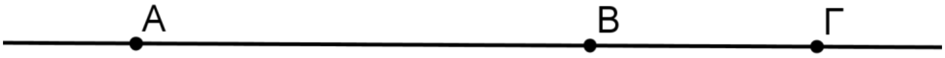
Πολλαπλασιασμός αριθμού με διάνυσμα

Άσκηση 1



Σε ευθεία θεωρούμε τα τμήματα ΑΒ και ΒΓ ώστε ΑΒ=2ΒΓ.

- **i.** Να γράψετε την σχέση που ισχύει για τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{B\Gamma}$.
- **ii.** Να γράψετε την σχέση που ισχύει για τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{\Gamma B}$.
- **iii.** Να γράψετε την σχέση που ισχύει για τα διανύσματα $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{B\Gamma}$.
- **iv.** Να γράψετε την σχέση που ισχύει για τα διανύσματα $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{\Gamma B}$.
- **v.** Να γράψετε την σχέση που ισχύει για τα διανύσματα $\overrightarrow{\Gamma A}, \overrightarrow{\Gamma B}$.
- **vi.** Να γράψετε την σχέση που ισχύει για τα διανύσματα $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{\Gamma A}$.

Άσκηση 2

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ και $\vec{\boldsymbol{\beta}} = \frac{\mathbf{1}}{|\vec{\boldsymbol{\alpha}}|}\vec{\boldsymbol{\alpha}}$.

- **i.** Είναι σωστός ή λάθος (και γιατί) ο ισχυρισμός ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι ομόρροπα;
- **ii.** Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\beta}$.

Άσκηση 3

Δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{\boldsymbol{OA}} = \vec{\boldsymbol{\alpha}}$, $\overrightarrow{\boldsymbol{OB}} = \vec{\boldsymbol{\beta}}$, $\overrightarrow{\boldsymbol{O\Gamma}} = \vec{\boldsymbol{\alpha}} + \mathbf{3}\vec{\boldsymbol{\beta}}$ και $\overrightarrow{\boldsymbol{O\Delta}} = \mathbf{3}\vec{\boldsymbol{\alpha}} + \vec{\boldsymbol{\beta}}$.

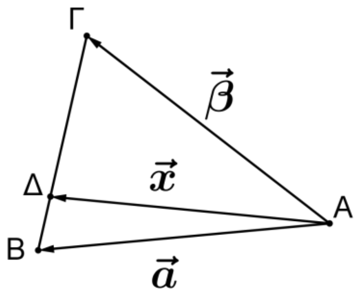
- **i.** Να εκφράσετε το διάνυσμα $\vec{\boldsymbol{\gamma}} = \overrightarrow{\boldsymbol{A\Gamma}} + \overrightarrow{\boldsymbol{\Delta B}}$ ως γραμμικό συνδυασμό των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$.
- **ii.** Να εκφράσετε το διάνυσμα $\vec{\boldsymbol{\delta}} = \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ ως γραμμικό συνδυασμό των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$.
- **iii.** Να εξετάσετε αν τα διανύσματα $\vec{\boldsymbol{\gamma}}, \vec{\boldsymbol{\delta}}$ είναι παράλληλα.

Άσκηση 4

Στην πλευρά ΒΓ τριγώνου ΑΒΓ θεωρούμε σημείο **Δ** τέτοιο ώστε να ισχύει **ΒΔ=2ΔΓ**. Να αποδείξετε ότι: $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} + \mathbf{2}\overrightarrow{\boldsymbol{A\Gamma}} = \mathbf{3}\overrightarrow{\boldsymbol{A\Delta}}$.(**Υπόδειξη**: Θεωρούμε την σχέση των διανυσμάτων $\overrightarrow{B\Delta}, \overrightarrow{\Delta\Gamma}$ και παίρνουμε ως σημείο αναφοράς το Α.)

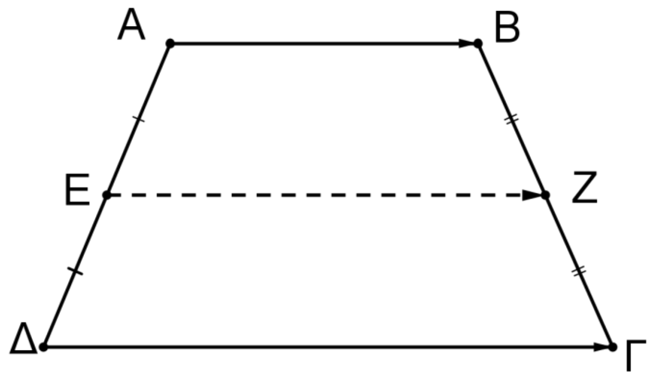
Άσκηση 5

Στο διπλανό σχήμα είναι **ΔΓ=3ΔΒ**. Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\boldsymbol{x}}$ ως γραμμικό συνδυασμό των διανυσμάτων $\vec{\boldsymbol{\alpha}}, \vec{\boldsymbol{\beta}}$. .(**Υπόδειξη**: Θεωρούμε την σχέση των διανυσμάτων $\overrightarrow{B\Delta}, \overrightarrow{\Delta\Gamma}$ και παίρνουμε ως σημείο αναφοράς το Α.)



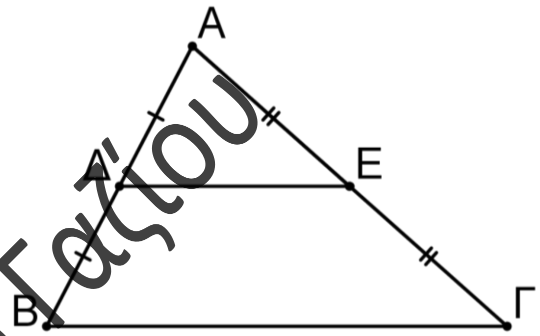
Άσκηση 6

Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι τραπέζιο με ΑΒ//ΓΔ. Αν Ε το μέσο της ΑΔ και Ζ το μέσο της ΒΓ να από δείξετε ότι: $\overrightarrow{EZ} = \frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{\Delta\Gamma}}{2}$.



Άσκηση 7

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ το μέσο Δ της ΑΒ και το μέσο Ε της ΑΓ. Δείξτε ότι: $\overrightarrow{\Delta E} = \frac{1}{2}\overrightarrow{B\Gamma}$.



Άσκηση 8

Δίνονται τα διανύσματα: $\boldsymbol{\overrightarrow{OA} = \vec{\alpha} + 3\vec{\beta}}$, $\boldsymbol{\overrightarrow{OB} = 2\vec{\alpha} - \vec{\beta}}$, $\boldsymbol{\overrightarrow{O\Gamma} = 3\vec{\alpha} - 5\vec{\beta}}$. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά. (**Υπόδειξη:** Δείχνουμε ότι για ένα ζεύγος από τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{B\Gamma}, \overrightarrow{A\Gamma}$ ισχύει για παράδειγμα $\overrightarrow{AB} = \lambda \cdot \overrightarrow{B\Gamma}$ όπου λ∈ℝ .)

Άσκηση 9

Αν ισχύει: $\boldsymbol{\overrightarrow{AK} + 3\overrightarrow{BK} - 2\overrightarrow{B\Lambda} = \overrightarrow{B\Lambda} + 3\overrightarrow{AM}}$ να αποδείξετε ότι τα σημεία Κ, Λ, Μ είναι συνευθειακά.

Άσκηση 10

Αν ισχύει: $\boldsymbol{7\overrightarrow{OA} - 4\overrightarrow{OB} - 3\overrightarrow{O\Gamma} = \vec{0}}$ να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά.

Άσκηση 11

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και τα σημεία Δ, Ε του επιπέδου του για τα οποία ισχύει: $\boldsymbol{\overrightarrow{A\Delta} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{A\Gamma}}$ και $\boldsymbol{\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{A\Gamma}}$. Να αποδείξετε ότι: $\boldsymbol{\overrightarrow{\Delta E} = \overrightarrow{B\Gamma}}$.

Άσκηση 12

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και τα σημεία Δ, Ε του επιπέδου του για τα οποία ισχύει: $\boldsymbol{\overrightarrow{A\Delta} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{7}{6}\overrightarrow{A\Gamma}}$ και $\boldsymbol{\overrightarrow{AE} = \frac{7}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{A\Gamma}}$. Να αποδείξετε ότι: $\boldsymbol{\overrightarrow{\Delta E} \nearrow\!\swarrow \overrightarrow{\Gamma B}}$.