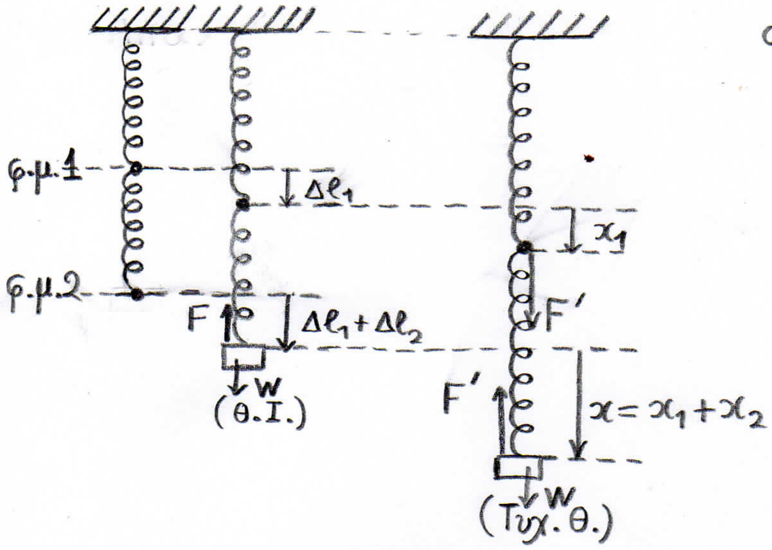
Ας συνδέσουμε τα ελατήρια...

Δίνονται $k_1 = 300\,\frac{N}{m}$, $k_2 = 600\,\frac{N}{m}$, $m = 1{,}2\,kg$

α) Βρείτε την παραμόρφωση κάθε ελατηρίου στην θέση ισορροπίας.

β) Αν απομακρύνουμε το σώμα από τη Θ.Ι., δείξτε ότι θα εκτελέσει α.α.τ.



α) Επειδή τα ελατήρια έχουν μηδενική μάζα, ασκούν στα άκρα τους δυνάμεις ίδιου μέτρου F.

• Για το σώμα – ελ.2:

$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow W - F = 0 \Rightarrow$

$\boxed{mg = k_2\,\Delta\ell_2}$ ①

Με αντ/ση: $\Delta\ell_1 = \frac{mg}{k_2} = \frac{12}{600} = 0{,}02\,m$

• Για το ελατ. 1 : $F = k_1 \cdot \Delta\ell_1 \Rightarrow \boxed{mg = k_1\,\Delta\ell_1}$ ②

Με αντ/ση: $\Delta\ell_1 = \frac{mg}{k_1} = \frac{12}{300} = 0{,}04\,m$

β) Στην τυχαία θέση $\Sigma F = W - F' \Rightarrow \Sigma F = mg - k_2(\Delta\ell_2 + x_2) \xRightarrow{①}$

$\Rightarrow \Sigma F = k_2\Delta\ell_2 - k_2\Delta\ell_2 - k_2 x_2 \Rightarrow \Sigma F = -k_2 \cdot x_2 \Rightarrow \boxed{x_2 = -\frac{\Sigma F}{k_2}}$ ③

Επίσης:

$\Sigma F = W - F' \Rightarrow \Sigma F = mg - k_1(\Delta\ell_1 + x_1) \xRightarrow{②} \Sigma F = k_1\Delta\ell_1 - k_1\Delta\ell_1 - k_1 x_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \Sigma F = -k_1 x_1 \Rightarrow \boxed{x_1 = -\frac{\Sigma F}{k_1}}$ ④

$x = x_1 + x_2 \xRightarrow[④]{③} x = -\Sigma F\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) \Rightarrow x = -\Sigma F \cdot \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \Sigma F = -\frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2} \cdot x \Rightarrow \Sigma F = -D \cdot x$, όπου $D = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2} = \frac{300 \cdot 600}{300 + 600} = 200\,\frac{N}{m}$

<u>Σχόλιο</u> : Το αποτέλεσμα δείχνει ότι το σύστημα των δύο ελατηρίων ισοδυναμεί με ΕΝΑ ελατήριο σταθεράς $D = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$

Ανδρέας Ηλιόπουλος