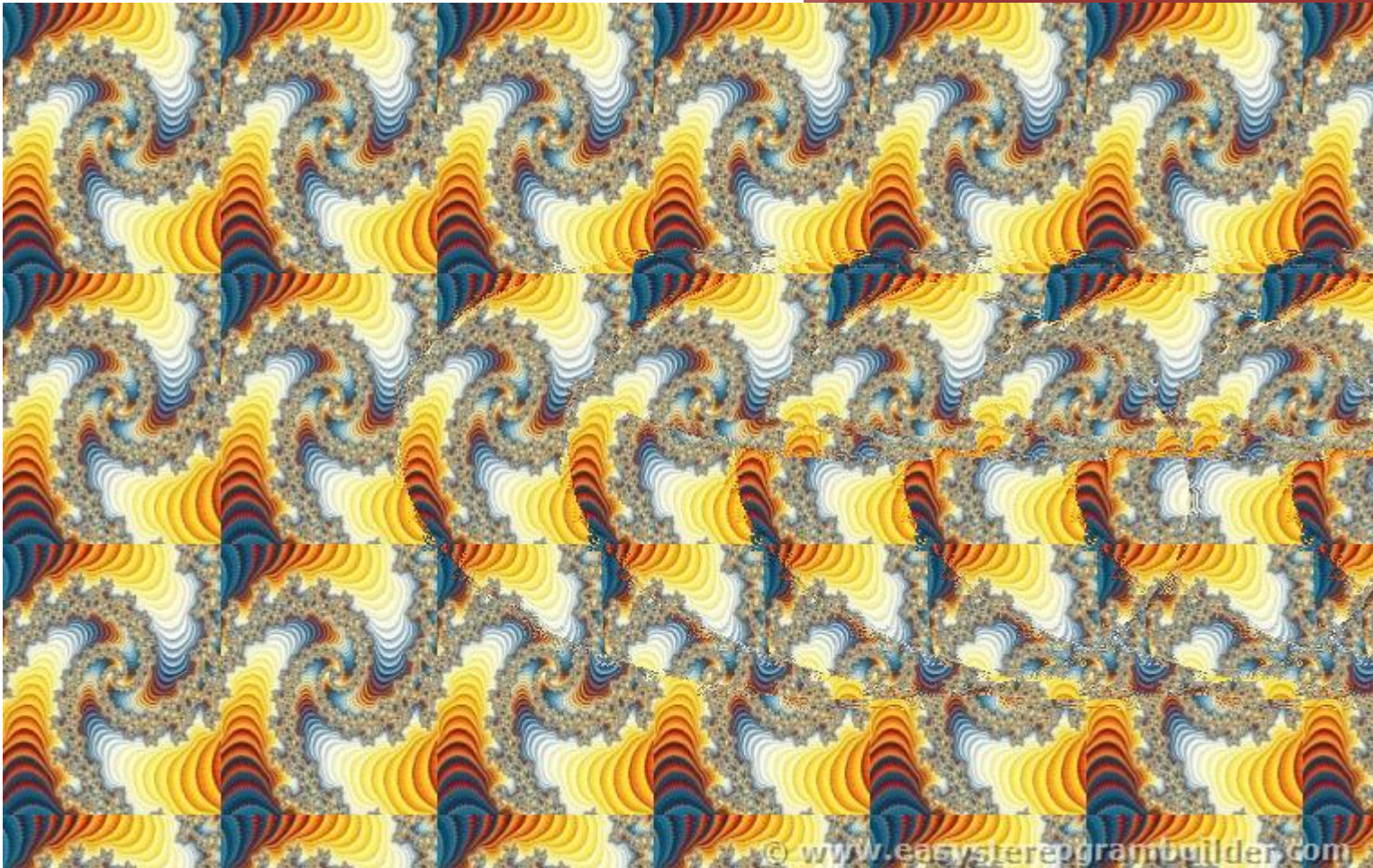


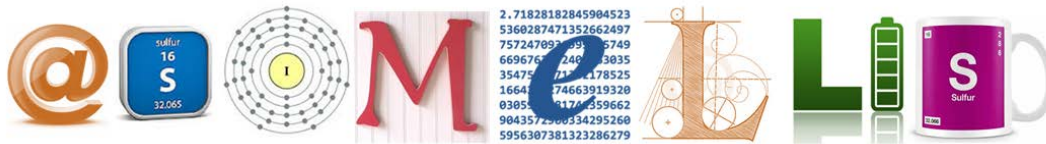
Σ. Ασημέλλης

# Μαθηματικά



Αθήνα 2013

Αφιερωμένο στο δικαίωμα  
ελεύθερης  
διάδοσης της γνώσης.



*Γνωρίζω, οι πρόλογοι των βιβλίων είναι ενδεχομένως το πιο σίγουρο τμήμα τους που κανένας δε διαβάζει. Στην πραγματικότητα όμως, αν και προτάσσονται, αποτελούν τον επίλογο μιας δουλειάς, αυτής του συγγραφέα. Γιατί κακά τα ψέματα, για να γράψεις τον πρόλογο, οφείλεις σίγουρα να έχεις ολοκληρώσει τη συγγραφή του υπόλοιπου μέρους.*

*Όταν το βιβλίο βέβαια πραγματεύεται Μαθηματικές έννοιες, ίσως τελικά η ευχή θα ήταν να μην είναι ο πρόλογος το μόνο κομμάτι που θα αναγνωστεί...*

*Τέλος πάντων, για να μην μακρηγορώ, μετά από 18 χρόνια στην εκπαίδευση αποφάσισα να αποτυπώσω σκέψεις στο χαρτί. Απλά, έτσι όπως θα μου άρεσε να έχουν διδάξει σε εμένα τα Μαθηματικά. Και με έναν τρόπο που φτάνει στην ουσία χωρίς περιττές πληροφορίες.*

*Το βιβλίο που κρατάτε στα χέρια σας, δε διαβάζεται όπως οποιοδήποτε άλλο βιβλίο Μαθηματικών. Σίγουρα δεν προορίζεται για ανάγνωση από την αρχή προς το τέλος. Εδώ όμως μπορείτε να βρίσκετε καταφύγιο κάθε φορά που κάτι «σας λείπει». Οποτεδήποτε νοιώθετε πως κάτι δεν το μάθατε στην ώρα του ή απλά έχει ξεθωριάσει ή χαθεί από τη μνήμη σας. Ακόμη και για άγνωστες σας έννοιες, για τμήματα ύλης που ως τώρα δεν είχατε ακούσει, υπάρχουν οι επαρκείς πληροφορίες για να σας κάνουν να αντιληφθείτε όσα απαιτούνται για να τις χρησιμοποιήσετε.*

*Τα «Μαθηματικά» εξελίσσονται εδώ και 12 χρόνια. Θα συνεχίσουν να εξελίσσονται, όσο συναντάω απορίες μαθητών που μπορούν να απαντηθούν με απλό και ειλικρινή τρόπο.*

*Καλή πλοήγηση,*

*Στράτος Ασημέλλης*

*Αθήνα, Αύγουστος 2013*



# Μαθηματικά Περιεχόμενα

<b>Κεφάλαιο 1</b>	
<b>Βασικές Έννοιες</b>	
A. Ιδιότητες δυνάμεων	Σελίδα 1
B. Αλγεβρικές Ταυτότητες	Σελίδα 2
Γ. Ρίζα πραγματικού αριθμού	Σελίδα 3
Δ. Ρητοποίηση κλάσματος	Σελίδα 4
E. Σύνολα αριθμών	Σελίδα 4
ΣΤ. Οι περιορισμοί στην άλγεβρα	Σελίδα 6
<b>Κεφάλαιο 2</b>	
<b>Εξίσωση Πρώτου Βαθμού</b>	
A1. Επίλυση εξίσωσης πρώτου βαθμού	Σελίδα 7
A2. Ειδικές περιπτώσεις εξίσωσης πρώτου βαθμού	Σελίδα 10
B. Παραμετρική εξίσωση πρώτου βαθμού	Σελίδα 12
Γ. Επιτρεπτές πράξεις στα μέλη μιας εξίσωσης	Σελίδα 14
Δ. Επιτρεπτές πράξεις στα μέλη δύο εξισώσεων	Σελίδα 14
<b>Κεφάλαιο 3</b>	
<b>Ανίσωση Πρώτου βαθμού</b>	
A1. Επίλυση της ανίσωσης πρώτου βαθμού	Σελίδα 15
B. Τρόποι έκφρασης διαστημάτων	Σελίδα 16
Γ. Πράξεις επιτρεπτές στα μέλη μιας ανισότητας	Σελίδα 17
Δ. Πράξεις επιτρεπτές στα μέλη δύο ανισοτήτων	Σελίδα 18
<b>Κεφάλαιο 4</b>	
<b>Τριώνυμο</b>	
A. Επίλυση εξίσωσης δευτέρου βαθμού	Σελίδα 19
B. Ειδικές περιπτώσεις εξίσωσης δευτέρου βαθμού	Σελίδα 20
Γ. Παραγοντοποίηση τριωνύμου	Σελίδα 21
Δ. Πρόσημο τριωνύμου	Σελίδα 22
E. Τύποι του Vieta	Σελίδα 23
ΣΤ. Η συνάρτηση $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$	Σελίδα 25
<b>Κεφάλαιο 5</b>	
<b>Πολυωνυμικές εξισώσεις ανώτερου βαθμού</b>	
A. Τρόποι επίλυσης	Σελίδα 30
B. Σχήμα Horner	Σελίδα 31
<b>Κεφάλαιο 6</b>	
<b>Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού</b>	
A. Βασικές έννοιες	Σελίδα 33
B. Ιδιότητες απόλυτων	Σελίδα 34
Γ. Εξισώσεις με απόλυτα	Σελίδα 35
Δ. Ανισώσεις με απόλυτα	Σελίδα 39
E. Απόλυτο, απόσταση και διάστημα	Σελίδα 41
<b>Κεφάλαιο 7</b>	
<b>Συστήματα γραμμικών εξισώσεων</b>	
A. Βασικές έννοιες	Σελίδα 42
B. Μέθοδος αντικατάστασης	Σελίδα 43
Γ. Μέθοδος αντίθετων συντελεστών	Σελίδα 45

Δ. Μέθοδος οριζουσών	Σελίδα 47
Ε. Παραμετρικά συστήματα	Σελίδα 49
<b>Κεφάλαιο 8</b>	
<b>Τριγωνομετρία</b>	
Α. Βασικές έννοιες	Σελίδα 52
Β. Τριγωνομετρικοί αριθμοί χρήσιμων γωνιών	Σελίδα 53
Γ. Αναγωγή στο πρώτο τεταρτημόριο	Σελίδα 54
Δ. Τριγωνομετρικές ταυτότητες	Σελίδα 56
Ε. Πίνακας τριγωνομετρικών αριθμών	Σελίδα 58
ΣΤ. Τριγωνομετρικές εξισώσεις	Σελίδα 59
ΣΤ1. Βασικές τριγωνομετρικές εξισώσεις	Σελίδα 59
ΣΤ2. Τριγωνομετρικές εξισώσεις με μείον	Σελίδα 60
ΣΤ3. Τριγωνομετρικές εξισώσεις με σύνθετες εκφράσεις του x	Σελίδα 61
ΣΤ4. Τριγωνομετρικές εξισώσεις τριγωνομετρικής μορφής	Σελίδα 62
Ζ. Τριγωνομετρικές συναρτήσεις	Σελίδα 63
Z1. Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$	Σελίδα 63
Z2. Η συνάρτηση $f(x) = \alpha\eta\mu(\beta x + \gamma) + \delta$	Σελίδα 64
Z3. Η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$	Σελίδα 65
Z4. Η συνάρτηση $f(x) = \alpha\sigma\upsilon\nu(\beta x + \gamma) + \delta$	Σελίδα 66
Z5. Η συνάρτηση $f(x) = \epsilon\phi x$	Σελίδα 63
Z6. Η συνάρτηση $f(x) = \sigma\phi x$	Σελίδα 67
<b>Κεφάλαιο 9</b>	
<b>Ειδική περίπτωση εξίσωσης και ανίσωσης νιοστού βαθμού</b>	
Α. Επίλυση της εξίσωσης $x^n = \alpha$	Σελίδα 68
Β. Επίλυση της ανίσωσης $x^n > \alpha$	Σελίδα 69
Γ. Επίλυση της ανίσωσης $x^n < \alpha$	Σελίδα 70
<b>Κεφάλαιο 10</b>	
<b>Εκθετική και λογαριθμική συνάρτηση</b>	
Α. Εκθετική συνάρτηση	Σελίδα 71
Β. Λογαριθμική συνάρτηση	Σελίδα 72
Γ. Ιδιότητες Λογαρίθμων	Σελίδα 74
<b>Κεφάλαιο 11</b>	
<b>Πράξεις με σύνολα</b>	Σελίδα 75
<b>Κεφάλαιο 12</b>	
<b>Ακολουθίες</b>	
Α. Αριθμητική πρόοδος	Σελίδα 76
Β. Γεωμετρική πρόοδος	Σελίδα 77
<b>Κεφάλαιο 13</b>	
<b>Η ευθεία</b>	
Α. Γενικής μορφή ευθείας	Σελίδα 78
Β. Συντελεστής διεύθυνσης ευθείας	Σελίδα 78
Γ. Κοινά σημεία της ευθείας με τους άξονες	Σελίδα 80
Δ. Συνθήκη παραλληλίας ευθειών	Σελίδα 80
Ε. Συνθήκη καθετότητας ευθειών	Σελίδα 80
ΣΤ. Κοινά σημεία ευθειών	Σελίδα 81
Ζ. Απόσταση σημείου από ευθεία	Σελίδα 82
Η. Εμβαδόν τριγώνου που ορίζεται από τρία σημεία	Σελίδα 83

<b>Κεφάλαιο 14</b>		
<b>Κωνικές τομές</b>		
A. Κύκλος		Σελίδα 84
B. Παραβολή		Σελίδα 86
Γ. Έλλειψη		Σελίδα 88
Δ. Υπερβολή		Σελίδα 92
<b>Κεφάλαιο 15</b>		
<b>Μαθηματικές συνθήκες</b>		
Μαθηματικές συνθήκες		Σελίδα 96
<b>Κεφάλαιο 16</b>		
<b>Σημεία στα επίπεδο</b>		
A. Σύστημα συντεταγμένων		Σελίδα 97
B. Συμμετρικά σημεία		Σελίδα 99
Γ. Απόσταση σημείων του επιπέδου		Σελίδα 100
Δ. Συντεταγμένες μέσου ευθύγραμμου τμήματος		Σελίδα 100
<b>Παράρτημα</b>		
Λίγα λόγια για το εξώφυλλο του βιβλίου		