

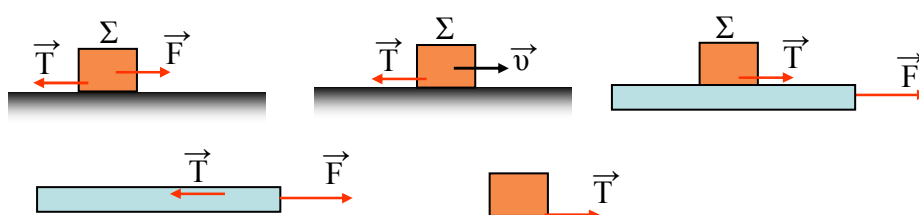
Μερικοί μύθοι για την ΤΡΙΒΗ.

Πρώτος μύθος:

Η τριβή αντιστέκεται στην κίνηση.

Η αλήθεια είναι ότι η τριβή αντιστέκεται στην δύναμη που τείνει να το κινήσει ή έχει αντίθετη φορά από την ταχύτητα που έχει το σώμα, ως προς την επιφάνεια, με την οποία αναπτύσσεται.

Ας το δούμε σε μερικές απλές περιπτώσεις, που εμφανίζονται στο παρακάτω σχήμα.



Στο (α) σχήμα, το σώμα Σ, που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, δέχεται μια δύναμη προς τα δεξιά. Η τριβή που ασκείται στο σώμα Σ έχει φορά προς τα αριστερά. Το σώμα Σ μπορεί να ηρεμεί (η τριβή είναι στατική) ή και να επιταχύνεται (η τριβή είναι τριβή ολίσθησης).

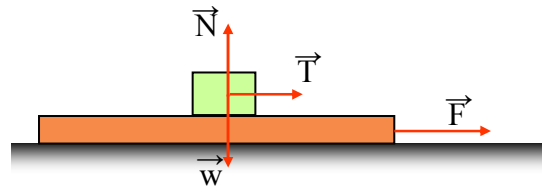
Στο (β) σχήμα το σώμα Σ εκτοξεύεται οριζόντια με κάποια ταχύτητα προς τα δεξιά, οπότε η τριβή έχει φορά προς τα αριστερά.

Στο (γ) σχήμα, το σώμα Σ βρίσκεται πάνω σε μια σανίδα που ηρεμεί. Ασκούμε στη σανίδα μια οριζόντια δύναμη F . Η τριβή που ασκείται στο σώμα Σ έχει φορά προς τα δεξιά. Η τριβή είναι η δύναμη που επιταχύνει το σώμα Σ και άρα η τριβή έχει την ίδια φορά με την ταχύτητα που αποκτά.

Στο (δ) σχήμα έχει σχεδιαστεί σχήμα μεμονωμένου σώματος για την σανίδα και το σώμα Σ. Αφού η σανίδα δέχεται δύναμη προς τα δεξιά F, τείνει να κινηθεί ως προς το σώμα Σ, άρα δέχεται δύναμη τριβής, από το σώμα Σ, με φορά προς τ' αριστερά. Η αντίδραση αυτής της τριβής ασκείται στο σώμα Σ, με φορά προς τα δεξιά.

Εφαρμογή 1^η:

Αναφερόμενοι στο παρακάτω σχήμα, ασκούμε κατάλληλη δύναμη F στην σανίδα, με αποτέλεσμα να κινείται με σταθερή επιτάχυνση πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Αν μεταξύ του σώματος Σ και της σανίδας $\mu_s = \mu = 0,2$, ενώ το σώμα Σ έχει μάζα $m = 2\text{kg}$, να βρεθεί το μέτρο της δύναμης τριβής που ασκείται στο σώμα Σ, καθώς και η επιτάχυνσή του, όταν η σανίδα αποκτά επιτάχυνση:



i) $\alpha_1 = 1\text{m/s}^2$ ii) $\alpha_2 = 5\text{m/s}^2$.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

Λύση:

1) Το βασικό πρόβλημα είναι αν το σώμα Σ κινείται μαζί με τη σανίδα, ή γλιστράει πάνω της. Υποθέτουμε ότι το σώμα Σ κινείται μαζί με τη σανίδα, άρα έχει και αυτό επιτάχυνση $\alpha = 1\text{m/s}^2$.

Αλλά από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma F = m \cdot \alpha \quad \text{ή} \quad T = m \cdot \alpha \quad \text{άρα} \quad T = 2\text{kg} \cdot 1\text{m/s}^2 = 2\text{N}.$$

Βρίσκουμε τη μέγιστη δυνατή τιμή για το μέτρο της τριβής:

$$T_{\text{op}} = T_{\text{ολ}} = \mu N = \mu mg = 0,2 \cdot 2 \cdot 10\text{N} = 4\text{N}.$$

Εδώ λοιπόν η ασκούμενη τριβή είναι στατική με μέτρο 2N, αφού αυτή μπορεί να εξασφαλίσει την απαιτούμενη επιτάχυνση στο σώμα Σ.

2)Εργαζόμενοι με τον ίδιο τρόπο στην δεύτερη περίπτωση, βρίσκουμε ότι η απαιτούμενη δύναμη για να μπορεί το σώμα Σ να κινείται μαζί με την σανίδα είναι:

$$\Sigma F = m \cdot a \quad \text{ή} \quad T = m \cdot a = 2\text{kg} \cdot 5\text{m/s}^2 = 10\text{N}.$$

Όμως, όπως βρήκαμε προηγούμενα, η μέγιστη τιμή της τριβής είναι $T_{\text{op}} = 4\text{N}$ και κατά συνέπεια το σώμα Σ δεν κινείται μαζί με τη σανίδα.

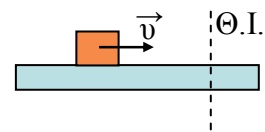
Έτσι η τριβή είναι τριβή ολίσθησης, οπότε έχουμε:

$$T_{\text{ολ}} = m \cdot a \quad \text{ή} \quad a = 4\text{N}/2\text{kg} = 2\text{m/s}^2.$$

Δηλαδή τώρα το σώμα Σ γλιστράει πάνω στη σανίδα έχοντας επιτάχυνση 2m/s^2 , με φορά προς τα δεξιά, ενώ δέχεται τριβή ολίσθησης μέτρου 4N , με φορά επίσης προς τα δεξιά.

Εφαρμογή 2^η:

Ένα σώμα Σ μάζας $m=2\text{kg}$ βρίσκεται πάνω σε μια οριζόντια σανίδα και εκτελεί οριζόντια απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=0,3\text{m}$ και περιόδου $T=1\text{s}$. Σε μια στιγμή απέχει $x=0,2\text{m}$ από τη θέση ισορροπίας O και κατευθύνεται προς αυτήν με ταχύτητα v_1 .



- 1) Να σχεδιάσετε την τριβή που ασκείται στο σώμα Σ και να βρείτε το μέτρο της.
- 2) Ποια η ελάχιστη τιμή του συντελεστή οριακής στατικής τριβής μεταξύ του σώματος και της σανίδας για να μπορεί να εκτελεί την ταλάντωση, χωρίς να ολισθαίνει πάνω στη σανίδα; $g=10\text{m/s}^2$.

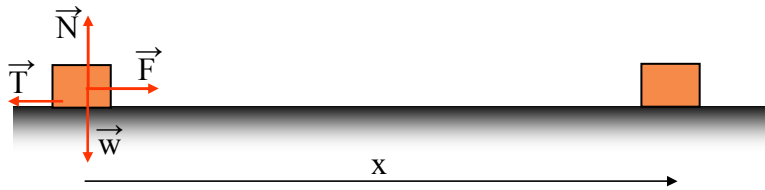
Δεύτερος μύθος:

Το έργο της τριβής μετράει την ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμότητα.

Πρώτα – πρώτα το έργο μιας δύναμης, άρα και της τριβής μετράει την ενέργεια που μεταφέρεται σε ένα σώμα ή αφαιρείται από αυτό. Αν το έργο είναι μιας δύναμης είναι θετικό, τότε το σώμα παίρνει ενέργεια, ενώ αν είναι αρνητικό χάνει ενέργεια.

Εφαρμογή 3^η:

Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,2$. Σε μια στιγμή ασκείται πάνω του μια οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου $F=10\text{N}$. Για μετατόπιση κατά $x=6\text{m}$, ζητούνται:



- 1) Το έργο της δύναμης F και το έργο της τριβής. Τι εκφράζουν τα έργα αυτά;
- 2) Η ταχύτητα που αποκτά το σώμα.

$$g=10\text{m/s}^2.$$

Λύση:

1) Στον κατακόρυφο άξονα το σώμα ισορροπεί, άρα $\Sigma F=0$ ή $N=w$ ή $N=mg$ και κατά συνέπεια $T=\mu N=\mu mg =4\text{N}$.

Για τα έργα έχουμε:

$$W_F = F \cdot x \cdot \cos 0^\circ = 10\text{N} \cdot 6\text{m} \cdot 1 = 60\text{J}.$$

Το έργο αυτό εκφράζει την ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα από αυτόν που ασκεί τη δύναμη F.

$$W_T = T \cdot x \cdot \cos 180^\circ = 4\text{N} \cdot 6\text{m} \cdot (-1) = -24\text{J}.$$

Το έργο είναι αρνητικό, άρα η τριβή αφαιρεί ενέργεια από το σώμα.

Και πού πηγαίνει η ενέργεια που αφαιρείται από το σώμα, μέσω της τριβής;

Επειδή τρίβονται οι δύο επιφάνειες επαφής, σώματος και επιπέδου, αυξάνεται η κινητική ενέργεια των μορίων των δύο σωμάτων. Αυτό σημαίνει ότι αυξάνεται η θερμοκρασία των δύο σωμάτων, ή αλλιώς αυξάνεται η εσωτερική τους ενέργεια, χωρίς να σημαίνει όμως ότι η αύξηση αυτή έγινε με μεταφορά θερμότητας.

Παρόλα αυτά για ευκολία λέμε ότι η ενέργεια που αφαιρείται από το σώμα μετατρέπεται σε θερμότητα, δηλαδή $Q = |W_T| = 24\text{J}$.

2) Εφαρμόζοντας για την παραπάνω μετακίνηση το θεώρημα Έργου – Ενέργειας (ή αλλιώς το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας, Θ.Μ.Κ.Ε.) παίρνουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_w + W_N + W_F + W_T \text{ οπότε}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 - 0 = 0 + 0 + 60\text{J} - 24\text{J}, \text{ από όπου } v = 6\text{m/s}.$$

Η παραπάνω εφαρμογή φαίνεται να ενισχύει τις γνωστές απόψεις. Αλλά ας δούμε τώρα μια άλλη εφαρμογή:

Εφαρμογή 4^η:

Πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας $m_1 = 3\text{kg}$, ενώ πάνω της βρίσκεται ένα σώμα Σ , μάζας $m_2 = 1\text{kg}$, το οποίο παρουσιάζει με τη σανίδα συντελεστές τριβής $\mu_s = \mu = 0,2$. Σε μια στιγμή ασκούμε στην σανίδα οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 4\text{N}$ για χρονικό διάστημα $t = 4\text{s}$. Να βρεθούν τα έργα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στα δύο σώματα στο παραπάνω χρονικό διάστημα. Τι εκφράζουν τα έργα αυτά;

$$g = 10\text{m/s}^2.$$

Λύση:

Στο παρακάτω σχήμα έχουν σχεδιαστεί, αριστερά οι δυνάμεις που ασκούνται στη σανίδα και δεξιά οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ . Ας προσέξουμε ότι οι δυνάμεις $N_1 - N_2$ και $T - T'$ αποτελούν ζεύγη δράσης αντίδρασης.



Αναφερόμενοι στο σώμα Σ έχουμε: $\Sigma F_y = 0$ ή $N_2 = w_2 = m_2 g$ (1), ενώ για τη σανίδα $\Sigma F_y = 0$ ή $N = N_1 + w = N_2 + w$ και λόγω της (1) $N = m_1 g + m_2 g$.

Υποθέτοντας ότι τα δύο σώματα κινούνται μαζί, οπότε η τριβή πρέπει να είναι στατική τριβή, θα έχουμε:

$$F - T = m_1 \cdot a \quad (2) \quad \text{και} \quad T' = m_2 \cdot a \quad (3)$$

και επειδή $T = T'$ (δράση – αντίδραση) με πρόσθεση των (2) και (3) κατά μέλη, παίρνουμε:

$$F = (m_1 + m_2) \cdot a \quad \text{οπότε} \quad a = 4\text{N}/4\text{kg} = 1\text{m/s}^2.$$

Είναι σωστή η υπόθεσή μας ότι τα δύο σώματα κινούνται μαζί; Από τη σχέση (3) παίρνουμε $T' = m_2 \cdot a = 1\text{kg} \cdot 1\text{m/s}^2 = 1\text{N}$. Η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει η τριβή είναι $T_{\max} = T_{\text{op}} = \mu_s \cdot N_2 = \mu_s \cdot m_2 \cdot g = 0,2 \cdot 1\text{kg} \cdot 10\text{m/s}^2 = 2\text{N}$.

Παρατηρούμε δηλαδή ότι η απαιτούμενη δύναμη για να κινηθούν τα δύο σώματα μαζί, είναι μικρότερη από την οριακή τριβή. Άρα πράγματι δεν θα υπάρχει ολίσθηση μεταξύ των δύο σωμάτων.

Η κίνηση των δύο σωμάτων θα είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη οπότε παίρνουμε:

$$v = a \cdot t = 1 \text{ m/s}^2 \cdot 4 \text{ s} = 4 \text{ m/s}$$

ενώ μετατοπίζεται κατά

$$x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} 1 \text{ m/s}^2 \cdot 16 \text{ s}^2 = 8 \text{ m.}$$

Ας δούμε τώρα τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται στη σανίδα.

$$W_F = F \cdot x \cdot \cos 0^\circ = 4 \cdot 8 \text{ J} = 32 \text{ J}, W_w = 0, W_N = 0, W_{N1} = 0, \text{ ενώ}$$

$$W_T = T \cdot x \cdot \cos 180^\circ = - T \cdot x = - 1 \text{ N} \cdot 8 \text{ m} = - 8 \text{ J.}$$

Στην σανίδα δηλαδή προσφέρεται μέσω της δύναμης F ενέργεια 32 J , ενώ αφαιρείται μέσω της τριβής ενέργεια 8 J . Άρα στη σανίδα παραμένουν $32 \text{ J} - 8 \text{ J} = 24 \text{ J}$, με τη μορφή της κινητικής ενέργειας. Πράγματι $K = \frac{1}{2} m_1 v^2 = \frac{1}{2} 3 \text{ kg} \cdot 16 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 24 \text{ J}$.

Και τι απέγινε η ενέργεια που αφαιρέθηκε μέσω του έργου της τριβής; Προφανώς δεν μετετράπη σε θερμότητα, αφού δεν τρίβονται τα δύο σώματα μεταξύ τους, δηλαδή η ΣΤΑΤΙΚΗ ΤΡΙΒΗ δεν έχει καμιά σχέση με μετατροπή ενέργειας από Μηχανική σε Θερμική.

Ας πάμε στο σώμα Σ τώρα: $W_{w2} = W_{N2} = 0$, δυνάμεις κάθετες στη μετατόπιση, ενώ

$W_T = T \cdot x = 1 \text{ N} \cdot 8 \text{ m} = 8 \text{ J}$, βλέπουμε δηλαδή ότι όση ενέργεια αφαιρείται από τη σανίδα, μέσω της τριβής, μεταφέρεται στο σώμα Σ , όπου και αποθηκεύεται με τη μορφή της Κινητικής ενέργειας.

$$\text{Πράγματι } K_\Sigma = \frac{1}{2} m_2 \cdot v^2 = \frac{1}{2} 1 \text{ kg} \cdot 16 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 8 \text{ J.}$$

Ας επισημάνουμε λοιπόν δύο πράγματα.

- 1) Το έργο της τριβής που ασκείται στο σώμα Σ είναι θετικό.
- 2) Το έργο της στατικής τριβής εκφράζει μεταφορά ενέργειας από το ένα σώμα στο άλλο.

Εφαρμογή 5^η:

Πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας $m_1 = 3\text{kg}$, ενώ πάνω της βρίσκεται ένα σώμα Σ , μάζας $m_2 = 1\text{kg}$, το οποίο παρουσιάζει με τη σανίδα συντελεστές τριβής $\mu_s = \mu = 0,2$. Σε μια στιγμή ασκούμε στην σανίδα οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 11\text{N}$ για χρονικό διάστημα $t = 4\text{s}$. Να βρεθούν τα έργα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στα δύο σώματα στο παραπάνω χρονικό διάστημα. Τι εκφράζουν τα έργα αυτά;

$$g = 10\text{m/s}^2.$$

Λύση:

Ας προσέξουμε ότι η εφαρμογή αυτή είναι ίδια ακριβώς με την εφαρμογή 4, με μόνη διαφορά ότι είναι μεγαλύτερη $F = 11\text{N}$ από την προηγούμενη φορά.

Δουλεύοντας όπως προηγουμένως, θα βρούμε ότι για να μπορούν να κινούνται μαζί τα δύο σώματα, θα έπρεπε η τριβή να πάρει την τιμή $T = 2,75\text{N}$, ενώ έχουμε δει ότι η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει η τριβή είναι 2N . Κατά συνέπεια τα δύο σώματα δεν θα κινηθούν μαζί ή με άλλα λόγια το σώμα Σ θα γλιστρήσει πάνω στη σανίδα και η ασκούμενη τριβή θα είναι τριβή ολίσθησης, με τιμή $T = \mu \cdot N_2 = 2\text{N}$.

Από το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε:

$$\text{Για τη σανίδα: } \Sigma F = m_1 \cdot a_1 \quad \text{ή} \quad F - T = m_1 \cdot a_1, \quad \text{άρα} \quad a_1 = (11 - 2) / 3\text{m/s}^2 = 3\text{m/s}^2.$$

$$\text{Για το σώμα } \Sigma: \Sigma F = m_2 \cdot a_2 \quad \text{ή} \quad T' = m_2 \cdot a_2, \quad \text{άρα} \quad a_2 = 2 / 1\text{m/s}^2 = 2\text{m/s}^2.$$

Τα δύο σώματα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, οπότε

$$v_1 = a_1 \cdot t = 3 \cdot 4 \text{ m/s} = 12 \text{ m/s}$$

ενώ η μετατόπιση

$$x_1 = \frac{1}{2} a_1 \cdot t^2 = \frac{1}{2} 3 \cdot 16 \text{ m} = 24 \text{ m}.$$

Ενώ για το σώμα Σ:

$$v_2 = a_2 \cdot t = 2 \cdot 4 \text{ m/s} = 8 \text{ m/s} \text{ και } x_2 = \frac{1}{2} a_2 \cdot t^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 16 \text{ m} = 16 \text{ m}.$$

Αναφερόμενοι στα έργα των δυνάμεων που ασκούνται στη σανίδα:

$W_F = F \cdot x_1 = 11 \cdot 24 \text{ J} = 264 \text{ J}$, η ενέργεια που μεταφέρθηκε στην σανίδα.

$W_T = T \cdot x_1 \cdot \cos 180^\circ = -2 \cdot 24 \text{ J} = -48 \text{ J}$, η ενέργεια αυτή αφαιρείται από τη σανίδα.

Συνεπώς στη σανίδα έχουν παραμείνει $264 \text{ J} - 48 \text{ J} = 216 \text{ J}$.

$$\text{Πραγματικά } K = \frac{1}{2} m_1 \cdot v^2 = \frac{1}{2} 3 \cdot 12^2 \text{ J} = 216 \text{ J}.$$

Για το σώμα Σ: $W_T = T \cdot x_2 = 2 \text{ N} \cdot 16 \text{ m} = 32 \text{ J}$, την ενέργεια αυτή έχει το σώμα Σ με τη μορφή της κινητικής ενέργειας.

$$K = \frac{1}{2} m_2 v^2 = \frac{1}{2} 1 \cdot 8^2 \text{ J} = 32 \text{ J}.$$

ΣΧΟΛΙΟ: Βλέπουμε ότι μέσω της τριβής αφαιρέθηκαν 48J από τη σανίδα, ενώ μεταφέρθηκαν μόνο 32J στο σώμα Σ. Τα υπόλοιπα 16J τι απέγιναν; Τα υπόλοιπα μετατρέπονται σε θερμική ενέργεια επειδή το ένα σώμα γλίστρησε πάνω στο άλλο. Πόσο γλίστρησε; Κατά $\Delta x = x_1 - x_2 = 24 \text{ m} - 16 \text{ m} = 8 \text{ m}$. Παίρνοντας το γινόμενο $T \cdot \Delta x = 2 \text{ N} \cdot 8 \text{ m} = 16 \text{ J}$ βρίσκουμε πράγματι την ενέργεια που μετατρέπεται σε Θερμική.