ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΣΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΕ ΔΥΟ ΚΙΝΗΤΑ ΠΟΥ ΚΙΝΟΥΝΤΑΙ ΟΜΑΛΑ

1ος τρόπος - Διανυσματικά με τις θέσεις των κινητών.

(Ο τρόπος αυτός είναι γενικός και θα χρειαστεί στα παρακάτω κεφάλαια καθώς στην Β΄- Γ΄ Λυκείου)

Α. Φτιάχνουμε ένα σχήμα στο οποίο φαίνονται κάποιες **χαρακτηριστικές θέσεις** των κινητών (αρχική-τελική) . Τις θέσεις στο σχήμα τις συμβολίζουμε (σύμφωνα με όσα γνωρίζουμε) **με διάνυσμα** που έχει αρχή την αρχή των αξόνων και τέλος την αρχική ή τελική θέση του κινητού**.** (Στα σχήματα που θα φτιάχνω παρακάτω θα είναι με κόκκινο χρώμα).

Β. Γράφουμε για κάθε σώμα την **διανυσματική σχέση** που αφορά την ομαλή κίνηση $\overrightarrow{\Delta x} = \vec{\upsilon} \cdot \Delta t$. Για να ''περάσουμε'' από την σχέση αυτή σε μια σχέση **μη διανυσματική** καθορίζουμε θετική φορά. Όσα διανύσματα έχουν φορά προς τα θετικά θα παίρνουν στην καινούργια σχέση πρόσημο + (συν) , ενώ όσα έχουν αρνητική φορά θα παίρνουν πρόσημο – (πλην) .Η σχέση που προκύπτει είναι σχέση μέτρων και όταν θα αντικαθιστούμε τιμές των μεγεθών είναι λογικό ότι **δεν** βάζουμε πρόσημο αφού το μέτρο ενός μεγέθους έχει πάντα θετική τιμή.

Γ. Συσχετίζουμε τις σχέσεις που προκύπτουν για κάθε σώμα και επιλύουμε το πρόβλημα.

2ος τρόπος - Χρήση των διαστημάτων που διανύουν τα κινητά.

(Ο τρόπος αυτός είναι πιο εύκολος προς το παρόν)

Α. Φτιάχνουμε ένα σχήμα στο οποίο φαίνονται τα διαστήματα που έχει διανύσει κάθε κινητό**.** Θυμίζω ότι το διάστημα είναι το συνολικό μήκος που διανύει ένα κινητό και είναι μονόμετρο μέγεθος. Τα διαστήματα στο σχήμα που θα φτιάχνω παρακάτω θα είναι με μπλε χρώμα.

Β. Γράφουμε για κάθε κινητό την σχέση $s = \upsilon \cdot t$ που αφορά μονόμετρα μεγέθη και αντικαθιστώ πάντα θετικές τιμές των μεγεθών.

Γ. Συσχετίζουμε τις σχέσεις που προκύπτουν για κάθε σώμα και επιλύουμε το πρόβλημα.

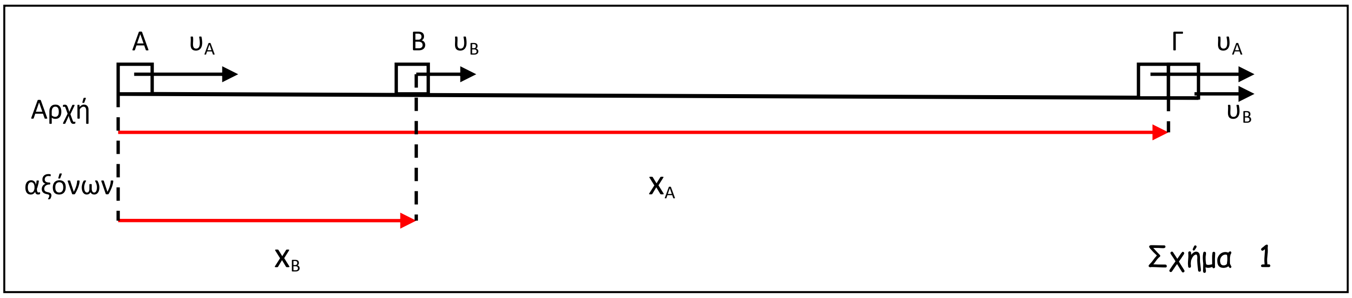
Παράδειγμα 1 . Κινητά που έχουν την ίδια φορά (Α΄ περίπτωση)

Δύο κινητά Α και Β που έχουν σταθερές ταχύτητες υ_A=20m/sec και υ_B=10m/sec, ξεκινούν ταυτόχρονα την χρονική στιγμή t=0 , και κινούνται με ίδια φορά στον ίδιο ευθύ δρόμο και αρχικά απέχουν απόσταση ΑΒ=200m. Να βρείτε πότε και που θα συναντηθούν;

Λύση

1ος τρόπος

Φτιάχνουμε το παρακάτω Σχήμα 1 όπου φαίνονται τα διανύσματα των ταχυτήτων και των θέσεων των κινητών.



Σχήμα 1

Τα δύο κινητά ξεκινούν ταυτόχρονα την t=0 , άρα και τα δύο κινητά μέχρι την στιγμή της συνάντησής τους έχουν κινηθεί **το ίδιο χρονικό διάστημα** Δt=t.

Για το κινητό Α έχουμε : $\overrightarrow{\Delta x_{A}} = \overrightarrow{\upsilon_{A}} \cdot \Delta t \longrightarrow \overrightarrow{x_{\tau\varepsilon\lambda}} - \overrightarrow{x_{\alpha\rho\chi}} = \overrightarrow{\upsilon_{A}} \cdot \Delta t \xrightarrow[\Delta t = t]{\to +} x_{A} = \upsilon_{A} \cdot t \longrightarrow x_{A} = 20 \cdot t$ (1)

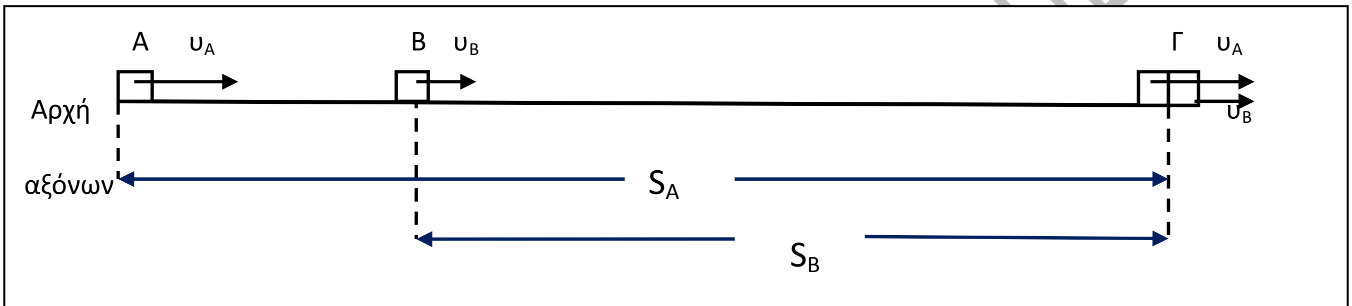
Για το κινητό Β έχουμε :

$$\overrightarrow{\Delta x_{B}} = \overrightarrow{\upsilon_{B}} \cdot \Delta t \longrightarrow \overrightarrow{x_{\tau\varepsilon\lambda}} - \overrightarrow{x_{\alpha\rho\chi}} = \overrightarrow{\upsilon_{B}} \cdot t \xrightarrow{\to +} x_{A} - x_{B} = \upsilon_{B} \cdot t \xrightarrow{x_{B} = (AB) = 200} x_{A} - 200 = 10 \cdot t \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$20 \cdot t - 200 = 10 \cdot t \longrightarrow 20 \cdot t - 10 \cdot t = 200 \longrightarrow 10 \cdot t = 200 \longrightarrow t = 20\sec$$

2^ος^ τρόπος



Σχήμα 2

Για το κινητό Α έχουμε : $S_{A} = \upsilon_{A} \cdot t \longrightarrow S_{A} = 20 \cdot t$ (1)

Για το κινητό Β έχουμε : $S_{B} = \upsilon_{B} \cdot t \longrightarrow S_{B} = 10 \cdot t$ (2)

Από το Σχήμα 2 διαπιστώνουμε ότι : $S_{A} = (AB) + S_{B}$ άρα

$$S_{A} = (AB) + S_{B} \longrightarrow S_{A} = 200 + S_{B} \xrightarrow{1 \kappa\alpha\iota 2 \sigma\chi\acute{\varepsilon}\sigma\eta} 20 \cdot t = 200 + 10 \cdot t \longrightarrow$$

$$\longrightarrow 20 \cdot t - 10 \cdot t = 200 \longrightarrow 10 \cdot t = 200 \longrightarrow t = 20\sec$$

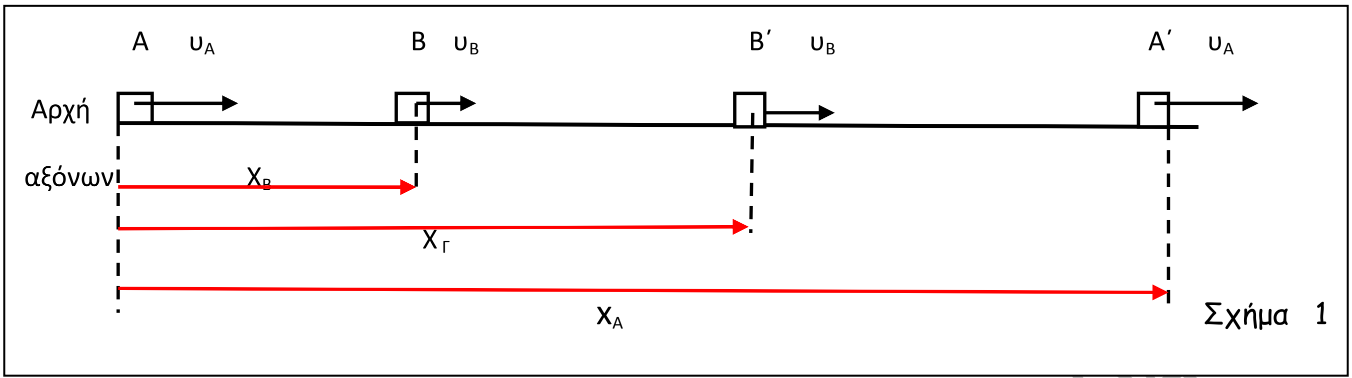
Παράδειγμα 2 . Κινητά που έχουν την ίδια φορά (Β΄ περίπτωση)

Δύο κινητά Α και Β που έχουν σταθερές ταχύτητες υ_A=20m/sec και υ_B=10m/sec ξεκινούν ταυτόχρονα την χρονική στιγμή t=0 , κινούνται με ίδια φορά στον ίδιο ευθύ δρόμο και αρχικά απέχουν απόσταση ΑΒ=200m. Να βρείτε πότε και που θα απέχουν Β΄Α΄=400m μεταξύ τους; (Δείτε το παρακάτω σχήμα).

Λύση

1^{ος} τρόπος

Φτιάχνουμε το παρακάτω Σχήμα 1 όπου φαίνονται τα διανύσματα των ταχυτήτων και των θέσεων των κινητών.



Σχήμα 1

Τα δύο κινητά ξεκινούν ταυτόχρονα την t=0 , άρα και τα δύο κινητά μέχρι την στιγμή της συνάντησής τους έχουν κινηθεί **το ίδιο χρονικό διάστημα** Δt=t.

Για το κινητό Α έχουμε : $\overrightarrow{\Delta x_{A}}=\overrightarrow{\upsilon_{A}}\cdot\Delta t \longrightarrow \overrightarrow{x_{\tau\varepsilon\lambda}}-\overrightarrow{x_{\alpha\rho\chi}}=\overrightarrow{\upsilon_{A}}\cdot\Delta t \xrightarrow[\Delta t=t]{\rightarrow +} x_{A}=\upsilon_{A}\cdot t \longrightarrow x_{A}=20\cdot t$ (1)

Για το κινητό Β έχουμε :

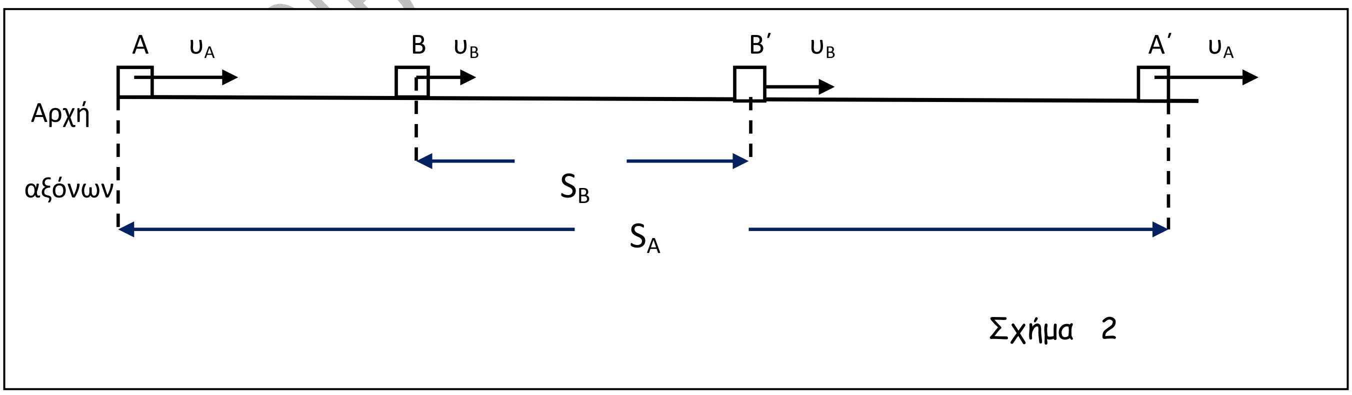
$$\overrightarrow{\Delta x_{B}}=\overrightarrow{\upsilon_{B}}\cdot\Delta t \longrightarrow \overrightarrow{x_{\tau\varepsilon\lambda}}-\overrightarrow{x_{\alpha\rho\chi}}=\overrightarrow{\upsilon_{B}}\cdot t \xrightarrow{\rightarrow +} x_{\Gamma}-x_{B}=\upsilon_{B}\cdot t \xrightarrow{x_{B}=(AB)=200} x_{\Gamma}-200=10\cdot t \longrightarrow$$

$$x_{\Gamma}=200+10\cdot t \quad (2)$$

Από το σχήμα διακρίνουμε ότι $x_{A}=x_{\Gamma}+400$. Αντικαθιστούμε στην προηγούμενη σχέση τις

(1) και (2) $20\cdot t=200+10\cdot t+400 \longrightarrow 20\cdot t-10\cdot t=600 \longrightarrow 10\cdot t=600 \longrightarrow t=60\sec$

2^{ος} τρόπος



Σχήμα 2

Για το κινητό Α έχουμε : $S_{A}=\upsilon_{A}\cdot t \longrightarrow S_{A}=20\cdot t$ (1)

Για το κινητό Β έχουμε : $S_{B}=\upsilon_{B}\cdot t \longrightarrow S_{B}=10\cdot t$ (2)

Από το Σχήμα 2 διαπιστώνουμε ότι : $S_{\mathrm{A}} = (\mathrm{AB}) + S_{\mathrm{B}} + (\mathrm{B}'\mathrm{A}')$ άρα

$$S_{\mathrm{A}} = (\mathrm{AB}) + S_{\mathrm{B}} + (\mathrm{B}'\mathrm{A}') \longrightarrow S_{\mathrm{A}} = 200 + S_{\mathrm{B}} + 400 \xrightarrow{1\kappa\alpha\iota 2 \sigma\chi\acute{\varepsilon}\sigma\eta} 20 \cdot t = 600 + 10 \cdot t \longrightarrow$$

$$\longrightarrow 20 \cdot t - 10 \cdot t = 600 \longrightarrow 10 \cdot t = 600 \longrightarrow t = 60 \sec$$

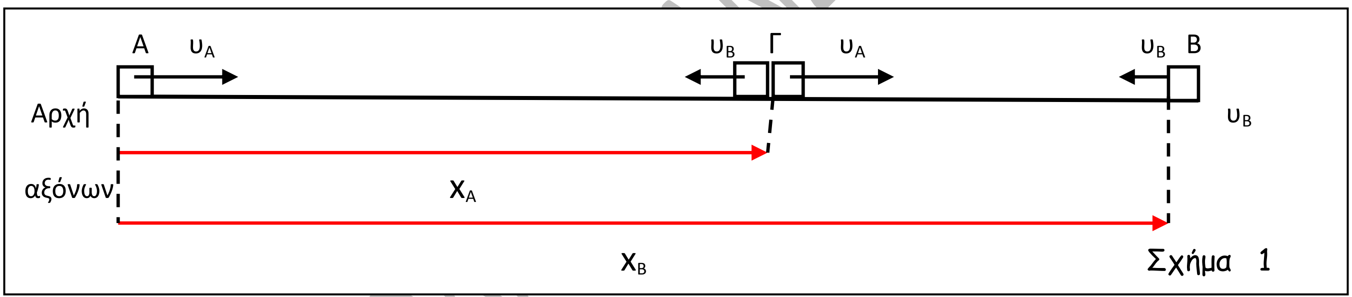
Παράδειγμα 3. Κινητά που έχουν αντίθετη φορά (Γ΄ περίπτωση)

Δύο κινητά Α και Β που έχουν σταθερές ταχύτητες υ_A=20m/sec και υ_B=-10m/sec ξεκινούν ταυτόχρονα την χρονική στιγμή t=0 , και περνούν από τα σημεία Α και Β που απέχουν απόσταση ΑΒ=300m. Να βρείτε πότε και που θα συναντηθούν; (Δείτε το παρακάτω σχήμα).

Λύση

1ος τρόπος

Φτιάχνουμε το παρακάτω Σχήμα 1 όπου φαίνονται τα διανύσματα των ταχυτήτων και των θέσεων των κινητών.



Σχήμα 1

Τα δύο κινητά ξεκινούν ταυτόχρονα την t=0 , άρα και τα δύο κινητά μέχρι την στιγμή της συνάντησής τους έχουν κινηθεί **το ίδιο χρονικό διάστημα** Δt=t.

Για το κινητό Α έχουμε : $\overrightarrow{\Delta x_{\mathrm{A}}} = \overrightarrow{\upsilon_{\mathrm{A}}} \cdot \Delta t \longrightarrow \overrightarrow{x_{\tau\varepsilon\lambda}} - \overrightarrow{x_{\alpha\rho\chi}} = \overrightarrow{\upsilon_{\mathrm{A}}} \cdot t \xrightarrow{\to +} x_{\mathrm{A}} = \upsilon_{\mathrm{A}} \cdot t \longrightarrow x_{\mathrm{A}} = 20 \cdot t$ (1)

Για το κινητό Β έχουμε :

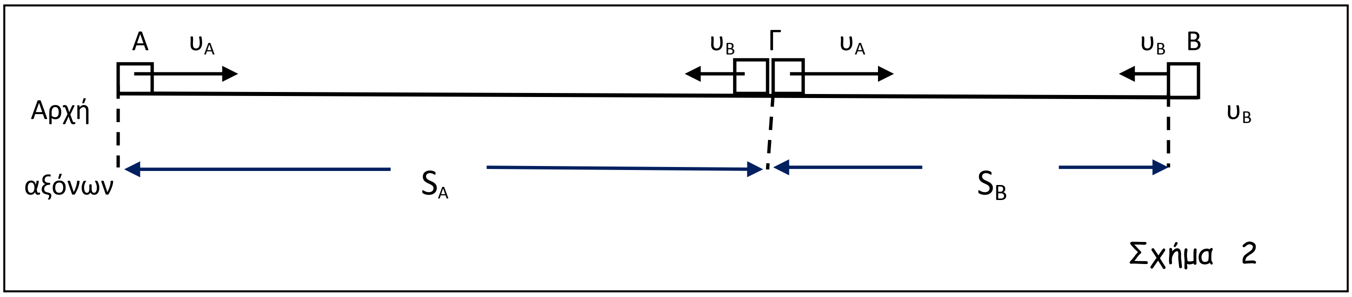
$$\overrightarrow{\Delta x_{\mathrm{B}}} = \overrightarrow{\upsilon_{\mathrm{B}}} \cdot \Delta t \longrightarrow \overrightarrow{x_{\tau\varepsilon\lambda}} - \overrightarrow{x_{\alpha\rho\chi}} = \overrightarrow{\upsilon_{\mathrm{B}}} \cdot t \xrightarrow{\to +} x_{\mathrm{A}} - x_{\mathrm{B}} = -\upsilon_{\mathrm{B}} \cdot t \xrightarrow{x_B = (AB) = 300} x_{\mathrm{A}} - 300 = -10 \cdot t$$

$$\longrightarrow x_{\mathrm{A}} = 300 - 10 \cdot t$$ (2)

Παρατηρούμε ότι τα πρώτα μέλη των σχέσεων (1) και (2) είναι ίσα ,άρα θα είναι και τα δεύτερα, δηλαδή:

$$20\cdot t = 300 - 10\cdot t \longrightarrow 20\cdot t + 10\cdot t = 300 \longrightarrow 30\cdot t = 300 \longrightarrow t = 10\sec$$

2^{ος} τρόπος



Για το κινητό Α έχουμε : $S_{\mathrm{A}} = \upsilon_{\mathrm{A}}\cdot t \longrightarrow S_{\mathrm{A}} = 20\cdot t$ (1)

Για το κινητό Β έχουμε : $S_{B} = \upsilon_{B}\cdot t \longrightarrow S_{B} = 10\cdot t$ (2)

Από το Σχήμα 2 διαπιστώνουμε ότι : $S_{\mathrm{A}} + S_{\mathrm{B}} = (\mathrm{AB})$ άρα

$$S_{\mathrm{A}} + S_{\mathrm{B}} = 300 \xrightarrow{1 και 2 σχέση} 20\cdot t + 10\cdot t = 300 \longrightarrow 30\cdot t = 300 \longrightarrow t = 10\sec$$

Παρατήρηση

Πρόβλημα συνάντησης δύο κινητών με διαφορετική χρονική στιγμή εκκίνησης.

Αν κάποιο από τα δύο κινητά ξεκινά αργότερα κατά π.χ 2sec , τότε καθορίζουμε για το κινητό που ξεκινά την t=0 ότι κινήθηκε για χρονικό διάστημα Δt_1=t, οπότε το δεύτερο κινητό που ξεκίνησε αργότερα θεωρούμε ότι κινήθηκε για χρονικό διάστημα Δt_2=t-2 .

Έτσι για το δεύτερο κινητό θα αντικαθιστούμε όπου t το (t-2) σε όσους τύπους αφορούν την κίνησή του.