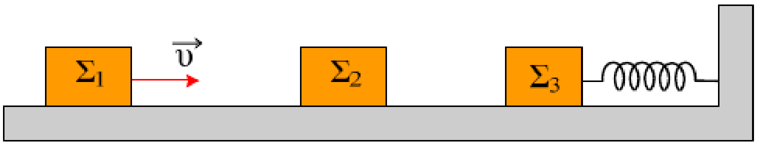
ΚΡΟΥΣΕΙΣ

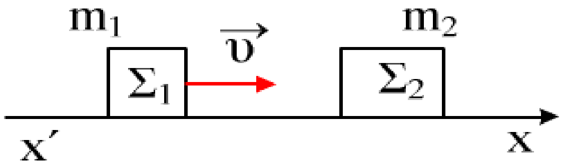
Σε λείο οριζόντιο επίπεδο τα τρία σώματα του σχήματος $Σ_1$, $Σ_2$, $Σ_3$, βρίσκονται στην ίδια ευθεία που συμπίπτει με τον άξονα του ελατηρίου.
Το σώμα $Σ_1$ κινούμενο με ταχύτητα μέτρου υ1=6m/s συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=5 kg. Μετά την κρούση, το σώμα $Σ_2$ έχει ταχύτητα μέτρου $υ_2$=2m/s και



συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το ακίνητο σώμα Σ3 μάζας m3=15 kg. Το σώμα Σ3 είναι στερεωμένο στην άκρη του ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=320N/m, του οποίου η άλλη άκρη είναι ακλόνητη.
Να βρείτε:
α) τη μάζα m_1 του σώματος $Σ_1$
β) τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου
γ) την απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση
δ) το μέτρο της μέγιστης δύναμης που δέχεται το συσσωμάτωμα από το ελατήριο.

Εξετάσεις 1999

Σώμα Σ_1 με μάζα m_1=1kg και ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και κατά μήκος του άξονα x΄x χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Το σώμα Σ_1 συγκρούεται με σώμα Σ_2 μάζας m_2=3kg που αρχικά είναι ακίνητο. Η κρούση οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων.



α. Να δικαιολογήσετε γιατί το συσσωμάτωμα που προκύπτει από τη συγκόλληση θα συνεχίσει να κινείται κατά μήκος του άξονα x΄x.

β. Να εξηγήσετε γιατί η θερμοκρασία του συσσωματώματος θα είναι μεγαλύτερη από την αρχική κοινή θερμοκρασία των δύο σωμάτων.

γ. Να υπολογίσετε το λόγο K_2/K_1 όπου K_2 η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος και K_1 η κινητική ενέργεια του σώματος Σ_1 πριν την κρούση.

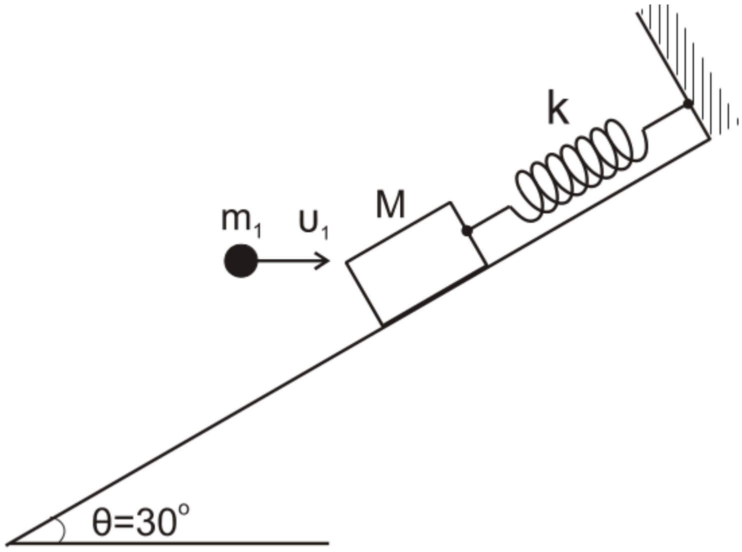
δ. Να δικαιολογήσετε αν ο λόγος K_2/K_1 μεταβάλλεται ή όχι στην περίπτωση που το σώμα μάζας m_1 κινείτο με ταχύτητα διπλάσια της υ_1.

Επ. Εσπερ. 2004

(epan 2012) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα μάζας m1 =m=1kg, κινούμενη με ταχύτητα υ= 4/3 m/s, συγκρούεται ελαστικά αλλά όχι κεντρικά με δεύτερη όμοια σφαίρα μάζας m2 =m, που είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες έχουν ταχύτητες μέτρων υ_1 και $\upsilon_2=\dfrac{\upsilon_1}{\sqrt{3}}$, αντίστοιχα.

Δ1. Να βρείτε τη γωνία φ που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας υ2 με το διάνυσμα της ταχύτητας υ1 .

Δ2. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων υ 1 και υ 2 .

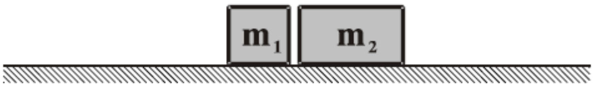


Σώμα μάζας M=3m ισορροπεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς k=100 N/m, που βρίσκεται κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας θ =30^o , όπως στο σχήμα. Η σφαίρα, μάζας m 1 , κινούμενη οριζόντια με την ταχύτητα υ1 , σφηνώνεται στο σώμα M.

Δ3. Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων (M,m 1) κατά την κρούση.

Δ4. Δεδομένου ότι το συσσωμάτωμα (M,m 1) μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, να βρείτε το πλάτος A της ταλάντωσης αυτής.

Σώμα μάζας m_1 κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $υ_1$=15m/s κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.



Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας m_1 κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου $υ_1^{'}=9\,m/s$.

α. Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών m_1/m_2.

β. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.

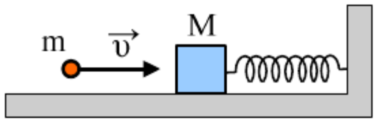
γ. Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας m_2 λόγω της κρούσης.

δ. Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι μ=0,1. Δίνεται $g=10m/s^2$

ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Ακίνητο σώμα μάζας $M=9\cdot10^{-2}$ kg βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς K=1000N/m. Η άλλη άκρη του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένη, όπως φαίνεται στο σχήμα. Βλήμα μάζας m=1·10-2 kg που κινείται κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα υ, συγκρούεται με το ακίνητο σώμα μάζας M και σφηνώνεται σ' αυτό.Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A=0,1m.



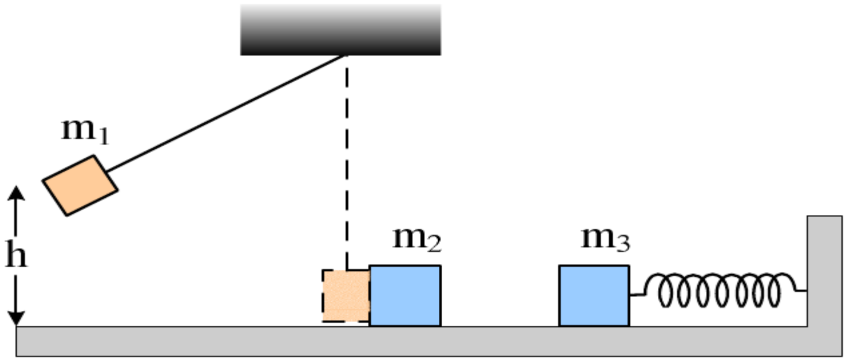
Α. Να υπολογίσετε:

α. την περίοδο T της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

β. την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση.

γ. την ταχύτητα υ, με την οποία το βλήμα προσκρούει στο σώμα μάζας M.

Β. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης της ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο.



Σώμα μάζας m1 = 0,1 kg που είναι προσδεμένο στο άκρο τεντωμένου νήματος αφήνεται ελεύθερο από ύψος h, όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το νήμα βρίσκεται στην κατακόρυφη θέση, το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου U1 = 2 m/sec και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m2, όπου m2 = m1 .

Το σώμα μάζας m2, μετά την σύγκρουση, κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σώμα μάζας m3 = 0,7 kg. Το σώμα μάζας m3 είναι προσδεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 20 N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Τη στιγμή της σύγκρουσης, το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και ο άξονάς του συμπίπτει με τη διεύθυνση της κίνησης του σώματος μάζας m2. Να θεωρήσετε αμελητέα τη χρονική διάρκεια των κρούσεων και τη μάζα του νήματος. Να υπολογίσετε:

α. το ύψος h από το οποίο αφέθηκε ελεύθερο το σώμα μάζας m1 .

β. το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m2, με την οποία προσκρούει στο σώμα μάζας m3

γ. το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα που προέκυψε από την πλαστική κρούση.

δ. το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος μετά από χρόνο από τη χρονική στιγμή που αυτό άρχισε να κινείται. Δίνονται: $g = 10\ ms^{-2}$, Σώμα μάζας m_1=3Kg είναι στερεωμένο στην άκρη οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=400N/m, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο T και πλάτος A=0,4m. Τη χρονική στιγμή t0=0 το σώμα βρίσκεται στη θέση της μέγιστης θετικής απομάκρυνσης. Τη χρονική στιγμή t=T/6, ένα σώμα μάζας m_2=1Kg που κινείται στην ίδια κατεύθυνση με το σώμα μάζας m1 και έχει ταχύτητα μέτρου U_2=8 m/s συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με αυτό.

Να υπολογίσετε :

α. την αρχική φάση της ταλάντωσης του σώματος μάζας m_1

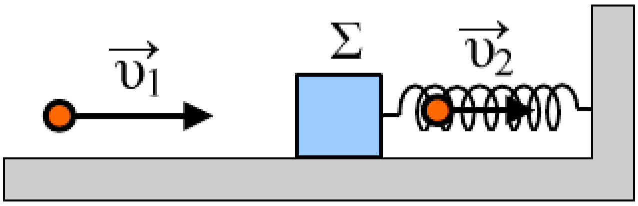
β. τη θέση στην οποία βρίσκεται το σώμα μάζας m_1 τη στιγμή της σύγκρουσης

γ. την περίοδο ταλάντωσης του συσσωματώματος

δ. την ενέργεια της ταλάντωσης μετά την κρούση.

Δίνονται : ημ=, συν=

Σώμα Σ μάζας M = 0,1 kg είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζοντίου ελατηρίου και ηρεμεί. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι σταθερά συνδεδεμένο με κατακόρυφο τοίχο. Μεταξύ σώματος και οριζοντίου δαπέδου δεν εμφανίζονται τριβές. Βλήμα μάζας m = 0,001 kg κινούμενο κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα υ1 = 200 m/s διαπερνά ακαριαία το σώμα Σ και κατά την έξοδό του η ταχύτητά του γίνεται υ2 = υ1/2 . Να βρεθούν:



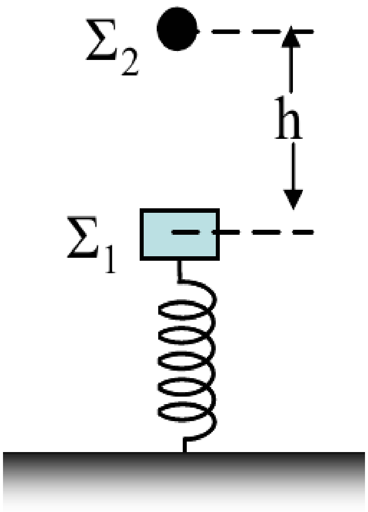
α. Η ταχύτητα v με την οποία θα κινηθεί το σώμα Σ αμέσως μετά την έξοδο του βλήματος.

β. Η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου.

γ. Η περίοδος με την οποία ταλαντώνεται το σώμα Σ.

δ. Η ελάττωση της μηχανικής ενέργειας κατά την παραπάνω κρούση.

Δίνεται η σταθερά του ελατηρίου k = 1000 N/m.



Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς K= 100 N/m έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο επάνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 με μάζα M = 4 kg που ισορροπεί. Δεύτερο σώμα Σ_2 με μάζα m = 1 kg βρίσκεται πάνω από το πρώτο σώμα Σ1 σε άγνωστο ύψος h, όπως φαίνεται στο σχήμα. Μετακινούμε το σώμα Σ_1 προς τα κάτω κατά $d=\pi/20$ cm και το αφήνουμε ελεύθερο, ενώ την ίδια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο και το δεύτερο σώμα Σ_2.

α. Να υπολογίσετε την τιμή του ύψους h ώστε τα δύο σώματα να συναντηθούν στη θέση ισορροπίας του σώματος Σ1.

β. Αν η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση ακινητοποιείται στιγμιαία.

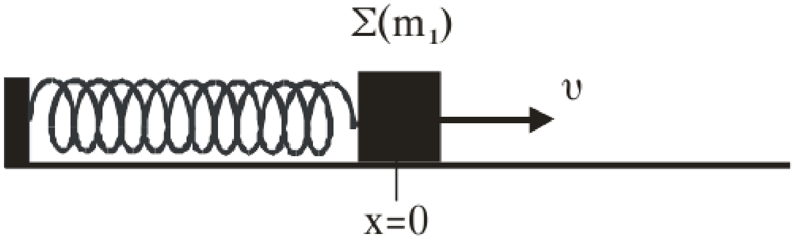
γ. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο συσσωμάτωμα.

Δίνεται $g= 10\ m/s^2$. Να θεωρήσετε ότι $\pi^2 =10$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10 - ΤΟ Δ ΘΕΜΑ ΤΩΝ ΠΑΝΕΛΑΔΙΚΩΝ

Ένα σώμα Σ μάζας m1 είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς Κ. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα ελατήριο-μάζα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο και τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα Σ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο κατά τη θετική φορά. Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος Σ δίνεται από τη σχέση x = 0,1ημ10t (SI). Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι Ε = 6 J. Τη χρονική στιγμή t= $\frac{\pi}{10}$ s στο σώμα Σ σφηνώνεται βλήμα μάζας m2= m1/2 κινούμενο με ταχύτητα υ2 κατά την αρνητική φορά. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση εκτελεί νέα απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α΄=0,1 m

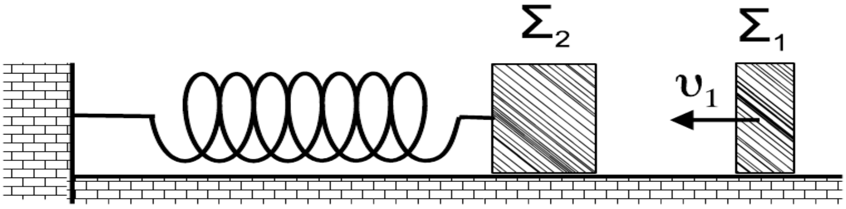


α. Να υπολογίσετε τη σταθερά Κ του ελατηρίου (

β. Να υπολογίσετε την ολική ενέργεια Ε΄ (

γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα υ2 του βλήματος πριν από την κρούση.

Το σώμα Σ1 του σχήματος εχει μάζα 1Kg, κινείται με ταχύτητα υ1=8m/s σε λείο και οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ2, μάζας 3Kg. Το Σ2 είναι δεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς 300N/m, που βρίσκεται στο φυσικό μήκος του.



Να υπολογίσετε:

Δ1. τις ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση.

Δ2. την περίοδο της ταλάντωσης του σώματος Σ2.

Δ3. την ενέργεια με την οποία ταλαντώνεται το σώμα Σ2.

Δ4. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων όταν το Σ2 επιστρέφει για πρώτη φορά στο σημείο της κρούσης.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 12 - ΤΟ Δ ΘΕΜΑ ΤΩΝ ΠΑΝΕΛΑΔΙΚΩΝ

Σώμα Σ1 μάζας m1 = 7kg ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k= 100, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Από ύψος h=3,2m πάνω από το Σ1 στην ίδια κατακόρυφο με τον άξονα του ελατηρίου αφήνεται ελεύθερο σώμα Σ2 μάζας m2 = 1kg, το οποίο συγκρούεται με το Σ1 κεντρικά και πλαστικά.

Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της ταχύτητας υ2 του Σ2 οριακά πριν αυτό συγκρουστεί με το Σ1.

β. το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

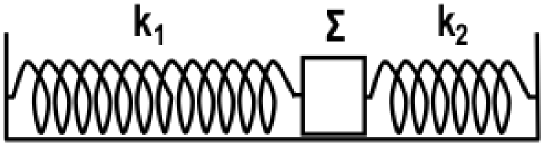
γ. το πλάτος Α της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

δ. τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: g = 10.

Ομογ. 2009

(ΕΣΠ 2012) Στα δύο άκρα λείου επιπέδου στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1=60$ N/m και $k_2=140$ N/m αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε ένα σώμα Σ μάζας m=2kg ώστε τα ελατήρια να έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα). Εκτρέπουμε το σώμα Σ κατά A=0,2 m προς τα δεξιά και τη χρονική στιγμή $t_o=0$ αφήνουμε το σώμα ελεύθερο.



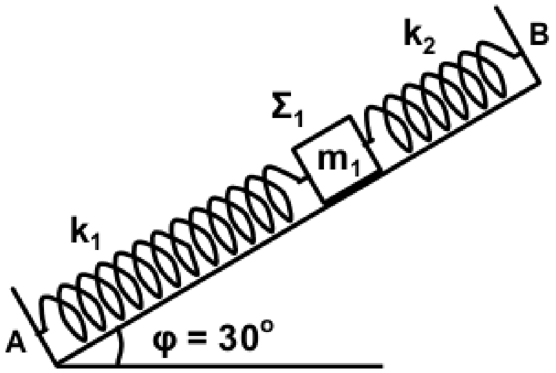
Δ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ2. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος Σ από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική την φορά προς τα δεξιά.

Δ3. Να εκφράσετε το λόγο της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης προς τη μέγιστη κινητική ενέργεια σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x.

Δ4. Τη στιγμή που το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=\frac{+A}{2}$ αφαιρείται ακαριαία το ελατήριο k_2. Να υπολογίσετε το πλάτος της νέας ταλάντωσης.

(ημ. 2012) Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης φ=30ο . Στα σημεία Α και Β στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με με σταθερές Κ1 =60 N/m και Κ2=140 N/m αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε σώμα Σ 1, μάζας m1 =2 kg και το κρατάμε στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα). Τη χρονική στιγμή t 0 =0 αφήνουμε το σώμα Σ1 ελεύθερο.



Δ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ 1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

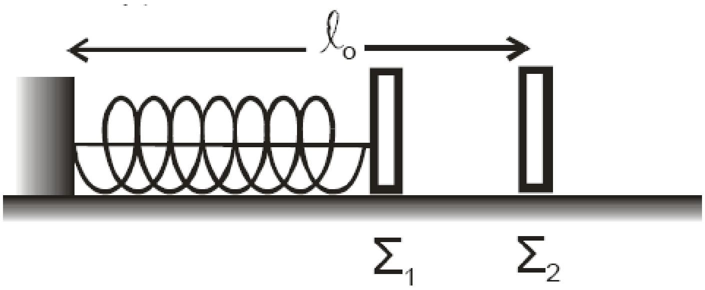
Δ2. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος Σ 1 από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική φορά τη φορά από το Α προς το Β.

Κάποια χρονική στιγμή που το σώμα Σ 1 βρίσκεται στην αρχική του θέση, τοποθετούμε πάνω του (χωρίς αρχική ταχύτητα) ένα άλλο σώμα Σ 2 μικρών διαστάσεων μάζας m 2 =6 kg. Το σώμα Σ 2 δεν ολισθαίνει πάνω στο σώμα Σ1 λόγω της τριβής που δέχεται από αυτό. Το σύστημα των δύο σωμάτων κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ3. Να βρείτε τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του σώματος Σ 2 .

Δ4.Να βρείτε τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής που πρέπει να υπάρχει μεταξύ των σωμάτων Σ 1 και Σ_2 , ώστε το Σ 2 να μην ολισθαίνει σε σχέση με το Σ 1 .

Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, αμελητέων διαστάσεων, με μάζες m_1=1kg και m_2=3kg αντίστοιχα είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα $Σ_1$ είναι δεμένο στη μία άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100 N/m. Η άλλη άκρη του ελατηρίου, είναι ακλόνητα στερεωμένη.
Το ελατήριο με τη βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά 0,2m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το $Σ_2$ ισορροπεί στο οριζόντιο επίπεδο στη θέση που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος ℓ_0 του ελατηρίου.



Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα $Σ_1$ κινούμενο προς τα δεξιά συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα $Σ_2$. Θεωρώντας ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά κίνησης την προς τα δεξιά, να υπολογίσετε

α. την ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ λίγο πριν την κρούση του με το σώμα $Σ_2$.

β. τις ταχύτητες των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$, αμέσως μετά την κρούση.

γ. την απομάκρυνση του σώματος $Σ_1$, μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο.

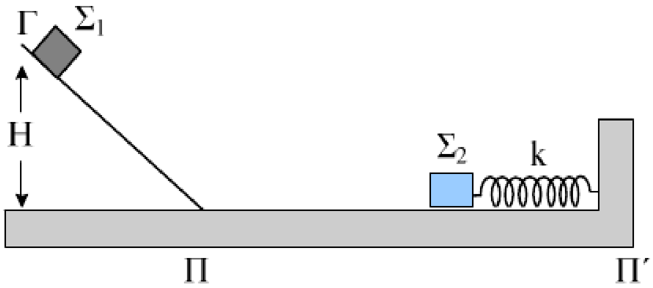
δ. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ όταν το σώμα $Σ_1$ ακινητοποιείται στιγμιαία για δεύτερη φορά.

Δεχθείτε την κίνηση του σώματος $Σ_1$ τόσο πριν, όσο και μετά την κρούση ως απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς k.

Δίνεται π=3,14

Ημερ. 2006

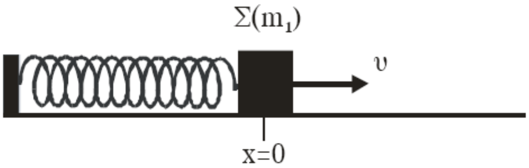
Το σώμα $Σ_2$ του σχήματος που έχει μάζα m2 = 2 kg είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητο. Το σώμα $Σ_2$ ταλαντώνεται οριζόντια πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο ΠΠ΄ με πλάτος Α = 0,1 m και περίοδο $T = \frac{\pi}{5}\ s$



i) Να υπολογίσετε:
a) Την τιμή της σταθεράς k του ελατηρίου.
b) Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος Σ2 .
ii) Το σώμα Σ1 του σχήματος με μάζα m1 = 2 kg αφήνεται ελεύθερο να ολισθήσει πάνω στο λείο πλάγιο επίπεδο, από τη θέση Γ. Η κατακόρυφη απόσταση της θέσης Γ από το οριζόντιο επίπεδο είναι Η = 1,8 m . Το σώμα Σ1 , αφού φθάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου, συνεχίζει να κινείται, χωρίς να αλλάξει μέτρο ταχύτητας, πάνω στο οριζόντιο επίπεδο ΠΠ΄. Το Σ1 συγκρούεται μετωπικά (κεντρικά) και ελαστικά με το σώμα $Σ_2$ τη στιγμή που το Σ2 έχει τη μέγιστη ταχύτητά του και κινείται αντίθετα από το $Σ_1$.
a) Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου μετά από αυτή την κρούση.
b) Να δείξετε πως στη συνέχεια το σώμα $Σ_2$ θα προλάβει το σώμα Σ1 και θα συγκρουστούν πάλι πριν το σώμα Σ1 φτάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου. Η απόσταση από τη βάση του πλάγιου επιπέδου μέχρι το κέντρο της ταλάντωσης του Σ2 είναι αρκετά μεγάλη. Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.
Δίνεται g= 10 m/s^2

Εξετάσεις Ομογενών 2005

Ένα σώμα Σ μάζας m_1 είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς Κ. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα ελατήριο-μάζα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο και τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα Σ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο κατά τη θετική φορά.



Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος Σ δίνεται από τη σχέση x = 0,1ημ10t (SI). Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι E = 6J. Τη χρονική στιγμή $t=\frac{\pi}{10}s$ στο σώμα Σ σφηνώνεται βλήμα μάζας $m_2=\frac{m_1}{2}$ κινούμενο με ταχύτητα $υ_2$ κατά την αρνητική φορά. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση εκτελεί νέα απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A' = 0{,}1\sqrt{6}$ m.

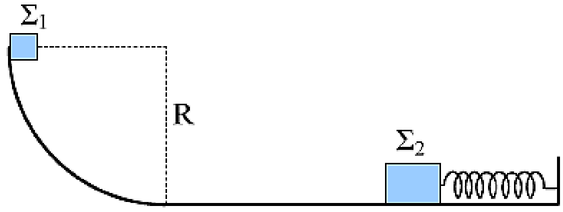
α. Να υπολογίσετε τη σταθερά k του ελατηρίου και τη μάζα m_1 του σώματος Σ.

β. Να υπολογίσετε την ολική ενέργεια Ε΄ και τη γωνιακή συχνότητα ω΄ της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα $υ_2$ του βλήματος πριν από την κρούση.

(Επαν. Ημερ. 2007)

Το σώμα $Σ_1$ μάζας $m_1 = 1$ kg του επόμενου σχήματος αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ακτίνας $R = 1,8$ m. Στη συνέχεια το σώμα $Σ_1$ κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα $Σ_2$ μάζας $m_2 = 2$ kg. Το σώμα $Σ_2$ είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 300$ N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τη στιγμή της κρούσης η ταχύτητα του $Σ_1$ είναι παράλληλη με τον άξονα του ελατηρίου. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Να βρείτε:

Α. Την ταχύτητα του σώματος $Σ_1$, στο οριζόντιο επίπεδο, πριν συγκρουστεί με το $Σ_2$.

Β. Την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση.

Γ. Το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα, μέχρι η ταχύτητά του να μηδενιστεί για πρώτη φορά.

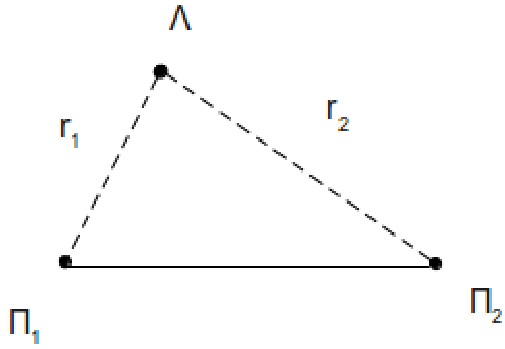
Δ. Το χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης, μέχρι τη στιγμή που η ταχύτητα του συσσωματώματος μηδενίζεται για δεύτερη φορά.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10$ m/s^2.

Εσπερ. 2008

ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ ΚΥΜΑΤΩΝ

Δύο σύγχρονες πηγές $Π_1$, $Π_2$ δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα. Η εξίσωση της ταλάντωσης κάθε πηγής είναι $y = 0{,}01 \cdot ημ(10πt)$ (SI) και η ταχύτητα διάδοσης των εγκαρσίων κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι ίση με 1,5 m/s. Ένα σημείο Λ της επιφάνειας του υγρού απέχει από την πηγή $Π_1$ απόσταση $r_1 = 0{,}6$ m και από την πηγή $Π_2$ απόσταση $r_2 = 1$ m, όπως δείχνει το σχήμα.



Οι πηγές $Π_1$, $Π_2$ αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t = 0$.

α. Να υπολογισθεί το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν οι πηγές.

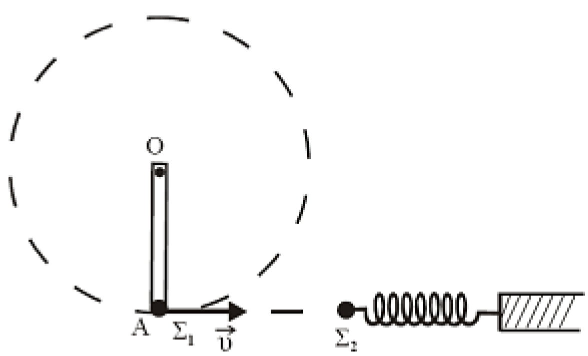
β. Πόση είναι η συχνότητα της ταλάντωσης του σημείου Λ μετά την έναρξη της συμβολής.

γ. Να υπολογισθεί το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Λ μετά την έναρξη της συμβολής.

δ. Να προσδιορισθεί η απομάκρυνση του σημείου Λ από τη θέση ισορροπίας του, τη χρονική στιγμή $t = 4/3$ s.

Δίνεται συν(4π/3)= -1/2

ΣΤΕΡΕΟ



Ομογενής στερεά ράβδος ΟΑ, μήκους L = 2 m και μάζας M = 0,3 kg μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα (χωρίς τριβές) στο οριζόντιο επίπεδο, περί κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σταθερό σημείο Ο. Στο άκρο Α της ράβδου στερεώνεται σφαιρίδιο Σ_1 μάζας m = 0,1 kg, και το σύστημα ράβδου και σφαιριδίου Σ_1 περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω = 1 rad/s. Στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται δεύτερο σφαιρίδιο Σ_2, ίσης μάζας με το Σ_1, προσδεμένο στο άκρο αβαρούς ελατηρίου, σταθεράς K = 20 N/m . Ο άξονας του ελατηρίου είναι οριζόντιος και εφάπτεται της κυκλικής τροχιάς του σφαιριδίου Σ_1 (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Οι διαστάσεις των σφαιριδίων είναι αμελητέες.

Όταν η ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ του σφαιριδίου Σ_1 έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, το σφαιρίδιο Σ_1 αποκολλάται από τη ράβδο και κινούμενο ευθύγραμμα συγκρούεται με το σφαιρίδιο Σ_2 με το οποίο ενσωματώνεται.

Να βρείτε:

α. Τη στροφορμή του συστήματος ράβδου-σφαιριδίου Σ_1 ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο Ο.

β. Το μέτρο υ της ταχύτητας του σφαιριδίου τη στιγμή που αποκολλάται από τη ράβδο.

γ. Την περίοδο Τ της ταλάντωσης του συστήματος ελατηρίου-συσσωματώματος Σ_1 και Σ_2.

δ. Το πλάτος της ταλάντωσης αυτής.

(Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο, $I_o = \frac{1}{3} M L^2$ και π = 3,14). **Εσπ. 2003**

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 21 - ΤΟ Δ ΘΕΜΑ ΤΩΝ ΠΑΝΕΛΑΔΙΚΩΝ

Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας m=10 kg και ακτίνας R=0,1 m κυλίεται ευθύγραμμα χωρίς ολίσθηση ανερχόμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ με ημφ=0,56. Τη χρονική στιγμή t=0 το κέντρο μάζας της σφαίρας έχει ταχύτητα με μέτρο $υ_0$=8m/s. Να υπολογίσετε για τη σφαίρα:

α. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της τη χρονική στιγμή t=0.

β. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της.

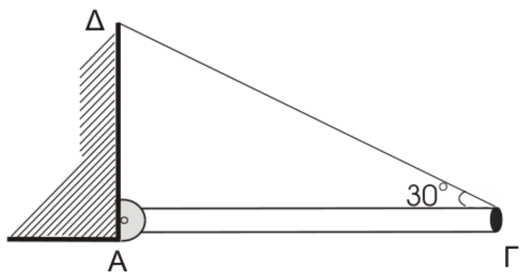
γ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής κατά τη διάρκεια της κίνησής της.

δ. το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της καθώς ανεβαίνει, τη στιγμή που έχει διαγράψει $\frac{30}{\pi}$ περιστροφές.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας περί άξονα διερχόμενο από το κέντρο της: $I=\frac{2}{5}mR^2$

και η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10 m/s^2$.

Ημερ. 2004



Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ με μήκος 1m και βάρος 30N ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο της Γ συνδέεται με τον τοίχο με αβαρές νήμα ΔΓ που σχηματίζει γωνία 30° με τη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Α. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο από το νήμα και την άρθρωση.

Β. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο Γ και η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από την άρθρωση σε κατακόρυφο επίπεδο.

Να υπολογίσετε:

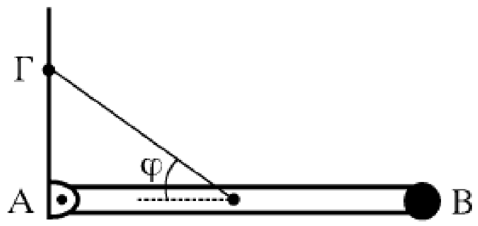
1. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου μόλις κοπεί το νήμα.

2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, τη στιγμή που αυτή σχηματίζει γωνία 60° με την αρχική της θέση.

3. Την κινητική ενέργεια της ράβδου, τη στιγμή που διέρχεται από την κατακόρυφη θέση.

Δίνονται : η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α και είναι κάθετος σε αυτή είναι $I_A = 1 kg \cdot m^2$.

ημ 30° = συν 60° = $\frac{1}{2}$, συν30° = ημ60°= $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **Ομογ. 2004**



Μια ομογενής ράβδος ΑΒ που έχει μήκος ℓ = 1 m και μάζα M = 6 kg, έχει στο άκρο της Β μόνιμα στερεωμένο ένα σώμα μικρών διαστάσεων με μάζα m = 2 kg. Η ράβδος στηρίζεται με το άκρο της Α μέσω άρθρωσης και αρχικά διατηρείται οριζόντια με τη βοήθεια νήματος, το ένα άκρο του οποίου είναι δεμένο στο μέσο της ράβδου και το άλλο στον κατακόρυφο τοίχο, όπως στο σχήμα. Η διεύθυνση του νήματος σχηματίζει γωνία $\varphi = 30^o$ με την διεύθυνση της ράβδου στην οριζόντια θέση ισορροπίας.

Α. Να υπολογίσετε:

Α.1. Το μέτρο της τάσης του νήματος.

Α.2. Τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου– σώματος ως προς άξονα που διέρχεται από το Α και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος.

Β. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και η ράβδος μαζί με το σώμα που είναι στερεωμένο στο άκρο της, αρχίζει να περιστρέφεται στο επίπεδο του σχήματος. Θεωρώντας τις τριβές αμελητέες να υπολογίσετε το μέτρο:

Β.1. Της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος ράβδου-σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής, μόλις κόβεται το νήμα.

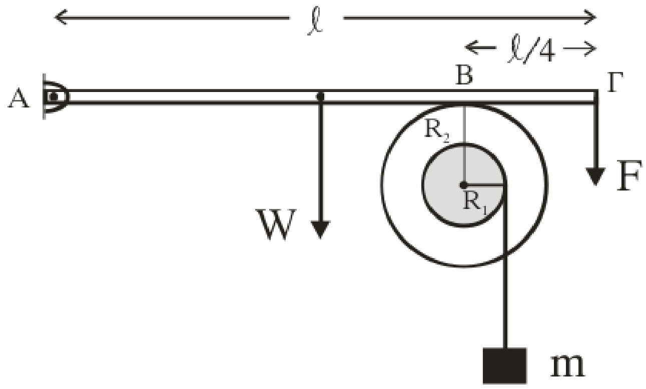
Β.2. Της ταχύτητας του σώματος στο άκρο της ράβδου, όταν αυτή φτάνει στην κατακόρυφη θέση.

Δίνονται: 1. Για τη ράβδο η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας και είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής της: $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$,

Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g = 10 m/s^2

Εσπ. 2005

Άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος ℓ και μάζα M=3kg έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Στο άλλο άκρο Γ ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη F μέτρου 9N, με φορά προς τα κάτω. Η ράβδος ΑΓ εφάπτεται στο σημείο Β με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R_1=0,1m και R_2=0,2m, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η απόσταση του σημείου επαφής Β από το άκρο Γ της ράβδου είναι ℓ/4. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του. Ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων. Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής είναι I=0,09 kgm^2. Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας R_1 είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα μάζας m=1kg.

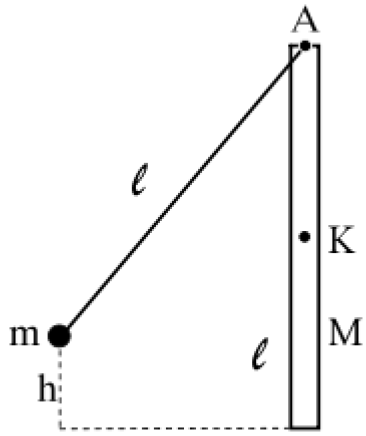
α. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο σημείο Β από το στερεό.

β. Αν το σώμα μάζας m ισορροπεί, να βρείτε το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του στερεού.

γ. Στο σημείο επαφής Β μεταξύ ράβδου και στερεού ρίχνουμε ελάχιστη ποσότητα λιπαντικής ουσίας έτσι, ώστε να μηδενιστεί η τριβή χωρίς να επιφέρει μεταβολή στη ροπή αδράνειας του στερεού. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m, όταν θα έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους 0,5m. Να θεωρείσετε ότι το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στον εσωτερικό κύλινδρο.

δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό παραγωγής έργου στο στερεό τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους 0,5m. Δίνεται g=10m/s^2. **Ημερ. 2006**

Ομογενής ράβδος μήκους ℓ=2 m και μάζας M=3 kg, είναι αναρτημένη από οριζόντιο άξονα Α, γύρω από τον οποίο μπορεί να περιστραφεί σε κατακόρυφο επίπεδο. Στον ίδιο άξονα Α είναι δεμένο αβαρές νήμα με το ίδιο μήκος ℓ, στο άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σφαιρίδιο μάζας m=0,5 kg. Αρχικά το νήμα είναι τεντωμένο στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και το σφαιρίδιο βρίσκεται σε ύψος h=0,8 m πάνω από το κατώτερο σημείο της ράβδου.



Στη συνέχεια το σφαιρίδιο αφήνεται ελεύθερο και προσκρούει στο άκρο της ράβδου. Μετά την κρούση το σφαιρίδιο ακινητοποιείται. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες.

Να βρείτε:

α. Την ταχύτητα του σφαιριδίου λίγο πριν την κρούση.

β. Τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.

γ. Τη γραμμική ταχύτητα του κέντρου μάζας Κ της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.

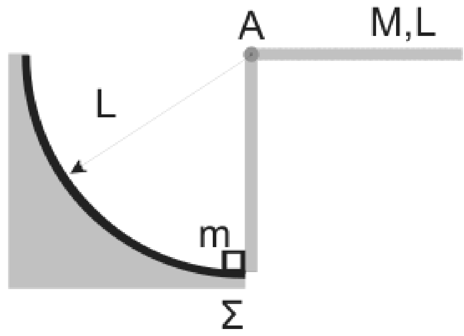
δ. Το ποσό της μηχανικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική κατά την κρούση.

ε. Τη μέγιστη ανύψωση του κέντρου μάζας της ράβδου.

<u>Δίνονται</u>: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της: I_{cm} = (1/12) $M\ell^2$
Επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

Εσπερ. 2006

Ομογενής ράβδος μήκους L=0,3 m και μάζας M=1,2 kg μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α. Αρχικά την κρατούμε σε οριζόντια θέση και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.



α. Να βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη.

β. Να βρείτε τη στροφορμή της ράβδου όταν φθάσει σε κατακόρυφη θέση.

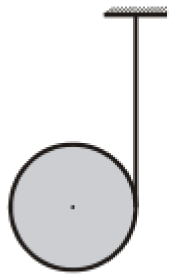
Τη στιγμή που η ράβδος φθάνει στην κατακόρυφη θέση το κάτω άκρο της ράβδου συγκρούεται ακαριαία με ακίνητο σώμα Σ αμελητέων διαστάσεων που έχει μάζα m=0,4 kg. Μετά την κρούση το σώμα κινείται κατά μήκος κυκλικού τόξου ακτίνας L, ενώ η ράβδος συνεχίζει να κινείται με την ίδια φορά. Δίνεται ότι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση είναι $\frac{\omega}{5}$, όπου ω η γωνιακή ταχύτητά της αμέσως πριν την κρούση.

γ. Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος Σ αμέσως μετά την κρούση.

δ. Να βρείτε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα Α $I=\frac{1}{3}ML^2$ και $g = 10\ m/s^2$

Ημερ. 2007



Στο γιογιό του σχήματος που έχει μάζα M=6kg και ακτίνα R=0,1m, έχει τυλιχτεί πολλές φορές γύρω του λεπτό αβαρές νήμα. Με σταθερό το ένα άκρο του νήματος αφήνουμε το γιογιό να κατεβαίνει. Όταν αυτό έχει κατέβει κατά $h = \frac{5}{3}$ m αποκτά μεταφορική ταχύτητα υ_{cm}=5m/s.

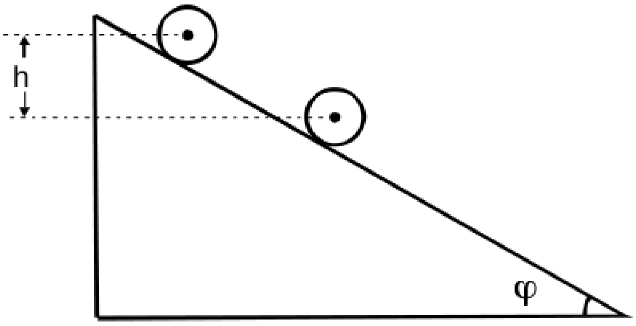
Να βρείτε:

Α. Τη μεταφορική επιτάχυνση του κέντρου μάζας του σώματος.

Β. Τη γωνιακή επιτάχυνση του σώματος και την τάση του νήματος.

Γ. Το λόγο της στροφικής κινητικής ενέργειας προς τη μεταφορική κινητική ενέργεια του σώματος, χωρίς να θεωρήσετε γνωστό τον τύπο της ροπής αδράνειας του γιογιό.

Δ. Τη σχέση που περιγράφει πώς μεταβάλλεται η στροφική κινητική ενέργεια του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. Δίνονται: g = 10 m/s^2. **Εσπ. 2007**



Ένας ομογενής και συμπαγής κύλινδρος μάζας M = 2 kg και ακτίνας R = 0,2 m αφήνεται να κυλήσει κατά μήκος ενός πλάγιου επιπέδου γωνίας κλίσης φ, με ημφ = 0,6, όπως φαίνεται στο σχήμα:

Ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου καθώς αυτός κυλίεται.

β. το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής που ασκείται στον κύλινδρο από το πλάγιο επίπεδο.

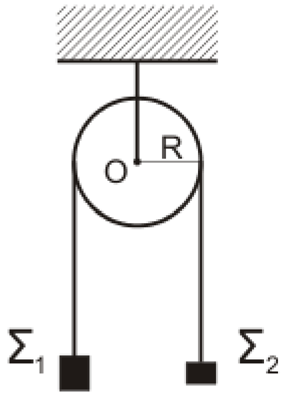
γ. το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου κατά τον άξονά του, όταν η κατακόρυφη μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου από το σημείο που αυτός αφέθηκε ελεύθερος είναι $h_1 = 4,8$ m.

δ. το πλήθος των περιστροφών που εκτελεί ο κύλινδρος από τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερος μέχρι τη στιγμή που το κέντρο μάζας του έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά $h_2 = 2,4\pi$ m. Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I = \frac{1}{2}MR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\, m/s^2$.

Ομογ. 2007

Η ομογενής τροχαλία του σχήματος έχει μάζα M = 6 kg και ακτίνα R = 0,3 m. Τα σώματα Σ_1 , Σ_2 έχουν αντίστοιχα μάζες m_1 = 5 kg και m_2 = 2 kg.
Η τροχαλία και τα σώματα Σ_1 , Σ_2 είναι αρχικά ακίνητα και τα κέντρα μάζας των Σ_1 , Σ_2 βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t = 0 το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί.

Να υπολογίσετε:



α. το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία θα κινηθούν τα σώματα Σ1 και Σ2.

β. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας.

γ. το μέτρο της στροφορμής της τροχαλίας, ως προς τον άξονα περιστροφής της, τη χρονική στιγμή t_1 = 2 s.

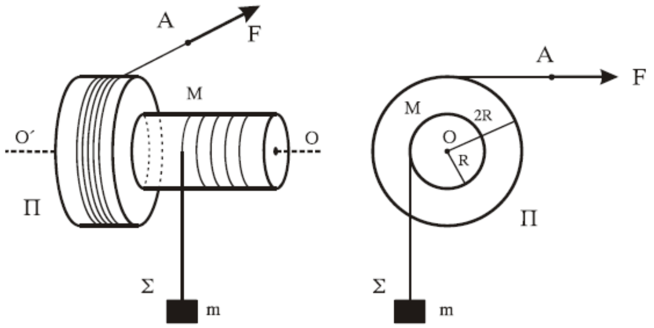
δ. τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία η κατακόρυφη απόσταση των κέντρων μάζας των Σ_1, Σ_2 θα είναι h = 3 m.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της $I=\frac{1}{2}MR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s^2.

Σημείωση: Η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση. Να θεωρήσετε ότι τα σώματα Σ_1 και Σ_2 δεν φτάνουν στο έδαφος ούτε συγκρούονται με την τροχαλία.

Ομογ. 2008

Στερεό Π μάζας $M = 10\text{kg}$ αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και $2R$, όπου $R = 0{,}2\text{m}$, όπως στο σχήμα. Η ροπή αδράνειας του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I = MR^2$. Το στερεό Π περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα Ο'Ο, που συμπίπτει με τον άξονά του. Το σώμα Σ μάζας $m = 20\text{kg}$ κρέμεται από το ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας R.



Γύρω από το τμήμα του στερεού Π με ακτίνα $2R$ είναι τυλιγμένο πολλές φορές νήμα, στο ελεύθερο άκρο Α του οποίου μπορεί να ασκείται οριζόντια δύναμη F.

α. Να βρείτε το μέτρο της αρχικής δύναμης F_0 που ασκείται στο ελεύθερο άκρο Α του νήματος, ώστε το σύστημα που εικονίζεται στο σχήμα να παραμένει ακίνητο.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ που το σύστημα του σχήματος είναι ακίνητο, αυξάνουμε τη δύναμη ακαριαία, έτσι ώστε να γίνει $F = 115\text{N}$.

β. Να βρείτε την επιτάχυνση του σώματος Σ.

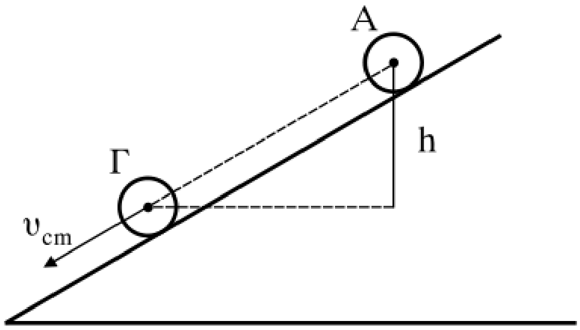
Για τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ έχει ανέλθει κατά $h = 2\text{m}$, να βρείτε:

γ. Το μέτρο της στροφορμής του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του.

δ. Τη μετατόπιση του σημείου Α από την αρχική του θέση.

ε. Το ποσοστό του έργου της δύναμης F που μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια του στερεού Π κατά τη μετατόπιση του σώματος Σ κατά h.

Δίνεται: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$. Το συνολικό μήκος κάθε νήματος παραμένει σταθερό. **Ημερ. 2009**



Ομογενής και συμπαγής κύλινδρος μάζας m = 5kg και ακτίνας R = 0.2m αφήνεται από την ηρεμία (θέση Α) να κυλήσει κατά μήκος πλάγιου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα.Ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Τη στιγμή που το κέντρο μάζας του κυλίνδρου έχει κατακόρυφη μετατόπιση h (θέση Γ), η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι υ_{cm} = 8.

Να υπολογίσετε:

α. Τη γωνιακή ταχύτητα ω του κυλίνδρου στη θέση Γ.

β. Τη στροφορμή του κυλίνδρου στη θέση Γ.

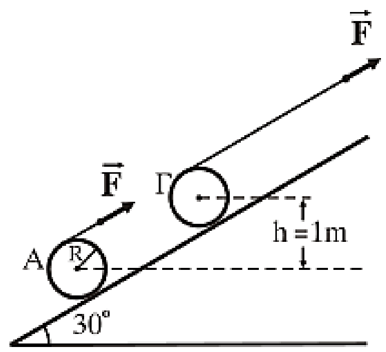
γ. Την κατακόρυφη μετατόπιση h.

δ. Τον λόγο της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου σε κάποια χρονική στιγμή, κατά τη διάρκεια της κίνησής του.

Δίνεται: $g = 10\frac{m}{s^2}$, Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι I = $\frac{1}{2}MR^2$. **Εσπ. 2009**

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 32 - ΤΟ Δ ΘΕΜΑ ΤΩΝ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ

Στην επιφάνεια ενός ομογενούς κυλίνδρου μάζας M = 40 kg και ακτίνας R = 0,2 m, έχουμε τυλίξει λεπτό σχοινί αμελητέας μάζας, το ελεύθερο άκρο του οποίου έλκεται με σταθερή δύναμη F παράλληλη προς την επιφάνεια κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως 30 ο , όπως φαίνεται στο σχήμα.
Το σχοινί ξετυλίγεται χωρίς ολίσθηση, περιστρέφοντας ταυτόχρονα τον κύλινδρο. Ο κύλινδρος κυλίεται πάνω στην επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου χωρίς ολίσθηση.
α. Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης F, ώστε ο κύλινδρος να ανεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα.



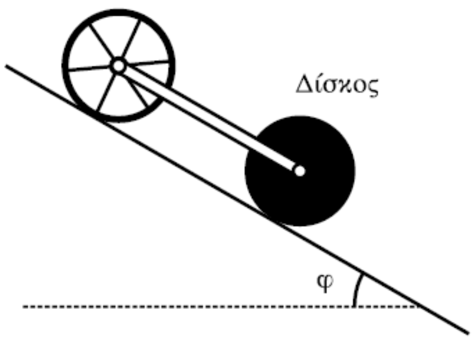
Αν αρχικά ο κύλινδρος είναι ακίνητος με το κέντρο μάζας του στη θέση Α και στο ελεύθερο άκρο του σχοινιού ασκηθεί σταθερή δύναμη F = 130N, όπως στο σχήμα:
β. Να υπολογισθεί η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

γ. Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του όταν το κέντρο μάζας του περνάει από τη θέση Γ του σχήματος, η οποία βρίσκεται h = 1m ψηλότερα από τη θέση Α.

δ. Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης F κατά τη μετακίνηση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου από τη θέση Α στη θέση Γ και να δείξετε ότι αυτό ισούται με τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του κυλίνδρου κατά τη μετακίνηση αυτή. Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 m/s^2$, ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I = \frac{MR^2}{2}$, $ημ30^o = \frac{1}{2}$

Επαν. Ημερ. 2009

(Ημ. 2010) Θέλουμε να μετρήσουμε πειραματικά την άγνωστη ροπή αδράνειας δίσκου μάζας m=2 kg και ακτίνας r=1 m. Για το σκοπό αυτό αφήνουμε τον δίσκο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ=30° ξεκινώντας από την ηρεμία. Διαπιστώνουμε ότι ο δίσκος διανύει την απόσταση x=2 m σε χρόνο t=1 s.



Δ1. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

Δ2. Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου αφήνονται να κυλίσουν ταυτόχρονα δίσκος και δακτύλιος ίδιας μάζας M και ίδιας ακτίνας R. Η ροπή αδράνειας του δίσκου είναι $I_1=1/2MR^2$ και του δακτυλίου $I_2=1/2MR^2$ ως προς τους άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας τους και είναι κάθετοι στα επίπεδά τους.

Να υπολογίσετε ποιο από τα σώματα κινείται με τη μεγαλύτερη επιτάχυνση.

Συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τα κέντρα μάζας των δύο στερεών, όπως φαίνεται και στο σχήμα, με ράβδο αμελητέας μάζας, η οποία δεν εμποδίζει την περιστροφή τους και δεν ασκεί τριβές. Το σύστημα κυλίεται στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.

Δ3. Να υπολογίσετε το λόγο των κινητικών ενεργειών K_1/K_2 όπου K_1 η κινητική ενέργεια του δίσκου και K_2 η κινητική ενέργεια του δακτυλίου.

Δ4. Αν η μάζα κάθε στερεού είναι M=1,4 kg, να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκεί η ράβδος σε κάθε σώμα. Μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και σχεδιάστε τις πιο πάνω δυνάμεις.

Δίνεται: $g=10\ m/s^2$, ημ30°= 1/2

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 34 - ΤΟ Δ ΘΕΜΑ ΤΩΝ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ

Λεπτή ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους ℓ και μάζας Μ μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο χωρίς τριβές, ο οποίος διέρχεται από το σημείο Ο της ράβδου.Η απόσταση του σημείου Ο από το Α είναι ℓ/4. Στο άκρο Α της ράβδου στερεώνεται σημειακή μάζα m, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και δέχεται από τον άξονα δύναμη μέτρου F = 20N.

Δ1. Να υπολογιστούν οι μάζες m και M.

Στη συνέχεια τοποθετούμε τον άξονα περιστροφής της ράβδου στο άκρο Γ, ώστε να παραμένει οριζόντιος και κάθετος στη ράβδο, και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να περιστραφεί από την οριζόντια θέση. Να υπολογίσετε:

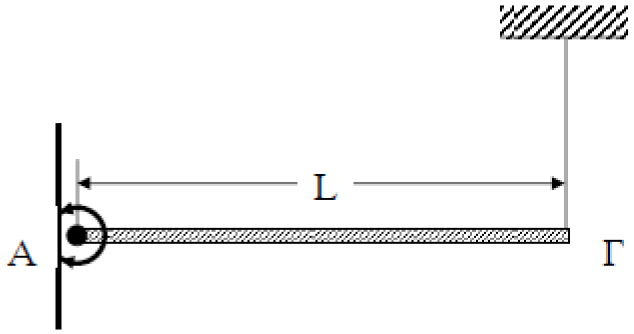
Δ2. το μήκος ℓ της ράβδου, αν τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη έχει γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{γων} = 3{,}75 rad/s^2$.

Δ3. το λόγο της κινητικής ενέργειας της μάζας m προς τη συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος, κατά τη διάρκεια της περιστροφής του συστήματος των δύο σωμάτων.

Δ4. το μέτρο της στροφορμής του συστήματος των δύο σωμάτων, όταν η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία φ ως προς την οριζόντια διεύθυνση τέτοια, ώστε ημφ = 0,3.

Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 m/s^2$, ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα κάθετο στη ράβδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = 1/12 M\ell^2$.

Ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους L=1m και μάζας M=3kg ισορροπεί οριζόντια, όπως στο σχήμα. Το άκρο Α της ράβδου στηρίζεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο Γ συνδέεται με την οροφή με κατακόρυφο σχοινί.
Κάποια στιγμή κόβουμε το σχοινί και η ράβδος αφήνεται να περιστραφεί γύρω από την άρθρωση

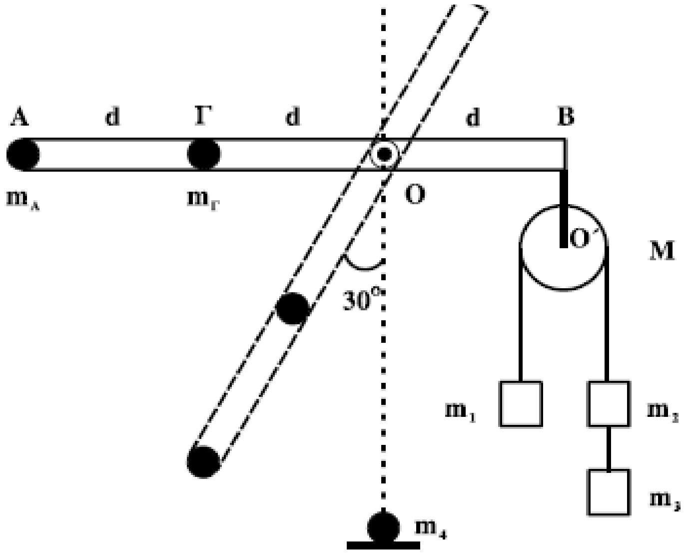


χωρίς τριβές.
Η ροπή αδράνειας της ράβδου, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σ' αυτή, είναι: $I_{cm} = \frac{1}{12} M L^2$ και g = 10m/s^2

Να υπολογίσετε:

Δ.1. τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από το σχοινί, όταν αυτή ισορροπεί.
Δ.2. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη στιγμή που κόβεται το σχοινί και η ράβδος1 είναι οριζόντια.
Δ.3. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου στην κατακόρυφη θέση της.
Δ.4. το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής στην κατακόρυφη θέση της.

(ΗΜΕΡ. 20011) Αβαρής ράβδος μήκους 3d (d=1m) μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το Ο. Στο άκρο Α που βρίσκεται σε απόσταση 2d από το Ο υπάρχει σημειακή μάζα m_A=1 kg και στο σημείο Γ, που βρίσκεται σε απόσταση d από το Ο έχουμε επίσης σημειακή μάζα $m_Γ$=6 kg. Στο άλλο άκρο της ράβδου, στο σημείο Β, είναι αναρτημένη τροχαλία μάζας Μ=4 kg από την οποία κρέμονται οι μάζες m_1=2 kg, m_2=m_3=1 kg. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα Ο΄.



Δ1. Αποδείξτε ότι το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο στην οριζόντια θέση.

Κόβουμε το Ο΄Β, που συνδέει την τροχαλία με τη ράβδο στο σημείο Β.

Δ2. Βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου, όταν αυτή σχηματίζει γωνία 30^o με την κατακόρυφο.

Όταν η σημειακή μάζα m_A φτάνει στο κατώτατο σημείο, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητη σημειακή μάζα m_4=5 kg.

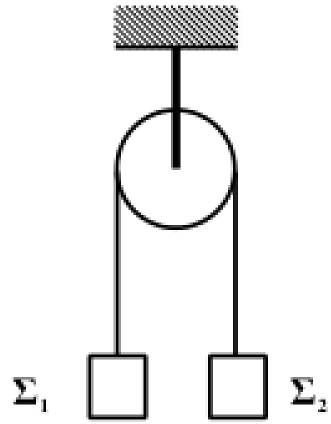
Δ3. Βρείτε τη γραμμική ταχύτητα του σημείου Α αμέσως μετά τη κρούση.

Στην αρχική διάταξη, όταν η τροχαλία με τα σώματα είναι δεμένη στο Β, κόβουμε το νήμα που συνδέει μεταξύ τους τα σώματα m_2 και m_3 και αντικαθιστούμε την m_A με μάζα m.

Δ4. Πόση πρέπει να είναι η μάζα m, ώστε η ράβδος να διατηρήσει την ισορροπία της κατά τη διάρκεια περιστροφής της τροχαλίας;

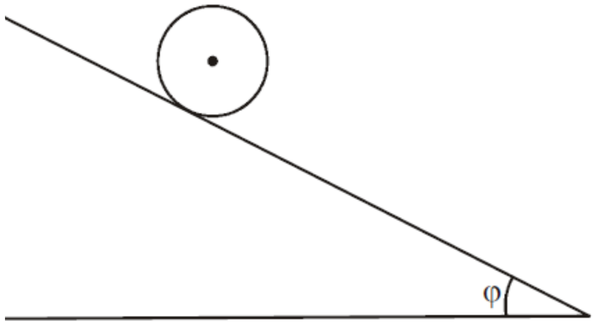
Τα νήματα είναι αβαρή, τριβές στους άξονες δεν υπάρχουν και το νήμα δεν ολισθαίνει στη τροχαλία.

Δίνεται: g=10 m/s^2, ημ30°=1/2, ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της $I = \frac{MR^2}{2}$



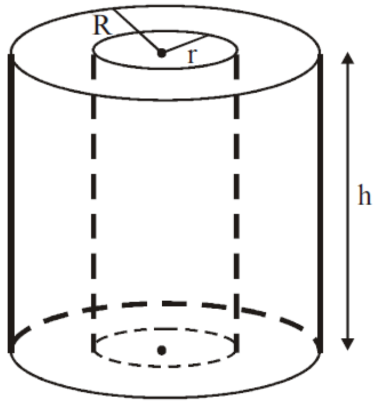
(εσπ. 2011) Η τροχαλία του σχήματος είναι ομογενής με μάζα m=4 kg και ακτίνα R=0,5m. Τα σώματα Σ 1 και Σ 2 έχουν μάζες m_1 =2 kg και m_2 =1 kg αντίστοιχα και βρίσκονται αρχικά ακίνητα στο ίδιο ύψος. Κάποια στιγμή (t_o = 0) αφήνονται ελεύθερα.
Να βρείτε:
Δ1. Το μέτρο της επιτάχυνσης που θα αποκτήσουν τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$.
Δ2. Τα μέτρα των τάσεων των νημάτων.
Δ3. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητα της τροχαλίας τη στιγμή t=2 s.
Δ4. Την κινητική ενέργεια του συστήματος, τη στιγμή που το κάθε σώμα έχει μετατοπιστεί κατά h=3 m.
Δίνεται: g=10m/s . Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της είναι $I=\frac{1}{2}mR^2$. Τα νήματα δεν ολισθαίνουν στην τροχαλία.

(2013)Δίνεται συμπαγής, ομογενής κύλινδρος μάζας M και ακτίνας R. Αφήνουμε τον κύλινδρο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση, υπό την επίδραση της βαρύτητας (με επιτάχυνση της βαρύτητας g), πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ, όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί:



Δ1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου. Ο άξονας του κυλίνδρου διατηρείται οριζόντιος.

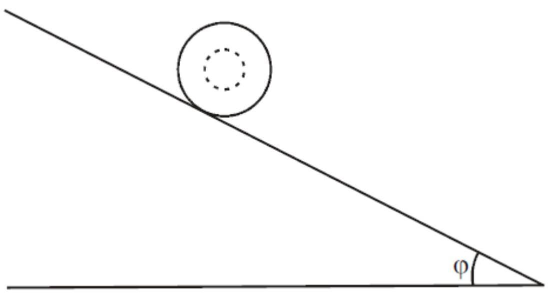
Δ2. Από το εσωτερικό αυτού του κυλίνδρου, που έχει ύψος h, αφαιρούμε πλήρως ένα ομοαξονικό κύλινδρο ακτίνας r, όπου $r < R$, όπως απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:



Να αποδείξετε ότι η ροπή αδράνειας του κοίλου κυλίνδρου, ως προς τον άξονα του, που προκύπτει μετά την αφαίρεση του εσωτερικού κυλινδρικού τμήματος, είναι

$$I_{κοιλ} = \frac{1}{2} MR^2 \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)$$

Στη συνέχεια λιπαίνουμε το κυλινδρικό τμήμα που αφαιρέσαμε και το επανατοποθετούμε στη θέση του, ούτως ώστε να εφαρμόζει απόλυτα με τον κοίλο κύλινδρο χωρίς τριβές. Το νέο σύστημα που προκύπτει αφήνεται να κυλίσει χωρίς ολίσθηση, υπό την επίδραση της βαρύτητας (με επιτάχυνση της βαρύτητας g), στο ίδιο κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Δ3. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του συστήματος.

Δ4. Όταν $r = \frac{R}{2}$, να υπολογίσετε, σε κάθε χρονική στιγμή της κύλισης στο κεκλιμένο επίπεδο, το λόγο της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του συστήματος.

Ο άξονας του συστήματος διατηρείται πάντα οριζόντιος.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας I συμπαγούς και ομογενούς κυλίνδρου μάζας M και ακτίνας R, ως προς τον άξονα γύρω από τον οποίο στρέφεται:

$$I = \frac{1}{2} MR^2 .$$

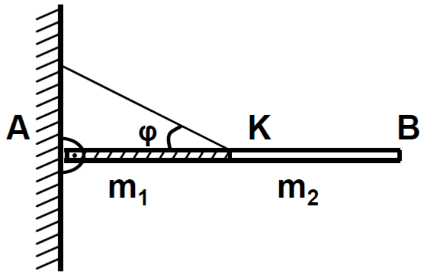
Ο όγκος V ενός συμπαγούς κυλίνδρου ακτίνας R και ύψους h: $V = \pi R^2 h$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 40 - ΤΟ Δ ΘΕΜΑ ΤΩΝ ΠΑΝΕΛΑΔΙΚΩΝ

(epan 2013) Μια ισοπαχής δοκός ΑΒ αποτελείται από δύο ομογενή τμήματα ΑΚ και ΚΒ, μήκους $\frac{L}{2}$ το καθένα, με μάζες $m_1 = 5\ m_2$ και $m_2 = 0{,}5$ kg, αντίστοιχα.

Τα κομμάτια αυτά είναι κολλημένα μεταξύ τους στο σημείο Κ, ώστε να σχηματίζουν τη δοκό ΑΒ μήκους L = 1 m.

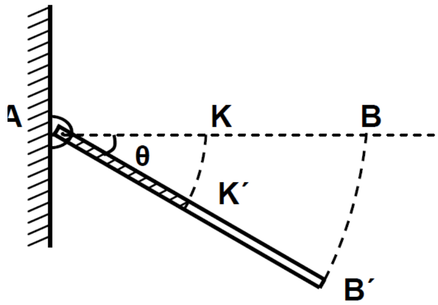
Η δοκός ισορροπεί σε οριζόντια θέση, με το άκρο της Α να στηρίζεται στον τοίχο μέσω άρθρωσης,



ενώ το μέσο της Κ συνδέεται με τον τοίχο με σχοινί που σχηματίζει γωνία φ = 30° με τη δοκό.

Δ1. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που δέχεται η δοκός από το σχοινί και την άρθρωση.

Κάποια στιγμή το σχοινί κόβεται και η ράβδος αρχίζει να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το άκρο της Α σε κατακόρυφο επίπεδο.



Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου σε συνάρτηση με τη γωνία θ, που σχηματίζει αυτή με την αρχική της θέση (0° ≤ θ < 90°).

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του άκρου Β΄ της ράβδου ($υ_Β΄$) σε συνάρτηση με τη γωνία θ.

Τη στιγμή που η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία θ = 30°, συγκρούεται πλαστικά με αρχικά ακίνητο σφαιρίδιο αμελητέων διαστάσεων και μάζας $m = m_2$, το οποίο σφηνώνεται στο μέσο Κ΄ της ράβδου.

Τη στιγμή που η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία θ = 30°, συγκρούεται πλαστικά με αρχικά ακίνητο σφαιρίδιο αμελητέων διαστάσεων και μάζας $m = m_2$, το οποίο σφηνώνεται στο μέσο Κ΄ της ράβδου.

Δ4. Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση.

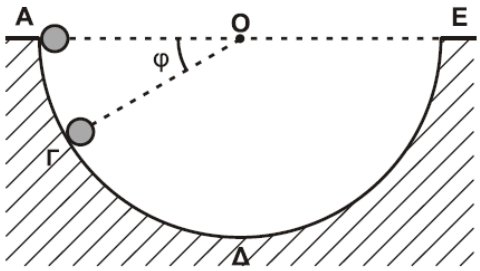
Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$, ροπή αδράνειας ομογενούς και ισοπαχούς ράβδου μάζας m και μήκους L ως προς άξονα κάθετο στο μέσο της $I = \frac{1}{12}mL^2$,

ημ$30^0 = \frac{1}{2}$, συν$30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

(2015)

Θέμα Δ

Από το εσωτερικό άκρο Α ενός ημισφαιρίου ακτίνας $R = 1{,}6\text{m}$ αφήνεται να κυλήσει μία συμπαγής μικρή σφαίρα μάζας $m = 1{,}4\text{kg}$ και ακτίνας $r = \frac{R}{8}$. Το ημισφαίριο είναι βυθισμένο στο έδαφος, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3, και η κίνηση της σφαίρας γίνεται χωρίς ολίσθηση.



Σχήμα 3

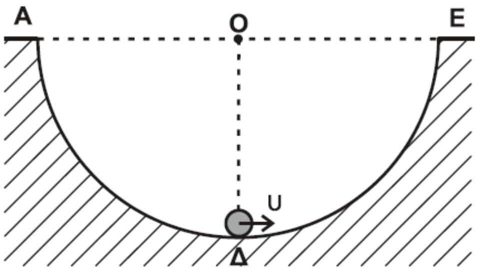
Δ1. Να εκφράσετε τη στατική τριβή T_s που ασκείται στη σφαίρα σε συνάρτηση με το συνημίτονο της γωνίας φ που σχηματίζει η ακτίνα ΟΓ του ημισφαιρίου με την ευθεία ΑΕ της επιφάνειας του εδάφους.

Μονάδες 6

Δ2. Να υπολογίσετε την κάθετη δύναμη που ασκεί η ημισφαιρική επιφάνεια στη σφαίρα όταν αυτή βρίσκεται στο σημείο Γ όπου $\varphi = 30^\circ$ (Σχήμα 3).

Μονάδες 6

Μια άλλη σφαίρα, όμοια με την προηγούμενη, εκτοξεύεται από το κατώτατο σημείο Δ του ημισφαιρίου με ταχύτητα $\upsilon = 6\text{m/s}$ και κυλίεται χωρίς ολίσθηση στο εσωτερικό του με κατεύθυνση το άκρο Ε (Σχήμα 4).



Σχήμα 4

Δ3. Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος από την επιφάνεια του εδάφους που θα φτάσει η σφαίρα κατά την κίνησή της.

Μονάδες 7

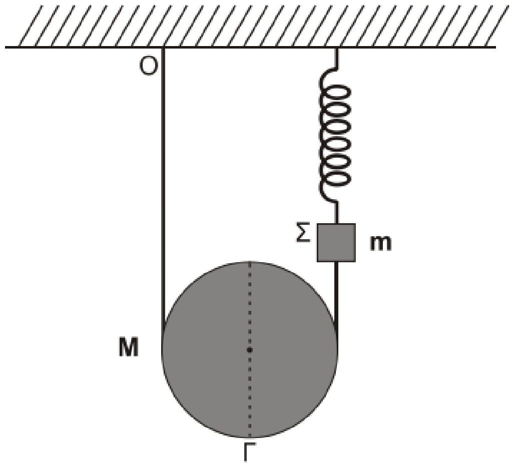
Δ4. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας (μονάδες 4) και το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας (μονάδες 2), αμέσως μόλις αυτή χάσει την επαφή με την επιφάνεια του ημισφαιρίου στο σημείο Ε.

Μονάδες 6

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας $I_{CM} = \frac{2}{5}m r^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.

epan 2015

Ομογενής τροχαλία ισορροπεί έχοντας το νήμα τυλιγμένο γύρω της πολλές φορές. Η μία άκρη του νήματος είναι στερεωμένη στην οροφή Ο και η άλλη στο σώμα Σ, το οποίο ισορροπεί κρεμασμένο από κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς K=40N/m, που είναι στερεωμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 10**.



Σχήμα 10

Η μάζα της τροχαλίας είναι M=1,6kg, η ακτίνα της R=0,2m. Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας, ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό της και ο οποίος διέρχεται από το κέντρο μάζας, της δίνεται από τη σχέση . $\frac{1}{2}MR^2$

Το σώμα Σ θεωρείται σημειακό αντικείμενο μάζας m=1,44kg. Το νήμα και το ελατήριο έχουν αμελητέες μάζες.

Δ1 Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα Σ.

Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει την τροχαλία με το σώμα Σ, και το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή που μηδενίζεται η στιγμιαία ταχύτητα του σώματος Σ, για πρώτη φορά, το κέντρο μάζας της τροχαλίας έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά απόσταση h. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.

Δ2 Να υπολογίσετε την κατακόρυφη μετατόπιση h της τροχαλίας .

Δ3 Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ότι η τιμή t=0s αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή που κόπηκε το νήμα και ότι η φορά απομάκρυνσης του σώματος Σ προς τα πάνω είναι θετική.

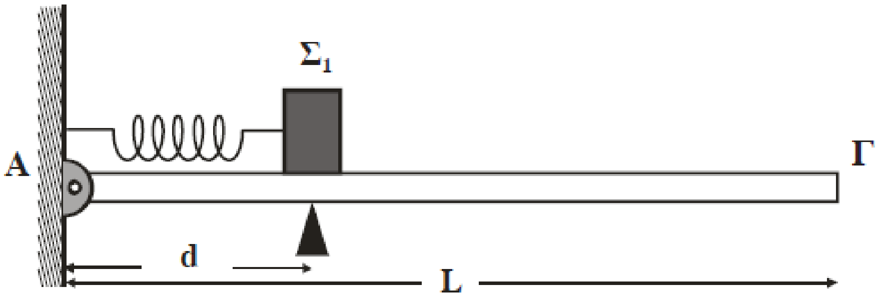
Δ4 Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κάτω άκρου Γ της τροχαλίας, όταν το κέντρο μάζας της τροχαλίας έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά απόσταση h.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, $\pi=\sqrt{10}$ και $\pi^2=10$ (προσεγγιστικά).

ΣΥΝΘΕΤΑ ΘΕΜΑΤΑ

(Ταλαντώσεις – στερεό – κρούσεις) επαν. Ημερ. 2011

Λεία οριζόντια σανίδα μήκους L = 3m και μάζας M = 0,4 Kg αρθρώνεται στο άκρο της A σε κατακόρυφο τοίχο. Σε απόσταση d = 1m από τον τοίχο, η σανίδα στηρίζεται ώστε να διατηρείται οριζόντια. Ιδανικό αβαρές ελατήριο σταθεράς K = 100 N/m συνδέεται με το ένα άκρο του στον τοίχο και το άλλο σε σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 = 1 Kg. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, ο άξονάς του είναι οριζόντιος και διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος $Σ_1$.



Το κέντρο μάζας του σώματος $Σ_1$ βρίσκεται σε απόσταση d από τον τοίχο. Στη συνέχεια, ασκούμε στο σώμα $Σ_1$ σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F = 40 N με κατεύθυνση προς το άλλο άκρο Γ της σανίδας. Όταν το σώμα $Σ_1$ διανύσει απόσταση s = 5 cm, η δύναμη παύει να ασκείται στο σώμα και, στη συνέχεια, το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ1. Να υπολογίσετε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα $Σ_1$.

Μονάδες 5

Δ2. Να εκφράσετε το μέτρο της δύναμης F_A που δέχεται η σανίδα από τον τοίχο σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος $Σ_1$ και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση. Για το σχεδιασμό της γραφικής παράστασης να χρησιμοποιηθεί χαρτί μιλιμετρέ.

Μονάδες 7

Κατά μήκος της σανίδας από το άκρο Γ κινείται σώμα $Σ_2$ μάζας m_2 = 1 Kg με ταχύτητα $υ_2$ = 23 m/s. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, όταν η απομάκρυνσητου σώματος $Σ_1$ είναι x_1, όπου $x_1 \geq 0$. Το σώμα $Σ_1$ μετά την κρούση ταλαντώνεται με το μέγιστο δυνατό πλάτος.

Δ3. Να βρείτε την απομάκρυνση x_1.

Μονάδες 6

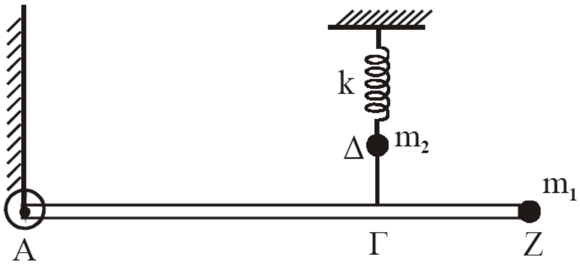
Δ4. Να βρείτε μετά από πόσο χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης τα δύο σώματα θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά.

Μονάδες 7

Θεωρούμε θετική τη φορά της απομάκρυνσης προς το Γ. Τριβές στην άρθρωση και στο υποστήριγμα δεν υπάρχουν.

Δίνεται: επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 m/s^2$.

Ομογενής άκαμπτη ράβδος ΑΖ έχει μήκος L = 4m, μάζα M = 3kg και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο της Α υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, ενώ στο άλλο άκρο της Ζ υπάρχει στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας m_1 = 0,6kg και αμελητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές τεντωμένο νήμα ΔΓ συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας m_2 = 1kg, το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 100 N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση ΑΓ είναι ίση με 2,8m. Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις.



Α. Να υπολογίσετε:

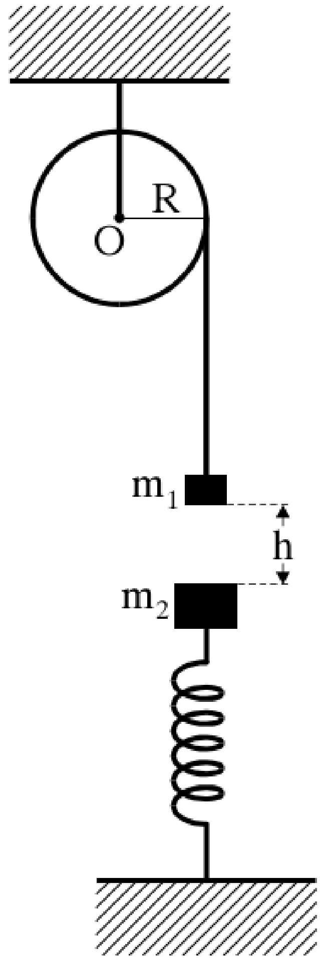
Α.1 τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου – σφαιριδίου m_1 ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετος στο επίπεδο της διάταξης

Α.2 το μέτρο της τάσης του νήματος ΔΓ.

Β. Αν κόψουμε το νήμα ΔΓ, το σφαιρίδιο m_2 εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση, ενώ η ράβδος μαζί με το σώμα m_1, υπό την επίδραση της βαρύτητας, περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από το σημείο Α. Να υπολογίσετε:

Β.1 το χρόνο που χρειάζεται το σφαιρίδιο m_2 από τη στιγμή που κόβεται το νήμα μέχρι τη στιγμή που θα φθάσει στην ψηλότερη θέση του για πρώτη φορά

Β.2 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Ζ, τη στιγμή που η ράβδος περνάει από την κατακόρυφη θέση. Δίνονται: $g = 10ms^{-2}$, ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της: $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$ π = 3,14. **Ημερ. 2003**



Η ομογενής τροχαλία του σχήματος ακτίνας R = 0,2 m και μάζας M = 3 kg μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο της Ο και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Σώμα Σ_1 μάζας m_1 = 1 kg είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος το οποίο είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια της τροχαλίας. Αρχικά το σύστημα είναι ακίνητο. Κάτω από το σώμα Σ_1 και σε απόσταση h βρίσκεται σώμα Σ_2 μάζας m_2 = 3kg το οποίο ισορροπεί στερεωμένο στη μια άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 200 N/m η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη στο έδαφος. Αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα τροχαλίας–σώματος Σ_1 να κινηθεί. Μετά από χρόνο t = 1s το σώμα Σ_1 συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το σώμα Σ_2, ενώ το νήμα κόβεται. Το συσσωμάτωμα εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση στην κατακόρυφη διεύθυνση. Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα Σ_1 μέχρι την κρούση.

β. την κινητική ενέργεια της τροχαλίας μετά την κρούση.

γ. το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα.

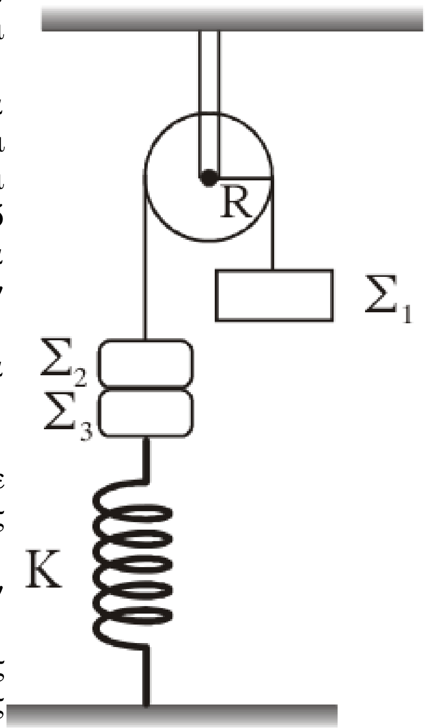
δ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος, τη στιγμή που απέχει από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης απόσταση x = 0,1 m.

Να θεωρήσετε ότι το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της:

$I = \frac{1}{2} M R^2$ **και η επιτάχυνση της βαρύτητας: g = 10 m/s^2 .**

Επαν. Ημερ. 2004



Τροχαλία μάζας M = 6kg και ακτίνας R = 0,25m μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της.

Γύρω από την τροχαλία υπάρχει αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στα άκρα του νήματος υπάρχουν σε κατακόρυφη θέση τα σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 = 4kg και m_2 = 1kg αντίστοιχα. Το σώμα Σ_2 είναι κολλημένο με σώμα Σ_3 μάζας m_3 = 1kg, το οποίο συγκρατείται από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς K =100 N/m. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα. Κάποια χρονική στιγμή, την οποία θεωρούμε ως χρονική στιγμή μηδέν (t_0 = 0), τα σώματα Σ_2 και Σ_3 αποκολλώνται και το Σ_3 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κατά τη διεύθυνση της κατακορύφου.

α. Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ_3.

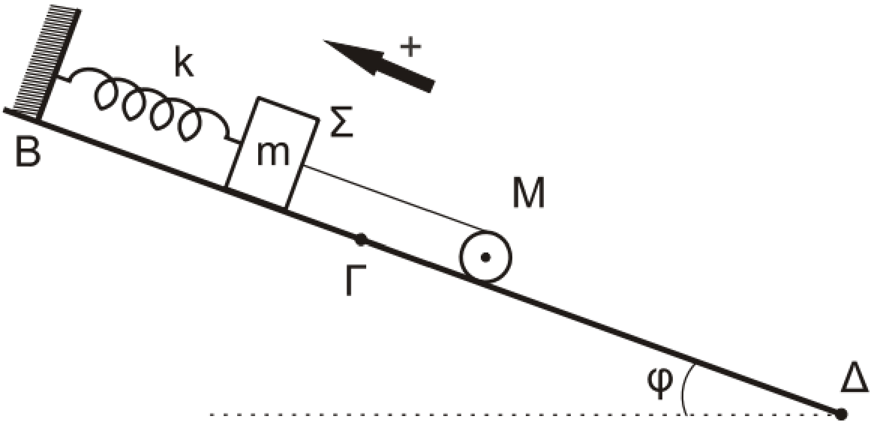
β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος Σ_3 σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική φορά, τη φορά προς τα επάνω.

γ. Να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας μετά την αποκόλληση των σωμάτων Σ_2 και Σ_3.

δ. Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας τη χρονική στιγμή t = 0,1 s. Δίνονται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I = \frac{1}{2}MR^2$, η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση και g = 10 m/s^2.

Επαν. Ημερ. 2006

(ημερ.2016) Σώμα Σ, μάζας m = 1 kg, είναι δεμένο στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 100 N/m. Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο στην κορυφή κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης φ = 30Ο. Το τμήμα ΒΓ του κεκλιμένου επιπέδου είναι λείο. Ομογενής κύλινδρος μάζας M = 2 kg και ακτίνας R = 0,1 m συνδέεται με το σώμα Σ με τη βοήθεια αβαρούς νήματος που δεν επιμηκύνεται. Ο άξονας του κυλίνδρου είναι οριζόντιος. Το νήμα και ο άξονας του ελατηρίου βρίσκονται στην ίδια ευθεία, που είναι παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο. Το σύστημα των σωμάτων ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα 5.



Σχήμα 5

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος (μονάδες 3) και την επιμήκυνση του ελατηρίου (μονάδες 2). Μονάδες 5 Τη χρονική στιγμή t = 0 κόβεται το νήμα. Το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και ο κύλινδρος αρχίζει να κυλίεται χωρίς ολίσθηση.
Δ2. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς για το σώμα Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική φορά την προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο σχήμα 5. Μονάδες 7
Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου, όταν θα έχει διαγράψει 12 N π = περιστροφές κατά την κίνηση του στο κεκλιμένο επίπεδο. Μονάδες 7
Δ4. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου, κατά την κίνηση του στο κεκλιμένο επίπεδο, τη χρονική στιγμή t = 3 s. Μονάδες 6
Δίνονται:

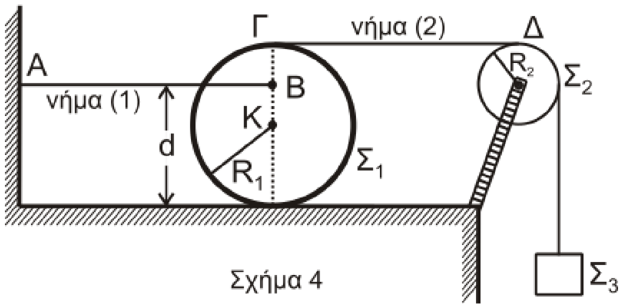
- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.
- η ροπή αδράνειας ομογενούς κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I_{cm}=\frac{1}{2}MR^2$
- $\eta\mu 30^o=\frac{1}{2}$

(επαν. Ημερ. 2016)

Ομογενής δίσκος $Σ_1$ έχει μάζα $M_1 = 8$ kg και ακτίνα $R_1 = 0{,}2$ m. Στο σημείο B της κατακόρυφης διαμέτρου του δίσκου, που απέχει απόσταση $d=\frac{3}{2}R_1$ από το οριζόντιο επίπεδο , είναι στερεωμένο οριζόντιο αβαρές μη εκτατό νήμα (1). Το άλλο άκρο Α του νήματος (1) είναι ακλόνητα στερεωμένο, όπως φαίνεται στο σχήμα 4. Γύρω από την περιφέρεια του δίσκου $Σ_1$ είναι τυλιγμένο πολλές φορές άλλο δεύτερο αβαρές μη εκτατό νήμα (2), το οποίο διέρχεται από τροχαλία $Σ_2$, μάζας $M_2 = 2$ kg και ακτίνας $R_2 = 0{,}1$ m. Στο άλλο άκρο του νήματος (2) είναι συνδεδεμένο σώμα $Σ_3$, μάζας $M_3 = 1$ kg. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί . Το τμήμα ΓΔ του νήματος (2) είναι οριζόντιο.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης που ασκεί το νήμα (1) στο δίσκο Σ 1 .

Τη χρονική στιγμή t 0 = 0 το νήμα (1) κόβεται. Το σώμα $Σ_3$ κατέρχεται με επιτάχυνση. Η τροχαλία $Σ_2$ αρχίζει να περιστρέφεται , χωρίς τριβές, γύρω από τον άξονά της και ο δίσκος $Σ_1$ αρχίζει να κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει, πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.



Σχήμα 4

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου $Σ_1$.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής της τροχαλίας $Σ_2$ τη χρονική στιγμή $t_1 = 1$s.

Δ4. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του σώματος $Σ_3$ για την κίνηση του από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 1$s.

Δίνονται:

η ροπή αδρανείας του δίσκου και της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεταιαπό το κέντρο μάζας τους

Να θεωρήσετε ότι :

- η τριβή του νήματος (2) τόσο με το δίσκο Σ 1 , όσο και με την τροχαλία Σ 2 , είναι αρκετά μεγάλη ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση.
- κατά τη διάρκεια όλου του φαινομένου , ο δίσκος παραμένει στο οριζόντιο επίπεδο, χωρίς να συγκρούεται με την τροχαλία.
- ο άξονας περιστροφής του δίσκου δεν αλλάζει κατεύθυνση , κατά τη διάρκεια της κίνησής του.
- το σώμα $Σ_3$ έχει αμελητέες διαστάσεις.
- η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.