



Ε

Μαθηματικά
Κεφάλαιο 12 -
Η διαίρεση στους φυσικούς
αριθμούς

Όνομα: _____

Ημερομηνία: ___ / ___ / ____



Θεωρία

Κάποιοι αριθμοί, όταν διαιρεθούν, **δεν αφήνουν υπόλοιπο**. Οι διαιρέσεις αυτές λέγονται **τέλειες**.

Μερικοί αριθμοί, όταν διαιρεθούν, **αφήνουν υπόλοιπο**. Οι διαιρέσεις αυτές λέγονται **ατελείς**.

Παράδειγμα τέλειας:

Διαιρετέος (Δ) 12	4 Διαιρέτης (δ)
-12	3 Πηλίκο (π)
Υπόλοιπο (υ) 0	

Παράδειγμα ατελούς:

Διαιρετέος 14	4 Διαιρέτης
-12	3 Πηλίκο
Υπόλοιπο 2	

ΔΟΚΙΜΗ ΔΙΑΙΡΕΣΗΣ

Σε κάθε διαίρεση ο διαιρετέος είναι ίσος με το γινόμενο του διαιρέτη επί το πηλίκο συν το υπόλοιπο. Αυτή είναι η δοκιμή (ή επαλήθευση) της διαίρεσης.

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon \quad \text{ή} \quad \delta \cdot \pi + \upsilon = \Delta$$

Διαίρεση: $14:4=3$, υπ.2 Δοκιμή: $4 \cdot 3 + 2 = 14$

ΠΡΟΣΟΧΗ: Το **υπόλοιπο** πρέπει να είναι πάντα **μικρότερο από το διαιρέτη**.

Ιδιότητες της διαίρεσης

- ✓ Ένας αριθμός όταν διαιρείται με το 1 δίνει πηλίκο τον ίδιο τον αριθμό.
 $457 : 1 = 457$ $12,35 : 1 = 12,35$
- ✓ και όταν διαιρείται με τον εαυτό του δίνει πηλίκο 1.
 $457 : 457 = 1$
- ✓ σε μια διαίρεση ο διαιρέτης δεν μπορεί να είναι μηδέν
 $457 : 0$ ΔΕ ΓΙΝΕΤΑΙ
- ✓ Αν ο διαιρετέος είναι 0 το πηλίκο είναι 0.
 $0 : 25 = 0$
- ✓ Σε μια διαίρεση αν πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε και τους δύο όρους με τον ίδιο αριθμό το πηλίκο μένει ίδιο.

$$\begin{aligned} 12 : 4 &= 3 \\ (12 \cdot 2) : (4 \cdot 2) &= \\ 24 : 8 &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12 : 4 &= 3 \\ (12 : 2) : (4 : 2) &= \\ 6 : 2 &= 3 \end{aligned}$$

- ✓ Για να διαιρέσουμε άθροισμα με αριθμό, διαιρούμε κάθε προσθετέο με τον αριθμό και προσθέτουμε τα πηλίκα (επιμεριστική ιδιότητα ως προς την πρόσθεση). Η επιμεριστική ιδιότητα ισχύει και ως προς την αφαίρεση.

$$\begin{aligned} (12 + 6) : 3 &= \\ (12 : 3) + (6 : 3) &= \\ 4 + 2 &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (12 - 6) : 3 &= \\ (12 : 3) - (6 : 3) &= \\ 4 - 2 &= 2 \end{aligned}$$

Διαίρεση με 10, 100, 1.000...

Για να διαιρέσω ένα φυσικό αριθμό με το 10, το 100, το 1.000..., βάζω υποδιαστολή ξεκινώντας από το τέλος του αριθμού μία, δύο ή τρεις... θέσεις αντίστοιχα προς τα αριστερά. Αν τελειώσουν τα ψηφία του αριθμού, βάζω μηδενικά.

$$\begin{aligned} 3.181 : 10 &= 318,1 \\ 456 : 100 &= 4,56 \\ 56.789 : 1.000 &= 56,789 \end{aligned}$$

Για να διαιρέσω ένα δεκαδικό αριθμό με το 10, το 100, το 1.000..., μεταφέρω την υποδιαστολή του αριθμού προς τα αριστερά μία, δύο ή τρεις... θέσεις αντίστοιχα. Αν τελειώσουν τα ψηφία του αριθμού, βάζω μηδενικά.

$$\begin{aligned} 569,3 : 10 &= 56,93 \\ 893,2 : 100 &= 8,932 \\ 1,9 : 1.000 &= 0,0019 \end{aligned}$$



Ασκήσεις

1. Υπολογίζω με τον νου τα πηλίκα:

α) $120 : 3 = \dots\dots\dots$

β) $200 : 25 = \dots\dots\dots$

γ) $15.000 : 30 = \dots\dots\dots$

δ) $18.000 : 60 = \dots\dots\dots$

ε) $12 : 0 = \dots\dots\dots$

στ) $120.800 : 2 = \dots\dots\dots$

ζ) $540.000 : 27 = \dots\dots\dots$

η) $2.400 : 4 = \dots\dots\dots$

θ) $1.500.500 : 5 = \dots\dots\dots$

ι) $0 : 12 = \dots\dots\dots$

2. Υπολογίζω με τον νου τα πηλίκα:

α) $550 : 10 = \dots\dots\dots$

β) $700 : 10 = \dots\dots\dots$

γ) $37.000 : 100 = \dots\dots\dots$

δ) $820.000 : 10.000 = \dots\dots\dots$

ε) $900 : 30 = \dots\dots\dots$

στ) $480.000 : 6.000 = \dots\dots\dots$

ζ) $6.000.000 : 300.000 = \dots\dots\dots$

η) $32.000.000 : 8.000 = \dots\dots\dots$

θ) $6.000.000 : 150.000 = \dots\dots\dots$

ι) $999.000 : 333.000 = \dots\dots\dots$

3. Συμπλήρωσε τους αριθμούς που λείπουν, ώστε να ισχύουν τα παρακάτω πηλίκα:

α. $3.500 : \dots\dots\dots = 35$

β. $21.000 : \dots\dots\dots = 70$

γ. $18.000 : \dots\dots\dots = 18$

δ. $4.200 : \dots\dots\dots = 7$

ε. $34.000 : \dots\dots\dots = 3.400$

στ. $90.000 : \dots\dots\dots = 45$

ζ. $90.000 : \dots\dots\dots = 18$

η. $20.000 : \dots\dots\dots = 50$

4. Υπολογίζω με τον νου το υπόλοιπο των διαιρέσεων:

Διαιρετέος	Διαιρέτης	Υπόλοιπο
805	10	
3.600	100	
18.600	6.000	
505.000	50.000	
3.008.300	30.000	
2.000.400	200.000	
80.000.800	4.000.000	

5. Συμπληρώστε τους αριθμούς που λείπουν από τον πίνακα :

Δ (διαιρετέος)	δ (διαιρέτης)	π (πηλίκο)	υ (υπόλοιπο)	$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$
125	6	20	5	$125 = 6 \cdot 20 + 5$
78	5	15		
163		20		
	30	6	14	
76		9		

6. Να κάνεις κάθετα τις διαιρέσεις και να τις επαληθεύσεις:

α. $1.152 : 7 =$

β. $1.599 : 15 =$

γ. $24.216 : 24 =$

7. Κάνω τις διαιρέσεις, όπως στο παράδειγμα:

$$487 : 8 =$$

$(400 : 8) + (80 : 8)$, 7 υπόλοιπο =
 $50 + 10 = 60$ πηλίκο 7 υπόλ.

$$863 : 20 =$$

$(\underline{\quad} : \underline{\quad}) + (\underline{\quad} : \underline{\quad})$, $\underline{\quad}$ υπόλοιπο =
 $\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$ πηλίκο $\underline{\quad}$ υπόλ.

$$8.650 : 50 =$$

$(\underline{\quad} : \underline{\quad}) + (\underline{\quad} : \underline{\quad}) + (\underline{\quad} : \underline{\quad}) =$
 $\underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$ πηλίκο, $\underline{\quad}$ υπ.

$$9.990 : 300 =$$

$(\underline{\quad} : \underline{\quad}) + (\underline{\quad} : \underline{\quad})$, $\underline{\quad}$ υπόλοιπο =
 $\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$ πηλίκο, $\underline{\quad}$ υπόλ.



Προβλήματα

8. Ποια είναι τα πιθανά υπόλοιπα μίας διαίρεσης φυσικών αριθμών, όταν ο διαιρέτης είναι το 8;

Τα πιθανά υπόλοιπα μπορεί να είναι : _____

9. Ο Νίκος θέλει να τοποθετήσει 160 αυτοκόλλητα στο άλμπουμ του. Αν σε κάθε σελίδα τοποθετεί 12 αυτοκόλλητα, πόσες σελίδες πρέπει να χρησιμοποιήσει και πόσα αυτοκόλλητα θα βάλει στην τελευταία σελίδα;



Απάντηση: _____

10. Μια ακαδημία ποδοσφαίρου αγόρασε μπάλες προς 23 € την καθεμία. Για να πληρώσει έδωσε 8 χαρτονομίσματα των 50 € και πήρε ρέστα 32 €.
Πόσες μπάλες αγόρασε;

Απάντηση: _____

11. Αν σήμερα είναι Παρασκευή, τι μέρα θα είναι μετά από ένα χρόνο (365 ημέρες);

Απάντηση: _____

12. Ο Μάκης και ο Τάκης έχουν μαζί 360 τάπες ποδοσφαίρου. Αν ο Μάκης έχει διπλάσιες τάπες από τον Τάκη, πόσες τάπες έχει καθένας τους;

Απάντηση: _____