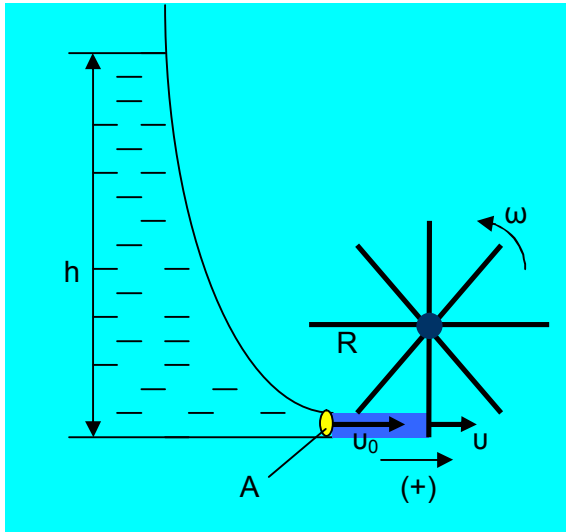


## Ο νερόμυλος και η ισχύς του...



Για την κίνηση ενός νερόμυλου ακτίνας  $R = 1\text{ m}$ , εκμεταλλευόμαστε φράγμα ύψους  $h = 7,2\text{ m}$ . Από οριζόντιο σωλήνα εμβαδού διατομής  $A = 0,1\text{ m}^2$  στο κατώτερο σημείο του φράγματος εκτοξεύεται το νερό και χτυπάει τα πτερύγια του νερόμυλου, ο οποίος στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega = 6\text{ rad/s}$ . Το νερό μετά την πρόσκρουσή του στα πτερύγια αποκτά την ταχύτητα των πτερυγίων. Αν δεχτούμε ότι το εμβαδόν κάθε πτερυγίου είναι πολύ μεγαλύτερο από τη διατομή του σωλήνα, ώστε η φλέβα του νερού να προσπίπτει κάθετα σε αυτό, υπολογίστε:

- Την ταχύτητα που βγαίνει το νερό από το σωλήνα και την παροχή του.
- Τη δύναμη που δέχεται κάθε πτερύγιο.
- Την ισχύ του νερόμυλου και την ισχύ του νερού.
- Την απόδοση της διάταξης.

Δίνεται η πυκνότητα του νερού  $\rho_v = 1000\text{ kg/m}^3$ ,  $g = 10\text{ m/s}^2$ , τριβές στον άξονα του νερόμυλου αμελητέες, η πρόσπτωση γίνεται στο άκρο του πτερυγίου.

### Απάντηση

α) Από το θεώρημα του Toricelli

$$u_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 7,2} = 12 \text{ m/s.}$$

Η παροχή του σωλήνα είναι

$$\Pi = A \cdot u_0 = 0,1 \cdot 12 = 1,2 \text{ m}^3/\text{s}$$

β) Μια μάζα  $dm$  του νερού βγαίνοντας από το σωλήνα έχει ορμή

$p_0 = dm \cdot u_0$  και μετά την πρόσπτωσή της στο πτερύγιο αποκτά ορμή  $p = dm \cdot u$  ίδιας κατεύθυνσης με την  $p_0$ . Η μεταβολή της ορμής της έχει αλγεβρική τιμή

$$dp = p - p_0 \Leftrightarrow dp = dm \cdot (u - u_0)$$

όπου  $u = \omega \cdot R = 6 \text{ m/s}$ , η γραμμική ταχύτητα του άκρου του πτερυγίου.

Από τον 2ο Νόμο του Newton η δύναμη που δέχεται η μάζα  $dm$  έχει αλγεβρική τιμή

$$F_v = \frac{dp}{dt} = \frac{dm \cdot (u - u_0)}{dt} = \frac{\rho_v \cdot dV \cdot (u - u_0)}{dt} = \rho_v \cdot \Pi \cdot (u - u_0) = -10^3 \cdot 1,2 \cdot 6 = -7,2 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Από τον 3ο Νόμο Newton η δύναμη που ασκεί το νερό στο πτερύγιο θα είναι

$$F_{\pi} = -F_v = 7,2 \cdot 10^3 \text{ N.}$$

γ) Η ισχύς του νερόμυλου δηλαδή η ισχύς της  $F_{\pi}$  είναι

$$P_{\pi} = F_{\pi} \cdot u = 7,2 \cdot 10^3 \cdot 6 = 43,2 \cdot 10^3 \text{ W} = 43,2 \cdot 10^3 \text{ W.}$$

Η ισχύς που μεταφέρει η φλέβα του νερού οφείλεται στην κινητική του ενέργεια (ή ισοδύναμα στην αρχική δυναμική ενέργεια του νερού στο ύψος  $h$ ) και είναι ίση με την κινητική ενέργεια ανά μονάδα χρόνου

$$P_v = \frac{dK}{dt} = \frac{\frac{1}{2} \cdot dm \cdot u_0^2}{dt} = \frac{\frac{1}{2} \rho_v \cdot dV \cdot u_0^2}{dt} = \frac{1}{2} \rho_v \cdot \Pi \cdot u_0^2 = \frac{1}{2} 10^3 \cdot 1,2 \cdot 144 = 86,4 \cdot 10^3 \text{ W.}$$

δ) Ο συντελεστής απόδοσης της διάταξης θα είναι

$$e = \frac{P_{\pi}}{P_v} = \frac{43,2 \cdot 10^3}{86,4 \cdot 10^3} = 0,5 \text{ ή απόδοση } 50\%.$$

*Ανδρέας Ριζόπουλος*