - 2ος νόμος)**

Ο Μάριος που έχει μάζα 20 kg με τη μαμά του που έχει μάζα 60 kg κάνουν πατινάζ στον πάγο. Κάποια στιγμή, από απροσεξία, συγκρούονται με αποτέλεσμα να ακινητοποιηθούν και οι δυο. Κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης:

(α) Οι δυνάμεις που ασκούνται ανάμεσα στον Μάριο και τη μαμά του έχουν ίσα μέτρα αλλά προκαλούν επιβραδύνσεις με διαφορετικό μέτρο στον Μάριο και τη μαμά του.

(β) Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ του Μάριου και της μαμάς του έχουν ίσα μέτρα και προκαλούν ίσες επιβραδύνσεις στον Μάριο και τη μαμά του.

(γ) Η μαμά ασκεί μεγαλύτερη δύναμη στον Μάριο.

Απάντηση Σωστό το (α)

Οι δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα, από τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα, ενώ οι επιταχύνσεις διαφορετικά αφού θα είναι αντιστρόφως ανάλογες με τις μάζες (2ος νόμος).

10) **(7992) (3ος νόμος - 2ος νόμος)**

Η Μαρία και η Αλίκη μαθήτριες της Α' Λυκείου, στέκονται ακίνητες στη μέση παγοδρομίου, φορώντας τα παγοπέδιλα τους και κοιτάζοντας η μία την άλλη. Η Μαρία έχει μεγαλύτερη μάζα από την Αλίκη. Κάποια χρονική στιγμή σπρώχνει η μία την άλλη με αποτέλεσμα να αρχίσουν να κινούνται πάνω στον πάγο. Αν τα μέτρα των επιταχύνσεων που αποκτούν η Μαρία και η Αλίκη, **αμέσως μετά**, την ώθηση που δίνει η μία στην άλλη, είναι a_M και a_A αντίστοιχα τότε ισχύει:

$$(α) \quad a_M = a_A \qquad (β) \quad a_M > a_A \qquad (γ) \quad a_M < a_A$$

Σχόλιο: Αμέσως μετά την ώθηση δέν αποκτούν επιτάχυνση, αλλά εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Επιτάχυνση αποκτούν **κατα τη διάρκεια** της ώθησης που ασκούν η μία στην άλλη.

Απάντηση Σωστό (γ)

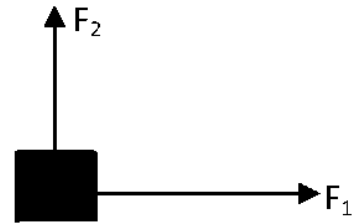
Η Μαρία και Αλίκη ασκούν η μία στην άλλη ίσες κατα μέτρο δυνάμεις (3ος νόμος), έτσι από τον δεύτερο νόμο, η Μαρία που έχει μεγαλύτερη μάζα, θα αποκτήσει μικρότερη επιτάχυνση (2ος νόμος).

ΣΥΝΘΕΣΗ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

11) (8014) (Σύνθεση δυνάμεων - 2ος νόμος)

Σε κύβο μάζας 2 kg που βρίσκεται σε λείο οριζόντιο δάπεδο ασκούνται δύο οριζόντιες δυνάμεις μέτρου $F_1=4\text{N}$ και $F_2=3\text{N}$ κάθετες μεταξύ τους όπως δείχνεται στο διπλανό σχήμα. Η επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί ο κύβος έχει μέτρο ίσο με:

- (α) $2,5\text{m/s}^2$ (β) $1,5\text{m/s}^2$ (γ) 2m/s^2



Απάντηση

$$\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5\text{ N} \quad \text{άρα} \quad a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{5}{2} = 2,5\text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

12) (8008) (Σύνθεση δυνάμεων - 2ος νόμος) Μια μικρή σφαίρα μάζας $m=2\text{kg}$ κινείται ευθύγραμμα με την επίδραση δυο μόνο δυνάμεων F_1 και F_2 σταθερής κατεύθυνσης. Οι δυνάμεις είναι συνεχώς κάθετες μεταξύ τους με μέτρα $F_1=3\text{N}$ και $F_2=4\text{N}$. Η σφαίρα κινείται με επιτάχυνση μέτρου ίσο με:

- (α) $3,5\text{m/s}^2$ (β) $2,5\text{ m/s}^2$ (γ) $0,5\text{m/s}^2$

Απάντηση (όμοια με την 11) (8014)

13) (13271) (συνισταμένη στο επίπεδο)

Σημειακό αντικείμενο δέχεται την επίδραση τριών ομοεπίπεδων δυνάμεων ίσου μέτρου F οι φορείς των οποίων σχηματίζουν ανά δύο γωνία $\varphi=120^\circ$. Η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο :

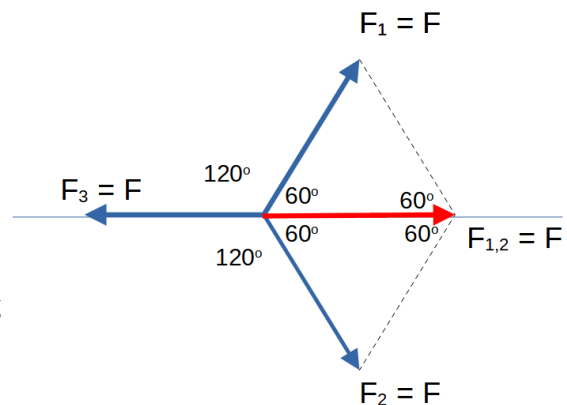
- (α) 0 (β) F (γ) $2F$

Απάντηση (σωστό (α))

Πρόκειται για ειδική περίπτωση.

Το παραλληλόγραμμο για την σύνθεση των F_1 και F_2 , εύκολα προκύπτει να είναι ρόμβος, αφού έχει δυο διαδοχικές πλευρές ίσες, οπότε η συνισταμένη $F_{1,2}$ είναι και διχοτόμος. Έτσι τα ισοσκελή τρίγωνα στα οποία αυτή χωρίζει το ρόμβο προκύπτουν ισόπλευρα, αφού έχουν απο 60° τις ίσες γωνίες τους.

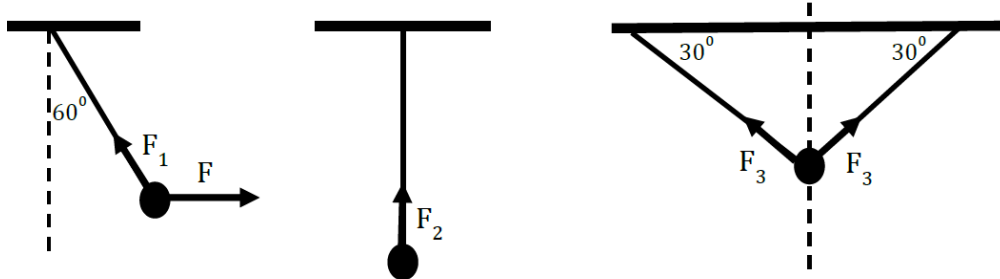
Άρα η $F_{1,2}=F$ και αφού με την F_3 σχηματίζει γωνία 180° θα είναι αντίθετες, άρα $\Sigma F=0$



ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

14) (13508) (ισορροπία)

Το σώμα βάρους B και στις περιπτώσεις όπως φαίνονται στα παρακάτω σχήματα ισορροπεί δεμένο στο αντίστοιχο νήμα ή στα νήματα.



Για τα μέτρα των δυνάμεων F_1 , F_2 και F_3 που δέχεται το σώμα από το νήμα ή τα νήματα ισχύει :

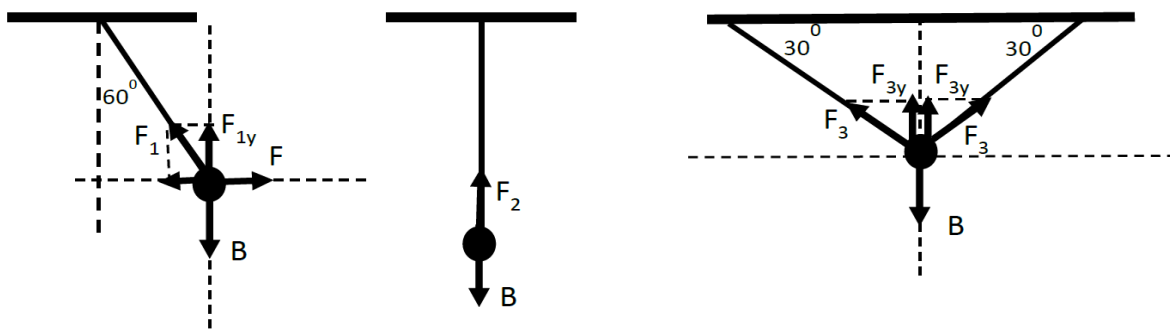
(α) $F_1 > F_2 > F_3$

(β) $F_1 > F_2 = F_3$

(γ) $F_1 < F_2 = F_3$

$\text{συν}60^\circ = \frac{1}{2}$

Απάντηση



Σχεδίαση δυνάμεων- Ανάλυση σε άξονες.

Στην περίπτωση (1) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{1y} = B \Rightarrow F_1 \text{συν} 60^\circ = B \Rightarrow \frac{F_1}{2} = B \Rightarrow F_1 = 2B$

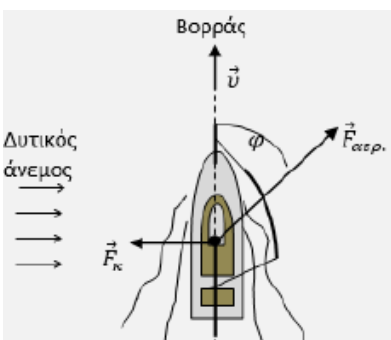
Στην περίπτωση (2): $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_2 = B$

Στην περίπτωση (3): $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 2F_{3y} = B \Rightarrow 2F_3 \text{συν} 60^\circ = B \Rightarrow 3 \frac{F_3}{2} = B \Rightarrow F_3 = B$

Άρα $F_1 > F_2 = F_3$ σωστό το (β).

15) (13346) (ισορροπία δυνάμεων)

Ένα ιστιοφόρο πλέει με σταθερή ταχύτητα και κατεύθυνση προς το βορρά. Η κατεύθυνση πλεύσης καθορίζεται από την πλάγια δύναμη ($F_{\text{αερ}}$) που ασκείται από το δυτικό άνεμο στο φουσκωμένο πανί του και τη δύναμη (F_{κ}) που ασκείται από το νερό στην καρίνα του σκάφους κάθετα στην κατεύθυνση πλεύσης του. Η δύναμη $F_{\text{αερ}}$ είναι σταθερή,



έχει μέτρο $F_{\text{αερ}} = 2 \cdot 10^4 \text{ N}$ και η κατεύθυνση της σχηματίζει γωνία φ με την κατεύθυνση πλεύσης. Για τη γωνία δίνεται ότι $\eta\mu\varphi = 0,6$ και $\sigma\upsilon\eta\varphi = 0,8$. Το μέτρο της δύναμης F_{κ} την οποία δέχεται η καρίνα του σκάφους από το νερό, κάθετα στην κατεύθυνση πλεύσης είναι :

(α) $F_{\kappa} = 2 \cdot 10^4 \text{ N}$

(β) $F_{\kappa} = 1,2 \cdot 10^4 \text{ N}$

(γ) $F_{\kappa} = 1,6 \cdot 10^4 \text{ N}$

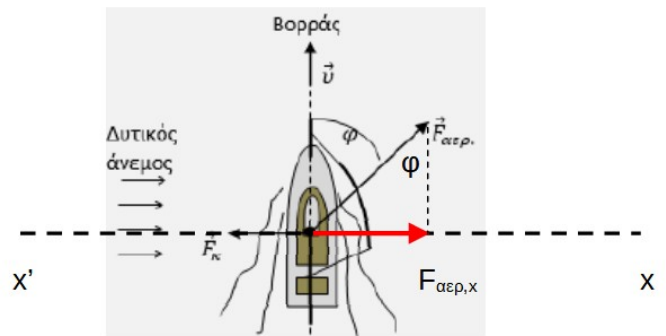
Απάντηση

Θεωρούμε ορθογώνιους άξονες, y' στην κατεύθυνση πλεύσης και x' κάθετα σε αυτήν.

Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή και άρα από τον 1ο νόμο η συνισταμένη είναι μηδέν σε κάθε άξονα, οπότε κάθετα στην διεύθυνση κίνησης:

$$\Sigma F_{x'} = 0 \Rightarrow F_{\kappa} = F_{\alpha\epsilon\rho}, x \Rightarrow F_{\kappa} = F_{\alpha\epsilon\rho} \cdot \eta\mu\phi \Rightarrow$$

$$F_{\kappa} = 2 \cdot 10^4 \cdot 0.6 = 1,2 \cdot 10^4 N$$



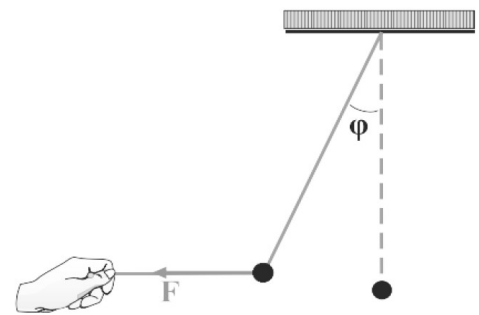
16) (13574) (Ισορροπία)

Σφαίρα μάζας 1kg ισορροπεί όπως στο σχήμα υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης μέτρου $F=10N$. Δίνεται $g=10m/s^2$.

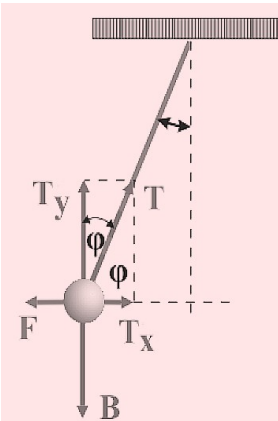
Η γωνία απόκλισης του (αβαρούς) νήματος από την κατακόρυφο στην θέση ισορροπίας της σφαίρα είναι :

- (α) 30° (β) 45° (γ) 60°

$$\eta\mu 60^\circ = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$$



Απάντηση



$$x'x: T_x = F \Rightarrow T_x = 10 N$$

$$y'y: T_y = B \Rightarrow T_y = 10 N$$

$$\epsilon\phi \hat{\phi} = \frac{T_y}{T_x} = \frac{10}{10} = 1 \rightarrow \hat{\phi} = 45^\circ$$

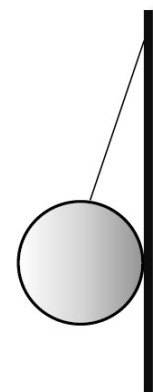
17) (13573) (Ισορροπία)

Λεία σφαίρα μάζας m ισορροπεί όπως στο σχήμα με το νήμα να σχηματίζει γωνία ϕ με τον κατακόρυφο τοίχο. Το μέτρο της δύναμης που δέχεται η σφαίρα από τον τοίχο είναι :

- (α) $\frac{mg}{\sigma\upsilon\nu\phi} \eta\mu\phi$ (β) $\frac{mg}{\eta\mu\phi} \sigma\upsilon\nu\phi$ (γ) mg

Σχεδιάστε όλες τις δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα.

(6+7)



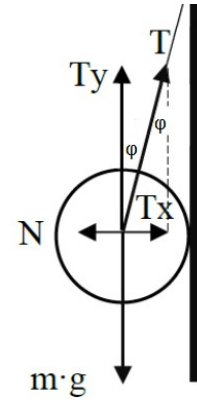
Απάντηση

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow N = T_x \rightarrow N = T \eta \mu \hat{\phi}$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow mg = T_y \rightarrow mg = T \sigma \nu \nu \hat{\phi}$$

με διαίρεση κατα μέλη: $\frac{N}{mg} = \frac{\eta \mu \hat{\phi}}{\sigma \nu \nu \hat{\phi}} \rightarrow N = mg \frac{\eta \mu \phi}{\sigma \nu \nu \phi}$

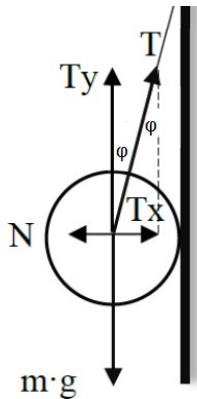
σωστό το (α)



18) **(13578) (ισορροπία)**

Λεία σφαίρα μάζας m ισορροπεί όπως στο σχήμα με το νήμα να σχηματίζει γωνία ϕ με τον κατακόρυφο τοίχο. Αν η δύναμη που ασκεί το νήμα στη σφαίρα έχει διπλάσιο μέτρο από τη δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα, τότε για τη γωνία ϕ ισχύει: (α) $\eta \mu \phi = 0,5$ (β) $\eta \mu \phi = 0,6$ (γ) $\eta \mu \phi = \sigma \nu \nu \phi$

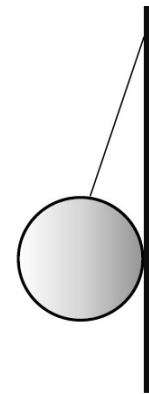
Απάντηση



$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow N = T_x \rightarrow N = T \eta \mu \hat{\phi}$$

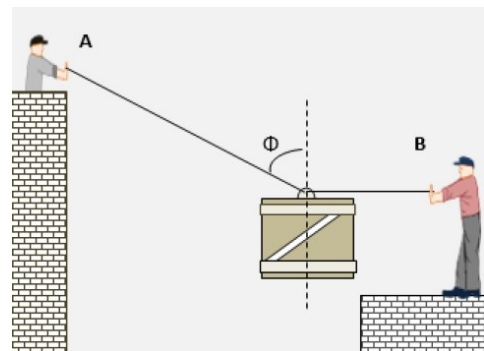
αντικαθιστώντας $T = 2N$ παίρνουμε $N = 2N \eta \mu \phi \rightarrow \eta \mu \phi = \frac{1}{2}$

σωστό το (α)



19) **(13104) - Ισορροπία -**

Δύο εργάτες Α και Β προσπαθούν να ισορροπήσουν ένα κιβώτιο βάρους $B=180N$, το οποίο έχουν δέσει με δύο σχοινιά από ένα κρίκο στο μέσο της επάνω επιφάνειας του. Κάποια στιγμή το κρατούν ακίνητο στον αέρα σε θέση όπου το σχοινί του Β είναι οριζόντιο ενώ το σχοινί του Α σχηματίζει με την κατακόρυφη γωνία ϕ όπως στο σχήμα. Τα δύο σχοινιά είναι στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Εκείνη τη στιγμή ο Α μέσω του σχοινιού ασκεί στο κιβώτιο δύναμη F_A ενώ ο Β αντίστοιχα δύναμη F_B .



Αν για τη γωνία ϕ δίνονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί $\eta \mu \phi = 0,8$ και $\sigma \nu \nu \phi = 0,6$ τότε ισχύει:

(α) $F_A = F_B = 90 N$ (β) $F_A = 300 N, F_B = 240 N$ (γ) $F_A = 100 N, F_B = 180 N$

Απάντηση

$$F_{A_y} = F_A \cdot \sin\varphi = 0,6 F_A$$

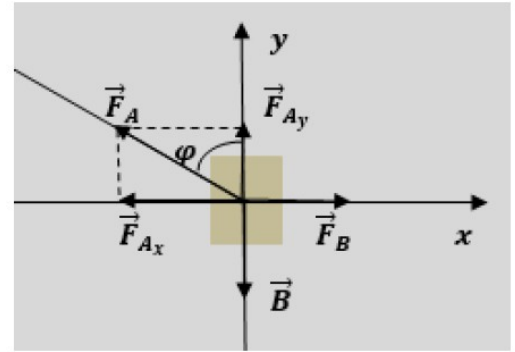
$$F_{A_x} = F_A \cdot \eta\mu\varphi = 0,8 F_A$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_{A_x} = F_B \rightarrow 0,8 F_A = F_B \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{A_y} = B \rightarrow 0,6 F_A = 180 \rightarrow F_A = \frac{180}{0,6}$$

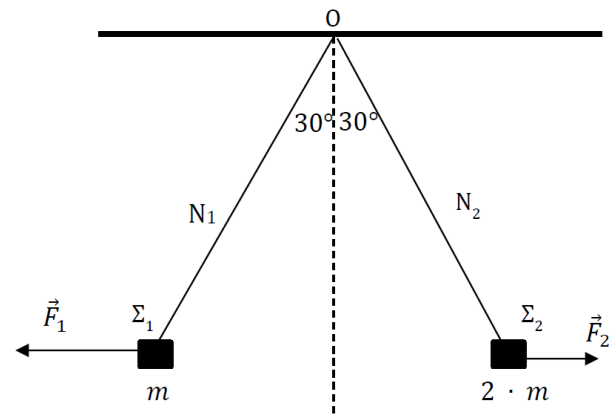
$$\rightarrow F_A = 300 \text{ N}$$

οπότε η (1) δίνει $F_B = 0,8 \cdot 300 = 240 \text{ N}$



20) (13615) (ισορροπία)

Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1 = 1 \text{ kg}$ και $m_2 = 2 \text{ kg}$ ισορροπούν δεμένα στα ελεύθερα άκρα δύο ιδανικών νημάτων N_1 και N_2 (τα άλλα άκρα των οποίων είναι στερεωμένα στο ακλόνητο σημείο O) με την επίδραση δύο οριζόντιων σταθερών δυνάμεων F_1 και F_2 όπως στο σχήμα. Αν τα νήματα N_1 και N_2 σχηματίζουν με την κατακόρυφο γωνία 30° για τα μέτρα των δυνάμεων F_1 και F_2 ισχύει :



ισχύει :

(α) $\frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{2}$ (β) $\frac{F_1}{F_2} = 2$ (γ) $\frac{F_1}{F_2} = \sqrt{2}$

Δίνεται: $\varepsilon\varphi 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Απάντηση

Ισορροπία Σ_1 : $T_{1,y} = w \quad (1)$

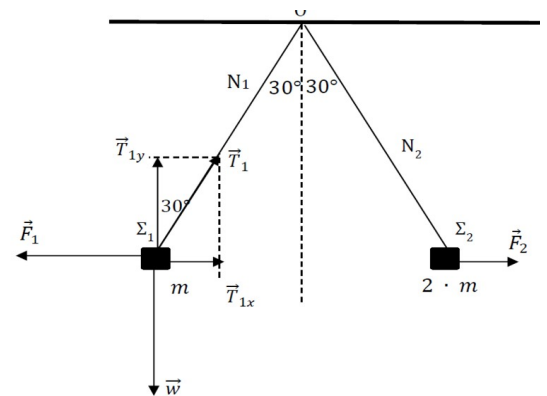
$T_{1,x} = F_1 \quad (2)$

$$\varepsilon\varphi 30 = \frac{T_{1x}}{T_{1y}} \rightarrow (1)(2) \rightarrow \varepsilon\varphi 30 = \frac{F_1}{w} \rightarrow F_1 = w \cdot \varepsilon\varphi 30$$

(3)

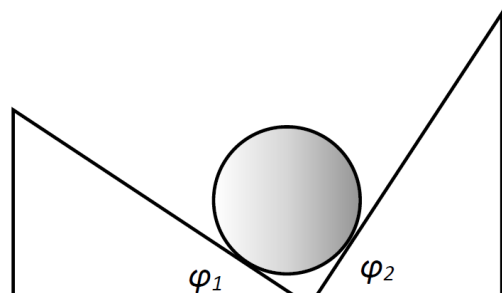
(3) Ισορροπία Σ_2 : παρόμοια προκύπτει $F_2 = 2w \cdot \varepsilon\varphi 30 \quad (4)$

Απο (3) και (4) $\rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{2}$



21) (13572) (ισορροπία)

Λεία σφαίρα μάζας 100 kg ισορροπεί ακουμπώντας σε δύο αμετακίνητες σφήνες γωνιών βάσης $\varphi_1 = 30^\circ$ (σφήνα 1) και $\varphi_2 = 60^\circ$ (σφήνα 2), όπως στο σχήμα. Τα μέτρα των δυνάμεων που δέχεται η σφαίρα στα σημεία επαφής από τις σφήνες είναι :

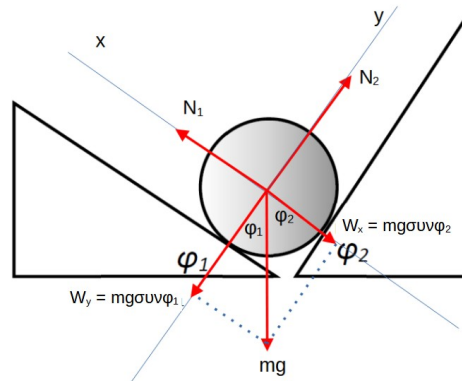


(α) $mg\sigma\upsilon\nu 30^\circ, mg\sigma\upsilon\nu 60^\circ$ (β) $mg\eta\mu 30^\circ, mg\eta\mu 60^\circ$ (γ) $mg\eta\mu 30^\circ, mg\sigma\upsilon\nu 60^\circ$

Απάντηση

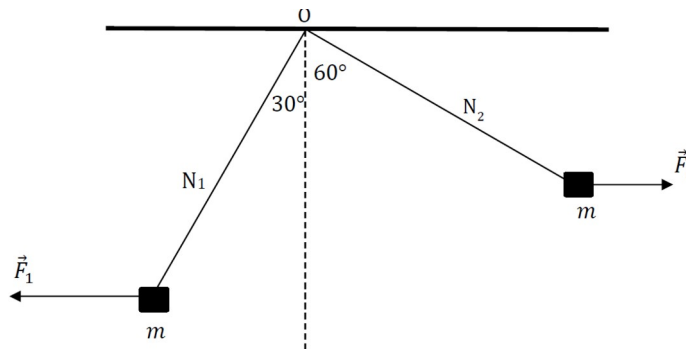
$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow N_1 = mg\sigma\upsilon\nu\varphi_2 = mg\sigma\upsilon\nu 60^\circ$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N_2 = mg\sigma\upsilon\nu\varphi_1 = mg\sigma\upsilon\nu 30^\circ$$



22) (13614) (ισορροπία)

Δύο σώματα ίσων μαζών m ισορροπούν δεμένα στα ελεύθερα άκρα δύο ιδανικών νημάτων N_1 και N_2 (τα άλλα άκρα των οποίων είναι στερεωμένα στο ακλόνητο σημείο O) με την επίδραση δύο οριζόντιων σταθερών δυνάμεων F_1 και F_2 όπως στο σχήμα.



Αν το νήμα N_1 σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία 30° και το νήμα N_2 γωνία 60° για τα μέτρα των δυνάμεων F_1 και F_2 ισχύει :

ισχύει : (α) $\frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{3}$ (β) $\frac{F_1}{F_2} = 3$ (γ) $\frac{F_1}{F_2} = \sqrt{3}$

$$\epsilon\varphi 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad - \quad \epsilon\varphi 60^\circ = \sqrt{3}$$

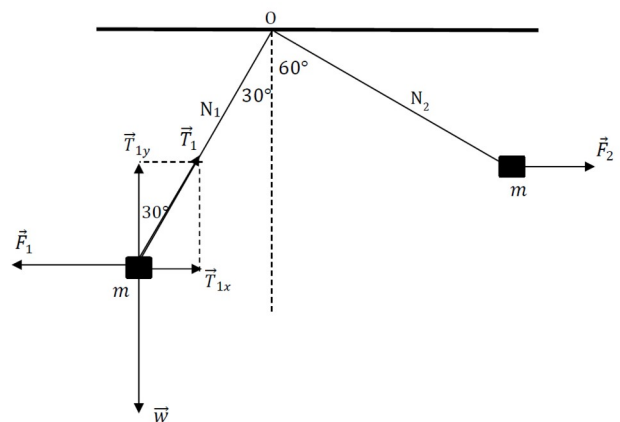
Απάντηση

Ισορροπία Σ_1 : $T_{1,y} = w$ (1)

$T_{1,x} = F_1$ (2)

$$\epsilon\varphi 30^\circ = \frac{T_{1x}}{T_{1y}} \rightarrow (1)(2) \rightarrow \epsilon\varphi 30^\circ = \frac{F_1}{w} \rightarrow$$

$$F_1 = w \cdot \epsilon\varphi 30^\circ \quad (3)$$

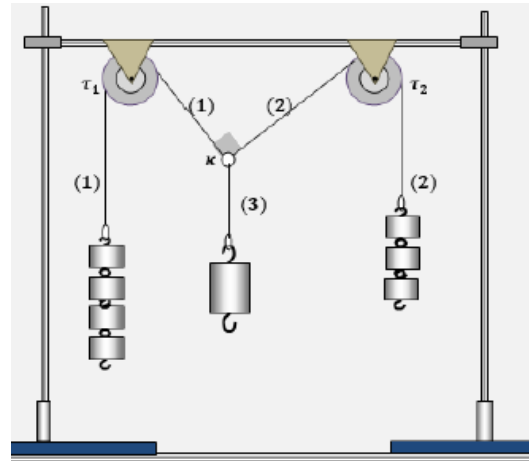


Ισορροπία Σ_2 : παρόμοια προκύπτει:

$$F_2 = w \cdot \epsilon\varphi 60^\circ \quad (4) \quad \text{Απο (3) και (4)} \rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{\epsilon\varphi 30^\circ}{\epsilon\varphi 60^\circ} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$$

23) (13345) (Ισορροπία)

Μια ομάδα μαθητριών και μαθητών, με τη βοήθεια του καθηγητή τους, δημιούργησαν στο εργαστήριο τη διάταξη του διπλανού σχήματος για να επιβεβαιώσουν όσα έμαθαν για τη σύνθεση ομοεπίπεδων δυνάμεων. Σε μια οριζόντια ακλόνητη ράβδο στερέωσαν δύο τροχαλίες. Ο καθηγητής τους έδωσε επτά όμοια βαρίδια βάρους B το καθένα τα οποία έχουν γάντζους για να συνδέονται μεταξύ τους. Σε ένα κρίκο (κ) έδεσαν τις άκρες τριών λεπτών νημάτων. Το νήμα (1) το πέρασαν στο αυλάκι της μιας τροχαλίας (τ_1) και στο άλλο του άκρο



στερέωσαν τέσσερα από τα βαρίδια αυτά. Ο καθηγητής τους έδωσε ένα άλλο μεγαλύτερο βαρίδι βάρους B και με το γάντζο του το κρέμασαν στο ελεύθερο άκρο του νήματος (3). Παρατήρησαν ότι η διάταξη ισορρόπησε με τα νήματα (1) και (2) να είναι κάθετα το ένα των δύο τροχαλιών εμφανίζονται αμελητέες δυνάμεις τριβής με τα νήματα. Στη συνέχεια ζύγισαν ένα από τα επτά όμοια βαρίδια και βρήκαν ότι η μάζα του είναι 100g . Αν τώρα ζυγίσουν το μεγάλο βαρίδι που κρέμασαν στο νήμα (3) θα διαπιστώσουν ότι η μάζα του είναι :

(α) 700g

(β) 100g

(γ) 500g

Απάντηση σωστό το (γ)

Κάθε βαρίδιο έχει βάρος $w = mg = 0,1\text{ g N}$, άρα

$$B_1 = 0,4\text{ g N} \quad \text{και} \quad B_2 = 0,3\text{ g N}$$

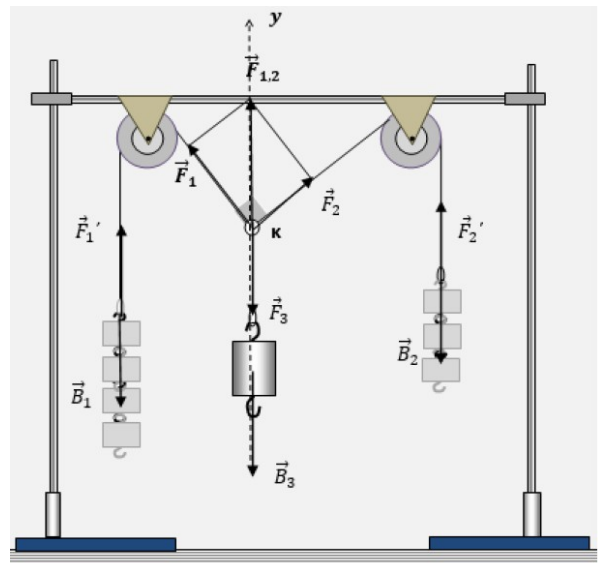
Απο την ισορροπία των τεσσάρων βαριδιών, η τάση του νήματος $F_1 = F_1' = B_1$

Απο την ισορροπία των τριών βαριδιών, η τάση του νήματος $F_2 = F_2' = B_2$

Για να ισορροπεί το βαρίδιο B_3 , πρέπει η συνισταμένη των F_1 και F_2 να έχει μέτρο ίσο με B_3 άρα:

$$\sqrt{B_1^2 + B_2^2} = B_3 \Rightarrow \sqrt{(0,4\text{ g})^2 + (0,3\text{ g})^2} = m_3\text{ g} \quad \Rightarrow$$

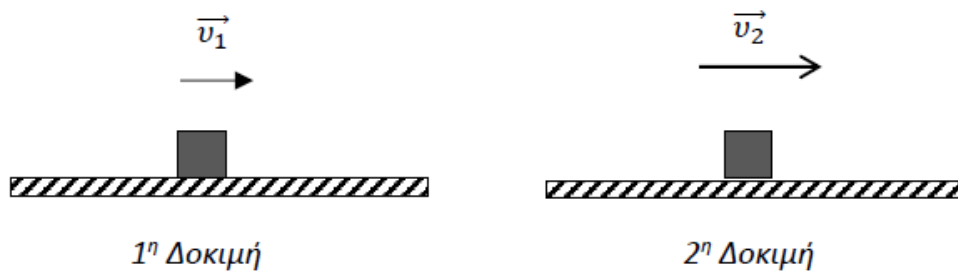
$$0,5\text{ g} = m_3\text{ g} \Rightarrow m_3 = 0,5\text{ Kg} = 500\text{ g}$$



ΔΥΝΑΜΗ ΤΡΙΒΗΣ

24) (13773) (νόμος τριβής)

Μια ομάδα μαθητών της Α Λυκείου πειραματίζεται στο εργαστήριο φυσικής του σχολείου της πραγματοποιώντας μία εργαστηριακή άσκηση με θέμα την τριβή ολίσθησης. Για τις ανάγκες της άσκησης χρησιμοποιούν ομογενές σώμα κυβικού σχήματος, το οποίο θέτουν επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας ασκώντας κάθε φορά κατάλληλη οριζόντια δύναμη ώστε το σώμα να εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλή** κίνηση. Δύο από τις δοκιμές τους φαίνονται στο σχήμα. Στην 1^η ο κύβος κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου u_1 και στη 2^η με σταθερή ταχύτητα μέτρου u_2 .



Αν T_1 και T_2 είναι τα μέτρα των δυνάμεων της τριβής ολίσθησης που ασκούνται στον κύβο στην 1^η και στη 2^η δοκιμή αντίστοιχα και για τις ταχύτητες που κινείται ο κύβος ισχύει $u_1 < u_2$ τότε :

$$(\alpha) T_1 = T_2$$

$$(\beta) T_1 > T_2$$

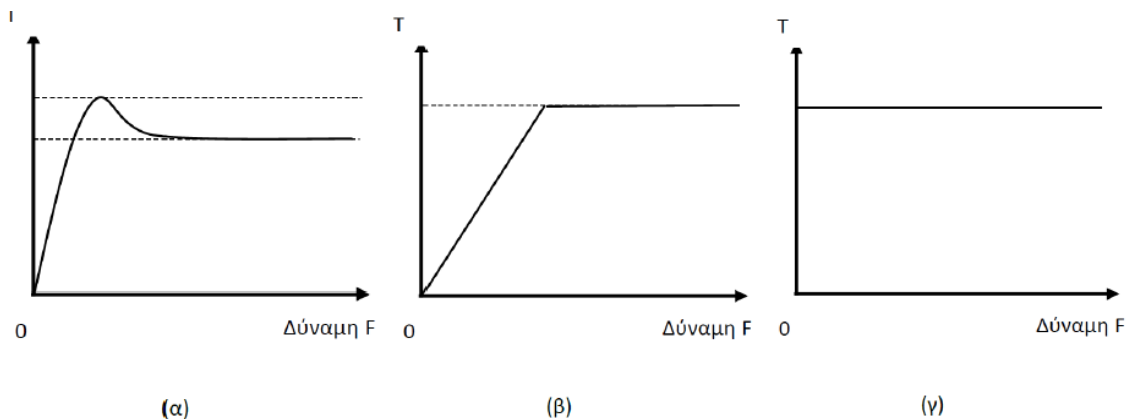
$$(\gamma) T_1 < T_2$$

Απάντηση

Σωστό το (α) αφού η τριβή δεν εξαρτάται από την ταχύτητα, ενώ δεν αλλάζουν ο συντελεστής τριβής, ούτε η κάθετη δύναμη.

25) (13577) (τριβή - στατική τριβή)

Σε σώμα μάζας m που ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο ασκείται δύναμη F οριζόντιας διεύθυνσης το μέτρο της οποίας αυξάνεται προοδευτικά. Κάποια στιγμή το σώμα τίθεται σε ευθύγραμμη **ομαλά επιταχυνόμενη** κίνηση. Αν η επιφάνεια στην οποία ολισθαίνει το σώμα εμφανίζει τριβή και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα τότε η γραφική παράσταση της τριβής που ασκείται στο σώμα σε σχέση με τη δύναμη F είναι :



Απάντηση Σωστό το (α)

Στην αρχή, όσο η F μεγαλώνει, μεγαλώνει και η τριβή (στατική) μέχρι που γτάνει στην μέγιστη τιμή της T_{op} . Στη συνέχεια μόλις η δύναμη F μεγαλώσει έστω και ελάχιστα, το σώμα αρχίζει να

κινείται και η τριβή γίνεται τριβή ολίσθησης, ενώ η τιμή της μικραίνει ελάχιστα και παραμένει σταθερή,

26) (7972) (νόμος τριβής)

Θέλετε να μειώσετε τη δύναμη της τριβής μεταξύ ενός «συγκρουόμενου αυτοκινήτου» του Λούνα Παρκ, το οποίο συνηθίζετε να οδηγείτε μαζί με ένα φίλο σας, και της οριζόντιας πίστας του Λούνα Πάρκ. Για να το πετύχετε θα πρέπει:

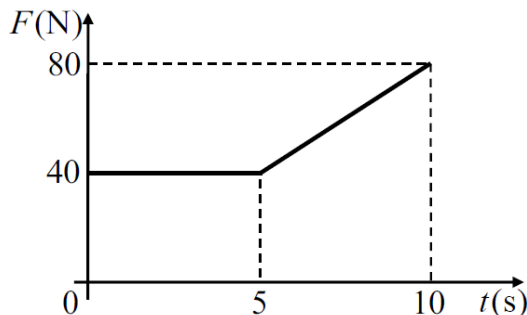
- (α) να οδηγείτε το αυτοκίνητο με μεγαλύτερη ταχύτητα.
- (β) να επιλέξετε το αυτοκίνητο που έχει τη μικρότερη βάση (επιφάνεια επαφής).
- (γ) να μην πάρετε μαζί το φίλο σας και να οδηγήσετε μόνος το αυτοκίνητο.

Απάντηση Σωστό το (γ)

Η τριβή δεν εξαρτάται, ούτε από την ταχύτητα, ούτε από την επιφάνεια επαφής παρα μόνο από την κάθετη δύναμη από το δάπεδο, η οποία ισούται με το συνολικό βάρος του αυτοκινήτου και των επιβατών.

27) (13551) (8041) (τριβή - ισορροπία)

Ένα σώμα είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ αρχίζει να ασκείται στο σώμα οριζόντια δύναμη F της οποίας το μέτρο σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Το σώμα σε όλη τη διάρκεια των 10s παραμένει ακίνητο.



(I) Η τριβή που ασκείται στο σώμα είναι :

- (α) στατική τριβή
- (β) τριβή ολίσθησης
- (γ) οριακή τριβή

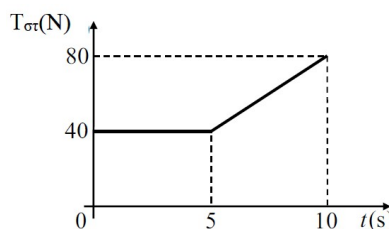
(II) Για το χρονικό διάστημα (0-10)s να κάνετε τη γραφική παράσταση του **μέτρου** της τριβής που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο σε βαθμολογημένους άξονες αιτιολογώντας τη μορφή της.

Απάντηση

Το σώμα παραμένει ακίνητο άρα:

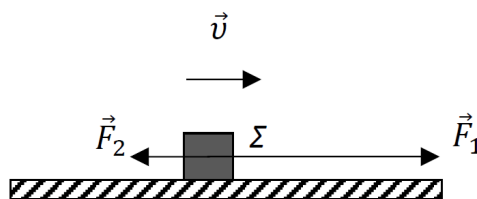
$$\Sigma F = 0 \rightarrow F - T = 0 \rightarrow T = F$$

και έτσι η γραφική παράσταση του μέτρου της T είναι ίδια με της F .



28) (13777) (τριβή - ισορροπία)

Το σώμα Σ , βάρους w , κινείται σε ευθύγραμμο και τραχύ οριζόντιο επίπεδο. Στην οριζόντια διεύθυνση ασκούνται στο σώμα Σ δύο αντίρροπες δυνάμεις F_1 , F_2 για τα μέτρα των οποίων ισχύει $F_1 = 3F_2$ και η τριβή ολίσθησης υπό την επίδραση των οποίων το σώμα



Σ κινείται ευθύγραμμο και ομαλά με ταχύτητα μέτρου u . Αν η δύναμη F_1 είναι ίση κατά

μέτρο με το βάρος w του σώματος ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου είναι ίσος με : (α) $\mu = \frac{1}{3}$ (β) $\mu = \frac{2}{3}$ (γ) $\mu = \frac{1}{2}$

Απάντηση σωστό το (β)

Ισχύει: $F_1 = w = mg$ (1) $F_2 = \frac{F_1}{3} = \frac{w}{3} = \frac{mg}{3}$ (2) $T = \mu \cdot N = \mu mg$

απο τον 1ο νόμο: $F_1 = F_2 + T \rightarrow mg = \frac{mg}{3} + \mu mg \rightarrow \mu mg = \frac{2}{3} mg \rightarrow \mu = \frac{2}{3}$

29) **(13510) (τριβή - ισορροπία)**

Σώμα μάζας m ολισθαίνει κατεβαίνοντας με σταθερή ταχύτητα επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος. Η γωνία κλίση του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\varphi = 45^\circ$. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου είναι :

(α) $\mu > 1$ (β) $\mu < 1$ (γ) $\mu = 1$

$\eta \mu 45^\circ = \sigma \nu \nu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Απάντηση σωστό το (γ)

Το σώμα κινείται άρα η τριβή είναι ολίσθησης και ισχύει

$T = \mu N$ (1)

όμως απο την ισορροπία στο άξονα yy' :

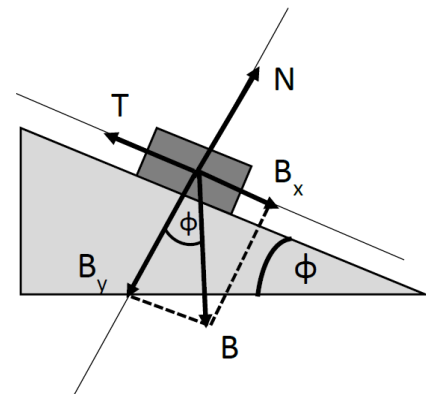
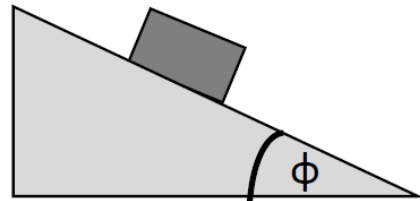
$N = B_y = mg \sigma \nu \nu \varphi$ (2)

απο την ισορροπία στον άξονα xx' :

$T = B_x \rightarrow T = mg \eta \mu \varphi$ (3)

Αντικαθιστώντας τις (2) και (3) στην (1):

$mg \eta \mu \varphi = \mu mg \sigma \nu \nu \varphi \rightarrow \mu = \frac{\eta \mu \varphi}{\sigma \nu \nu \varphi} = \epsilon \varphi \varphi = 1$



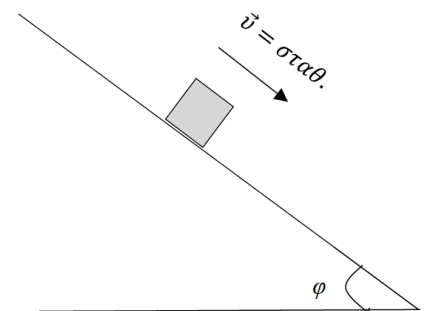
30) **(13784) (τριβή - ισορροπία)**

Ένα κιβώτιο με μάζα m ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα σε κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση. Για τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και του κεκλιμένου επιπέδου μ ισχύει :

(α) $\mu = \epsilon \varphi \varphi$ (β) $\mu = \frac{1}{\epsilon \varphi \varphi}$ (γ) δεν εξαρτάται από τη γωνία φ .

Απάντηση

Όμοια με 29) (13510) σωστό το (α)



31) **(13469) (τριβή - ισορροπία)**

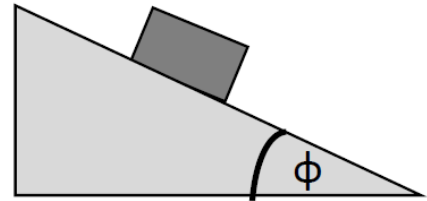
Στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος με γωνία κλίση $\varphi=30^\circ$ σώμα μάζας m ολισθαίνει κατεβαίνοντας με σταθερή ταχύτητα και επομένως :

(α) το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο.

(β) υπάρχει τριβή μεταξύ σώματος - κεκλιμένου επιπέδου και η τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης μπορεί να υπολογιστεί.

(γ) υπάρχει τριβή μεταξύ σώματος - κεκλιμένου επιπέδου αλλά τα δεδομένα δεν επαρκούν για να υπολογιστεί η τιμή του συντελεστή δεν μπορεί να υπολογιστεί.

$$\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2} \quad \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad - \quad \sqrt{3} = 1,7$$



Απάντηση σωστό το (β)

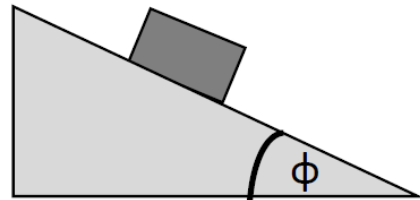
Παρόμοιο με την 30) (13784)

32) **** (13465) (τριβή - κεκλιμένο - ισορροπία)**

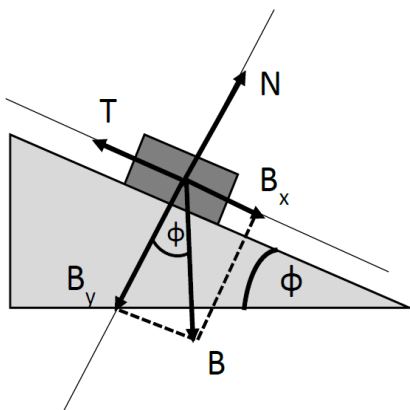
Στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος με γωνία κλίση $\varphi=30^\circ$ ισορροπεί σώμα μάζας m . Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου **ΔΕΝ** μπορεί να είναι :

- (α) 0,8 (β) 0,6 (γ) 0,4

Δίνεται: $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2} \quad \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$



Απάντηση



Η τριβή είναι στατική, άρα $T \leq \mu N$ (1)

Όμως:

απο την ισορροπία στον άξονα xx' : $T = B_x = mg\eta\mu\varphi$ (2)

απο την ισορροπία στον άξονα yy' : $N = B_y = mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ (3)

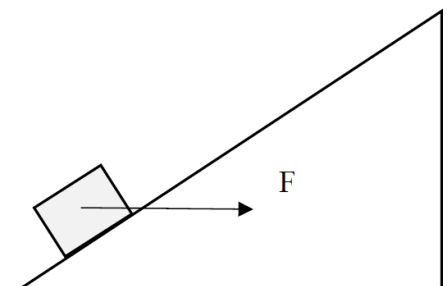
Αντικαθιστώντας τις (2) και (3) στην (1)

$$mg\eta\mu\varphi \leq \mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi \rightarrow \mu \geq \frac{\eta\mu\varphi}{\sigma\upsilon\nu\varphi} \rightarrow \mu \geq \epsilon\varphi 30^\circ$$

και τελικά $\mu \geq 0,59$ σωστό το (γ)

33) **(13575) (τριβή - ισορροπία - κελιμένο)**

Σώμα μάζας 1 kg γλιστράει με σταθερή ταχύτητα προς τα πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο (γωνίας φ) υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης F (όπως φαίνεται στο σχήμα). Δίνονται ως δεδομένα ο συντελεστής τριβής ολίσθησης του



επιπέδου $\mu=0,2$ η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{ m/s}^2$ ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και ότι $\eta\mu\varphi = \sigma\upsilon\nu\varphi$. Τότε θα ισχύει :

(α) $F = \frac{3}{2} B$ (β) $B = \frac{3}{2} F$ (γ) $F = B$

Απάντηση

Ισορροπία κάθετος άξονας:

$$N = F_y + B_y \rightarrow N = F\eta\mu\varphi + B\sigma\upsilon\nu\varphi$$

και αφού $\eta\mu\varphi = \sigma\upsilon\nu\varphi$

$$N = F\eta\mu\varphi + B\eta\mu\varphi \rightarrow N = \eta\mu\varphi(F + B) \quad (1)$$

- $T = \mu N$ και αντικαθιστώντας την (1)

$$T = \mu\eta\mu\varphi(F + B) \quad (2)$$

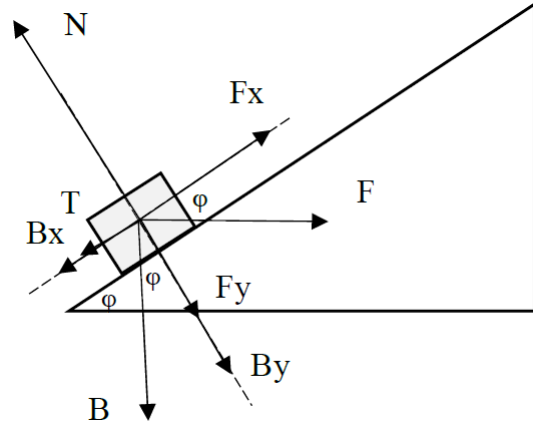
- Ισορροπία παράλληλος άξονας:

$$F_x = B_x + T \rightarrow F\sigma\upsilon\nu\varphi = B\eta\mu\varphi + T$$

και αντικαθιστώντας $\sigma\upsilon\nu\varphi = \eta\mu\varphi$ και την (2)

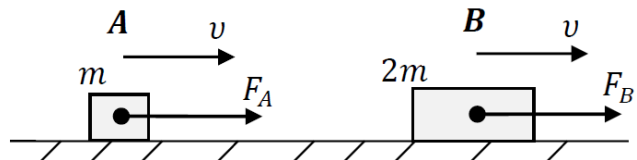
$$F\eta\mu\varphi = B\eta\mu\varphi + \mu\eta\mu\varphi(F + B) \rightarrow F = B + \mu F + \mu B \rightarrow F - \mu F = B + \mu B \rightarrow$$

$$(1 - \mu)F = (1 + \mu)B \rightarrow 0,8 F = 1,2 B \rightarrow F = \frac{1,2}{0,8} B \rightarrow F = \frac{3}{2} B$$



34) (13554) (τριβή - ισορροπία)

Στο σχήμα φαίνονται δύο κιβώτια, το Α με μάζα m και το Β με μάζα $2m$. Τα κιβώτια κινούνται **ευθύγραμμα ομαλά**, με ταχύτητες ίδιου μέτρου, πάνω σε οριζόντιο δάπεδο με



την επίδραση των δυνάμεων F_A και F_B αντίστοιχα. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου κιβωτίων είναι μ και η επιτάχυνση της βαρύτητας g . Για τα μέτρα των δυνάμεων F_A και F_B θα ισχύει :

(α) $F_B = 2 F_A$ (β) $F_A = 2 F_B$ (γ) $F_A = F_B$

Απάντηση

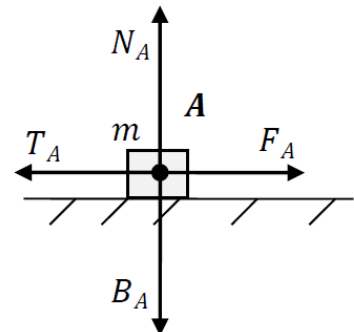
A: $N_A = B_A \rightarrow N_A = mg$

$$F_A = T_A \rightarrow F_A = \mu N_A \rightarrow F_A = \mu mg \quad (1)$$

B: $N_B = B_B \rightarrow N_B = 2 mg$

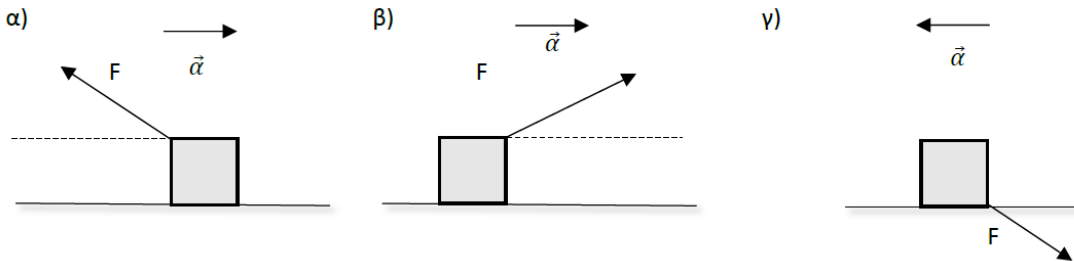
$$F_B = T_B \rightarrow F_B = \mu N_B \rightarrow F_B = 2 \mu mg \quad (2)$$

(1) και (2) $F_B = 2 F_A$



35) **(13570) (τριβή - 2ος νόμος)**

Σώμα αμελητέων διαστάσεων κινείται πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με σταθερή (θετική σε μέτρο) επιτάχυνση a . Η κατεύθυνση της δύναμης που ασκούμε στο σώμα σχηματίζει γωνία 30° με το δάπεδο. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η δύναμη τριβής ολίσθησης που ασκείται στο σώμα από το δάπεδο έχει μέτρο $F \sin 30^\circ - ma$. Επιλέξτε αιτιολογώντας την επιλογή σας ποιο από τα παρακάτω σχήματα ανταποκρίνεται στα παραπάνω δεδομένα.



Απάντηση

Όταν στον νόμο $\Sigma F = ma$ θέσουμε θετική φορά τη φορά της επιτάχυνσης, τότε η επιτάχυνση είναι πάντα θετική (μέτρο) και οι δυνάμεις αντικαθόστανται με τα μέτρα τους.

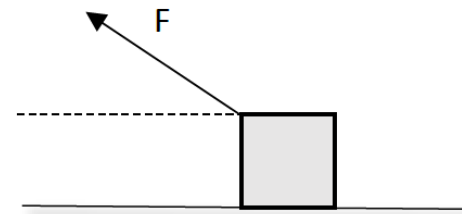
$$\text{Δίνεται } T = F \sin 30^\circ - ma \rightarrow ma = F \sin 30^\circ - T \rightarrow \Sigma F = F \sin 30^\circ - T \quad (1)$$

Η σχέση (1) αντιπροσωπεύει το σχήμα β)

36) **(12353) (τριβή - 2ος νόμος στο επίπεδο)**

Σώμα αμελητέων διαστάσεων κινείται επιταχυνόμενο πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με σταθερή επιτάχυνση a μέσω δύναμης που ασκούμε κατά τέτοιο τρόπο ώστε ο φορέας της να σχηματίζει γωνία φ με το δάπεδο. Η κίνηση γίνεται με τόσο μικρή ταχύτητα ώστε η αντίσταση του αέρα να θεωρείται αμελητέα. Η τριβή ολίσθησης που ασκεί το δάπεδο στο σώμα :

- (α) έχει μέτρο $F \sin \varphi - ma$ και φορά προς τα δεξιά.
- (β) έχει μέτρο $F \sin \varphi - ma$ και φορά προς τα αριστερά.
- (γ) έχει μέτρο $F \eta \mu \varphi - ma$ και φορά προς τα αριστερά.



Απάντηση

Το σώμα κινείται επιταχυνόμενο προς τα αριστερά (λόγω κατεύθυνσης της F) άρα η τριβή έχει φορά προς τα δεξιά.

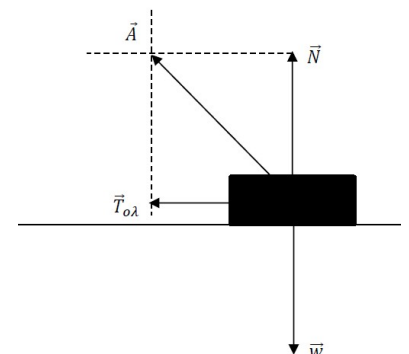
Άρα σωστό το (1)

$$\text{άλλωστε } \Sigma F = ma \rightarrow F \sin \varphi - T = ma \rightarrow T = F \sin \varphi - ma$$

37) **13616) (τριβή)**

Ένα σώμα βάρους B ολισθαίνει σε οριζόντιο, τραχύ και ακλόνητο δάπεδο. Η δύναμη που δέχεται το σώμα από το δάπεδο έχει μέτρο N , και ισχύει :

- (α) $N = B$
- (β) $N > B$
- (γ) $N < B$



Απάντηση

Η δύναμη πουδέχεται το σώμα απο το δάπεδο είναι η συνισταμένη A της κάθετης αντίδρασης N και της τριβής $T_{ολ}$.

Απο την ισορροπία στον κατακόρυφο άξονα, $N = w$ (1)

Απο το σχήμα, $A > N$, αφού η υποτείνουσα είναι πάντα μεγαλύτερη απο τις κάθετες πλευρές και απο την (1) $A > w$.

38) (13657) (τριβή)

Ένας κύβος μάζας m ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ . Αντιστοιχείστε τις δυνάμεις της αριστερής στήλης με μια από τις πιθανές απαντήσεις στη δεξιά στήλη.

| | |
|---|-----------------------------------|
| (α) η κάθετη δύναμη επαφής που ασκεί το επίπεδο στον κύβο | (1) mg |
| (β) στατική τριβή μεταξύ κύβου και επιπέδου | (2) $mg\eta\mu\varphi$ |
| (γ) δύναμη που ασκεί το επίπεδο στον κύβο | (3) $mg\sigma\upsilon\eta\varphi$ |

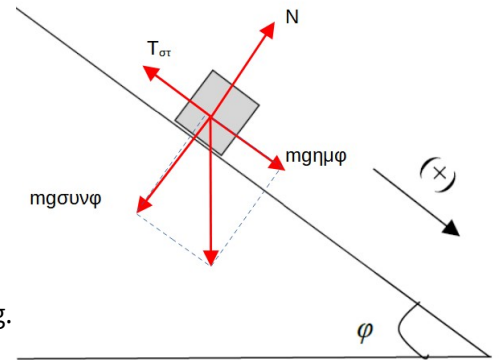
Απάντηση (α) \rightarrow (3) (β) \rightarrow (2) (γ) \rightarrow (1)

Απο την ισορροπία του κύβου:

$$N = mg\sigma\upsilon\eta\varphi$$

$$T_{\sigma\tau} = mg\eta\mu\varphi$$

και δεδομένου οτι στον κύβο που ισορροπεί ασκούνται μόνο το βέρος του και η δύναμη απο το επίπεδο (συνισταμένη της $T_{\sigma\tau}$ και N), αυτές θα είναι αντιθετες άρα δύναμη απο το επίπεδο = mg .



39) (13771) (2ος νόμος - απώλεια επαφής)

Σώμα ισορροπεί ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Κάποια χρονική στιγμή ($t=0$) αρχίζει να ασκείται σε αυτό δύναμη F το μέτρο της οποίας αυξάνεται συνεχώς ανάλογα με το χρόνο. Η δύναμη F σχηματίζει συνεχώς γωνία φ με τον οριζοντα για την οποία ισχύει $\eta\mu\varphi=0,6$ και $\sigma\upsilon\eta\varphi=0,8$. Αν το βάρος του σώματος είναι w τη στιγμή που το σώμα θα χάσει επαφή με το έδαφος θα ισχύει :

(α) $0,8 F = w$ (β) $0,6 F = w$ (γ) $F = w$

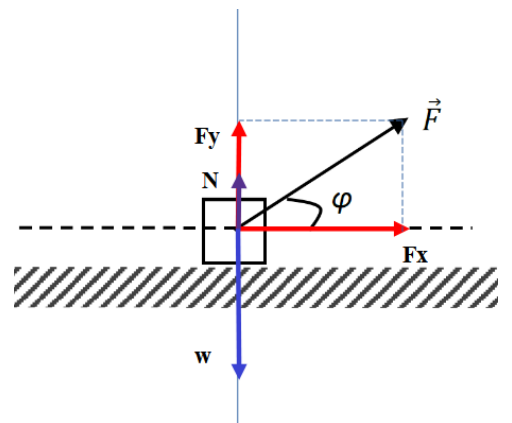
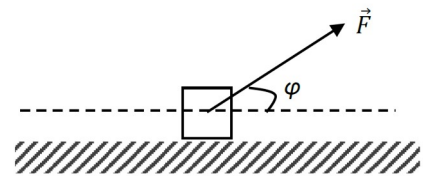
Απάντηση

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_y + N - w = 0 \rightarrow N = w - F_y \rightarrow N = w - F\eta\mu\varphi$$

$$\rightarrow N = w - 0,6 F$$

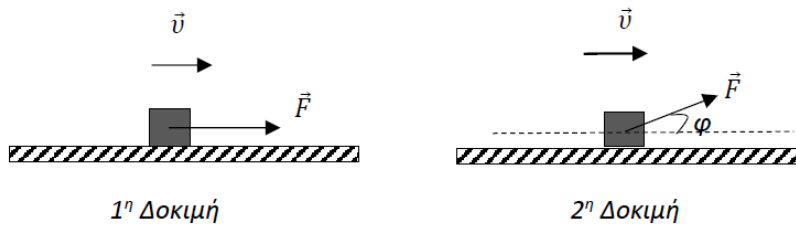
Η επαφή με το έδαφος χάνεται όταν $N=0$ οπότε:

$$N=0 \Rightarrow w - 0,6 F = 0 \Rightarrow w = 0,6 F$$



40) (13776)

Ομάδα μαθητών της Α Λυκείου πειραματίζεται στο εργαστήριο φυσικής του σχολείου της πραγματοποιώντας μία εργαστηριακή άσκηση με θέμα την τριβή ολίσθησης. Για τις ανάγκες της άσκησης χρησιμοποιούν ομογενές σώμα κυβικού σχήματος, το οποίο θέτουν επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας ασκώντας κάθε φορά κατάλληλη οριζόντια δύναμη ώστε το σώμα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα ίδιου μέτρου u . Δύο από τις δοκιμές τους φαίνονται στο σχήμα. Στην 1^η δοκιμή η δύναμη F είναι οριζόντια, ενώ στη 2^η δοκιμή έχει διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια για την οποία ισχύει $\eta\mu\varphi=0,8$ και $\sigma\upsilon\upsilon\varphi=0,6$.



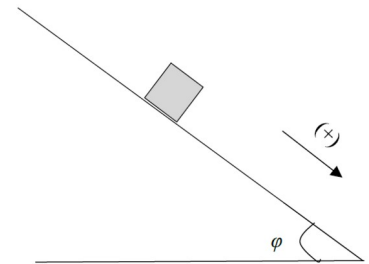
Αν T_1 , T_2 είναι οι δυνάμεις τριβής ολίσθησης που ασκούνται στον κύβο από τον πάγκο εργασίας στην 1^η και στη 2^η δοκιμή αντίστοιχα για το λόγο των μέτρων τους θα ισχύει :

(α) $\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1}$ (β) $\frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$ (γ) $\frac{T_1}{T_2} = \frac{5}{3}$

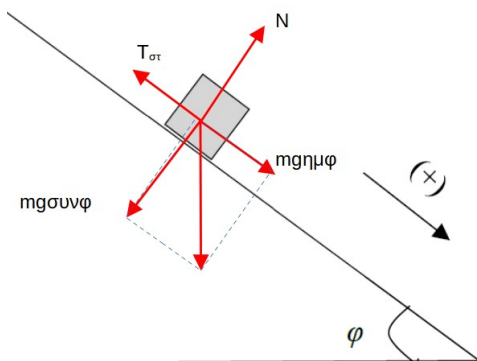
41) (13780) (στατική τριβή - ισορροπία)

Ένα κιβώτιο βάρους w ισορροπεί ακίνητο σε κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση. Θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος για την τιμή (αλγεβρική) της στατικής τριβής $T_{\sigma\tau}$ που ασκείται από το κεκλιμένο επίπεδο στο κιβώτιο ισχύει :

(α) $T_{\sigma\tau} = -m g \sigma\upsilon\upsilon\varphi$ (β) $T_{\sigma\tau} = m g \eta\mu\varphi$
 (γ) $T_{\sigma\tau} = -m g \eta\mu\varphi$



Απάντηση

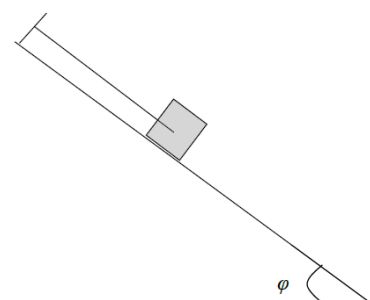


Απο την ισορροπία στον άξονα xx' :

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{\sigma} - m g \eta\mu\varphi = 0 \Rightarrow T_{\sigma} = m g \eta\mu\varphi$
 και άρα η αλγεβρική τιμή $T_{\sigma} = -m g \eta\mu\varphi$

42) (13782) (στατική τριβή - ισορροπία)

Ένα κιβώτιο βάρους w ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει γωνία φ ($\eta\mu\varphi=0,6$ - $\sigma\upsilon\upsilon\varphi=0,8$) με την οριζόντια διεύθυνση με τη βοήθεια αβαρούς και μη εκτατού νήματος το ένα άκρο του οποίου δένεται στο κιβώτιο ενώ το άλλο του άκρο είναι προσδεμένο σε ακλόνητο σημείο. Αν η τάση του νήματος T



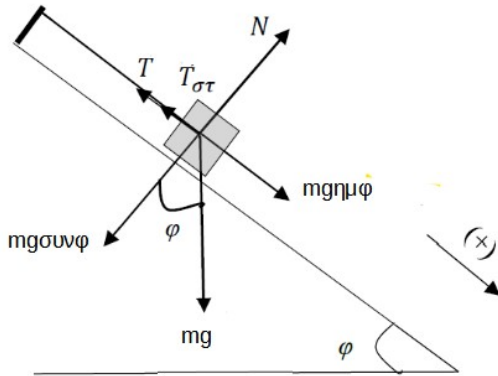
που ασκείται στο κιβώτιο έχει μέτρο που συνδέεται με το μέτρο του βάρους με τη σχέση $w=2T$ για τη στατική τριβή $T_{στ}$ που ασκείται από το κεκλιμένο επίπεδο στο κιβώτιο ισχύει :

(α) έχει μέτρο $T_{στ}=0,2mg$ και είναι ομόρροπη της T .

(β) έχει μέτρο $T_{στ}=0,1mg$ και είναι αντίρροπη της T .

(γ) έχει μέτρο $T_{στ}=0,1mg$ και είναι ομόρροπη της T .

Απάντηση



$$T = \frac{w}{2} = \frac{mg}{2}$$

Απο την ισορροπία στον άξονα xx' :

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{στ} + mg \eta \mu \varphi - T = 0 \Rightarrow$$

$$T_{στ} = T - mg \eta \mu \varphi = 0,5 mg - 0,6 mg = -0,1 mg$$

Άρα η $T_{στ}$ έχει φορά ομόρροπη της T (-)

(13778) (τριβή - 2ος νόμος)

Το σώμα Σ , βάρους w , κινείται σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο. Στην οριζόντια διεύθυνση ασκούνται στο σώμα Σ δύο αντίρροπες δυνάμεις F_1, F_2 για τα μέτρα των

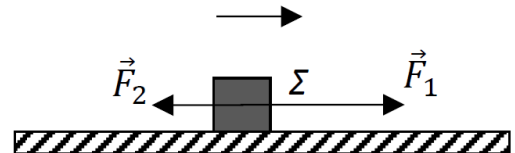
οποίων ισχύει $F_1=2F_2$ και η τριβή ολίσθησης υπό την

επίδραση των οποίων το σώμα Σ κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα με επιτάχυνση $a=1/5 g$ όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Αν η δύναμη F_1 είναι ίση κατά μέτρο με το βάρος w του σώματος ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου είναι ίσος με :

(α) $\mu=0,1$

(β) $\mu=0,2$

(γ) $\mu=0,3$



Απάντηση

$$F_1 = mg \quad \text{και} \quad F_1 = 2F_2 \quad \Rightarrow \quad F_2 = \frac{F_1}{2} = \frac{mg}{2}$$

στον κατακόρυφο άξονα ασκούνται το βάρος και η δύναμη από το δάπεδο N , άρα:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg$$

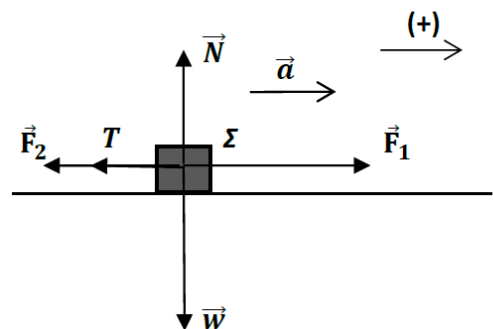
στον οριζόντιο άξονα

$$\Sigma F_x = ma \Rightarrow F_1 - F_2 - T = ma$$

και αντικαθιστώντας $N = mg$ και $a = \frac{g}{5}$

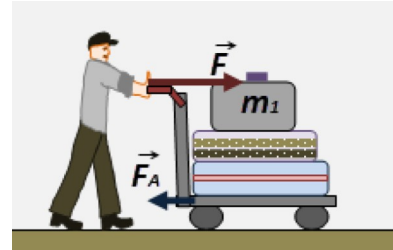
$$\Rightarrow mg - \frac{mg}{2} - \mu mg = \frac{mg}{5} \Rightarrow mg \left(\frac{1}{2} - \mu \right) = mg \frac{1}{5} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} - \mu = \frac{1}{5} \quad \Rightarrow \quad \mu = 0,3$$



43) (14209) (τριβή - 2ος νόμος)

Ένας άνθρωπος μεταφέρει τις αποσκευές του με ένα καρότσι μεταφοράς, σπρώχνοντας το έτσι, ώστε να κινείται ευθύγραμμα πάνω σε οριζόντιο δάπεδο όπως στην εικόνα. Η συνολική μάζα του καροτσιού και των αποσκευών είναι M ενώ αποσκευή που βρίσκεται πάνω από τις άλλες έχει μάζα m_1 και ισχύει $M=4,2m_1$. Ο άνθρωπος ασκεί σταθερή οριζόντια δύναμη και το καρότσι δέχεται στην κίνηση του σταθερή οριζόντια αντίσταση F_A για τα μέτρα των οποίων ισχύει η σχέση $F_A=0,3F$. Αν οι αποσκευές κινούνται έτσι ώστε καμιά να μην ολισθαίνει πάνω στην άλλη, τότε η τριβή T_1 την οποία δέχεται η αποσκευή μάζας m_1 η οποία βρίσκεται πάνω από όλες τις άλλες έχει μέτρο :



η
F

- (α) $T_1=F$ (β) $T_1=0,7F$ (γ) $T_1=1/6 F$

Απάντηση σωστό το (γ)

Απο το Θ.Ν. για τη συνολική μάζα M έχουμε:

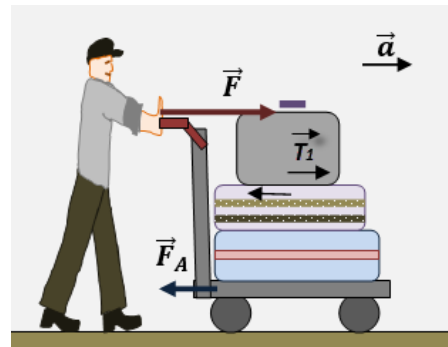
$$F - 0,3 F = Ma \Rightarrow 0,7 F = 4,2 m_1 a \quad (1)$$

Απο τον Θ.Ν. για το σώμα m_1 , αφού η μόνη δύναμη που το επιταχύνει, είναι η τριβή T_1 , έχουμε:

$$T_1 = m_1 a \quad (2)$$

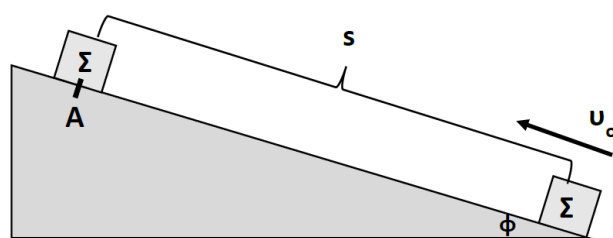
με αντικατάσταση της (2) στη (1):

$$0,7 F = 4,2 T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{0,7}{4,2} F = \frac{7}{42} F = \frac{7}{6 \cdot 7} F = \frac{F}{6}$$



44) (13468) (τριβή - κεκλιμένο - 2ος νόμος)

Το σώμα Σ του σχήματος εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα μέτρου u_0 από τη βάση κεκλιμένου επιπέδου, το οποίο δεν είναι λείο. Στη θέση Α αφού διανύσει διάστημα s επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, η ταχύτητα του μηδενίζεται στιγμιαία και στη συνέχεια επιστρέφει στο σημείο από το οποίο ξεκίνησε περνώντας από αυτό με ταχύτητα μέτρου u . Αν a_1 είναι το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος κατά την άνοδο του και a_2 το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος κατά τη κάθοδο, κινούμενο επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο :



- (α) $a_1 > a_2$ (β) $a_1 < a_2$ (γ) $a_1 = a_2$

Απάντηση

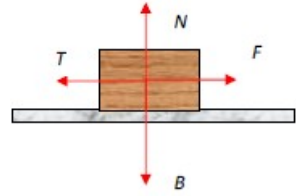
Κατα την άνοδο η τριβή είναι ομόρροπη της συνιστώσας w_x και έτσι η δύναμη που επιβραδύνει το σώμα είναι $F_{αν} = w_x + T$

Κατα την κάθοδο η τριβή έχει αντίθετη φορά από την συνιστώσα w_x και η δύναμη που επιταχύνει το σώμα είναι $F_{καθ} = w_x - T$

$$\text{είναι προφανώς } F_{αν} > F_{καθ} \Rightarrow ma_1 > ma_2 \Rightarrow a_1 > a_2$$

45) (12053) (τριβή - 1ος νόμος)

Ένα σώμα βάρους B κινείται με σταθερή ταχύτητα πάνω σε ένα οριζόντιο δάπεδο υπό την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης F όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αν N είναι το μέτρο της κάθετης αντίδρασης από το έδαφος και T το μέτρο της τριβής ολίσθησης, η σχέση των μέτρων των δυνάμεων είναι :



(α) $F > T, N = B$

(β) $F = T, N = B$

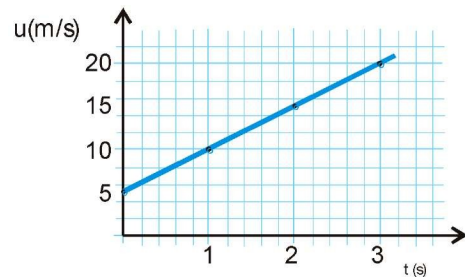
(γ) $F > T, N < B$

Απάντηση

Κινείται με σταθερή ταχύτητα άρα $\Sigma F = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = B \\ F = T \end{cases}$ σωστό το (β)

46) (8051) (τριβή)

Παιδικό αμαξάκι έχει μάζα $m = 1 \text{ Kg}$ και κινείται σε οριζόντιο δάπεδο. Στο αμαξάκι ασκείται τη χρονική στιγμή $t = 0$ οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 8 \text{ N}$. Η γραφική παράσταση της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με τον χρόνο δίνεται στο διπλανό σχήμα. Δυο μαθητές Α και Β συζητούν για τον τρόπο με τον οποίο μπορούν να υπολογίσουν την επιτάχυνση του. Ο μαθητής Α



σκέφτεται να υπολογίσει την επιτάχυνση από τη γραφική παράσταση ενώ ο Β από το λόγο $\frac{F}{m}$,

οπότε Το σωστό τρόπο υπολογισμού της επιτάχυνσης έχει σκεφθεί :

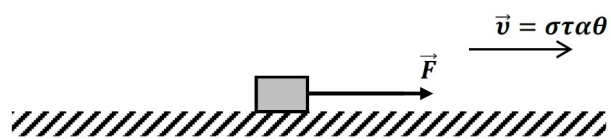
(α) ο μαθητής Α (γ) ο μαθητής Β (γ) και οι δυο

Απάντηση σωστό το (α)

Το σωστό τρόπο έχει σκεφτεί ο μαθητής Α, αφού ο μαθητής Β δε γνωρίζει αν εκτός από την δύναμη F , ασκείται και δύναμη τριβής, οπότε η συνισταμένη δύναμη θα είναι διαφορετική.

47) (7997) (τριβή - 2ος νόμος)

Σώμα κινείται πάνω σε μη λεία οριζόντια επιφάνεια. Αν το σώμα μετακινεί άνθρωπος ασκώντας σε αυτό οριζόντια δύναμη F , όπως στο σχήμα τότε :



(α) η ταχύτητα του σώματος είναι σταθερή όταν η δύναμη F είναι σταθερή και μεγαλύτερη της τριβής ολίσθησης.

(β) η ταχύτητα του σώματος είναι σταθερή όταν η συνισταμένη της δύναμης F και της τριβής ολίσθησης είναι μηδενική.

(γ) η επιτάχυνση του σώματος είναι σταθερή όταν η συνισταμένη της δύναμης F και της τριβής ολίσθησης είναι μηδενική.

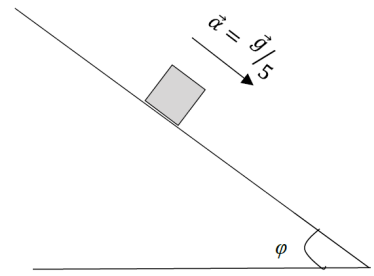
Απάντηση σωστό το (β)

Αφού έτσι θα ισχύει ο 1ος νόμος του Νεύτωνα.

48) (13785) (τριβή - 2ος νόμος)

Ένα κιβώτιο μάζας m κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $\frac{3g}{5}$ όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας, σε κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει γωνία φ (ημ $\varphi=0,6$, συν $\varphi=0,8$) με την οριζόντια διεύθυνση. Για τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και του κεκλιμένου επιπέδου μ ισχύει :

- (α) $\mu = \frac{3}{4}$ (β) $\mu = \frac{1}{2}$ (γ) $\mu = \frac{1}{3}$



Απάντηση σωστό το (β)

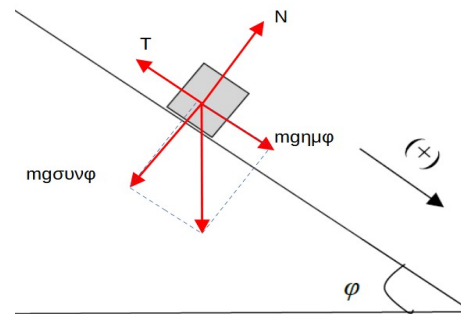
Αν xx' η παράλληλη και yy' η κάθετη στο κεκλιμένο διεύθυνση, και θετική η φορά της επιτάχυνσης,

$$\Sigma F = ma \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_y = 0 & (1) \\ \Sigma F_x = ma & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mg \sin \varphi = N \\ mg \cos \varphi - T = ma \end{cases} \Rightarrow$$

αντικαθιστώντας $T = \mu N$, $a = \frac{g}{5}$

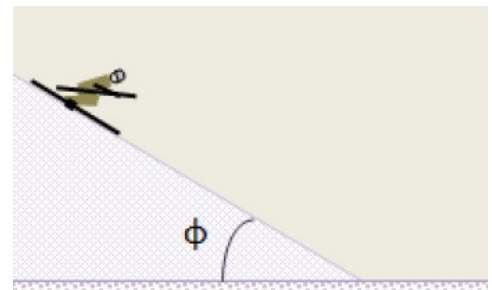
$$\begin{cases} mg \sin \varphi = N \\ mg \cos \varphi = \mu N + \frac{mg}{5} \end{cases} \Rightarrow mg \cos \varphi = \mu mg \sin \varphi + \frac{mg}{5}$$

$$\Rightarrow \eta \mu \varphi = \mu \sigma \nu \varphi + \frac{1}{5} \Rightarrow 0,6 = 0,8 \mu + 0,2 \Rightarrow \mu = \frac{1}{2}$$



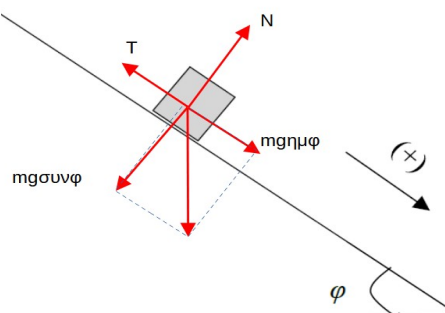
49) (13098, 13099) (τριβή - κεκλιμένο - 2ος νόμος)

Μία σκιέρ κατεβαίνει μια χιονισμένη πλαγιά η οποία αποτελεί κεκλιμένο επίπεδο με γωνία κλίσης φ ως προς το οριζόντιο επίπεδο για την οποία δίνονται ημ $\varphi=0,6$ και συν $\varphi=0,8$. Η σκιέρ εμφανίζει με τη χιονισμένη πλαγιά τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_1=0,25$. Στη βάση της πλαγιάς η σκιέρ συνεχίζει σε οριζόντιο χιονισμένο δάπεδο με διαφορετική κατάσταση χιονιού με το οποίο εμφανίζει τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης μ_2 . Αν το μέτρο της επιτάχυνσης της σκιέρ στη χιονισμένη πλαγιά είναι ίσο με το μέτρο της επιβράδυνσης της στο οριζόντιο χιονισμένο δάπεδο θα ισχύει :



- (α) $\mu_2=0,25$ (β) $\mu_2=0,4$

Απάντηση σωστό το β)



Στο πλάγιο επίπεδο με εφαρμογή του 2ου νόμου Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg \cos \varphi \quad (1)$$

$$\text{και } \Sigma F_x = ma \Rightarrow mg \sin \varphi - T = ma_1 \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας στην (2) την (1) και $T = \mu N$ προκύπτει:

$$mg \sin \varphi - \mu_1 mg \cos \varphi = ma_1 \Rightarrow a_1 = g \eta \mu \varphi - \mu_1 g \sigma \nu \varphi \quad (3)$$

Στο οριζόντιο δάπεδο η μόνη δύναμη που επιβραδύνει τη σκιέρ είναι η τριβή και

Στην κατακόρυφη διεύθυνση ισχύει:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg \quad \text{και έτσι η τριβή γίνεται} \quad T = \mu N = \mu mg$$

Ενώ στην οριζόντια με θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$\Sigma F_x = ma_2 \Rightarrow T = ma_2 \Rightarrow \mu_2 mg = ma_2 \Rightarrow \quad a_2 = \mu_2 g \quad (4)$$

$$(3) \text{ και } (4) \quad a_1 = a_2 \Rightarrow g \eta \mu \varphi - \mu_1 g \sigma \nu \nu \varphi = \mu_2 g \Rightarrow \quad \mu_2 = \eta \mu \varphi - \mu_1 \sigma \nu \nu \varphi$$

$$\text{και με αντικατάσταση των τιμών:} \quad \mu_2 = 0,6 - 0,25 \cdot 0,8 = 0,4$$

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΩΜΑΤΩΝ

50) (13774) (συστημα σωμάτων)

Στο διπλανό σχήμα απεικονίζονται δύο σώματα

Σ_1, Σ_2 με ίσες μάζες που κινούνται σε **λείο**

οριζόντιο δάπεδο. Τα σώματα συνδέονται με

οριζόντιο, αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στο σώμα Σ_2

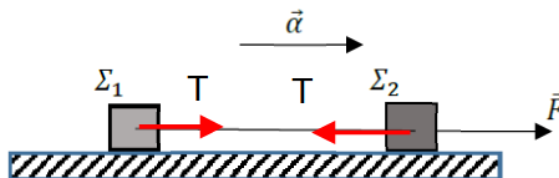
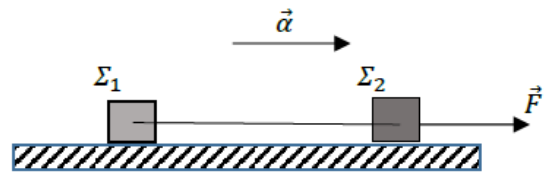
ασκείται συνεχώς σταθερή οριζόντια δύναμη F με αποτέλεσμα το σύστημα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση a . Η σχέση που συνδέει τα μέτρα της δύναμης F και της τάσης που ασκεί το νήμα στο Σ_1, T_1 είναι :

$$(a) \quad F = 2T_1$$

$$(b) \quad F = 1,5T_1$$

$$(g) \quad F = T_1$$

Απάντηση σωστό το (α)



Η τάση του νήματος είναι ίδια στα δύο άκρα του έτσι $T_1 = T_2 = T$

$$\left. \begin{array}{l} \Sigma F_1 = ma \\ \Sigma F_2 = ma \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} T = ma \\ F - T = ma \end{array} \right\} \Rightarrow F - T = T \Rightarrow F = 2T$$

51) (13776) σωστό το (γ)

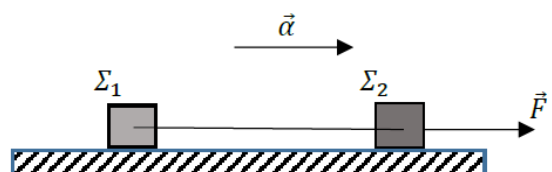
Στο διπλανό σχήμα απεικονίζονται δύο σώματα $\Sigma_1,$

Σ_2 με μάζες m_1, m_2 αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει

$m_1 = 3m_2$. Τα σώματα κινούνται σε **λείο** οριζόντιο

δάπεδο. Τα σώματα συνδέονται με οριζόντιο, αβαρές

και μη εκτατό νήμα. Στο σώμα Σ_2 ασκείται συνεχώς



σταθερή οριζόντια δύναμη F με αποτέλεσμα το σύστημα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση a . Η σχέση που συνδέει τα μέτρα της δύναμης F και της τάσης που ασκεί το νήμα στο Σ_1 , T_1 είναι :

(α) $F = 3T_1$ (β) $F = 2T_1$ (γ) $F = \frac{4}{3}T_1$

Απάντηση

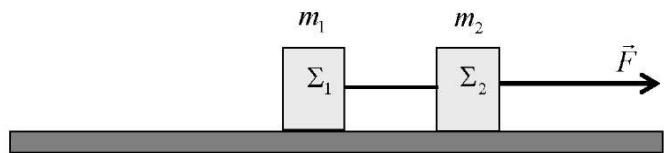
Θέτουμε $m_2 = m$, $m_1 = 3m$ και αφού το νήμα είναι αβαρές $T_1 = T_2 = T$

$$\left. \begin{array}{l} \Sigma F_1 = 3ma \\ \Sigma F_2 = ma \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} T = 3ma \\ F - T = ma \end{array} \right\} \Rightarrow T = 3(F - T) \Rightarrow T = 3F - 3T \Rightarrow 4T = 3F$$

$$\Rightarrow F = \frac{4}{3}T$$

52) **(8010) (σύστημα σωμάτων)**

Τα κιβώτια Σ_1 , Σ_2 του διπλανού σχήματος, έχουν μάζες m_1 , m_2 αντίστοιχα, με $m_2 = m_1$ και είναι δεμένα με αβαρές και μη εκτατό νήμα. Τα κιβώτια σύρονται πάνω



σε **λείο** οριζόντιο δάπεδο με την επίδραση οριζόντιας σταθερής δύναμης F και μετακινούνται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση a , ενώ το αβαρές και μη εκτατό νήμα που τα συνδέει παραμένει συνεχώς τεντωμένο. Αν T είναι το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα σε κάθε κιβώτιο, τότε το μέτρο της δύναμης F είναι :

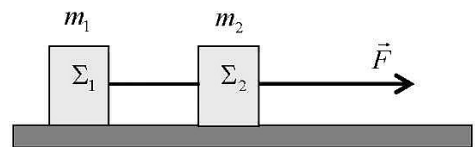
(α) $F = T$ (β) $F = 2T$ (γ) $F = 3T$

Απάντηση σωστό το (β)

Ιδια με 50) (13774)

53) **(8022) (2ος νόμος - σύστημα σωμάτων)**

Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με ίσες μάζες ($m_1 = m_2$), βρίσκονται πάνω σε **λείο** οριζόντιο δάπεδο δεμένα στα άκρα αβαρούς και μη εκτατού νήματος. Στο σώμα Σ_2 ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F , όπως φαίνεται στο σχήμα και το σύστημα των δυο σωμάτων κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση μέτρου a ενώ το νήμα παραμένει συνεχώς



τεντωμένο και οριζόντιο. Το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα σε κάθε σώμα ισούται με :

(α) F (β) $\frac{1}{2}F$ (γ) $3F$

Απάντηση σωστό το (β)

Ιδιο με 50) (13774)

54) **(7996) (τριβή - 3ος νόμος)**

Ο κύβος K βρίσκεται πάνω σε μια σανίδα, η οποία κινείται οριζόντια με επιτάχυνση ίση με a , με την



επίδραση οριζόντιας δύναμης μέτρου F , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ο κύβος K κινείται μαζί με την σανίδα χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε αυτήν.

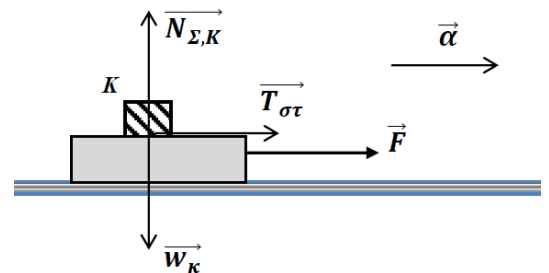
(α) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο.

(β) Η δύναμη από αυτές που ασκούνται στον κύβο (αιτιολογώντας) που τον αναγκάζει να κινείται μαζί με τη σανίδα είναι:

(α) η F (β) το βάρος (γ) η στατική τριβή [4+(4+5)]

Απάντηση

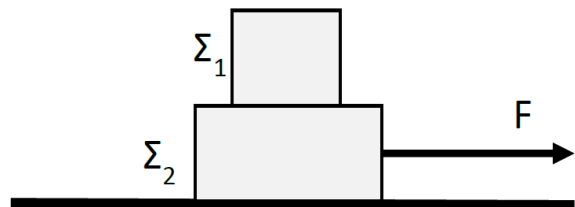
Η δύναμη που επιταχύνει τον κύβο είναι σύμφωνα με τον 2ο νόμο η συνισταμένη δύναμη που δέχεται. Αυτή είναι η στατική τριβή, είναι η μονη δύναμη στην οριζόντια διεύθυνση.



55) **(13464) (2ος - 3ος νόμος - στατική τριβή)**

Τα κιβώτια Σ_1, Σ_2 του σχήματος έχουν μάζες $m_1=3\text{ kg}$ και $m_2=5\text{ kg}$ αντίστοιχα.

Ένας μαθητής τραβά απότομα το κιβώτιο Σ_2 ασκώντας σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=80\text{ N}$. Το δάπεδο επάνω στο οποίο κινείται το



κιβώτιο Σ_2 είναι ακλόνητο και λείο. Τα κιβώτια Σ_1 και Σ_2 κινούνται μαζί ως ένα σώμα. Το κιβώτιο Σ_1 δέχεται κατά την διεύθυνση της επιφάνειας επαφής του με το κιβώτιο Σ_2 :

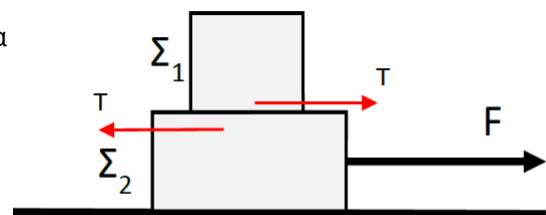
(α) οριζόντια δύναμη (στατικής) τριβής μέτρου $T=30\text{ N}$ με φορά προς τα δεξιά.

(β) οριζόντια δύναμη (στατικής) τριβής μέτρου $T=30\text{ N}$ με φορά προς τα αριστερά.

(γ) μηδενική δύναμη.

Απάντηση

Σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Νεύτωνα η συνισταμένη δύναμη έχει ίδια φορά με την επιτάχυνση, άρα προς τα δεξιά.



2ος νόμος για το σύστημα

$$F = (m_1 + m_2) a \Rightarrow 80 = 8 a \Rightarrow a = 10 \text{ m/s}^2$$

2ος νόμος στο Σ_1 :

$$T = m_1 a \Rightarrow T = 3 \cdot 10 \Rightarrow T = 30 \text{ N}$$

ΔΥΝΑΜΟΜΕΤΡΑ

Για τις ασκήσεις με δυναμόμετρα, οι μαθητές πρέπει να αξιοποιήσουν τις γνώσεις και δεξιότητες που απέκτησαν κατά την διάρκεια της εργασίας τους στο εργαστήριο μαζί με τις θεωρητικές γνώσεις από τη διδασκαλία. Σε καμία όμως περίπτωση δεν πρέπει τα θέματα που σχετίζονται με εργαστηριακά όργανα να αντιμετωπίζονται ως ασκήσεις και προβλήματα με την τυπική έννοια.

Έτσι, για τα παρακάτω θέματα, η βασική γνώση των μαθητών για τα δυναμόμετρα είναι ότι: η ένδειξη ενός δυναμομέτρου ισούται με το βάρος του σώματος που αναρτούμε σε αυτό. Η παραπάνω παραδοχή δεν χρειάζεται καμία δικαιολόγηση, αφού αυτή είναι η χρήση των δυναμομέτρων στο εργαστήριο.

56) (12004)

Το βάρος του σώματος με τη βοήθεια του δυναμομέτρου Α βρέθηκε ίσο με 50N (σχήμα 1). Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας δύο δυναμόμετρα (το Α και ένα ίδιο δυναμόμετρο Β) κρεμάμε το σώμα όπως στο σχήμα 2. Οι τιμές των δυναμομέτρων Α και Β είναι :

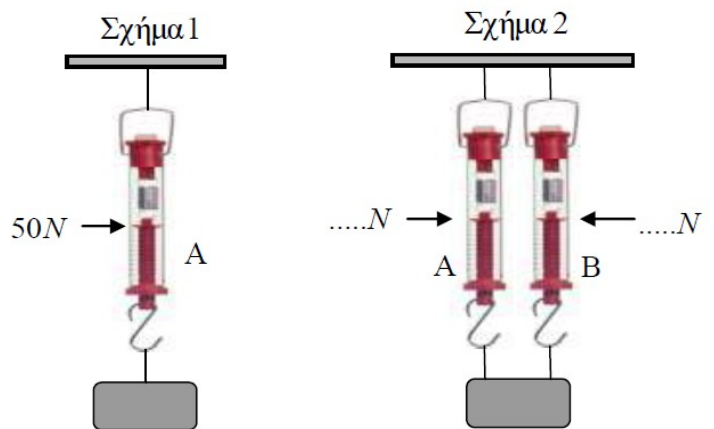
(α) $F_A=50N, F_B=100N$ (β) $F_A=50N, F_B=50N$

(γ) $F_A=25N, F_B=25N$

Θεωρείστε αμελητέα τα βάρη των νημάτων και των δυναμομέτρων

Απάντηση

Η δύναμη των δύο δυναμομέτρων είναι ίσες, αφού τα δυναμόμετρα είναι ίδια και ισορροπούν το βάρος των 50N, άρα είναι από 25N η κάθε μία.



57) (13543)

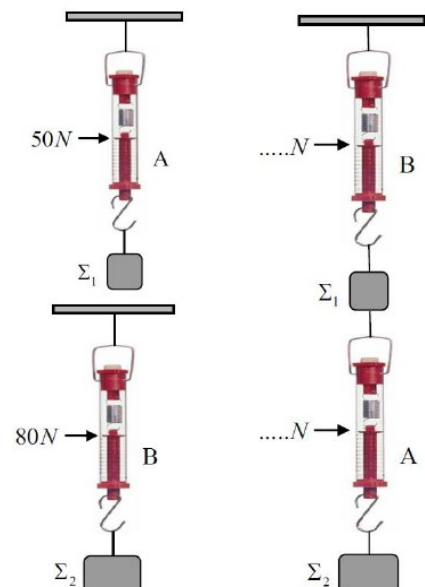
Τα βάρη των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 μετρήθηκαν με τη βοήθεια των δυναμομέτρων Α και Β και βρέθηκαν ίσα με 50N και 80N αντίστοιχα. Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τα δύο δυναμόμετρα Α και Β κρεμάμε τα σώματα όπως δείχνει το τρίτο σχήμα. Αν τα βάρη των δυναμομέτρων και των νημάτων είναι αμελητέα, τότε οι ενδείξεις των δυναμομέτρων Α και Β θα είναι :

(α) δυναμόμετρο Α : 80N, δυναμόμετρο Β : 130N

(β) δυναμόμετρο Α : 50N, δυναμόμετρο Β : 80N

(γ) δυναμόμετρο Α : 50 N, δυναμόμετρο Β : 130N

Απάντηση σωστό το (α)



Στο δυναμόμετρο B είναι αναρτημένα τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με συνολικό βάρος 130N, άρα αυτή θα είναι η ένδειξή του.

Στο δυναμόμετρο A είναι αναρτημένο μόνο το σώμα Σ_2 βάρους 80N, άρα αυτή θα είναι η ένδειξή του.

58) (13544) σωστό το (β)

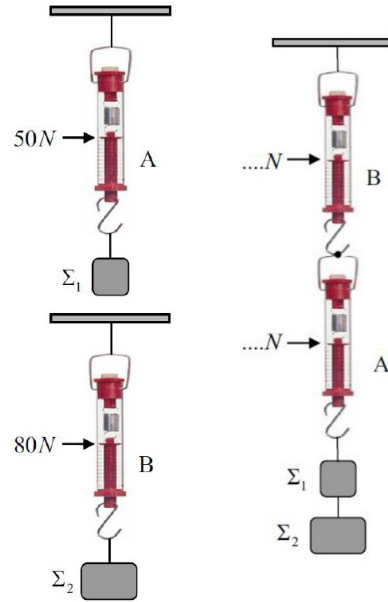
Τα βάρη των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 μετρήθηκαν με τη βοήθεια των δυναμόμετρων A και B και βρέθηκαν ίσα με 50 N και 80 N αντίστοιχα. Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τα δύο δυναμόμετρα A και B κρεμάμε τα σώματα όπως δείχνει το τρίτο σχήμα. Αν τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα, τότε οι ενδείξεις των δυναμόμετρων A και B θα είναι :

- (α) δυναμόμετρο A : 80N, δυναμόμετρο B : 130N
- (β) δυναμόμετρο A : 130N, δυναμόμετρο B : 130N
- (γ) δυναμόμετρο A : 50N, δυναμόμετρο B : 130N

Απάντηση

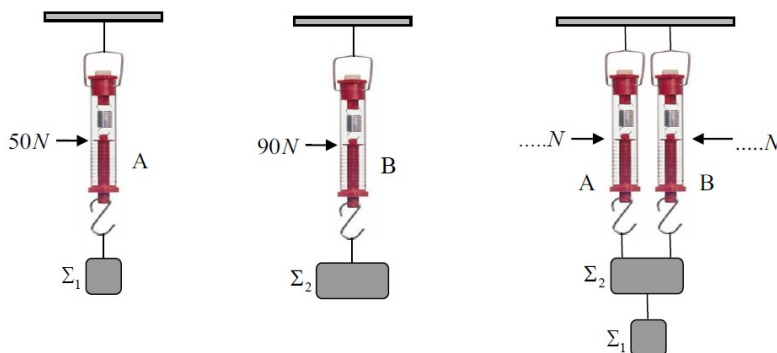
Στο δυναμόμετρο A είναι αναρτημένα τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με συνολικό βάρος 130N, άρα αυτή θα είναι η ένδειξή του.

Στο δυναμόμετρο B είναι αναρτημένα τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 μαζί με το δυναμόμετρο A που είναι αβαρές, άρα συνολικό βάρος 130N, και αυτή θα είναι η ένδειξή του.



59) (13545)

Τα βάρη των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 μετρήθηκαν με τη βοήθεια των δυναμόμετρων A και B και βρέθηκαν ίσα με 50N και 90N αντίστοιχα. Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τα δύο δυναμόμετρα A και B κρεμάμε τα σώματα όπως δείχνει το τρίτο σχήμα.



Αν τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα, τότε οι ενδείξεις των δυναμόμετρων A και B θα είναι :

- (α) Δυναμόμετρο A: 50 N, Δυναμόμετρο B: 90 N
- (β) Δυναμόμετρο A: 70 N, Δυναμόμετρο B: 70 N
- (γ) Δυναμόμετρο A: 90 N, Δυναμόμετρο B: 50 N

Απάντηση σωστό το (β)

Η δυνάμεις των δύο δυναμομέτρων είναι ίσες, αφού τα δυναμόμετρα είναι ίδια και ισορροπούν το βάρος συνολικό βάρος των δύο σωμάτων που είναι 140 N, άρα η κάθε μια θα είναι 70N.

60) **(8003) (3ος νόμος - ισορροπία)**

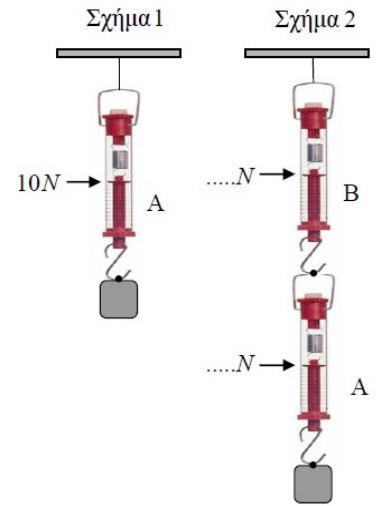
Το βάρος ενός σώματος μετρήθηκε με τη βοήθεια του δυναμόμετρου A και βρέθηκε ίσο με 10N (σχήμα 1). Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας δύο ίδια δυναμόμετρα (το A και το B) κρεμάμε το σώμα όπως φαίνεται στο σχήμα 2. Θεωρώντας τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων αμελητέα τότε για τις ενδείξεις των δυναμόμετρων A και B θα ισχύει :

- (α) Δυναμόμετρο A : 5N Δυναμόμετρο B : 10N
- (β) Δυναμόμετρο A : 5N Δυναμόμετρο B : 5N
- (γ) Δυναμόμετρο A : 10N Δυναμόμετρο B : 10N

Απάντηση το (γ)

Στο δυναμόμετρο A είναι αναρτημένο το σώμα βάρους 10N, άρα αυτή θα είναι η ένδειξή του.

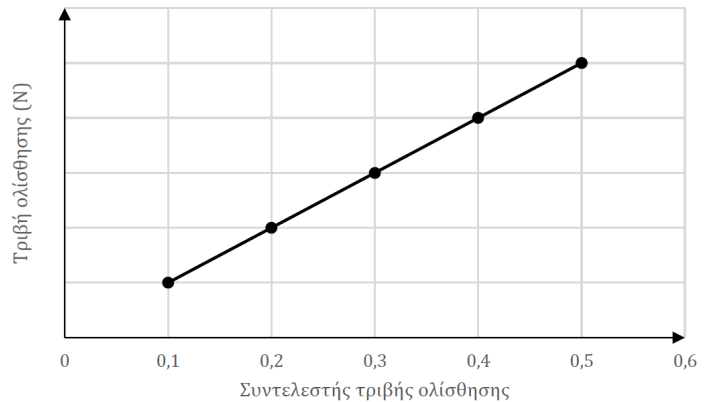
Στο δυναμόμετρο B είναι αναρτημένο το σώμα βάρους 10N μαζί με το δυναμόμετρο A που είναι αβαρές, άρα συνολικό βάρος 10N, και αυτή θα είναι η ένδειξή του.



ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΑ

61) (51617) (τριβή)

Σημειακό αντικείμενο μάζας m εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα u_0 σε οριζόντιο και ακλόνητο δάπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης που παρουσιάζει το σημειακό αντικείμενο με το οριζόντιο δάπεδο μπορεί να μεταβάλλεται στο διάστημα $(0,1 - 0,5)$ οπότε μεταβάλλεται και το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το σημειακό αντικείμενο όπως φαίνεται στο διάγραμμα. Ο συντελεστής διεύθυνσης του ευθύγραμμου τμήματος του γραφήματος είναι 10 N . Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10\text{m/s}^2$ τότε η μάζα του σώματος είναι :



(α) $m=1\text{kg}$

(β) $m=2\text{kg}$

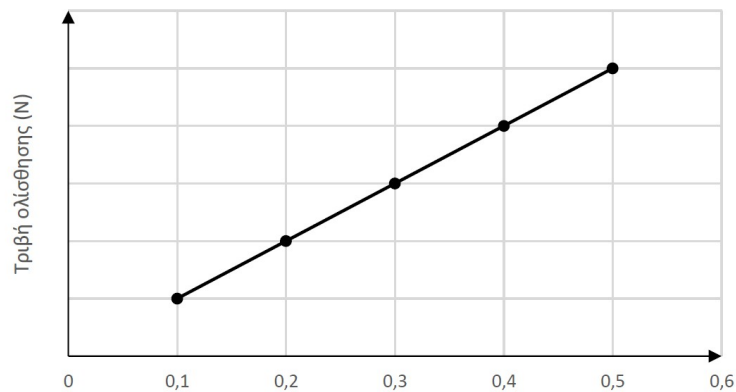
(γ) $m=0,5\text{kg}$

Απάντηση

$T = \mu N \Rightarrow T = \mu mg$ και συντελεστής διεύθυνσης είναι το γινόμενο mg
άρα $mg = 10 \Rightarrow 10m = 10 \Rightarrow m = 1 \text{ Kg}$

62) (13618) (τριβή)

Σημειακό αντικείμενο έχει μάζα m που να μπορεί να μεταβάλλεται στο διάστημα $(0,1\text{kg} - 0,5\text{kg})$ και εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα u_0 σε οριζόντιο και ακλόνητο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ}$. Επειδή η μάζα του σώματος μπορεί να μεταβάλλεται αλλά και το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται όπως φαίνεται στο διάγραμμα. Ο συντελεστής διεύθυνσης του ευθύγραμμου τμήματος του γραφήματος είναι 10N/kg . Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10\text{m/s}^2$ τότε ο συντελεστής τριβής ολίσθησης σώματος - δαπέδου είναι :



(α) $\mu_{ολ}=1$

(β) $\mu_{ολ}=2$

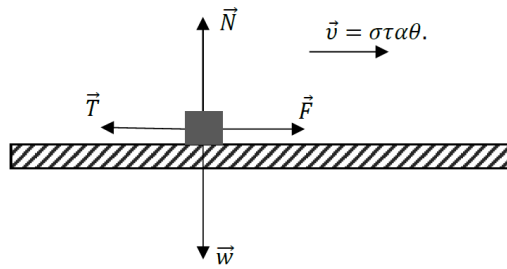
(γ) $\mu_{ολ}=0,5$

Απάντηση σωστό το (α)

$T = \mu N \Rightarrow T = \mu mg \Rightarrow T = \mu g \cdot m$ και συντελεστής διεύθυνσης είναι το γινόμενο μg
άρα $\mu g = 10 \Rightarrow 10\mu = 10 \Rightarrow \mu = 1$

63) (13785)

Για τις ανάγκες μιας εργαστηριακής άσκησης χρησιμοποιείται η πειραματική διάταξη του σχήματος.

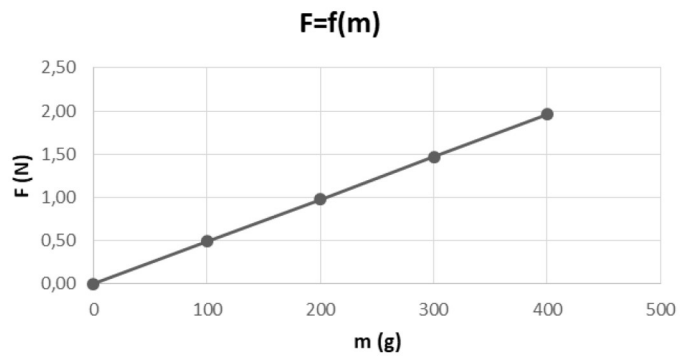


Πειραματική διάταξη

Το ομογενές σώμα Σ τίθεται επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας δεχόμενο κάθε φορά κατάλληλη σταθερή οριζόντια δύναμη F ώστε να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή

| m(g) | F(N) |
|------|------|
| 100 | 0,49 |
| 200 | 0,98 |
| 300 | 1,47 |
| 400 | 1,96 |

Πίνακας Τιμών



κίνηση. Σε κάθε δοκιμή προστίθενται στο σώμα Σ βαρίδια με αποτέλεσμα η μάζα του μεταβάλλεται. Πριν από κάθε δοκιμή το σώμα Σ ζυγίζεται και στη συνέχεια μετριέται με κατάλληλο αισθητήρα δύναμης, η σταθερή δύναμη F που εξασφαλίζει την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων απεικονίζονται στον πίνακα τιμών με βάση τις οποίες κατασκευάστηκε η γραφική παράσταση της δύναμης F ως συνάρτηση της μάζας του σώματος Σ.

Αν σε όλες τις δοκιμές ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Σ και του πάγκου εργασίας είναι $\mu=0,5$ η πειραματική τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι ίση με :

(α) $g=9,8m/s^2$

(β) $g=9,6m/s^2$

(γ) $g=9,5m/s^2$

Απάντηση

$$v = \text{σταθ.} \Rightarrow \Sigma F = 0 \Rightarrow F - T = 0 \Rightarrow F = T \Rightarrow F = \mu mg \Rightarrow F = (\mu g) \cdot m$$

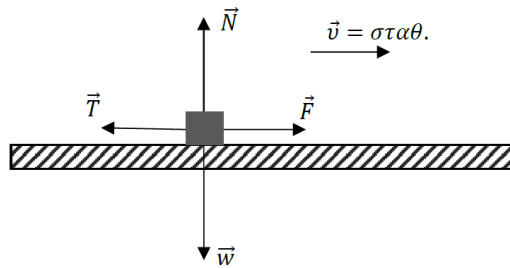
Όπως φαίνεται η συνάρτηση $F = f(m)$ έχει συντελεστή διεύθυνσης μg

Απο το σχήμα ο συντελεστής διεύθυνσης είναι $\frac{F}{m} = \frac{1,96}{0,4} = 4,9$

οπότε $\mu g = 4,9 \Rightarrow g = \frac{4,9}{\mu} = \frac{4,9}{0,5} \Rightarrow g = 9,8m/s^2$

64) (13790)

Για τις ανάγκες μιας εργαστηριακής άσκησης χρησιμοποιείται η πειραματική διάταξη του σχήματος.



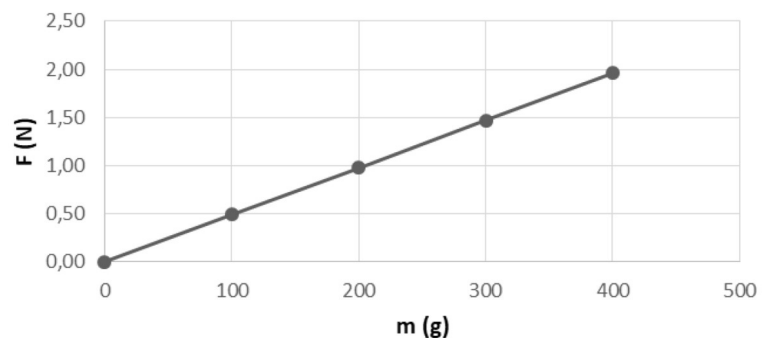
Πειραματική διάταξη

Το ομογενές σώμα Σ τίθεται επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας δεχόμενο κάθε φορά κατάλληλη σταθερή οριζόντια δύναμη F ώστε να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Σε κάθε δοκιμή προστίθενται στο σώμα Σ βαρίδια, με αποτέλεσμα η μάζα του να μεταβάλλεται. Πριν από κάθε δοκιμή το σώμα Σ ζυγίζεται και στη συνέχεια μετριέται με κατάλληλο αισθητήρα δύναμης, η σταθερή δύναμη F που εξασφαλίζει την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων απεικονίζονται στον παρακάτω πίνακα τιμών, με βάση τις οποίες,

F=f(m)

| m(g) | F(N) |
|------|------|
| 100 | 0,49 |
| 200 | 0,98 |
| 300 | 1,47 |
| 400 | 1,96 |

Πίνακας Τιμών



κατασκευάστηκε η γραφική

παράσταση της δύναμης F ως συνάρτηση της μάζας του σώματος Σ.

Αν η τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι $g=9,8\text{m/s}^2$ και σε όλες τις δοκιμές ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Σ και του πάγκου εργασίας είναι ίδιος, η τιμή του είναι ίση με :

(α) $\mu=0,5$ β) $\mu=0,05$ γ) δεν επαρκούν τα δεδομένα για να τον υπολογίζουμε.

Απάντηση

$$v = \text{σταθ.} \Rightarrow \Sigma F = 0 \Rightarrow F - T = 0 \Rightarrow F = T \Rightarrow F = \mu mg \Rightarrow F = (\mu g) \cdot m$$

Όπως φαίνεται η συνάρτηση $F = f(m)$ έχει συντελεστή διεύθυνσης μg

Απο το σχήμα ο συντελεστής διεύθυνσης είναι $\frac{F}{m} = \frac{2}{0,4} = 5$

$$\text{οπότε } \mu g = 4,9 \Rightarrow \mu = \frac{4,9}{g} = \frac{4,9}{10} \Rightarrow \mu = 0,5 \text{ m/s}^2$$