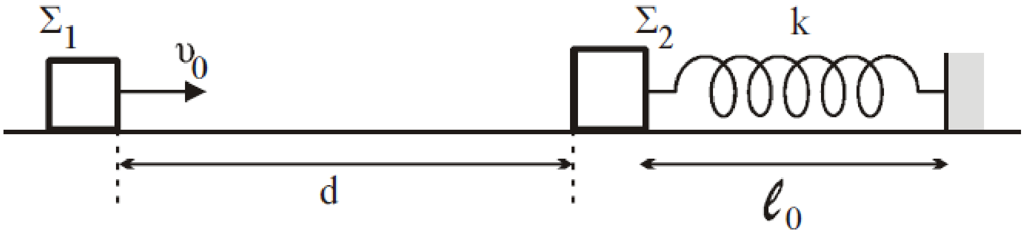
ΑΣΚΗΣΗ 1 -ΤΟ ΤΡΙΤΟ ΘΕΜΑ ΤΩΝ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ

ΚΡΟΥΣΕΙΣ

1. (2013)Σώμα Σ_1 με μάζα m_1 κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα Σ_2 με μάζα m2 = 2 m1, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Έστω υ_0 η ταχύτητα που έχει το σώμα Σ_1 τη στιγμή $t_0 = 0$ και ενώ βρίσκεται σε απόσταση d = 1 m από το σώμα Σ_2. Αρχικά, θεωρούμεότι το σώμα Σ_2 είναι ακίνητο πάνω στο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου με αμελητέα μάζα και σταθερά ελατηρίου k, και το οποίο έχει το φυσικό του μήκος ℓ_0. Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Αμέσως μετά τη κρούση, που είναι κεντρική και ελαστική, το σώμα Σ_1 αποκτά ταχύτητα με μέτρο $\upsilon_1' = \sqrt{10} m/s$ και φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας. Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δύο σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι μ = 0,5 και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g = 10 m/s^2.

Γ1. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα υ_0 του σώματος Σ_1. Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα Σ_1 στο σώμα Σ_2 κατά την κρούση. Μονάδες 6

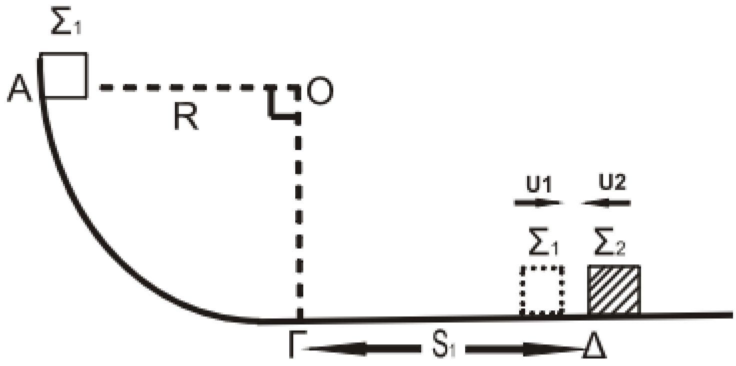
Γ3. Να υπολογίσετε το συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος Σ_1 από την αρχική χρονική στιγμή t_0 μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά.: Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου, αν δίνεται ότι m_2 = 1kg και k = 10^5 N/m. Μονάδες 7

Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και ότι τα δύο σώματα συγκρούονται μόνο μία φορά. Δίνεται $\sqrt{10} = 3{,}2$

ΑΣΚΗΣΗ 2 -ΤΟ ΤΡΙΤΟ ΘΕΜΑ ΤΩΝ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ

(2016 ημερ.) Σώμα Σ1 μάζας m1 βρίσκεται στο σημείο Α λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου $(\widehat{A\Gamma})$. Η ακτίνα ΟΑ είναι οριζόντια και ίση με R= 5m. Το σώμα αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου. Φθάνοντας στο σημείο Γ του τεταρτοκυκλίου, το σώμα συνεχίζει την κίνησή του σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής μ=0,5. Αφού διανύσει διάστημα S1=3,6m, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά στο σημείο Δ με σώμα Σ2 μάζας m2=3m1 , το οποίο τη στιγμή της κρούσης κινείται αντίθετα ως προς το Σ1, με ταχύτητα μέτρου U2=4m/s, όπως φαίνεται στο σχήμα 4



Σχήμα 4

Γ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ1 στο σημείο Γ, όπου η ακτίνα ΟΓ είναι κατακόρυφη. Μονάδες 5

Γ2. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων Σ1 και Σ2 αμέσως μετά την κρούση. Μονάδες 8

Γ3. Δίνεται η μάζα του σώματος Σ2, m2=3kg. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ2 κατά την κρούση (μονάδες 3) και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της (μονάδες 2). Μονάδες 5

Γ4. Να υπολογίσετε το ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ1 κατά την κρούση. Μονάδες 7

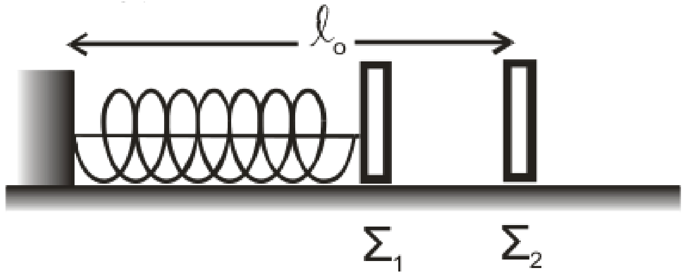
Δίνεται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.

ΑΣΚΗΣΗ 3 -ΤΟ ΤΡΙΤΟ ΘΕΜΑ ΤΩΝ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ

ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

2. Τα σώματα Σ1 και Σ2, αμελητέων διαστάσεων, με μάζες m1=1kg και m2=3kg αντίστοιχα είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα Σ1 είναι δεμένο στη μία άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100 N/m. Η άλλη άκρη του ελατηρίου, είναι ακλόνητα στερεωμένη. Το ελατήριο με τη βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά 0,2m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το Σ2 ισορροπεί στο οριζόντιο επίπεδο στη θέση που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος ℓ0 του ελατηρίου. Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα Σ1 κινούμενο προς τα δεξιά συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ2. Θεωρώντας ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά κίνησης την προς τα δεξιά, να υπολογίσετε:



α. την ταχύτητα του σώματος Σ1 λίγο πριν την κρούση του με το σώμα Σ2.

Μονάδες 6

β. τις ταχύτητες των σωμάτων Σ1 και Σ2, αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

γ. την απομάκρυνση του σώματος Σ1, μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο.

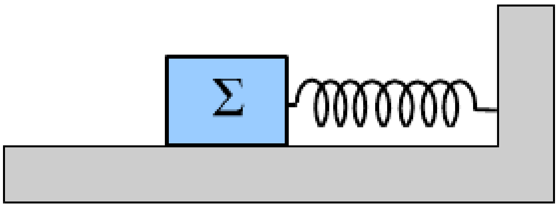
Μονάδες 6

δ. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων Σ1 και Σ2 όταν το σώμα Σ1 ακινητοποιείται στιγμιαία για δεύτερη φορά.Δεχθείτε την κίνηση του σώματος Σ1 τόσο πριν, όσο και μετά την κρούση ως απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς k.

Δίνεται π=3,14

Μονάδες 7

3. Το σώμα Σ του σχήματος είναι συνδεδεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=900 N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο T=(π/15) s. Το σώμα τη χρονική στιγμή t=0 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα υ=6 m/s κινούμενο προς τα δεξιά. Να βρείτε:



Α. Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος.

Μονάδες 5

Β. Τη μάζα του σώματος.

Μονάδες 5

Γ. Την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες για το χρονικό διάστημα από 0 έως (2π/15) s.

Μονάδες 8

Δ. Για ποιες απομακρύνσεις ισχύει K=3U, όπου K η κινητική ενέργεια και U η δυναμική ενέργεια του συστήματος.

Μονάδες 7

.

4. Στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου είναι στερεωμένο σώμα μάζας m1=1,44 kg, ενώ το άλλο του άκρο είναι ακλόνητο. Πάνω στο σώμα κάθεται ένα πουλί μάζας m2 και το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του συστήματος είναι 0,4π m/s και η δυναμική του ενέργεια μηδενίζεται κάθε 0,5s. Όταν το σύστημα διέρχεται από την ακραία θέση ταλάντωσης, το πουλί πετά κατακόρυφα και το νέο σύστημα ταλαντώνεται με κυκλική συχνότητα 2,5π rad /s. Να βρείτε::

Α. Την περίοδο και το πλάτος της αρχικής ταλάντωσης.

Μονάδες 6

Β. Τη σταθερά του ελατηρίου.

Μονάδες 6

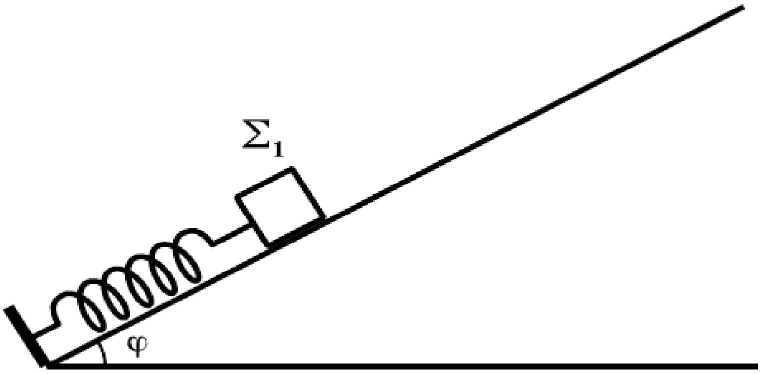
Γ. Τη μέγιστη ταχύτητα της νέας ταλάντωσης.

Μονάδες 6

Δ.Τη μάζα του πουλιού.

Μονάδες 7

5. (επ.ημ. 2010) Σώμα Σ1 μάζας m1 = 1kg ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία φ = 30ο. Το σώμα Σ1 είναι δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς Κ = 100N/m το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Εκτρέπουμε το σώμα Σ1 κατά d1 = 0,1m από τη θέση ισορροπίας του κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και το αφήνουμε ελεύθερο

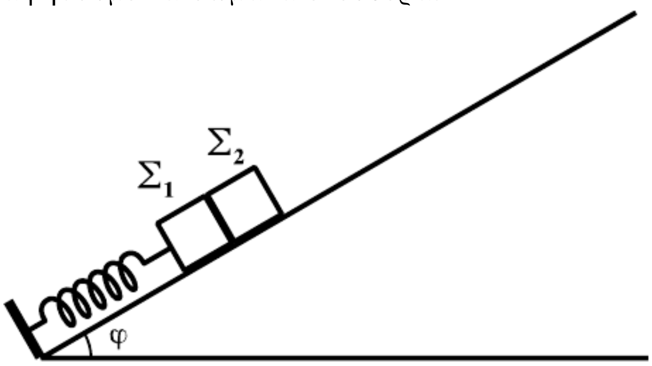
Γ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Μονάδες 5

Γ2. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ1.

Μονάδες 5

Μετακινούμε το σώμα Σ1 προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου μέχρι το ελατήριο να συμπιεστεί από το φυσικό του μήκος κατά Δℓ = 0,3m. Τοποθετούμε ένα δεύτερο σώμα Σ2 μάζας m2 = 1kg στο κεκλιμένο επίπεδο, ώστε να είναι σε επαφή με το σώμα Σ1, και ύστερα αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα.



Γ3. Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς του σώματος Σ2 κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του.

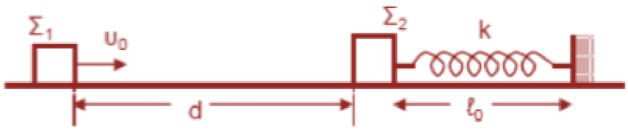
Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε σε πόση απόσταση από τη θέση που αφήσαμε ελεύθερα τα σώματα χάνεται η επαφή μεταξύ τους.

Μονάδες 9

Δίνονται: ημ30ο = 1/2, g = 10m/s2

6. (epan 2014)



Σώμα Σ_1 με μάζα m_1 κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα Σ_2 με μάζα $m_2 = 2\ m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Έστω υ_0 η ταχύτητα που έχει το σώμα Σ_1 τη στιγμή $t_0 = 0$ και ενώ βρίσκεται σε απόσταση $d = 1$ m από το σώμα Σ_2. Αρχικά, θεωρούμε ότι το σώμα Σ_2 είναι ακίνητο πάνω στο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου με αμελητέα μάζα και σταθερά ελατηρίου k, και το οποίο έχει το φυσικό του μήκος ℓ_0. Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα:

Αμέσως μετά τη κρούση, που είναι κεντρική και ελαστική, το σώμα Σ_1 αποκτά ταχύτητα με μέτρο $\upsilon_1' = \sqrt{10}$ m/s και φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας.

Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δύο σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι $\mu = 0{,}5$ και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10$ m/s^2.

Γ1. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα υ_0 του σώματος Σ_1.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα Σ_1 στο σώμα Σ_2 κατά την κρούση.

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε το συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος Σ_1 από την αρχική χρονική στιγμή t_0 μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά.

Δίνεται: $\sqrt{10} \cong 3{,}2$

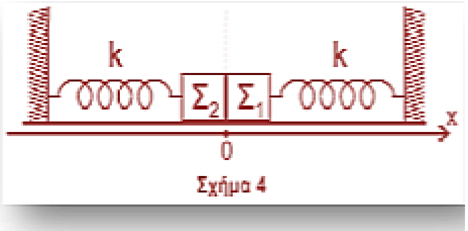
Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου, αν δίνεται ότι $m_2 = 1$kg και $k = 105$ N/m.

Μονάδες 7

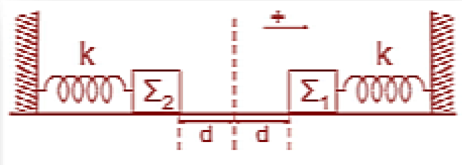
7.

Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, του σχήματος 4, με μάζες $m_1 = 1$ kg και $m_2 = 4$ kg αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους. Τα σώματα είναι δεμένα στην άκρη δύο όμοιων ιδανικών ελατηρίων σταθεράς $k = 100$ N/m, που βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και των οποίων η άλλη άκρη είναι σταθερά στερεωμένη.



Σχήμα 4

Μετακινούμε τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ έτσι ώστε τα ελατήρια να συσπειρωθούν κατά $d = 0{,}2$ m το καθένα (σχήμα 5) και στη συνέχεια τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνονται ελεύθερα να ταλαντωθούν.



Σχήμα 5

Γ1. Να γράψετε τις εξισώσεις των απομακρύνσεων x_1 και x_2 των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ συναρτήσει του χρόνου. Ως θετική φορά ορίζεται η από το $Σ_2$ προς $Σ_1$ και ως $x = 0$ ορίζεται η θέση που εφάπτονται αρχικά τα σώματα στο σχήμα 4.

Μονάδες 6

Γ2. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ κινούμενα με αντίθετη φορά συγκρούονται στη θέση $x = -\frac{d}{2}$. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων τους ελάχιστα πριν από την κρούση.

Μονάδες 6

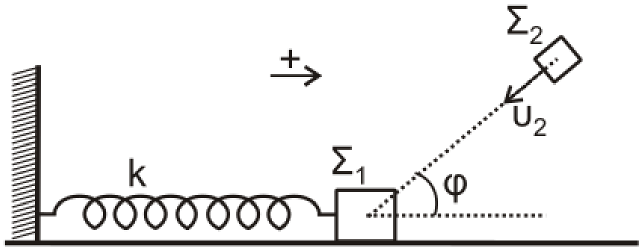
Γ3. Η κρούση που ακολουθεί είναι πλαστική. Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

Μονάδες 6

Γ4. Να βρείτε το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος μετά την κρούση.

Μονάδες 7

(επαν. Ημερ. 2016) Σώμα $Σ_1$, μάζας m_1 = 1 kg, είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 100 N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα $Σ_1$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, πλάτους Α = 0,4 m, σε λείο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή που το σώμα $Σ_1$ έχει απομάκρυνση $x_1 = \frac{+A\sqrt{3}}{2}$, κινούμενο κατά τη θετική φορά , συγκρούεται πλαστικά με σώμα $Σ_2$, μάζας m_2 = 3 kg. Το σώμα $Σ_2$ κινείται, λίγο πριν την κρούση, με ταχύτητα $υ_2$ = 8 m/s σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ (όπου $συνφ = \frac{1}{3}$) με το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα 3. Το συσσωμάτωμα προκύπτει μετά την κρούση , εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση .



Σχήμα 3

Γ1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ 1 λίγο πριν την κρούση (μονάδες 3) και την ταχύτητα του συσσωματώματος , αμέσως μετά την κρούση (μονάδες 4).
Γ2. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος .
Γ3. Να εκφράσετε την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση. Να σχεδιάσετε (με στυλό) σε βαθμολογημένους άξονες την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση.
Γ4. Να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων Σ 1 και Σ 2 , ακριβώς πριν την κρούση που μετατράπηκε σε θερμότητα , κατά την κρούση.Να θεωρήσετε ότι:η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.Η θετική φορά είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα 3.

ΣΥΝΘΕΣΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ

8. Υλικό σημείο Σ εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, οι οποίες γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις εξισώσεις :

$$x_1 = A\eta\mu\omega t \quad \text{και} \quad x_2 = A\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$$

με A = 4 cm και ω = 10 rad/s.

α. Να υπολογισθεί το πλάτος Αο της συνισταμένης απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το Σ.

Μονάδες 6

β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που εκτελεί το Σ.

Μονάδες 6

γ. Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του Σ και να υπολογισθεί η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή t =π/15 s μετά από τη στιγμή t=0.

Μονάδες 6

δ. Να υπολογισθεί ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή t = π/120 s.

Δίνονται: $\eta\mu\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\eta\mu\frac{\pi}{4} = \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

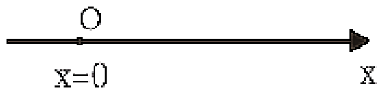
$\eta\mu\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$, $\eta\mu A + \eta\mu B = 2\sigma\upsilon\nu\frac{A-B}{2}\eta\mu\frac{A+B}{2}$

Μονάδες 7

ΚΥΜΑΤΑ

9. Κατά μήκος ομογενούς γραμμικού ελαστικού μέσου που έχει τη διεύθυνση του άξονα x, όπως φαίνεται στο σχήμα, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα, το οποίο περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = 0,05\ ημ2π\ (2t - 5x)\ (S.I.)$$



Να υπολογίσετε:

α. τη συχνότητα και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

Μονάδες 6

β. τη μέγιστη επιτάχυνση ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα.

Μονάδες 6

γ. την απόσταση μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου τα οποία βρίσκονται στον θετικό ημιάξονα Οx και παρουσιάζουν την ίδια χρονική στιγμή διαφορά φάσης $5π/2$ rad.

Μονάδες 6

δ. την ταχύτητα ταλάντωσης, τη χρονική στιγμή $t = 1,5$ s ενός σημείου του ελαστικού μέσου το οποίο βρίσκεται στον θετικό ημιάξονα Οx και απέχει από την αρχή Ο (x=0) απόσταση 0,3 m.

Μονάδες 7

Δίνονται: $π = 3,14$ και $π^2=10$.

10. Το σημείο Ο ομογενούς ελαστικής χορδής, τη χρονική στιγμή $t = 0$, αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = 0{,}05ημ8πt$ (SI) κάθετα στη διεύθυνση της χορδής. Το κύμα που παράγεται διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα x΄x, κατά μήκος της χορδής, που διέρχεται από το σημείο Ο με ταχύτητα μέτρου 20m/s.

α. Να βρεθεί ο χρόνος που χρειάζεται ένα υλικό σημείο του ελαστικού μέσου για να εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση. **Μονάδες 6**

β. Να βρεθεί το μήκος κύματος του αρμονικού κύματος. **Μονάδες 6**

γ. Να γραφεί η εξίσωση του ίδιου κύματος. **Μονάδες 6**

δ. Να βρεθεί το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας με την οποία ταλαντώνεται ένα σημείο της χορδής. **Μονάδες 7**

1. Το άκρο Ο γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του ημιάξονα Ox, αρχίζει να ταλαντώνεται τη στιγμή $t = 0$, σύμφωνα με την εξίσωση $y = Aημ\, 2π\, t$ (y σε cm, t σε s). Το εγκάρσιο κύμα, που δημιουργείται, διαδίδεται κατά μήκος του γραμμικού ελαστικού μέσου. Κάποια χρονική στιγμή το στιγμιότυπο του κύματος απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα.

Α. Να βρείτε το μήκος κύματος και την περίοδο του κύματος.

Β. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

Γ. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

Δ. Να βρείτε την ενέργεια ενός πολύ μικρού τμήματος του ελαστικού μέσου μάζας $Δm = 8 \cdot 10^{-3}$ kg. *Δίνεται:* $π^2 \approx 10$.

11. Εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους 0,08m και μήκους κύματος 2m διαδίδεται κατά τη θετική φορά σε οριζόντια ελαστική χορδή που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x΄x. Θεωρούμε ότι το σημείο της χορδής στη θέση x = 0 τη χρονική στιγμή t = 0 έχει μηδενική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και θετική ταχύτητα. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι 100 m/s .

α. Να υπολογίσετε τη συχνότητα με την οποία ταλαντώνονται τα σημεία της χορδής.
Μονάδες 5

β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος στο S.I. **Μονάδες 6**

γ. Να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης στοιχειώδους τμήματος της χορδής μάζας 0,002 kg. (Να θεωρήσετε το στοιχειώδες τμήμα της χορδής ως υλικό σημείο).
Μονάδες 7

δ. Έστω ότι στην παραπάνω χορδή διαδίδεται ταυτόχρονα άλλο ένα κύμα πανομοιότυπο με το προηγούμενο, αλλά αντίθετης φοράς, και δημιουργείται στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση x = 0. Να υπολογίσετε στο θετικό ημιάξονα τη θέση του 11ου δεσμού του στάσιμου κύματος από τη θέση x = 0. **Μονάδες 7**

Δίνεται: $\pi^2 = 10$.

12. Η πηγή Ο αρχίζει τη χρονική στιγμή t=0 να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, που περιγράφεται από την εξίσωση y=Αημωt. Το κύμα που δημιουργεί, διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου και κατά τη θετική φορά. Ένα σημείο Σ απέχει από την πηγή Ο απόσταση 10m. Στη γραφική παράσταση που ακολουθεί φαίνεται η απομάκρυνση του σημείου Σ από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο.

Α. Να υπολογίσετε:

i. Τη συχνότητα του κύματος. **Μονάδες 6**

ii. Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος. **Μονάδες 6**

iii. Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Σ. **Μονάδες 6**

Β. Να γράψετε την εξίσωση αυτού του κύματος. **Μονάδες 7**

13. Η πηγή κύματος Ο αρχίζει τη χρονική στιγμή t0 = 0 s να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α = 0,05 m. Το αρμονικό κύμα που δημιουργείται διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, κατά τον άξονα Οx. Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται το στιγμιότυπο του κύματος μετά από χρόνο t1 = 0,3 s, κατά τον οποίο το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση 3m.

α. Να βρείτε την ταχύτητα υ διάδοσης του κύματος στο ελαστικό μέσο.

Μονάδες 5

β. Να βρείτε την περίοδο Τ του αρμονικού κύματος.

Μονάδες 5

γ. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος. ***Μονάδες 7***

δ. Να απεικονίσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t2 = t1+T/4 .

14. Κατά μήκος του άξονα x΄x εκτείνεται ελαστική χορδή. Στη χορδή διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου $Π_1$ της χορδής περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_1 = Αημ\ 30πt\ (SI)$$

ενώ η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου $Π_2$, που βρίσκεται 6 cm δεξιά του σημείου $Π_1$, περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_2 = Αημ\ (30πt + π/6)\ \ (SI)$$

Η απόσταση μεταξύ των σημείων $Π_1$ και $Π_2$ είναι μικρότερη από ένα μήκος κύματος.

α. Ποια είναι η φορά διάδοσης του κύματος; **Μονάδες 3**

β. Ποια είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος; **Μονάδες 6**

γ. Αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής, να υπολογίσετε το πλάτος του κύματος. **Μονάδες 5**

δ)Στο σχήμα που ακολουθεί, απεικονίζεται ένα στιγμιότυπο του κύματος.Εκείνη τη στιγμή σε ποια από τα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ και Η η ταχύτητα ταλάντωσης είναι μηδενική και σε ποια είναι μέγιστη (κατ' απόλυτη τιμή); Ποια είναι η φορά της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων Β, Δ και Ζ; **Μονάδες 7**

ε. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που όταν συμβάλλει με το προηγούμενο, δημιουργεί στάσιμο κύμα. Δίνεται π = 3,14 ***Μονάδες 4***

15. Η εξίσωση ενός γραμμικού αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του άξονα x΄x είναι: $y=0,4\eta\mu 2\pi(2t-0,5x)$ (S.I.)

Να βρείτε:

α. Το μήκος κύματος λ και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος υ.

β. Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου.

γ. Τη διαφορά φάσης που παρουσιάζουν την ίδια χρονική στιγμή δύο σημεία του ελαστικού μέσου, τα οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση ίση με 1,5 m.

δ. Για τη χρονική στιγμή t_1= 1 s να βρείτε την εξίσωση που περιγράφει το στιγμιότυπο του κύματος, και στη συνέχεια να το σχεδιάσετε.

Μονάδες 7

16. Η εξίσωση ενός γραμμικού αρμονικού κύματος είναι:

$$y=0{,}2\ \eta\mu 2\pi(t-2x)\ (S.\ I.)$$

Να υπολογίσετε:

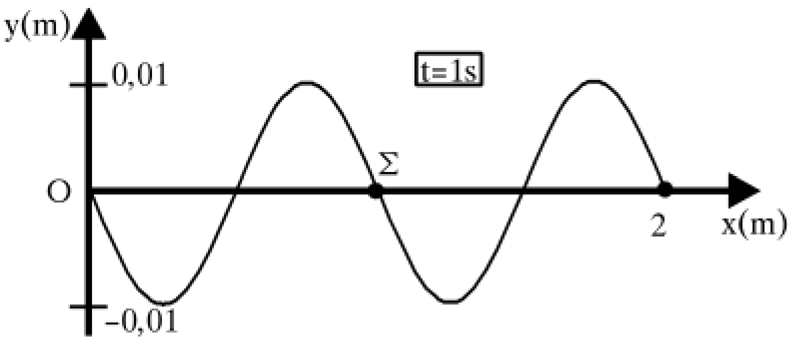
Γ.1. την περίοδο και το μήκος κύματος. ***Μονάδες 6***

Γ.2. την ταχύτητα του κύματος. ***Μονάδες 6***

Γ.3. τη μεγίστη επιτάχυνση της ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου.
Μονάδες 6

Γ.4. την απόσταση μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου που παρουσιάζουν διαφορά φάσης 4π rad. Δίδεται $\pi^2 \approx 10$ ***Μονάδες 7***

10. *(εσπ. 2011)* Το άκρο Ο γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του ημιάξονα Οx, αρχίζει τη χρονική στιγμή t 0 =0 να ταλαντώνεται με θετική ταχύτητα, δημιουργώντας αρμονικό κύμα. Στο σχήμα απεικονίζεται το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t=1 sec.



Γ1. Να βρείτε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος υ και το μήκος κύματος λ.
Μονάδες 6

Γ2. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.
Μονάδες 6

Γ3. Να βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων του μέσου.
Μονάδες 6

Γ4. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης ενός σημείου Σ του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση x Σ =1 m, σε συνάρτηση με το χρόνο. Να χρησιμοποιήσετε το μιλιμετρέ χαρτί στο τέλος του τετραδίου.
Μονάδες 7

17. Σε ένα σημείο μιας λίμνης, μια μέρα χωρίς αέρα, ένα σκάφος ρίχνει άγκυρα. Από το σημείο της επιφάνειας της λίμνης που πέφτει η άγκυρα ξεκινά εγκάρσιο κύμα. Ένας άνθρωπος που βρίσκεται σε βάρκα παρατηρεί ότι το κύμα φτάνει σ' αυτόν 50 s μετά την πτώση της άγκυρας. Το κύμα έχει ύψος 10 cm πάνω από την επιφάνεια της λίμνης, η απόσταση ανάμεσα σε δύο διαδοχικές κορυφές του κύματος είναι 1 m, ενώ μέσα σε χρόνο 5 s το κύμα φτάνει στη βάρκα 10 φορές. Να υπολογίσετε:

Α. Την περίοδο του κύματος που φτάνει στη βάρκα.

Μονάδες 5

Β. Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

Μονάδες 6

Γ. Την απόσταση της βάρκας από το σημείο πτώσης της άγκυρας.

Μονάδες 7

Δ. Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του ανθρώπου στη βάρκα.

Μονάδες 7

ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ

18. Σε μια χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα, η εξίσωση του οποίου είναι $y=10\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{4}\eta\mu 20\pi t$, όπου x, y δίνονται σε cm και t σε s. Να βρείτε:

α. το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης, τη συχνότητα και το μήκος κύματος.
Μονάδες 6

β. τις εξισώσεις των δύο κυμάτων που παράγουν το στάσιμο κύμα.
Μονάδες 6

γ. την ταχύτητα που έχει τη χρονική στιγμή t=0,1 s ένα σημείο της χορδής το οποίο απέχει από το άκρο της x=3 cm.
Μονάδες 6

δ. σε ποιες θέσεις υπάρχουν κοιλίες μεταξύ των σημείων x_A=3 cm και x_B=9 cm. **Μονάδες 7**

Δίνονται: π= 3,14 και $\sigma\upsilon\nu\frac{3\pi}{4}=\frac{-\sqrt{2}}{2}$.

19. Ένα τεντωμένο οριζόντιο σχοινί ΟΑ μήκους L εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x. Το άκρο του Α είναι στερεωμένο ακλόνητα στη θέση x=L, ενώ το άκρο Ο που βρίσκεται στη θέση x=0 είναι ελεύθερο, έτσι ώστε με κατάλληλη διαδικασία να δημιουργείται στάσιμο κύμα με 5 συνολικά κοιλίες. Στη θέση x= 0 εμφανίζεται κοιλία και το σημείο του μέσου στη θέση αυτή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή t=0 το σημείο x=0 βρίσκεται στη θέση μηδενικής απομάκρυνσης κινούμενο κατά τη θετική φορά. Η απόσταση των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης αυτού του σημείου του μέσου είναι 0,1 m. Το συγκεκριμένο σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του 10 φορές κάθε δευτερόλεπτο και απέχει κατά τον άξονα x απόσταση 0,1 m από τον πλησιέστερο δεσμό.

α. Να υπολογίσετε την περίοδο του κύματος.

Μονάδες 6

β. Να υπολογίσετε το μήκος L.

Μονάδες 6

γ. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.

Μονάδες 6

δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας της ταλάντωσης του σημείου του μέσου x=0 κατά τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας έχει τιμή y = +0,03 m.

Μονάδες 7

Δίνεται π = 3,14 .

20. Η μία άκρη ενός τεντωμένου σχοινιού είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο και η ελεύθερη άκρη εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, οπότε σχηματίζεται στάσιμο κύμα με εξίσωση $y=0,4$ συν$10\pi x$ημ$40\pi t$ (SI)

Α. Να υπολογίσετε το πλάτος (Μονάδες 8) και το μήκος κύματος (Μονάδες 9) για το κύμα, από το οποίο προκύπτει το στάσιμο. **Μονάδες 17**

Β. Να υπολογίσετε σε πόση απόσταση από την ελεύθερη άκρη του σχοινιού σχηματίζεται ο τρίτος δεσμός του στάσιμου κύματος. **Μονάδες 8**

21. Σε γραμμικό ελαστικό μέσο που εκτείνεται κατά μήκος του άξονα x΄x έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα που περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = 0{,}1συνπx \cdot ημ10πt \text{ (SI)}.$$

Στη θέση x = 0 εμφανίζεται κοιλία, και το σημείο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση αυτή τη χρονική στιγμή t = 0 έχει μηδενική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και κινείται κατά τη θετική φορά.

α. Να υπολογιστεί η συχνότητα f και η ταχύτητα υ των κυμάτων από τα οποία προέκυψε το στάσιμο κύμα.

Μονάδες 8

β. Να υπολογιστεί τη χρονική στιγμή t_1= 1/40 sec η απομάκρυνση ενός σημείου Κ του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση x = ¼ m.

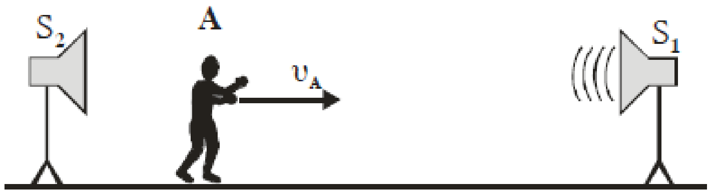
Μονάδες 8

γ. Να προσδιοριστεί ο αριθμός των κοιλιών που υπάρχουν μεταξύ των σημείων Μ και Ν του ελαστικού μέσου που βρίσκονται στις θέσεις x_M = 10,25m και x_N = 14,75m αντίστοιχα.

Δίνονται: $ημ\frac{π}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}=συν\frac{π}{4}$

DOPPLER

22. Παρατηρητής Α κινείται με σταθερή ταχύτητα $υ_A$ μεταξύ δύο ακίνητων ηχητικών πηγών S_1 και S_2, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Η πηγή S_2 αρχικά δεν εκπέμπει ήχο, ενώ η πηγή S_1 εκπέμπει ήχο με συχνότητα f_1 = 100 Hz.
Γ1. Υπολογίστε την ταχύτητα υA με την οποία πρέπει να κινείται ο παρατηρητής, ώστε να ακούει ήχο με συχνότητα f_A = 100,5 Hz.

Μονάδες 6

Κάποια στιγμή ενεργοποιείται και η δεύτερη ηχητική πηγή S2,η οποία εκπέμπει ήχο συχνότητας f_2 = 100 Hz.
Γ2. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα Δt1 μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου που ακούει ο κινούμενος παρατηρητής.

Μονάδες 6

Η συχνότητα της ηχητικής πηγής S_2 μεταβάλλεται σε f΄2 = 100,5 Hz, ενώ ο παρατηρητής Α σταματάει να κινείται.
Γ3. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα $Δt_2$ μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου που ακούει ο ακίνητος παρατηρητής.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε το πλήθος των ταλαντώσεων τις οποίες εκτελεί το τύμπανο του αυτιού του παρατηρητή Α μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου που ακούει.

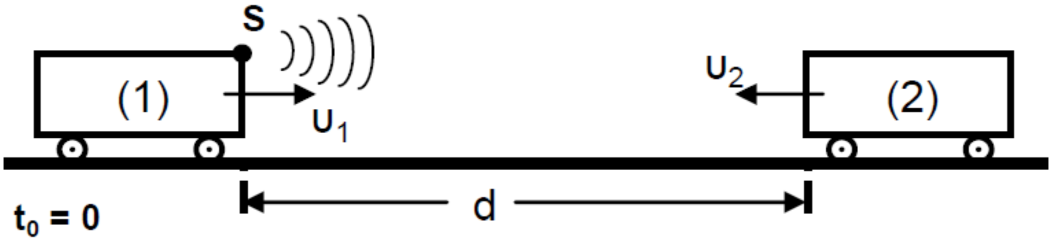
Μονάδες 7

Θεωρούμε ότι οι εντάσεις των ήχων των δύο πηγών είναι ίσες και δεν μεταβάλλονται με την απόσταση.
Δίνεται: ταχύτητα διάδοσης ήχου στον αέρα $υ_{ηχ}$ = 340 m/s.

23. Σε κινούμενο τρένο (1) με ταχύτητα υ1 υπάρχει ηχητική πηγή που εκπέμπει ήχο συχνότητας fs για χρονικό διάστημα Δts. Τρένο (2) κινείται με ταχύτητα υ2 αντίθετης φοράς και τη στιγμή t0 = 0 απέχει από το τρένο (1) απόσταση d. Στο τρένο (1) υπάρχει συσκευή ανίχνευσης των ανακλώμενων στο τρένο (2) ηχητικών κυμάτων. Δίνεται ότι ο ανακλώμενος ήχος στο τρένο (2) έχει την ίδια συχνότητα με τον προσπίπτοντα σε αυτόν ήχο.

2.

$Γ_1$. Αν f1 είναι η



συχνότητα του ήχου που ανιχνεύει η συσκευή, να δείξετε

ότι $$f_1 = \frac{(\upsilon+\upsilon_2)}{(\upsilon-\upsilon_2)} \cdot \frac{(\upsilon+\upsilon_1)}{(\upsilon-\upsilon_1)} \cdot f_s$$

Δίνονται: ταχύτητα ήχου υ = 340 m/s, fs = 1900 Hz, $υ_1$ = 20 m/s, $υ_2$ = 20 m/s, Δts = 0,81 s.

Γ2. Αν τη χρονική στιγμή t_1 = 6,8 s η συσκευή αρχίζει να ανιχνεύει τον ανακλώμενο ήχο, να βρεθεί η απόσταση d που είχαν τα τρένα τη χρονική στιγμή t_0 = 0.

Μονάδες 9

Γ3. Ποια χρονική στιγμή t_2 η συσκευή ανίχνευσης των ανακλώμενων κυμάτων σταματά να καταγράφει τον ανακλώμενο ήχο;

3. **Μονάδες 9**

24. Οριζόντιος ομογενής και συμπαγής δίσκος, μάζας M=3kg και ακτίνας R=0,2m, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Τη χρονική στιγμή t=0 ασκούμε στο δίσκο δύναμη F σταθερού μέτρου 3N που εφάπτεται στην περιφέρειά του, οπότε ο δίσκος αρχίζει να περιστρέφεται. Κάποια χρονική στιγμή t_1 ο δίσκος έχει κινητική ενέργεια K=75J.

Να υπολογίσετε :

α) τη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του

β) τη γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου

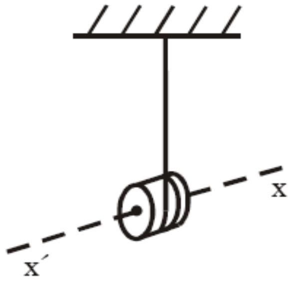
γ) τη γωνιακή του ταχύτητα τη χρονική στιγμή t_1.

δ) τη ροπή αδράνειας του δίσκου, αν η περιστροφή του γινόταν γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνάει από το μέσον μιας ακτίνας του.

Η ροπή αδράνειας του παραπάνω δίσκου, ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του, δίνεται από τη σχέση $I_{cm}=\frac{1}{2}MR^2$.

Ομογ. 2002

25. Το γιο-γιο του σχήματος αποτελείται από ομογενή συμπαγή κύλινδρο που έχει μάζα m=0,12kg και ακτίνα $R=1,5\cdot 10^{-2}$m. Γύρω από τον κύλινδρο έχει τυλιχτεί νήμα.



Τη χρονική στιγμή t=0 αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει. Το νήμα ξετυλίγεται και ο κύλινδρος περιστρέφεται γύρω από νοητό οριζόντιο άξονα x΄x, ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας του. Το νήμα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του κυλίνδρου παραμένει κατακόρυφο και τεντωμένο και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου. Τη στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους $\ell=20R$, η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι $\upsilon_{cm}=2$m/s.

α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του. (Ο τύπος που μας δίνει τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, **δεν θεωρείται γνωστός**).

β. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου, καθώς αυτός κατέρχεται.

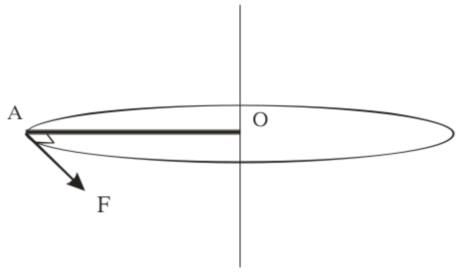
γ. Τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι $\upsilon_{cm}=2$ m/s, το νήμα κόβεται. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του μετά την πάροδο χρόνου 0,8 s από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

δ. Να κάνετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της στροφορμής σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή t=0, μέχρι τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί σε χρόνο 0,8 s από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Δίνεται: $g=10m/s^2$

Επαν. Ημερ. 2005

26. (Επαν. Ημερ. 2007) Η ράβδος ΟΑ του σχήματος με μήκος L = 1m και μάζα M = 6kg είναι οριζόντια και περιστρέφεται υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης F που έχει σταθερό μέτρο και είναι διαρκώς κάθετη στη ράβδο, στο άκρο της Α. Η περιστροφή γίνεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το Ο.



Αρχικά η ράβδος είναι ακίνητη. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες. Να υπολογιστούν:

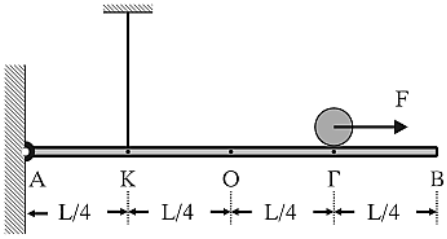
α. Η τιμή της δύναμης F, αν γνωρίζουμε ότι το έργο που έχει προσφέρει η δύναμη στη διάρκεια της πρώτης περιστροφής είναι 30π J.

β. Η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου.

γ. Ο ρυθμός με τον οποίο η δύναμη μεταφέρει ενέργεια στη ράβδο στο τέλος της πρώτης περιστροφής. Δίνονται: $\sqrt{30\pi}=9,7$

Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στη ράβδο $I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2$

27. (Ημερ. 2008) Ομογενής και ισοπαχής ράβδος μήκους L=4m και μάζας M=2kg ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Σε σημείο Κ της ράβδου έχει προσδεθεί το ένα άκρο κατακόρυφου αβαρούς νήματος σταθερού μήκους, με το επάνω άκρο του συνδεδεμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Στο σημείο Γ ισορροπεί ομογενής σφαίρα μάζας m=2,5kg και ακτίνας r=0,2m.
Δίνονται ΑΚ=$\frac{L}{4}$, ΑΓ=$\frac{3L}{4}$.

α. Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στη ράβδο.

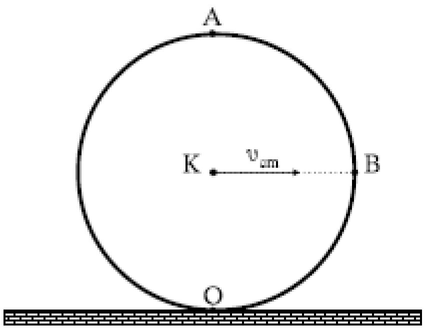
Τη χρονική στιγμή t=0 ασκείται στο κέντρο μάζας της σφαίρας με κατάλληλο τρόπο, σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=7N, με φορά προς το άκρο Β. Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

β. Να υπολογισθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της σφαίρας κατά την κίνησή της.

γ. Να υπολογισθεί το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο Β.

δ. Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο Β.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας μάζας m ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I=\frac{2}{5}mr^2$ και g=10 m/s^2.



28. (εσπ. 2010) Κυκλική στεφάνη ακτίνας R=0,2m και μάζας m=1Kg κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας Κ είναι υcm=10m/s. Η ροπή αδράνειας της στεφάνης ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος προς το επίπεδό της είναι Icm= mR^2.

Ο είναι το κατώτατο και Α το ανώτατο σημείο της στεφάνης. Η ευθεία ΚΒ είναι παράλληλη στο δάπεδο.

Να υπολογίσετε:

Γ1. τα μέτρα των ταχυτήτων στα σημεία Ο, Α και Β της στεφάνης.

Μονάδες 9

Γ2. τη γωνιακή ταχύτητα της στεφάνης.

Μονάδες 4

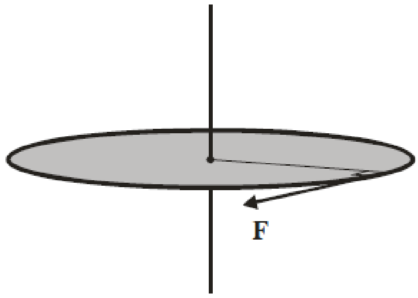
Γ3. τη ροπή αδράνειας της στεφάνης ως προς το σημείο Ο.

Μονάδες 5

Γ4. την κινητική ενέργεια της στεφάνης.

Μονάδες 7

29.**(επαν. Εσπερ. 2011)** Οριζόντιος ομογενής δίσκος με μάζα M = 2 Kg και ακτίνα R = 0,5 m μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Ο δίσκος αρχικά είναι ακίνητος. Κάποια στιγμή $t_0 = 0$, ασκείται σε σημείο της περιφέρειας του δίσκου δύναμη σταθερού μέτρου F = 10 N, συνεχώς εφαπτόμενη σε αυτόν.



Γ1. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης F από τη στιγμή $t_0 =$ 0 έως τη στιγμή που η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου έχει γίνει ω = 8 rad/s.

Μονάδες 6.

Γ2. Να υπολογίσετε τη γωνία που έχει διαγράψει ο δίσκος μέχρι εκείνη τη στιγμή.

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε την ισχύ της δύναμης F την ίδια στιγμή.

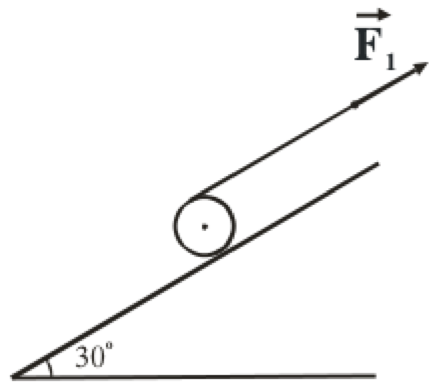
Μονάδες 6

Τη στιγμή που η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου είναι ω = 8 rad/s, η δύναμη F καταργείται και ο δίσκος συνεχίζει να στρέφεται με την ταχύτητα αυτή. Από κάποιο ύψος αφήνεται να πέσει ένα κομμάτι λάσπης μάζας m = 1 Kg αμελητέων διαστάσεων, που κολλάει στον δίσκο σε σημείο της περιφέρειάς του.Γ4. Να υπολογίσετε τη νέα γωνιακή ταχύτητα που θα αποκτήσει το σύστημα δίσκος – λάσπη.

Μονάδες 7

Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I = \frac{1}{2} M R^{2}.$

30. (omog.2011)Ομογενής δίσκος μάζας m=4kg και ακτίνας R=0,1m είναι ακίνητος πάνω σε πλάγιο επίπεδο γωνίας κλίσης φ=30 ^{0} με τον άξονά του οριζόντιο. Γύρω από το δίσκο είναι τυλιγμένο λεπτό, αβαρές και μη ελαστικό νήμα. Στην ελεύθερη άκρη του νήματος ασκείται σταθερή δύναμη μέτρου F_1 με διεύθυνση παράλληλη προς την επιφάνεια του πλάγιου
επιπέδου και με φορά προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται ο δίσκος από το πλάγιο επίπεδο.
Μονάδες 6

Αντικαθιστούμε τη δύναμη F_1 με δύναμη F_2 ίδιας κατεύθυνσης με την F_1 και μέτρου F_2 =7N, με αποτέλεσμα ο δίσκος να αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει προς τα κάτω. Το νήμα τυλίγεται γύρω από το δίσκο χωρίς να ολισθαίνει.

Δ2. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου, καθώς και τη νέα τιμή της στατικής τριβής. Μονάδες 7

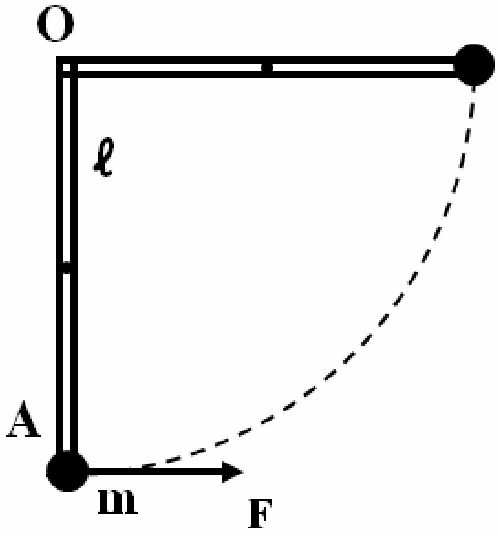
Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σημείου εφαρμογής της F_2 τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία ο δίσκος έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_1 =10 rad/s.
Μονάδες 5

Δ4. Να υπολογίσετε το διάστημα που διάνυσε το κέντρο μάζας του δίσκου από τη στιγμή που άρχισε να κινείται μέχρι τη χρονική στιγμή t_1. Μονάδες 7

Δίνονται: ημ30 ^{0} = $\frac{1}{2}$, η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10 m/s^2 και η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I=\frac{1}{2}mR^2$.

31. (omog 2012) Ομογενής και ισοπαχής δοκός (ΟΑ), μάζας M=6 kg και μήκους l=0,3 m, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το ένα άκρο της Ο. Στο άλλο της άκρο Α υπάρχει στερεωμένη μικρή σφαίρα Μ μάζας

$$m=\frac{M}{2}$$



Γ1. Βρείτε την ροπή αδράνειας του συστήματος δοκού-σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Μονάδες 6

Ασκούμε στο άκρο Α δύναμη, σταθερού μέτρου $F=\frac{120}{\pi}$ N, που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Γ2. Βρείτε το έργο της δύναμης F κατά την περιστροφή του συστήματος μέχρι την οριζόντια θέση της.

Μονάδες 6

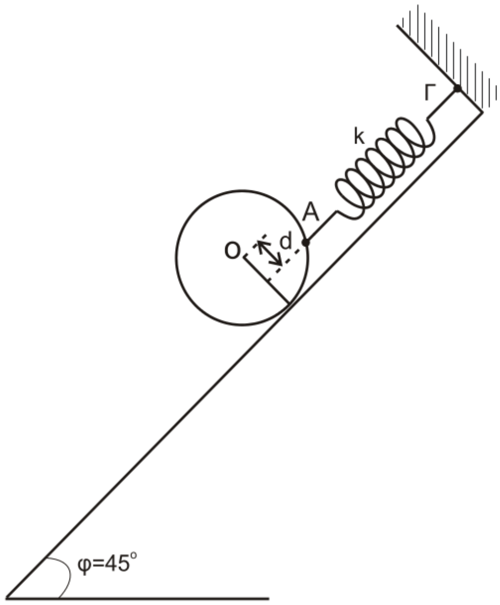
Γ3. Βρείτε την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος δοκού-σφαίρας στην οριζόντια θέση.

Μονάδες 6

Επαναφέρουμε το σύστημα δοκού-σφαίρας στην αρχική κατακόρυφη θέση του. Ασκούμε στο άκρο Α δύναμη, σταθερού μέτρου F ' = 30 3 N , που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό.

Δίνονται: $g=10\frac{m}{s^2}$, ροπή αδράνειας ομογενούς δοκού μάζας Μ και μήκους l, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτήν $I_{CM}=\frac{1}{2}M\,l^2$,

32. (epan 2012) Συμπαγής ομογενής δίσκος, μάζας $M=2\sqrt{2}\,kg$ και ακτίνας R=0,1 m, είναι προσδεδεμένος σε ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k=100 N/m στο σημείο Α και ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο, που σχηματίζει γωνία $\varphi=45^o$ με το οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα. Το ελατήριο είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο και ο άξονας του ελατηρίου απέχει από το κέντρο (Ο) του δίσκου , απόσταση $d=\frac{R}{2}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο σημείο Γ.



Γ1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου.
Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.
Μονάδες 6

Κάποια στιγμή το ελατήριο κόβεται στο σημείο Α και ο δίσκος αμέσως κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει, κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.

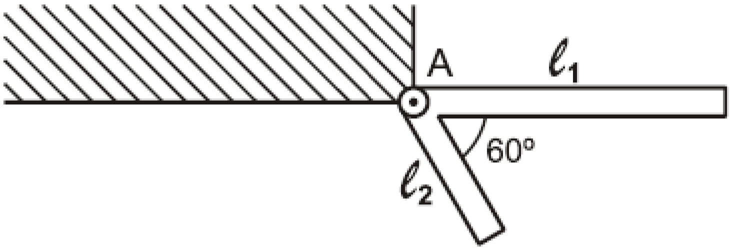
Γ3. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου. Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε τη στροφορμή του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, όταν το κέντρο μάζας του έχει μετακινηθεί κατά διάστημα $s=0,3\sqrt{2}\,m$ στη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου. Μονάδες 7

Δίνονται: η ροπή αδράνειας ομογενούς συμπαγούς δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται κάθετα από το κέντρο του $I=\frac{1}{2}mR^2$, g=10 m/s^2.

33. Θέμα Γ (epan 2015)

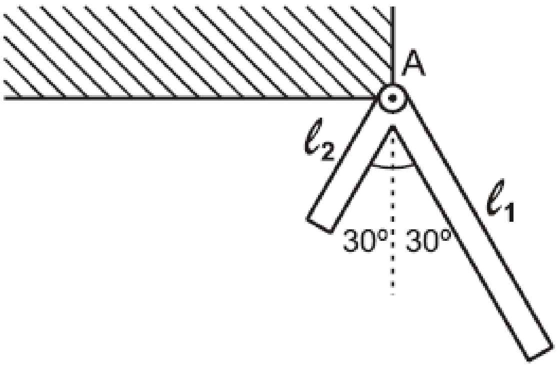
Δύο ράβδοι είναι συνδεδεμένες στο άκρο τους Α και σχηματίζουν σταθερή γωνία 60° μεταξύ τους, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 7**. Οι ράβδοι είναι διαφορετικές μεταξύ τους, αλλά κάθε μία είναι ομογενής. Το σύστημα των δύο ράβδων μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άρθρωση, που είναι στερεωμένη σε τοίχο, στο άκρο Α, χωρίς τριβές. Το σύστημα αφήνεται να περιστραφεί υπό την επίδραση της βαρύτητας από τη θέση του **Σχήματος 7**, όπου η ράβδος ℓ_1 είναι οριζόντια, με αρχική ταχύτητα μηδέν.



Σχήμα 7

Δίνεται ότι τα μήκη των δύο ράβδων είναι ℓ_1 = 4m και ℓ_2 = 2m, ενώ η μάζα της ράβδου ℓ_2 είναι m_2 = 10kg.

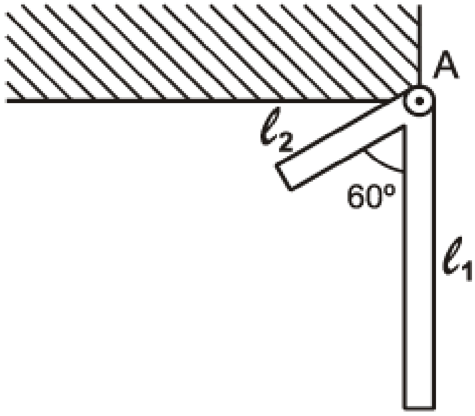
C1. Να υπολογίσετε τη μάζα m_1 της ράβδου μήκους ℓ_1, εάν το σύστημα αποκτά τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα τη χρονική στιγμή που οι δύο ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 8**.**Μονάδες 5**



Σχήμα 8

C2. Να υπολογίσετε τη μάζα m_1 της ράβδου μήκους ℓ_1, εάν το σύστημα σταματά στιγμιαία, όταν η ράβδος μήκους ℓ_1 φτάνει στην κατακόρυφη θέση που φαίνεται στο **Σχήμα 9**.

Μονάδες 7



Σχήμα 9

C3. Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος των δύο ράβδων του ερωτήματος Γ2 στη θέση που απεικονίζεται στο **Σχήμα 9**.

Μονάδες 7

C4. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της ράβδου μήκους ℓ_2 του ερωτήματος Γ2 στη θέση που απεικονίζεται στο **Σχήμα 9**.

Μονάδες 6

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s^2, η ροπή αδρανείας ράβδου μήκους ℓ και μάζας m που περιστρέφεται γύρω από το άκρο της Α, $I_A = \frac{1}{3} m l^2$, και ότι $\sqrt{3}$ =1,7 (προσεγγιστικά).