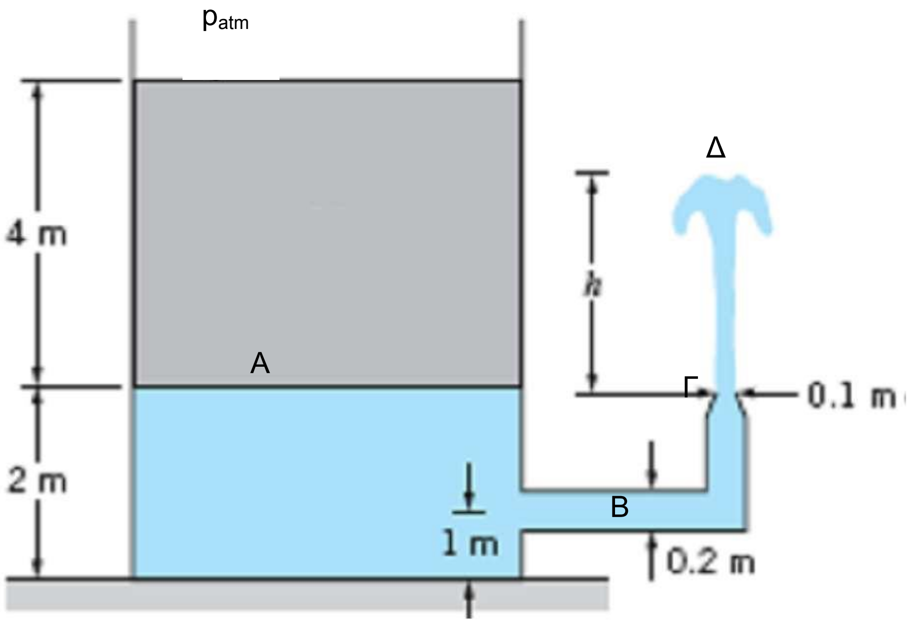
Ένα συντριβάνι από νερό και … λάδι



Μια δεξαμενή ανοικτή στην ατμόσφαιρα περιέχει δύο στρώματα διαφορετικών υγρών. Ένα στρώμα νερού ύψους h_1 = 2 m και ένα στρώμα λαδιού ύψους h_2 = 4 m. Η δεξαμενή φέρει, σε ύψος h_3 = 1m από το οριζόντιο έδαφος, πλευρικό οριζόντιο σωλήνα με κατακόρυφο ακροφύσιο, η έξοδος του οποίου βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με τη διαχωριστική επιφάνεια των δύο υγρών, όπως στο σχήμα, με τη στρόφιγγα αρχικά κλειστή. Η διάμετρος του οριζόντιου σωλήνα είναι 0,2 m και του άκρου Γ του ακροφυσίου 0,1 m. Αν ανοίξουμε τη στρόφιγγα:

(α) Υπολογίστε την αρχική ταχύτητα του νερού στο άκρο Γ του ακροφυσίου.

(β) Προσδιορίστε το αρχικό ύψος h του πίδακα.

(γ) Υπολογίστε την πίεση στον οριζόντιο σωλήνα.

Δίνονται ρ_v= 1000 kg/m^3, ρ_λ= 700 kg/m^3, g = 10 m/s^2, η διάμετρος της δεξαμενής πολύ μεγαλύτερη από αυτές των σωλήνων, τα υγρά θεωρούνται ιδανικά.

ΛΥΣΗ

(α) Με επίπεδο αναφοράς δυναμικής ενέργειας, που διέρχεται από τα Α και Γ η ταχύτητα στην έξοδο Γ του ακροφυσίου υπολογίζεται από την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των θέσεων Α (διαχωριστική επιφάνεια νερού-λαδιού) και Γ (έξοδος ακροφυσίου)

$p_A + 0 + \ = p_\Gamma + 0 + ½ \rho_v u^2$

$p_{atm} + \rho_\lambda g h_2 = p_{atm} + ½ \rho_v u^2$

$$υ = \sqrt{\frac{2ρ_λ g h_2}{ρ_ν}}$$

$$υ = \sqrt{\frac{2.900.10.4}{1000}}$$

$υ = 6\sqrt{2}$ m/s

(β) Ο πίδακας του νερού εκτελεί κατακόρυφη βολή. Εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ για μια στοιχειώδη μάζα νερού από (Γ) $\rightarrow$ (Δ)

$½\, dm\, υ^2 = dm\, g\, h$

$h = \dfrac{υ^2}{2g} \Leftrightarrow h = 3{,}6$ m

(γ) Έστω Β ένα τυχαίο σημείο του οριζόντιου σωλήνα. Εφαρμόζουμε την εξίσωση συνεχείας από (Β) $\rightarrow$ (Γ)

$A_B υ_B = A_Γ υ_Γ \Leftrightarrow π(0{,}1)^2 υ_B = π(0{,}05)^2 .6\sqrt{2} \Leftrightarrow υ_B = 1{,}5\sqrt{2}$ m/s

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli στον οριζόντιο σωλήνα από (Β) $\rightarrow$ (Γ), με επίπεδο αναφοράς δυναμικής ενέργειας το έδαφος, έχουμε:

$p_B + ½\, ρ_ν υ_B^2 + ρ_ν g h_B = p_Γ + ½\, ρ_ν υ^2 + ρ_ν g h_1$

$p_B = p_{atm} + ½\, ρ_ν υ^2 + ρ_ν g h_1 - ½\, ρ_ν υ_B^2 - ρ_ν g h_B$

$p_B = 1.10^5 + ½\, .10^3.72 + 10^3.10.2 - ½\, 10^3.4{,}5 - 10^3.10.1$

$p_B = 143750$ N/m^2

Ανδρέας Ριζόπουλος