

Μαθηματικά Γυμνασίου Α΄ τάξη

Οι παρακάτω δραστηριότητες προτείνονται για μια πρώτη γνωριμία με το εκπαιδευτικό λογισμικό Cabri-Geometry II. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε μαθητές της Α΄ Γυμνασίου και μπορούν να πραγματοποιηθούν στα πλαίσια του αναλυτικού προγράμματος.

Κάθετες ευθείες
1 Δραστηριότητα
Χρόνος 1 διδακτική ώρα

Δραστηριότητα 1- κάθετες ευθείες

Στόχος

Η διερεύνηση της δυνατότητας διατήρησης της καθετότητας δύο ευθειών κατά την περιστροφή τους στο επίπεδο θεωρούμενες ως σύστημα ευθειών

Κατασκευή

Να κατασκευάσετε δύο σημεία Α και Β και την ευθεία ϵ η οποία διέρχεται από αυτά. Επιπλέον να κατασκευάσετε ένα σημείο Γ έξω από την ευθεία ϵ και την κάθετη ευθεία από το σημείο Γ προς την ευθεία ϵ . Να ονομάσετε τη νέα ευθεία ζ . Να ορίσετε το σημείο τομής των ευθειών ϵ και ζ και να το ονομάσετε Δ. Σημειώστε τη γωνία των ευθειών ϵ και ζ και μετρήστε την.

Διερεύνηση

Ερώτηση 1 : Επιλέξτε και μετρήστε τη γωνία ΒΔΓ (επιλογή γωνία, κλικ στα σημεία Β, Δ, Γ αντίστοιχα). Στη συνέχεια επιλέξτε την ευθεία ζ από τα σημεία Β ή Γ και μετακινήστε ή περιστρέψτε την στην οθόνη του υπολογιστή. Τι συμπεραίνετε για την καθετότητα των ευθειών ϵ και ζ όταν αυτές μετακινούνται με τη διαδικασία που περιγράφηκε προηγουμένως?

Απάντηση

Ερώτηση 2 : Επιλέξτε την ευθεία ϵ από το σημείο Β και περιστρέψτε την. Τι συμπεραίνετε για την καθετότητα των ευθειών ϵ και ζ όταν αυτές μετακινούνται με τη διαδικασία που περιγράφηκε προηγουμένως

Απάντηση

Διατυπώστε γενίκευση

Παράλληλες ευθείες – Απόσταση παραλλήλων ευθειών
1 Δραστηριότητα
Χρόνος 1 διδακτική ώρα

Δραστηριότητα 1^α

Στόχος

Η διερεύνηση της διατήρησης της παραλληλίας ευθειών όταν αυτές περιστρέφονται στο επίπεδο θεωρούμενες ως σύστημα ευθειών και των μεταξύ τους αποστάσεων

Κατασκευή

Να σχεδιάσετε δύο σημεία A, B και την ευθεία ϵ που διέρχεται από αυτά. Από ένα σημείο Γ το οποίο ευρίσκεται έξω από την ευθεία ϵ να φέρετε την παράλληλο προς την ευθεία ϵ την οποία να ονομάσετε ζ .

Διερεύνηση

Διερεύνηση 1 : Να επιλέξετε την ευθεία ϵ την οποία και να περιστρέψετε. Τι παρατηρείτε σχετικά με την παραλληλία των ευθειών κατά τη διάρκεια της περιστροφής τους στο επίπεδο της οθόνης του υπολογιστή? Διατυπώστε συμπέρασμα.

Απάντηση

Διερεύνηση 2 : Να πάρετε τουλάχιστον 3 άλλα διαφορετικά σημεία στην ευθεία ζ (επιλογή σημείο πάνω σε αντικείμενο) τα οποία να ονομάσετε $\Gamma_1, \Gamma_2,$ και Γ_3 . Από τα $\Gamma_1, \Gamma_2,$ και Γ_3 να φέρετε τις καθέτους στην ϵ τις οποίες και να ονομάσετε $\psi_1, \psi_2,$ ψ_3 . Να ορίσετε τα σημεία τομής των ψ_1, ψ_2, ψ_3 με την ϵ τα οποία να ονομάσετε $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ αντίστοιχα. Να ορίσετε τα ευθύγραμμα τμήματα $\Gamma_1\Delta_1, \Gamma_2\Delta_2, \Gamma_3\Delta_3$ (επιλογή τμήμα και κλικ στα σημεία που ορίζουν τα άκρα του) αντίστοιχα. Να μετρήσετε τα ευθύγραμμα τμήματα $\Gamma_1\Delta_1, \Gamma_2\Delta_2, \Gamma_3\Delta_3$ (επιλογή απόσταση και μήκος) αντίστοιχα. Τι συμπεραίνετε? Να επιλέξετε την ευθεία ϵ την οποία και να περιστρέψετε. Τι παρατηρείτε?

Απάντηση

Δραστηριότητα 1β

Στόχος

Η διερεύνηση της διατήρησης της απόστασης δύο παραλλήλων ευθειών κατά τη διάρκεια της περιστροφής τους στο επίπεδο θεωρούμενες ως σύστημα ευθειών

Κατασκευή

Να κατασκευάσετε δύο σημεία A και B και την ευθεία ϵ που διέρχεται από αυτά. Να φέρετε την κάθετο στην ευθεία ϵ από το σημείο A την οποία να ονομάσετε ϵ_1 . Να πάρετε ένα σημείο K πάνω στην ϵ_1 και στη συνέχεια να φέρετε την παράλληλο στην ευθεία ϵ από το σημείο K. Να ορίσετε το τμήμα KA (επιλογή τμήμα) και να το μετρήσετε (επιλογή απόσταση και μήκος).

Διερεύνηση

Να επιλέξετε την ευθεία ϵ από το σημείο B και να την περιστρέψετε στην οθόνη του υπολογιστή. Τι παρατηρείτε σχετικά με το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος KA? Διατυπώστε εικασία.

Διατύπωση εικασίας

Η μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος
1 Δραστηριότητα
Χρόνος 1 διδακτική ώρα

Δραστηριότητα 1^α

Στόχος

Η διερεύνηση της βασικής ιδιότητας της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος

Κατασκευή

Να κατασκευασθεί ευθύγραμμο τμήμα AB και η μεσοκάθετός του ϵ (επιλογή μεσοκάθετος, υποδεικνύω το ευθ τμήμα AB). Να τοποθετήσετε ένα σημείο K στην ϵ και να κατασκευάσετε τα ευθύγραμμα τμήματα KA και KB. Να μετρήσετε τα ευθύγραμμα τμήματα KA και KB και να πινακοποιήσετε τις τιμές τους αυτόματα μετακινώντας το σημείο K πάνω στην ϵ .

Διερεύνηση

1) Διερευνείστε το τι συμβαίνει κατά τη μετακίνηση του σημείου K πάνω στην ϵ .

Απάντηση

Εδώ αναμένεται να διατυπωθεί η υπόθεση ότι τα ευθ. Τμήματα ΚΑ και ΚΒ είναι ίσα σε οποιαδήποτε θέση του Κ πάνω στην ευθεία ε.

Στην περίπτωση που οι μαθητές δεν καταφέρουν να διατυπώσουν την αναμενόμενη εικασία τους επικεντρώνουμε στα μήκη των ΚΑ και ΚΒ με την ερώτηση : Παρατηρείστε πως μεταβάλλονται τα μήκη των ΚΑ και ΚΒ στον πίνακα που δημιουργήθηκε

Γενίκευση

Ερώτηση: Μήπως μπορεί κάποιος να αναγνωρίσει κάποια ιδιότητα που έχουν τα σημεία της μεσοκάθετου ενός ευθυγράμμου τμήματος

2) Μετακινείτε το σημείο Β στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιείτε αυτόματα τα μήκη των ΚΑ και ΚΒ. Διερευνήστε την αλήθεια των εικασιών που διατυπώσατε προηγουμένως. Προχωρήστε στη διατύπωση γενίκευσης

Γενίκευση

Αντίστροφα

Κατασκευάστε ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ και τη μεσοκάθετό του ε. Τοποθετήστε ένα σημείο Λ στην οθόνη του υπολογιστή σας έξω από την ε και κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΛΑ και ΛΒ. Μετρείστε τα και πινακοποιείτε τα αυτόματα μετακινώντας το σημείο Λ στην οθόνη του υπολογιστή.

Διερεύνηση

Πότε τα ευθύγραμμα τμήματα ΛΑ και ΛΒ είναι ίσα?

Απάντηση

Δραστηριότητα 1β – πρόβλημα

Τρία δέντρα βρίσκονται φυτεμένα σε ένα κήπο. Θέλουμε να τα ποτίσουμε με ένα ψεκαστικό μηχάνημα ώστε να ποτίζονται όλα με το ίδιο ποσό νερού. Σε ποιο σημείο πρέπει να τοποθετήσουμε αυτό το μηχάνημα?

Σχεδιάστε τα δέντρα ως σημεία στην οθόνη του υπολογιστή και ονομάστε τα Α, Β, Γ. Να λύσετε το πρόβλημα με τη βοήθεια των εργαλείων του περιβάλλοντος Cabri II χρησιμοποιώντας και την εμπειρία που αποκτήσατε στην προηγούμενη δραστηριότητα.

Απάντηση : Το μηχάνημα πρέπει να τοποθετηθεί στο σημείο...

(Εδώ περιμένουμε ότι ο μαθητής θα κατασκευάσει τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΒΓ, τις μεσοκαθέτους τους και να ορίσει το σημείο της τομής τους Κ το οποίο είναι το ζητούμενο).

Αιτιολογείστε την απάντησή σας :

Εδώ περιμένουμε ότι ο μαθητής θα κατασκευάσει τα ευθύγραμμα τμήματα ΚΑ, ΚΒ, ΚΓ και θα τα μετρήσει προκειμένου να αιτιολογήσει με βάση τα εμπειρικά δεδομένα που προκύπτουν από το σχήμα του τη λύση που έδωσε στο πρόβλημά του.

Ως παραπέρα επέκταση αναμένουμε τη θεωρητική αιτιολόγηση της επίλυσης με βάση τις γενικεύσεις στις οποίες κατέληξε ο μαθητής με βάση την εμπειρία που απόκτησε στην προηγούμενη δραστηριότητα

Παράλληλες ευθείες τεμνόμενες υπό τρίτης

1 Δραστηριότητα

Χρόνος 1 διδακτική ώρα

Δραστηριότητα 1

Στόχος

Η διερεύνηση του είδους των γωνιών που σχηματίζονται μεταξύ παραλλήλων ευθειών τεμνομένων υπό τρίτης

Κατασκευή

Να κατασκευάσετε στην οθόνη του υπολογιστή 2 ευθείες παράλληλες τις οποίες να ονομάσετε ϵ_1 και ϵ_2 . Στη συνέχεια να κατασκευάσετε μία τρίτη ευθεία η οποία να τέμνει τις παράλληλες ευθείες την οποία να ονομάσετε ϵ . Να επιλέξετε όλες τις γωνίες (8 γωνίες) που σχηματίζονται μεταξύ των παραλλήλων ευθειών και να τις μετρήσετε. Στη συνέχεια να επιλέξετε την ευθεία ϵ την οποία να μετακινήσετε στην οθόνη του υπολογιστή και να πινακοποιήσετε αυτόματα τις τιμές των 8 γωνιών που προαναφέρθηκαν.

Διερεύνηση

Να διατυπώσετε εικασίες με βάση τα στοιχεία του πίνακα που κατασκευάσατε

Διατύπωση εικασιών

Εικασία 1

Εικασία 2

Εικασία 3

Παραλληλόγραμμα και ιδιότητες παραλληλογράμμων
1 Δραστηριότητα
Χρόνος 1 διδακτική ώρα

Δραστηριότητα

Στόχος

Η διερεύνηση των σχέσεων μεταξύ των στοιχείων ενός παραλληλογράμμου όπως και των ειδικών μορφών παραλληλογράμμων

Κατασκευή

Να κατασκευάσετε 2 παράλληλες ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 στην οθόνη του υπολογιστή. Στη συνέχεια επιλέξτε ένα σημείο της ϵ_1 να κατασκευάσετε μια τέμνουσα των παραλλήλων ευθειών την οποία να ονομάσετε ϵ_3 . Επιλέξτε ένα άλλο σημείο της ϵ_1 και κατασκευάστε την παράλληλο προς την ϵ_3 την οποία να ονομάσετε ϵ_4 . Να κατασκευάσετε τα σημεία τομής των ευθειών ϵ_3 και ϵ_4 με τις ϵ_1 και ϵ_2 και να τα ονομάσετε A, B, Γ, Δ αντίστοιχα. Στη συνέχεια να κατασκευάσετε τα ευθύγραμμα τμήματα AB, ΒΓ, ΓΔ και ΔΑ να τα μετρήσετε. Να κατασκευάσετε τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΓ και ΒΔ τα οποία αποτελούν τις διαγωνίους του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ. Να ορίσετε το σημείο τομής των ΑΓ και ΒΔ και να το ονομάσετε Ο. Στη συνέχεια να μετρήσετε και να πινακοποιήσετε αυτόματα τα ευθύγραμμα τμήματα ΟΑ, ΟΒ, ΟΓ και ΟΔ. Να επιλέξετε τις γωνίες A, B, Γ, Δ του παραλληλογράμμου, να τις μετρήσετε και τις να πινακοποιήσετε αυτόματα. Να επιλέξετε επιπλέον τη γωνία των διαγωνίων του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ να τη μετρήσετε και να την πινακοποιήσετε αυτόματα. Να κατασκευάσετε τα ύψη του παραλληλογράμμου από την κορυφή Α προς την πλευρά ΒΓ και από την κορυφή Β προς την πλευρά ΓΔ και να τα ονομάσετε ΑΕ1 και ΒΕ2 αντίστοιχα.

Διερεύνηση

Να μετακινήσετε την ευθεία ϵ_1 στην οθόνη του υπολογιστή να πινακοποιήσετε αυτόματα όλα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν και να διερευνήσετε για τις διαφορετικές μορφές του παραλληλογράμμου ποιες σχέσεις υπάρχουν ανάμεσα στα διαφορετικά στοιχεία του.

Η ερώτηση αυτή είναι γενική όμως προκαλεί τους μαθητές να αναπτύξουν υψηλού επιπέδου σκέψη.

Εδώ αν οι μαθητές το ζητήσουν μπορούμε να διευκρινήσουμε τι εννοούμε όταν λέμε διαφορετικά στοιχεία του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ, δηλαδή πλευρές, γωνίες, διαγώνιοι, γωνία διαγωνίων κλπ.

Στο σημείο αυτό καλό είναι να αφήσουμε τους μαθητές να σκεφτούν για λίγο και να αρχίσουν να διατυπώνουν εικασίες. Στην προσπάθειά τους αυτή θα αναπτύξουν την κριτική τους σκέψη. Ενδεχομένως να καταφέρουν να διατυπώσουν όλες τις δυνατές εικασίες. Στην περίπτωση που δεν τα καταφέρουν μπορούμε να τους κάνουμε τις παρακάτω βοηθητικές ερωτήσεις

Α) Τι συμβαίνει με τα μεγέθη των πλευρών του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ

Εδώ αναμένουμε να παρατηρήσει ο μαθητής ότι οι απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου είναι ίσες

Β) Τι συμβαίνει με τα μεγέθη των γωνιών του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ

Εδώ αναμένουμε να παρατηρήσει ο μαθητής ότι οι απέναντι γωνίες του παραλληλογράμμου είναι ίσες ενώ οι προσκείμενες προς μια του πλευρά παραπληρωματικές

Γ) Ποια είναι η σχέση των τμημάτων στα οποία τέμνονται οι διαγώνιοι του παραλληλογράμμου

Εδώ αναμένουμε να παρατηρήσει ο μαθητής ότι οι διαγώνιοι του παραλληλογράμμου διχοτομούνται

Δ) Ποια είναι η σχέση μεταξύ των γωνιών του παραλληλογράμμου και των μηκών των διαγωνίων του. Πότε ένα παραλληλόγραμμο είναι ορθογώνιο.

Εδώ αναμένουμε να παρατηρήσει ο μαθητής ότι όταν το παραλληλόγραμμο έχει ορθές γωνίες δηλαδή όταν είναι ορθογώνιο οι διαγωνίες του είναι ίσες

Ε) Ποια είναι η σχέση μεταξύ των μηκών των πλευρών του παραλληλογράμμου και της γωνίας των διαγωνίων του. Πότε ένα παραλληλόγραμμο είναι ρόμβος

Εδώ αναμένουμε να παρατηρήσει ο μαθητής ότι όταν το παραλληλόγραμμο έχει ίσες πλευρές δηλαδή είναι ρόμβος η γωνία των διαγωνίων του είναι 90 μοίρες

Ζ) Να διερευνήσετε πότε τα ύψη ΑΕ1 και ΒΕ2 βρίσκονται στο εσωτερικό του παραλληλογράμμου πότε συμπίπτουν με τις πλευρές του και αν είναι δυνατό να βρίσκονται έξω από αυτό.