

Πρόσθεση – Αφαίρεση Διανυσμάτων- Διανυσματική ακτίνα

1. Αποδείξτε ότι: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{GD} - \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{AE}$

(Υπόδειξη: Όταν σε ένα διάνυσμα εναλλάσσω την θέση αρχής και τέλους τότε πρέπει να αλλάξω το πρόσημο του διανύσματος διότι έτσι δημιουργώ το αντίθετο διάνυσμα. Επίσης ένας τρόπος να προσθέσουμε διανύσματα είναι να τα κάνουμε **διαδοχικά**)

2. Αποδείξτε ότι: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{EZ} = \overrightarrow{AZ} - \overrightarrow{BG} - \overrightarrow{DE}$

(Υπόδειξη: Ένας τρόπος να προσθέσουμε διανύσματα είναι να τα κάνουμε **διαδοχικά**)

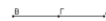
3. Αποδείξτε ότι: $\overrightarrow{AG} - \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EG} - \overrightarrow{BA}$

(Υπόδειξη: Όταν σε ένα διάνυσμα εναλλάσσω την θέση αρχής και τέλους τότε πρέπει να αλλάξω το πρόσημο του διανύσματος διότι έτσι δημιουργώ το αντίθετο διάνυσμα. Επίσης ένας τρόπος να προσθέσουμε διανύσματα είναι να τα κάνουμε **διαδοχικά**)

4. Αν ισχύει: $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{ZB} = \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{ZG} + \overrightarrow{DA}$ τότε να αποδείξετε ότι τα σημεία A και B ταυτίζονται. (Υπόδειξη: Για να δείξουμε ότι δυο σημεία A, B ταυτίζονται αρκεί να δείξουμε ότι $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$. Για να το καταφέρουμε αυτό θεωρούμε σημείο αναφοράς το A)

5. Αν ισχύει: $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{ED}$ τότε να αποδείξετε ότι το σημείο Γ είναι το μέσο του τμήματος ΒΔ.

(Υπόδειξη: Για να είναι το σημείο Γ μέσο του τμήματος ΒΔ αρκεί να δείξουμε ένα από τα παρακάτω: $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{GD}$ ή $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{GB}$ ή $\overrightarrow{GD} = -\overrightarrow{GB}$ ή $\overrightarrow{GB} = -\overrightarrow{GD}$)

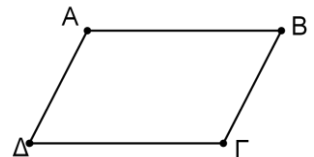


6. Αν ισχύει: $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{ZE} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{ZG}$ τότε να αποδείξετε ότι το σημείο Β είναι το μέσο του τμήματος ΑΓ.

7. Αν ισχύει: $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{GM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{AG}$ να αποδείξετε ότι το σημείο Μ συμπίπτει με το Α. (Υπόδειξη: Θεωρούμε σημείο αναφοράς το Α και δείχνουμε ότι $\overrightarrow{AM} = \vec{0}$)

8. Τα σημεία A, B, Γ, Δ ανά τρία δεν είναι συνευθειακά. Αν ισχύει: $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{EG}$ να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

(Υπόδειξη: Αρκεί να δείξουμε ότι τα διανύσματα δύο απέναντι πλευρών του είναι ίσα)



9. Να σχεδιάσετε κυρτό πεντάγωνο ΑΒΓΔΕ. Να αποδείξετε ότι:

$$\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{EB} = \vec{0}.$$

10. Να σχεδιάσετε κυρτό τετράπλευρο ΑΒΓΔ. Να αποδείξετε ότι:

$$\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BG}.$$

11. Σε κυρτό εξάγωνο ΑΒΓΔΕΖ να αποδείξετε ότι:

$$\vec{A\Gamma} + \vec{B\Delta} + \vec{\Gamma E} + \vec{\Delta Z} + \vec{E\Lambda} + \vec{ZB} = \vec{0}.$$

12. Δίνεται κυρτό επτάγωνο ΑΒΓΔΕΖΗ. Να αποδείξετε ότι:

$$\vec{A\Gamma} + \vec{B\Delta} + \vec{\Gamma E} + \vec{\Delta Z} + \vec{E\H} + \vec{Z\Lambda} + \vec{H\B} = \vec{0}.$$

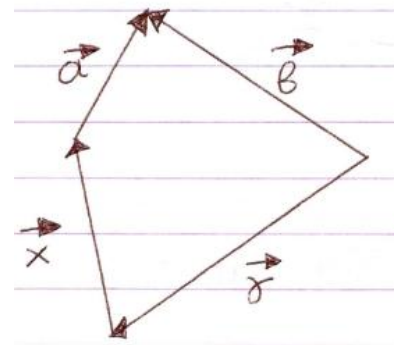
13. Σε κυρτό τετράπλευρο ΑΒΓΔ με Ο είναι το μέσο της διαγωνίου ΑΓ να αποδείξετε ότι: $\vec{A\B} - \vec{\Delta\Gamma} = \vec{O\B} + \vec{O\Delta}$.

14. Αν ισχύει: $\vec{B\Lambda} - \vec{\Delta\Lambda} = \vec{\Delta\Lambda} - \vec{\Gamma\Lambda}$ να αποδείξετε ότι το σημείο Δ είναι το μέσο του τμήματος ΒΓ.

15. Αν ισχύει: $\vec{A\B} + \vec{\Gamma\Lambda} = \vec{\Delta\B} + \vec{\Gamma E}$ να αποδείξετε ότι τα σημεία Δ, Ε ταυτίζονται.

16.

Να εκφράσετε το διάνυσμα \vec{x} συναρτήσει των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$.



17.

Να εκφράσετε το διάνυσμα \vec{x} συναρτήσει των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}, \vec{\delta}, \vec{\epsilon}$.

