Στο παρόν υλικό περιέχονται 500 Ασκήσεις και, κυρίως, Προβλήματα που αφορούν στο μάθημα της Φυσικής της Γ Λυκείου, για την Θετική και την Τεχνολογική Κατεύθυνση.

Το επίπεδο δυσκολίας των θεμάτων είναι υψηλό, με σκοπό την καλύτερη προετοιμασία των μαθητών για τις Πανελλαδικές Εξετάσεις και εδικότερα για το 4^{ο} Θέμα. Ένα μικρό μέρος των θεμάτων είναι δικό μου, το υπόλοιπο αποτελείται από:

- **τα «δύσκολα» θέματα πανελλαδικών εξετάσεων,**
- **προβλήματα που περιέχονται στο διαδικτυακό τόπο του Υπουργείου Παιδείας**
- **και, κυρίως, προβλήματα που ανήκουν σε άτομα με μεράκι για τη Φυσική και που διαθέτουν, ελεύθερα, την εργασία τους στο διαδίκτυο.**

Συνεπώς, προσπαθώντας να μην ξεχάσω κάποιον, οφείλω και χαίρομαι να αναφέρω τους εξής:

Δημήτρη Αναγνώστου, Νίκο Ανδρεάδη, Α. Βουλδή, Γιώργο Γεωργαντά, Δημήτρη Γκενέ, Βασίλη Δουκατζή, Μανώλη Δρακάκη, Χρήστο Ελευθερίου, Πέτρο Καραπέτρο, Πρόδρομο Κορκίζογλου, Βαγγέλη Κορφιάτη, Γιάννη Κυριακόπουλο, Εμμανουήλ Λαμπράκη, Διονύση Μάργαρη, Βαγγέλη Μαρούση, Διονύση Μητρόπουλο, Μιχαήλ Μιχαήλ, Παναγιώτη Μουστάκα, Κώστα Μυσίρη, Μενέλαιο Σαμπράκο, Νίκο Σταματόπουλο, Ξενοφών Στεργιάδη, Δημήτρη Πάλμο, Θοδωρή Παπασγουρίδη, Γ. Παναγόπουλο, Βασίλη Τσούνη, Τάσο Τζανόπουλο, Γιάννη Φιορεντίνο, Μανώλη Φραγκιαδουλάκη.

Σε μερικές περιπτώσεις, που κρίθηκε σκόπιμο, έχουν παρατεθεί οι τελικές απαντήσεις των ασκήσεων.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

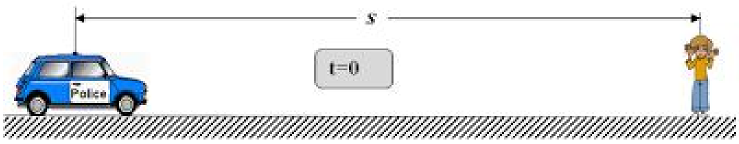
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ: ΚΡΟΥΣΕΙΣ – DOPPLER

1. Ένα παλλόμενο διαπασών που παράγει ήχο συχνότητας 1kHz απομακρύνεται από έναν ακίνητο ακροατή και πλησιάζει κάθετα σε ένα ανακλαστικό τοίχο με ταχύτητα 20m/s. Ζητούνται:

α. Η συχνότητα ήχου αντιλαμβάνεται ο ακροατής απευθείας από το διαπασών.
β. Η συχνότητα ήχου αντιλαμβάνεται ο ακροατής από ανάκλαση στον τοίχο.
γ. Η συχνότητα του διακροτήματος; Είναι τούτο το διακρότητα ακουστό;
Διακροτήματα με συχνότητες μεγαλύτερες των $6-7\text{Hz}$ δεν είναι ακουστά. Δίνεται η ταχύτητα του ή-χου στον αέρα $\upsilon_{\eta\chi}=340\,\text{m/s}$.

2. Δύο σώματα Α και Β έχουν μάζες $m_A=40\text{kg}$ και $m_B=60\text{kg}$ και βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στα σώματα είναι προσδεμένα ιδανικό ελατήριο σκληρότητας $k=180\text{N/m}$ όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το ελατήριο αρχικά είναι τεντωμένο σε μία απόσταση $d=2\text{m}$. Εάν τα σώματα αφήνονται ελεύθερα από την ηρεμία, να υπολογιστούν οι ταχύτητες των σωμάτων όταν το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

3. Περιπολικό ξεκινά να κινείται τη χρονική στιγμή t=0 από την ηρεμία και η ταχύτητα του αυξάνεται με σταθερό ρυθμό 2m/s^2 και ταυτόχρονα ενεργοποιεί την σειρήνα του, η οποία εκπέμπει ήχο συχνό-τητας 990Hz. Στην διεύθυνση κίνησης του περιπολικού και σε απόσταση s=1045m από το σημείο που ξεκίνησε βρίσκεται ακίνητος παρατηρητής Α, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Να υπολογιστούν:
α. τη συχνότητα με την οποία αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής τον ήχο της σειρήνας την χρονική στιγ-μή t1=8s,
β. τη συχνότητα του ήχου που φτάνει στον παρατηρητή την χρονική στιγμή t_1=8s.
Απ: α. 1038,9 Hz β. 1020 Hz

4. Μια μοτοσικλέτα περνά μπροστά από περιπολικό με σταθερή ταχύτητα που παραβιάζει το εκεί όριο. Το περιπολικό ξεκινά την καταδίωξη κινούμενο με σταθερή ταχύτητα την στιγμή που η μοτοσι-κλέτα το έχει προσπεράσει κατά 31 m και ταυτόχρονα ενεργοποιεί την σειρήνα του. Μόλις το περιπο-λικό φτάνει τη μοτοσικλέτα σταματά να ηχεί η σειρήνα.
Ο οδηγός του περιπολικού άκουγε τη σειρήνα επί 3,1 s ενώ οι επιβάτες της μοτοσικλέτας επί 3 s.
Ποια ήταν η ταχύτητα κάθε οχήματος;

5. Ένα βλήμα μάζας m=1 kg, βάλλεται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $u_o=100\sqrt{2}$ m/s και διαπερνά ένα κιβώτιο μάζας M=8 kg που ήταν αρχικά ακίνητο στη θέση x=0 μη λείου οριζόντιου δαπέδου. Το βλήμα εξέρχεται από το κιβώτιο με ταχύτητα $u=20\sqrt{2}$ m/s. Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου και κιβωτίου είναι $\mu=0{,}5+\chi$, όπου χ η θέση του κιβωτίου στο (S.I.), να υπολογίσετε:

α. Την ταχύτητα του κιβωτίου αμέσως μετά την κρούση.

β. Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του βλήματος κατά τη διάρκεια της κρούσης.

γ. Το διάστημα που θα διανύσει το κιβώτιο μέχρι να σταματήσει.

δ. Το μέτρο του στιγμιαίου ρυθμού μεταβολής της ορμής του κιβωτίου στη θέση x=2 m.

ε. Τη συνολική θερμότητα που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον στη διάρκεια του φαινομένου.

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g=10\ m/s^2$.

6. **α.** Δύο σφαίρες με μάζες $m_1=6$ kg και $m_2=4$ kg κινούνται στο οριζόντιο επίπεδο, με ταχύτητες $\upsilon_1=8$ m/s και $\upsilon_2=9$ m/s κάθετες μεταξύ τους, και συγκρούονται πλαστικά. Να υπολογίσετε:

α1. την κοινή τους ταχύτητα μετά την κρούση.

α2. τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος.

β. Μια σφαίρα συγκρούεται ελαστικά με άλλη όμοια σφαίρα που αρχικά ηρεμεί. Δείξτε ότι αν η κρούση δεν είναι κεντρική, μετά την κρούση οι σφαίρες θα κινηθούν σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους.

7. Τα δελφίνια χρησιμοποιούν σύστημα εκπομπής και λήψης υπερήχων για να εντοπίζουν την τροφή τους. Ένα ακίνητο δελφίνι παρακολουθεί ένα κοπάδι ψάρια που το πλησιάζουν με ταχύτητα u_A. Το δελφίνι εκπέμπει έναν υπέρηχο συχνότητας fs=78,396 kHz, ο οποίος αφού ανακλαστεί στο κινούμενο κοπάδι ψαριών, ανιχνεύεται από το δελφίνι ως υπέρηχος συχνότητας $f_2=79{,}524$ kHz. Τα ψάρια αντιλαμβάνονται το δελφίνι τη χρονική στιγμή t=0 και αντιστρέφοντας αμέσως την ταχύτητά τους (χωρίς να αλλάξουν το μέτρο της) αρχίζουν να απομακρύνονται από αυτό. Το δελφίνι παραμένει ακίνητο μέχρι τη χρονική στιγμή t=3 s και στη συνέχεια αρχίζει να κυνηγά το κοπάδι κινούμενο με σταθερή ταχύτητα $u_\Delta=20$ m/s. Να βρεθούν:

α. η ταχύτητα u_A των ψαριών.

β. η συχνότητα του υπερήχου που ανιχνεύει το ακίνητο δελφίνι καθώς τα ψάρια απομακρύνονται από αυτό.

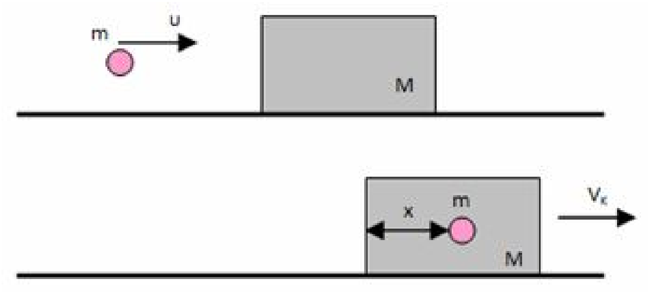
γ. ποια χρονική στιγμή το δελφίνι θα φτάσει στο κοπάδι ψαριών αν τα ψάρια πλησίασαν το δελφίνι σε απόσταση d=120 mκαι πόση απόσταση θα έχει διανύσει το κοπάδι αλλά και το δελφίνι έως τότε.

Δίνεται η ταχύτητα των υπέρηχων στο νερό $u_{\eta\chi}=1400$ m/s.

8. Μια νυχτερίδα κινείται με ταχύτητα 5 m/s κυνηγώντας ένα ιπτάμενο έντομο το οποίο κινείται στην ίδια κατεύθυνση με αυτήν. Η νυχτερίδα εκπέμπει ήχο με συχνότητα 40 kHz και αντιλαμβάνεται από ανάκλαση στο έντομο ήχο με συχνότητα 40,4 kHz. Με τι ταχύτητα κινείται το έντομο; Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα υηχ=340 m/s.

9. Το φαινόμενο Doppler χρησιμοποιείται στα νοσοκομεία για τη μέτρηση της ταχύτητας της ροής του αίματος με εκπομπή υπερήχων συχνότητας f και ανάκλασή τους από τα ερυθρά αιμοσφαίρια. Η ταχύτητα των υπερήχων στο αίμα είναι v. Αν τα ερυθρά αιμοσφαίρια κινούνται κατά μήκος μιας αρτηρίας απομακρυνόμενα από τον πομπό των υπερήχων και η μέση διαφορά συχνοτήτων μεταξύ των υπερήχων που επιστρέφουν και των υπερήχων που εκπέμπονται είναι Δf, ποια είναι η ταχύτητα των ερυθρών αιμοσφαιρίων; Απαντήστε συναρτήσει των Δf, f, και v.

10. Ένα βλήμα μάζας m=0,1 kg σφηνώνεται με ταχύτητα u=100 m/s σε ακίνητο κιβώτιο μάζας M=0,9 kg όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το κιβώτιο μπορεί να ολισθαίνει σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Αν η δύναμη αντίστασης που εμφανίζεται μεταξύ βλήματος και κιβωτίου κατά την κρούση θεωρηθεί σταθερού μέτρου F=4500 N, να υπολογίσετε:



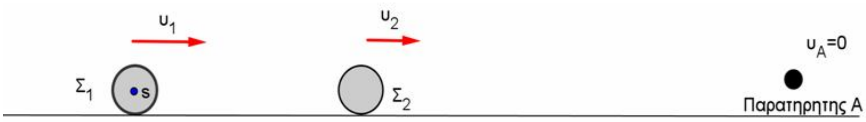
α. Την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος.

β. Τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος (βλήμα – κιβώτιο) κατά τη διάρκεια της κρούσης.

γ. Το χρόνο που διαρκεί η κίνηση του βλήματος σε σχέση με το κιβώτιο.

δ. Πόσο βαθιά εισχωρεί το βλήμα στο κιβώτιο.

11. Ένα σώμα $Σ_1$, μάζας m_1=1 kg, που φέρει ενσωματωμένη σειρήνα συχνότητας f_s=528 Hz, κινείται στον οριζόντιο άξονα x'x και προς τη θετική κατεύθυνση με ταχύτητα u_1. Μπροστά από το $Σ_1$ κινείται προς την ίδια κατεύθυνση ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$, μάζας $m_2=2m_1$, με ταχύτητα u_2=5 m/s. Ένας ακίνητος παρατηρητής βρίσκεται πάνω στον οριζόντιο άξονα x'x και δεξιότερα από τα δύο σώματα. Τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα $Σ_1$ απέχει 120 m από τον παρατηρητή, ο οποίος αντιλαμβάνεται τον ήχο της σειρήνας να έχει συχνότητα f_A=561 Hz. Μετά από χρονικό διάστημα Δt το $Σ_1$ φτάνει στο $Σ_2$ και συγκρούεται με αυτό πλαστικά. Το συσσωμάτωμα αφού κινηθεί για χρονικό διάστημα Δt προσπερνά τον παρατηρητή τη χρονική στιγμή t=2Δt.



Να βρεθούν:

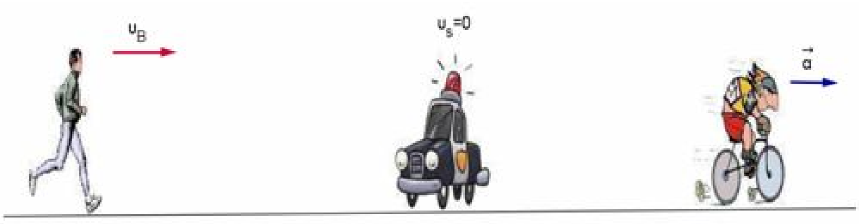
α. η ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ πριν την κρούση του με το $Σ_2$.

β. η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής Α μετά την πλαστική κρούση.
γ. η χρονική στιγμή που το συσσωμάτωμα προσπερνά τον παρατηρητή.

δ. και να σχεδιαστεί σε αριθμημένους άξονες το μήκος κύματος που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής σε σχέση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0≤t≤12 s.

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα $u_{ηχ}$=340 m/s.

12. Ένα περιπολικό που στέκεται ακίνητο στην άκρη του δρόμου έχει σειρήνα που εκπέμπει κύματα συχνότητας fs=510 Hz. Ένας ποδηλάτης (παρατηρητής Α) που βρίσκεται ακίνητος ακριβώς δίπλα στο περιπολικό ξεκινά τη χρονική στιγμή t=0 ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με α=1 m/s^2 απομακρυνόμενος από αυτό. Την ίδια χρονική στιγμή το περιπολικό ενεργοποιεί τη σειρήνα του. Ένας αθλητής (παρατηρητής Β) που κινείται με σταθερή ταχύτητα u_B πλησιάζοντας το περιπολικό αντιλαμβάνεται ότι η συχνότητα του ήχου της σειρήνας είναι f_B. Τη χρονική στιγμή t=18 s ο ποδηλάτης αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας f_A που διαφέρει από την f_B κατά 36 Hz.



α. Να βρεθεί η ταχύτητα με την οποία κινείται ο αθλητής καθώς και η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται.

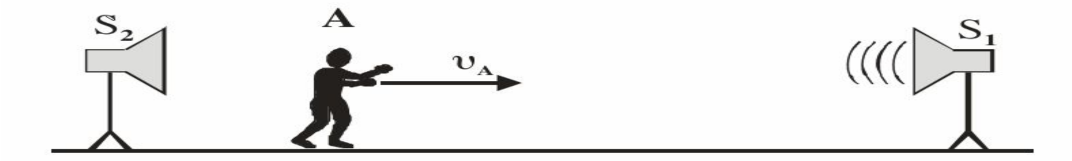
β. Να βρεθεί η συχνότητα f_A του ήχου που αντιλαμβάνεται ο ποδηλάτης σε συνάρτηση με το χρόνο

γ. Να γίνει σε αριθμημένους άξονες το διάγραμμα της συχνότητας fA του ήχου που αντιλαμβάνεται ο ποδηλάτης σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0≤t≤18 s.

δ. Να βρεθεί αριθμός των μεγίστων που άκουσε συνολικά ο ποδηλάτης στο χρονικό διάστημα 0≤t≤18 s .

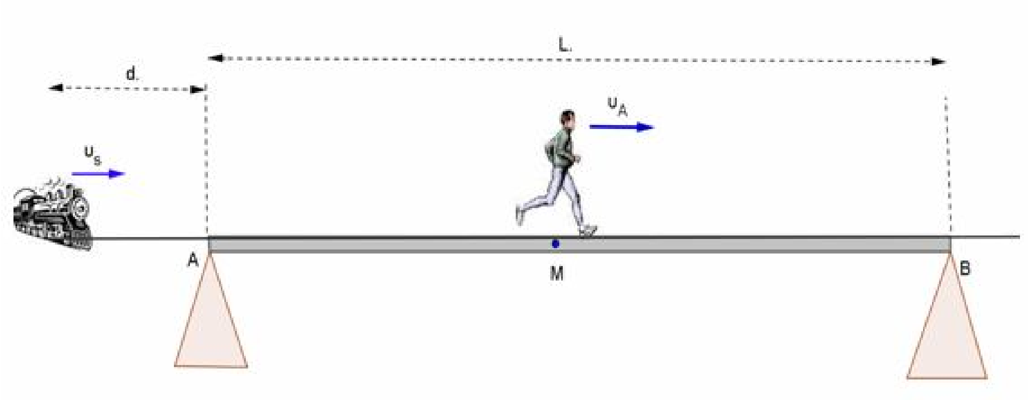
Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα $u_{ηχ}$=340 m/s.

13. Παρατηρητής Α κινείται με σταθερή ταχύτητα $υ_A$ μεταξύ δύο ακίνητων ηχητικών πηγών S_1 και S_2, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Η πηγή S_2 αρχικά δεν εκπέμπει ήχο, ενώ η πηγή S1 εκπέμπει ήχο με συχνότητα f_1=100 Hz.
α. Υπολογίστε την ταχύτητα $υ_A$ με την οποία πρέπει να κινείται ο παρατηρητής, ώστε να ακούει ήχο με συχνότητα f_A=100,5 Hz.
β. Αν η πηγή S1 εκπέμπει ήχο για χρονικό διάστημα 100 s να βρεθεί το χρονικό διάστημα για το οποίο ακούει τον ήχο ο παρατηρητής Α.
Κάποια στιγμή ενεργοποιείται και η δεύτερη ηχητική πηγή S_2, η οποία εκπέμπει ήχο συχνότητας f_2=100 Hz.
γ. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα $Δt_1$ μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου που ακούει ο κινούμενος παρατηρητής.
Η συχνότητα της ηχητικής πηγής S_2 μεταβάλλεται σε f'_2=100,5 Hz, ενώ ο παρατηρητής Α σταματάει να κινείται.
δ. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα $Δt_2$ μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου που ακούει ο ακίνητος παρατηρητής.
ε. Να υπολογίσετε το πλήθος των ταλαντώσεων τις οποίες εκτελεί το τύμπανο του αυτιού του παρατηρητή Α μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου που ακούει.
Θεωρούμε ότι οι εντάσεις των ήχων των δύο πηγών είναι ίσες και δεν μεταβάλλονται με την απόσταση.
Δίνεται: ταχύτητα διάδοσης ήχου στον αέρα $υ_{ηχ}$ = 340 m/s

14. Ένας ακίνητος παρατηρητής ενώ βρίσκεται στο μέσο Μ μιας γέφυρας ΑΒ μήκους L αντιλαμβάνεται σε απόσταση d, από το άκρο Α της γέφυρας, ένα τρένο να πλησιάζει με ταχύτητα u_o. Ταυτόχρονα ακούει τον ήχο της σειρήνας του τρένου η οποία έχει συχνότητα fs=300 Hz, ενώ αυτός αντιλαμβάνεται τον ήχο της με συχνότητα f_A=340 Hz. Ο παρατηρητής αρχίζει αμέσως να τρέχει (χρονική στιγμή t=0) με σταθερή ταχύτητα u_A=8 m/s προς το άκρο Β της γέφυρας και χρειάζεται χρόνο t_A να φτάσει σε αυτό.



Ο μηχανοδηγός από την απόσταση d που βρίσκεται ενεργοποιεί το σύστημα φρένων του τρένου, δίνει σε αυτό σταθερή επιτάχυνση α=-0,5 m/s^2 και ακινητοποιεί το τρένο στο άκρο Β της γέφυρας μετά από χρονικό διάστημα t_A. Να υπολογίσετε:

α. την αρχική ταχύτητα του τρένου.

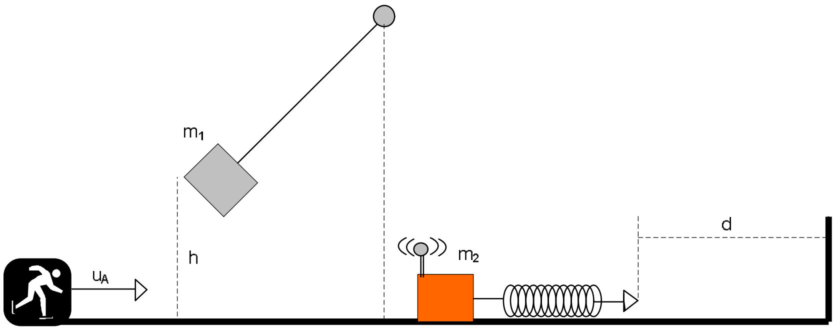
β. το μήκος L της γέφυρας καθώς και τη συνολική απόσταση που διέτρεξε το τρένο μέχρι να σταματήσει.

γ. τις συναρτήσεις που δίνουν τις θέσεις του τρένου και του παρατηρητή σε σχέση με το χρόνο για όλο το χρονικό διάστημα της επιβραδυνόμενης κίνησης του τρένου. Να θεωρήσετε x=0 τη θέση του τρένου τη χρονική στιγμή t=0. Να σχεδιάσετε τις συναρτήσεις σε κοινό ορθογώνιο αριθμημένο σύστημα αξόνων.

δ. ποια ήταν η τελευταία συχνότητα που αντιλήφθηκε ο παρατηρητής πριν τον προσπεράσει το τρένο. (το αποτέλεσμα να δοθεί με ακρίβεια ενός δεκαδικού ψηφίου).

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα $u_{ηχ}$=340 m/s.

15. Σώμα μάζας m_1=3 kg είναι δεμένο στην άκρη νήματος. Η άλλη άκρη του νήματος είναι δεμένη σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα μάζας m_1 αφήνεται ελεύθερο από ύψος h=0,8 m και το σκοινί είναι τεντωμένο. Όταν το σώμα μάζας m_1 διέρχεται από την κατώτερη θέση της τροχιάς του συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με σώμα μάζας m_2=1 kg, το οποίο στο άλλο άκρο του έχει προσδεδεμένο οριζόντιο ελατήριο με αιχμηρό άκρο. Το ελατήριο είναι ιδανικό με σταθερά k=72 N/m. Επίσης, στο σώμα μάζας m_2 είναι εγκατεστημένη συσκευή παραγωγής ηχητικών κυμάτων συχνότητας fs=680 Hz, η οποία έχει αμελητέα μάζα.



Κατόπιν της κρούσης το σύστημα σώματος μάζας m_2-ελατήριο-συσκευή εκπομπής κυμάτων κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή τριβής μ=0,2. Κάποια στιγμή η άκρη του ελατηρίου σφηνώνεται σε τοίχο, χωρίς να παρατηρούνται απώλειες θερμότητας και το ελατήριο συσπειρώνεται. Η απόσταση μεταξύ του ελεύθερου άκρου του ελατηρίου και του τοίχου είναι d=4 m. Άνθρωπος βρίσκεται πίσω από το σώμα μάζας m_2, σε μεγάλη απόσταση από αυτό, και κινείται με ταχύτητα u_A=3 m/s και με κατεύθυνση προς το σώμα μάζας m_2.

Δίνεται, επίσης, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\ m/s^2$ και η ταχύτητα του ήχου $u_{ηχ}$=340 m/s.

Να βρείτε:

α. Μέχρι ποιο ύψος θα ανέλθει το σώμα μάζας m_1 μετά την κρούση.

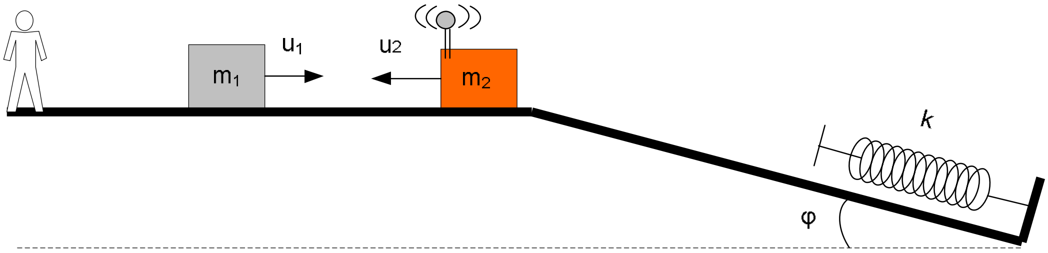
β. Τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου.

γ. Τη συχνότητα με την οποία αντιλαμβάνεται ο άνθρωπος τον ήχο τη στιγμή που το ελατήριο έχει τη μέγιστη συσπείρωσή του. Μην λάβετε υπόψη τον ήχο από την ανάκλαση στον τοίχο.

δ. Σε ποια απόσταση από την αρχική του θέση θα πρέπει να βρίσκεται το σώμα μάζας m_2 ώστε ο άνθρωπος να αντιλαμβάνεται την ίδια συχνότητα με αυτή που εκπέμπεται.

Απ: α. $h' = 0,2\ m$ β. $\Delta l_{max} = 0,5\ m$ γ. $f_A = 686\ Hz$ δ. Δχ=4,364 m.

16. Σώματα μάζας m_1=3,5 kg και m_2=1 kg κινούνται αντίθετα, όπως φαίνεται στο σχήμα, σε λείο επίπεδο, με ταχύτητες u_1 και u_2=8 m/s αντίστοιχα. Στο σώμα μάζας m_2 είναι εγκατεστημένη συσκευή παραγωγής ηχητικών κυμάτων συχνότητας fs, η οποία έχει αμελητέα μάζα. Ακίνητος παρατηρητής βρίσκεται αριστερά του σώματος μάζας m_1. Η θερμότητα που εκλύεται κατά την κρούση είναι 28 J και η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής μετά την κρούση είναι μειωμένη κατά 4% σε σχέση με αυτή που αντιλαμβανόταν πριν την κρούση. Το σώμα μάζας m_2 κατόπιν κρούσης θα κινηθεί σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $φ=30^o$ με σταθερή ταχύτητα. Αφού διανύσει κάποια απόσταση έρχεται σε επαφή με ιδανικό ελατήριο σταθεράς k=100 N/m και το συσπειρώνει. Δίνεται, επίσης, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\ m/s^2$ και η ταχύτητα του ήχου $u_{ηχ}$=342 m/s.



Να βρείτε:

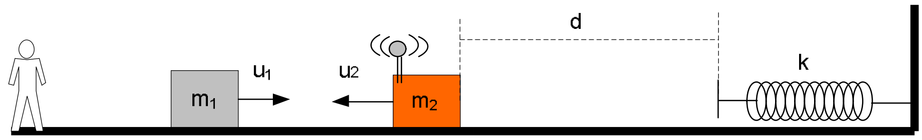
α. Τις ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση.

β. Το συντελεστή τριβής ολίσθησης του κεκλιμένου επιπέδου.

γ. Τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου.

Απ: 1. 1 m/s με φορά προς τα αριστερά και 6 m/s με φορά προς τα δεξιά 2. 0,5   3. 0,6 m.

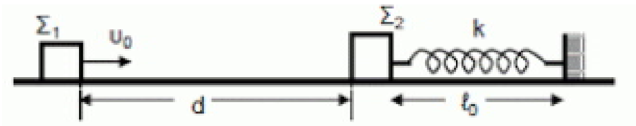
17. Σώματα μάζας m_1=3 kg και m_2=1 kg κινούνται αντίθετα, όπως φαίνεται στο σχήμα, σε επίπεδο με συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,2 και ελάχιστα πριν συγκρουστούν έχουν ταχύτητες u_1=3 m/s και u_2=6 m/s αντίστοιχα. Μετά την κρούση το σώμα μάζας m_1 κινείται αντίθετα από την αρχική του κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου 1 m/s. Στο σώμα μάζας m_2 είναι εγκατεστημένη συσκευή παραγωγής ηχητικών κυμάτων συχνότητας fs=680 Hz, η οποία έχει αμελητέα μάζα. Ακίνητος παρατηρητής βρίσκεται αριστερά, και αρκετά μακριά, του σώματος μάζας m_1. Το σώμα μάζας m_2 αφού διανύσει απόσταση d=2,25 m έρχεται σε επαφή με ιδανικό ελατήριο σταθεράς k=100 N/m και το συσπειρώνει. Δίνεται, επίσης, η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10 m/s^2 και η ταχύτητα του ήχου $u_{ηχ}$=340 m/s. Να βρείτε:



α. Την ταχύτητα του σώματος m_2 μετά την κρούση.
β. Τη χρονική εξίσωση της συχνότητας που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής σε συνάρτηση με το χρόνο, για το χρονικό διάστημα αμέσως μετά την κρούση έως τη στιγμή που το σώμα m_2 αγγίζει το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου.
γ. Τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου.
δ. Τη συνολική ενέργεια που χάθηκε στο σύστημα μέχρι τη στιγμή που το ελατήριο έχει τη μέγιστη συσπείρωσή του.

Απ: α. 6 m/s με φορά προς τα δεξιά β. $f_A = \dfrac{340}{346-2t}680$ Hz γ. 0,5 m δ. 26 J

18. Σώμα $Σ_1$ με μάζα m_1 κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα $Σ_2$ με μάζα $m_2 = 2\ m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Έστω $υ_0$ η ταχύτητα που έχει το σώμα $Σ_1$ τη στιγμή $t_0 = 0$ και ενώ βρίσκεται σε απόσταση d = 1,6 m από το σώμα $Σ_2$. Αρχικά, θεωρούμε ότι το σώμα $Σ_2$ είναι ακίνητο πάνω στο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου με αμελητέα μάζα και σταθερά ελατηρίου k, και το οποίο έχει το φυσικό του μήκος ℓ_0. Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα:

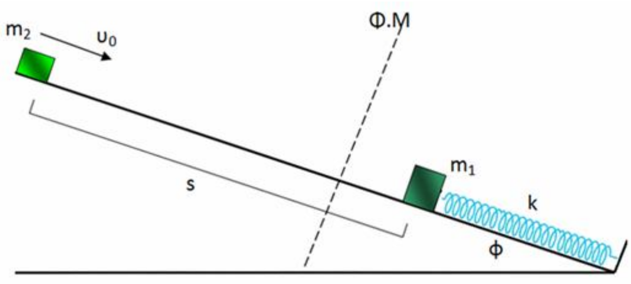


Αμέσως μετά τη κρούση, που είναι κεντρική και ελαστική, το σώμα $Σ_1$ αποκτά ταχύτητα με μέτρο $υ_1' = 1$ m/s και φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας.
Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δύο σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι μ = 0,5 και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g = 10 m/s^2.
α. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα $υ_0$ του σώματος $Σ_1$.
β. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα $Σ_1$στο σώμα $Σ_2$ κατά την κρούση.
γ. Να υπολογίσετε το συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος $Σ_1$ από την αρχική χρονική στιγμή t_0 μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά.

δ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου, αν δίνεται ότι m_2=1kg και k = 300 N/m. Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και ότι τα δύο σώματα συγκρούονται μόνο μία φορά.

Απ: α. 5 m/s β. 800/9 % γ. 0,6 s δ. 0,1 m

19. Στο κάτω άκρο κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ=30^o είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς κ=100 N/m. Στο πάνω ελεύθερο άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα μάζας m_1=2 kg που ισορροπεί. Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου και από απόσταση s=0,15 m από το m_1, βάλλεται προς τα κάτω δεύτερο σώμα m_2=1 kg με αρχική ταχύτητα υο=√3 m/s και με κατεύθυνση τον άξονα του ελατηρίου που συγκρούεται κεντρικά με το m_1. Μετά την κρούση η κίνηση του m_2 αντιστρέφεται, και διανύοντας απόσταση d=0,05 m σταματάει. Το m_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Να υπολογίσετε:

α. την ταχύτητα του σώματος m_2 ελάχιστα πριν την κρούση.

β. τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.

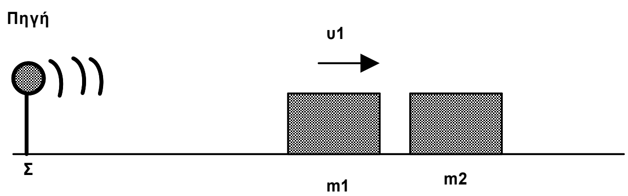
γ. τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου από την αρχική του θέση.

δ. τη μέγιστη δυναμική ελαστική ενέργεια του ελατηρίου κατά την απλή αρμονική ταλάντωση του m_1.

ε. Να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική.

Δίνεται, επίσης, η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10 m/s^2

20. Σώμα μάζας m_1 κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ_1$=15m/s συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλο σώμα μάζας m_2 που είναι αρχικά ακίνητο. Τα δύο σώματα φέρουν ανιχνευτές συχνοτήτων , αμελητέας μάζας. Σε σημείο Σ όπως στο σχήμα , υπάρχει ακίνητη ηχητική πηγή , που εκπέμπει συνεχώς ήχο , σταθερής συχνότητας f_s=1700Hz.



Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι $υ_{ηχ}$=340m/s. Αν το σώμα μάζας m_1 χάνει κατά την κρούση το 64% της κινητικής του ενέργειας κινούμενο αντίρροπα , σε σχέση με την αρχική φορά κίνησης , να βρεθούν:

α. Ο λόγος των μαζών m_1/m_2

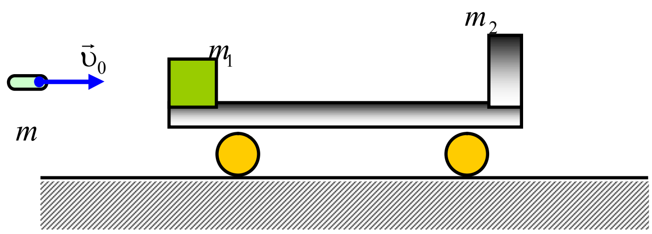
β. Οι συχνότητες που καταγράφουν οι ανιχνευτές αμέσως μετά την κρούση

γ. Αν μετά την κρούση κάθε σώμα παρουσιάζει τριβή ολίσθησης με το οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή μ=0,1 , να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή κατά την διάρκεια της κίνησης των δύο σωμάτων όπου ο ανιχνευτής του σώματος μάζας m_1 καταγράφει συχνότητα κατά 25Hz μεγαλύτερη της αντίστοιχής του ανιχνευτή του σώματος μάζας m_2. Να θεωρήσετε, ότι η ανιχνευτές δεν καταστρέφονται κατά την κρούση . Το σώμα μάζας m_1 κατά τη κίνηση του δεν συναντά την πηγή. Δίνεται g=10m/s^2.

Απ:1/4 , 1745Hz, 1670Hz, 5s

Επιμέλεια: Δ. Τσάτσης

21. Ένα καροτσάκι μάζας $m_2 = 16kg$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Πάνω στο καροτσάκι βρίσκεται μάζας $m_1 = 4kg$ του οποίου ο συντελεστής τριβής ολισθήσεως με το καροτσάκι είναι $\mu = 0,4$. Βλήμα μάζας $m = 0,1kg$ κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα $\upsilon_0 = 50m/s$ διαπερνά ακαριαία το σώμα m_1 και βγαίνει από αυτό με ταχύτητα $\upsilon = 10m/s$.



Ζητούνται:

α. Η τελική ταχύτητα του συστήματος καρότσι-σώμα.

β. Το διάστημα που διανύει το σώμα m_1 πάνω στο καροτσάκι.

γ. Ο χρόνος στον οποίο θα σταματήσει η ολίσθηση του σώματος m_1 πάνω στο καροτσάκι.

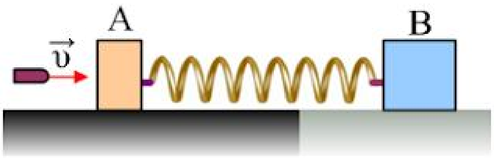
δ. Η θερμική ενέργεια που παράχθηκε κατά την κρούση και κατά την ολίσθηση.

ε. Το έργο της τριβής πάνω στο καροτσάκι και πάνω στο σώμα m_1.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

Να θεωρήσετε ότι όλες οι κρούσεις διαρκούν αμελητέο χρονικό διάστημα.

22. Ένα βλήμα μάζας 0,1kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ=60m/s και σφηνώνεται σε σώμα Α, μάζας m=0,9kg, το οποίο ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=400N/m, όπως στο σχήμα.



Στο άλλο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο δεύτερο σώμα Β, μάζας Μ= 20kg, το οποίο παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστή οριακής στατικής τριβής μ_s=0,8.

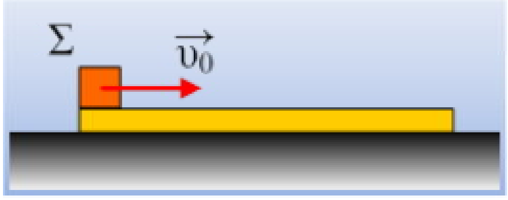
α. Να βρεθεί η μέγιστη τιμή της δύναμης τριβής που ασκείται στο σώμα Β.

β. Θεωρώντας την κρούση στιγμιαία και t=0 τη στιγμή της κρούσης, να κάνετε τη γραφική παράσταση της τριβής που ασκείται στο σώμα Β, σε συνάρτηση με το χρόνο, λαμβάνοντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική.

γ. Ποια μπορεί να είναι η μέγιστη τιμή της ταχύτητας του βλήματος, ώστε να μην προκληθεί μετακίνηση του σώματος Β;

Απ: α. 120 N β. -120ημ20t (SI) γ. 80 m/s

23. Μια σανίδα μάζας M=4kg και μήκους ℓ=2m ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή εκτοξεύουμε πάνω της, από το ένα της άκρο, ένα σώμα Σ μάζας m=1kg με αρχική ταχύτητα υ_0=5m/s. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Σ και της σανίδας είναι μ=0,8 και g=10m/s^2.



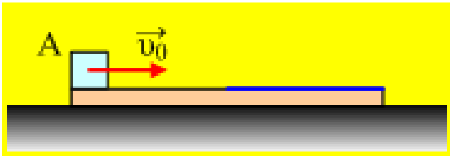
α. Να υπολογιστεί η ταχύτητα της σανίδας τη στιγμή που θα πάψει να ολισθαίνει πάνω της το σώμα Σ.

β. Σε πόσο χρονικό διάστημα t_1 θα συμβεί το παραπάνω;

γ. Να υπολογιστούν τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται σε κάθε σώμα στο χρονικό διάστημα t_1.

Απ: 1 m/s, 0,5 s, -12 J, 2J,

24. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια λεπτή και μακριά σανίδα μήκους ℓ και μάζας M=4kg. Ένα σώμα Α, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο, μάζας m=2kg, εκτοξεύεται από το ένα άκρο της σανίδας με αρχική ταχύτητα υ_0=10m/s. Αν το μισό μήκος της σανίδας είναι λείο, ενώ ο συντελεστής τριβής μεταξύ του Α και του υπόλοιπου μισού της σανίδας είναι μ=0,4, ενώ η τελική ταχύτητα του Α, τη στιγμή που εγκαταλείπει την σανίδα, είναι υ_1=6m/s, να βρεθούν:



α. Η ταχύτητα την οποία αποκτά η σανίδα.

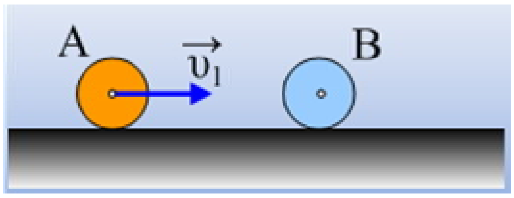
β. Η επιτάχυνση την οποία απέκτησε η σανίδα, καθώς και το χρονικό διάστημα της επιτάχυνσής της.

γ. Η μηχανική ενέργεια που μετετράπη σε θερμική εξαιτίας της τριβής.

δ. Το χρονικό διάστημα που το σώμα Α είναι σε επαφή με την σανίδα.

Δίνεται g=10m/s^2.

25. Μια σφαίρα Α μάζας m_1=2kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα υ_1=10m/s και συγκρούεται κεντρικά ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Β μάζας m_2=3kg. Σε μια στιγμή t_1 στη διάρκεια της κρούσης η σφαίρα Β έχει ταχύτητα υ_B=6m/s. Οι σφαίρες μας έχουν ίσες ακτίνες και θεωρούνται υλικά σημεία.



Α. Για τη στιγμή t_1:

α. Πόση κινητική ενέργεια έχει κάθε σφαίρα;

β. Πόση είναι η δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης των δύο σφαιρών;

γ. Να βρείτε τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται μεταξύ των δύο σωμάτων από την στιγμή t_1 μέχρι το τέλος της κρούσης.

Β. Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λαθεμένες.

i. Κατά τη διάρκεια μιας ελαστικής κεντρικής κρούσης η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.

ii. Κατά τη διάρκεια μιας ελαστικής κεντρικής κρούσης η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.

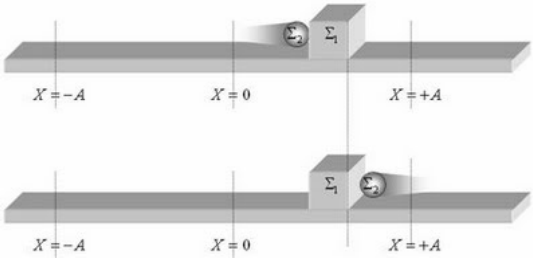
iii. Κατά τη διάρκεια μιας ελαστικής κεντρικής κρούσης η ορμή κάθε σφαίρας παραμένει σταθερή.

iv. Η παραμόρφωση των σφαιρών είναι ελαστική.

v. Τα έργα της δράσης – αντίδρασης είναι αντίθετα.

vi. Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των δύο σφαιρών κατά τη διάρκεια μιας ελαστικής κεντρικής κρούσης είναι συντηρητικές.

26. Σημειακό σώμα $Σ_1$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση γωνιακής συχνότητας ω=1 rad/s και πλάτους Α. Κάποια χρονική στιγμή και ενώ το σώμα $Σ_1$ έχει απομάκρυνση x=3m συγκρούεται ελαστικά με σημειακό βλήμα $Σ_2$. Η ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ μεταβάλλεται ακαριαία κατά Δυ όποτε το νέο πλάτος ταλάντωσης είναι $A_1=\sqrt{45}$ m. Αν εξαιτίας διαφορετικής κρούσης είχε υποστεί μεταβολή ταχύτητας ί-σου μέτρου και αντίθετης φοράς - Δυ τότε το πλάτος θα γινόταν $A_2=\sqrt{13}$ m. Θεωρείστε ότι πριν και μετά τις κρούσεις το σώμα Σ1 έχει θετική φορά κίνησης.



Να υπολογίσετε:

α. Τη γωνιακή συχνότητα μετά από κάθε κρούση

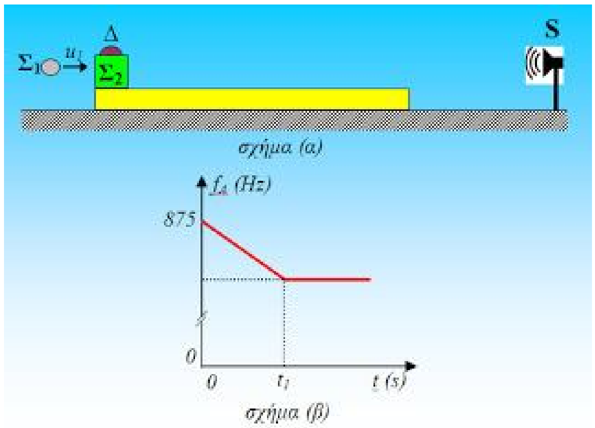
β. Το μέτρο της μεταβολής ταχύτητας Δυ

γ. Το αρχικό πλάτος ταλάντωσης Α

δ. Το λόγο της μεταβολής κινητικής ενέργειας βλήματος στην πρώτη κρούση προς την αντίστοιχη με-ταβολή κινητική ενέργειας βλήματος στη δεύτερη κρούση κατ απόλυτη τιμή

Απ: α. δεν μεταβάλλεται β. 2 m/s γ. 5 m δ. 20/12

27. Μία ομογενής σανίδα μάζας M=4 kg και μήκους L βρίσκεται ακίνητη πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο αριστερό άκρο της σανίδας, όπως φαίνεται στο σχήμα, βρίσκεται σώμα $Σ_2$ μάζας $m_2=1$ kg, το οποίο φέρει δέκτη (Δ) ηχητικών κυμάτων αμελητέας μάζας και είναι ελεύθερο να κινηθεί πάνω στη σανίδα, με την οποία εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,4. Σε μεγάλη απόσταση από τη σανίδα και στην ίδια διεύθυνση με το σώμα $Σ_2$ βρίσκεται πηγή Sεκπομπής ηχητικών κυμάτων συχνότητας $f_S=850$ Hz. Ένα δεύτερο σώμα $Σ_1$ μάζας $m_1=0,5$ kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα $Σ_2$που βρίσκεται πάνω στη σανίδα, με αποτέλεσμα αμέσως μετά την κρούση, που λαμβάνεται ως t=0, να ενεργοποιηθεί ο δέκτης που φέρει το σώμα $Σ_2$. Στο σχήμα (β) απεικονίζεται η μεταβολή των συχνότητας που καταγράφει ο δέκτης σε συνάρτηση με το χρόνο.



α. Να περιγράψετε την κίνηση του σώματος $Σ_1$ αμέσως μετά την κρούση

Να υπολογίσετε:

β. την ταχύτητα των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ αμέσως μετά την κρούση.

γ. τη συχνότητα f_A που καταγράφει ο δέκτης από τη χρονική στιγμή t_1 και μετά.

δ. τον χρόνο εκπομπής των κυμάτων που εκπέμπει η πηγή και λαμβάνει ο δέκτης (Δ) στο χρονικό διά-στημα που το σώμα $Σ_2$ ολισθαίνει πάνω στη σανίδα.

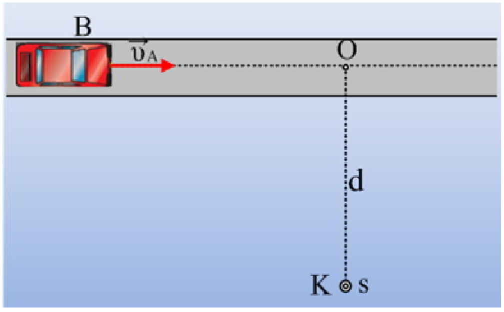
ε. το ελάχιστο μήκος της σανίδας L ώστε να μην το $Σ_2$ να μην εγκαταλείψει την σανίδα κατά την κίνη-ση του μετά την κρούση

στ. το έργο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το σώμα $Σ_2$, καθώς και το έργο της τριβής ολίσθησης που δέχεται η σανίδα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του σώματος $Σ_2$ πάνω σε αυτή

ζ. την τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος $Σ_2$ και σανίδας ώστε αμέσως μετά την κρούση ο δέκτης του $Σ_2$ να καταγράφει συχνότητα που μειώνεται με ρυθμό $5s^{-2}$.

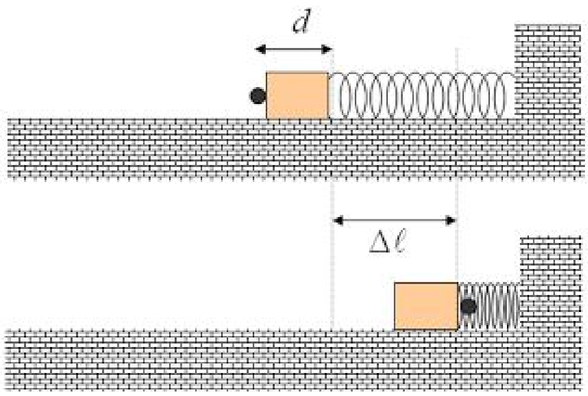
Δίνεται ότι το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης του ήχου στον ακίνητο αέρα ισούται με 340m/s και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$
Απ: β. 10 m/s, -5 m/s γ. 855 Hz δ. 2,035 s ε. 10 m στ. -48 J, 8 J ζ. 0,2

28. Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα. Ο συνοδηγός του αυτοκινήτου κρατά στο χέρι του ένα ευαίσθητο μικρόφωνο, με την βοήθεια του οποίου μπορεί να μετρά τη συχνότητα του ήχου. Μια πηγή s αρμονικού ήχου, απέχει κατά (ΚΟ)= d=30m από τον δρόμο και κάποια στιγμή εκπέμπει έναν απλό ήχο, ορισμένης διάρκειας. Το μικρόφωνο αρχίζει να καταμετρά τον ήχο τη στιγμή, που απέχει απόσταση (ΒΟ)=d_1= 40m από το Ο με αρχική ένδειξη 7.120Hz, ενώ η ένδειξη αυτή ελαττώνεται, φτάνοντας σε ελάχιστη τιμή 6.800Hz, τη στιγμή που φτάνει στο σημείο Ο, όπου και σταματά να ακούγεται ήχος.



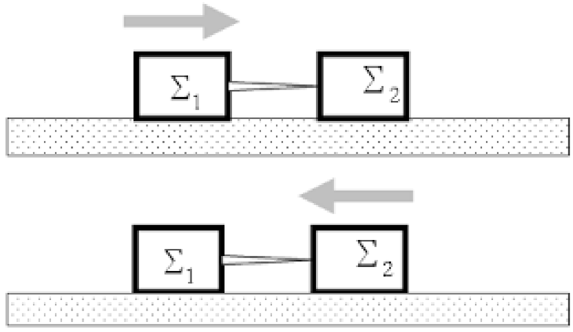
α. Να ερμηνεύσετε την μείωση της συχνότητας του ήχου που μετράει ο συνοδηγός.
β. Ποια η συχνότητα του ήχου που παράγει η πηγή s;
γ. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του αυτοκινήτου.
δ. Να βρεθεί ο αριθμός των ταλαντώσεων που εκτέλεσε η πηγή του ήχου.
Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα υ=340m/s.
Απ: β. 6800 Hz γ. 20 m/s δ. 14000

29. Ομογενές ορθογώνιο κιβώτιο Σ2, μήκους d=10 cm, ισορροπεί σε λείο δάπεδο. Το κιβώτιο είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς Κ=100 N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητο. Βλήμα Σ1, αμελητέων διαστάσεων, κινείται οριζόντια και συγκρούεται με το κιβώτιο έχοντας κινητική ενέργεια Κ1. Το βλήμα διαπερνά το κιβώτιο έχοντας χάσει το 50% της κινητικής του ενέργειας. Τη στιγμή που το βλήμα χάνει επαφή με το κιβώτιο, το ελατήριο έχει μέγιστη συμπίεση Δℓ, όπως φαίνεται στο σχήμα. Κατά την εισχώρηση εμφανίζονται τριβές σταθερού μέτρου, F=10 N. Δίνεται ο λόγος μαζών βλήματος-κιβώτιου, $\lambda=m_1/m_2=1/2009$.



Το κιβώτιο εκτελεί μεταφορική κίνηση. Η κίνηση του κέντρου μάζας του κιβωτίου και του βλήματος γίνεται επί της διευθύνσεως του άξονα του ελατηρίου. Αγνοήστε τον αέρα.
α. Να δείξετε ότι δεν ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα βλήμα-κιβώτιο κατά την εισχώρηση και να το δικαιολογήσετε.
β. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συμπίεση Δℓ του ελατηρίου.
γ. Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας μηχανικής ενέργειας.
δ. Να υπολογίσετε την ελάχιστη ενέργεια που θα έπρεπε να έχει το βλήμα ώστε να διαπεράσει το κιβώτιο, αν δεν υπήρχε το ελατήριο.
Απ: β. 0,2 m γ. 16,6 5

30. Σώματα Σ_1 και Σ_2, αγνώστων μαζών m_1 και m_2 αντίστοιχα, ηρεμούν επάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο.



α. Έστω ότι το σώμα Σ_1 εκτοξεύεται οριζόντια προς το ακίνητο σώμα Σ_2 ώστε να συγκρουστούν ελαστικά. Να υπολογιστεί ο λόγος των μαζών $\lambda=m_1/m_2$ των σωμάτων, έτσι ώστε το σώμα Σ_1 να ανακρουστεί μεταφέροντας στο σώμα Σ2 το 75% της κινητικής του ενέργειας.

β. Στο σώμα Σ_1 προσαρμόζουμε ακλόνητα καρφί αμελητέας μάζας, όπως φαίνεται στο σχήμα. Έστω ότι το σώμα Σ_1 εκτοξεύεται οριζόντια προς το ακίνητο σώμα Σ_2.Η ελάχιστη κινητική ενέργεια που πρέπει να έχει το σώμα Σ_1, πριν την κρούση, για να σφηνωθεί ολόκληρο το καρφί είναι K_1=100J. Έστω ότι εκτοξεύουμε το σώμα Σ_2οριζόντια προς το ακίνητο σώμα Σ_1.Να υπολογίσετε την αντίστοιχη ελάχιστη κινητική ενέργεια που πρέπει να έχει το σώμα Σ_2, πριν την κρούση, για να σφηνωθεί ολόκληρο το καρφί.

γ. Πλήθος από N=2010 σώματα ίσης μάζας και αμελητέων διαστάσεων ηρεμούν σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τα σώματα είναι τοποθετημένα κατά μήκος ευθείας, χωρίς να υπάρχει μεταξύ τους επαφή. Εκτοξεύουμε οριζόντια ένα από τα ακραία σώματα με φορά προς τα υπόλοιπα και κινητική ενέργεια K_1=2010 J. Να υπολογίσετε τη συνολική μείωση μηχανικής ενέργειας του συστήματος μετά από την τελευταία κρούση. Όλες οι κρούσεις είναι πλαστικές και γίνονται ακαριαία.

Οι κινήσεις των σωμάτων είναι μεταφορικές και τα κέντρα μάζας όλων των σωμάτων βρίσκονται συνεχώς στην ίδια οριζόντια διεύθυνση.

Απ: α. 1/3 β. 300 J γ. 2009 J

31. Η διάταξη του παρακάτω σχήματος αποτελείται από μια ομογενή ισοπαχή σανίδα που έχει κοπεί σε δυο κομμάτια. Τα κομμάτια μπορούν να κινούνται σε οριζόντια αεροτράπεζα με αμελητέα τριβή, ενώ σε ένα από αυτά έχει προσαρμοστεί ακλόνητα πολύ λεπτό καρφί αμελητέας μάζας και μήκους d. Αν βάλλουμε το Σ1 προς το αρχικά ακίνητο Σ2, η ελάχιστη απαιτούμενη κινητική ενέργεια για να σφηνωθεί όλο το μήκος του καρφιού είναι 100J, ενώ για το αντίστροφο απαιτούνται τουλάχιστον 300J .Να θεωρήσετε τη δύναμη τριβής κατά την ενσφήνωση σταθερή και να λάβετε υπόψη μόνο τις θερμικές απώλειες αρχικής μηχανικής ενέργειας. Οι σανίδες παραμένουν οριζόντιες στο αρχικό ύψος σε κάθε περίπτωση.

α. Να δείξετε ότι η ελάχιστη θερμική απώλεια για να σφηνωθεί ολόκληρο το καρφί εξαρτάται μόνο από το μήκος του καρφιού και τη φύση των επιφανειών

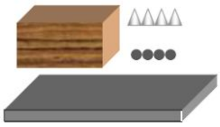
β. Να υπολογίσετε το λόγο μήκων των δυο κομματιών

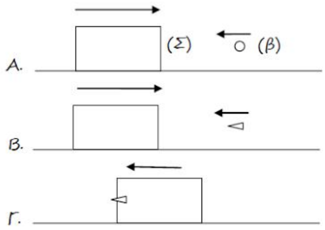
γ. Να προτείνετε τρόπους που απαιτούν ελάχιστη δαπάνη ενέργειας για την πλήρη ενσφήνωση του καρφιού

δ. Αν η δύναμη τριβής μεταξύ καρφιού ξύλου έχει μέτρο F=100N να βρείτε το μήκος του καρφιού

Απ: β. 1/3 γ. 75 J δ. 75 cm

32. Ένα εργαστήριο βαλλιστικών ερευνών διαθέτει ελαστικές και μεταλλικές βολίδες (β) μάζας m, καθώς και στόχους (Σ) μάζας M=9m και μήκους d. Οι στόχοι μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιο τραπέζι. Οι μεταλλικές βολίδες σφηνώνονται στους στόχους και για κάθε 1cm εισχώρησης υπολογίζεται μείωση μηχανικής ενέργειας του συστήματος κατά 100J. Οι ελαστικές βολίδες (β) συγκρούονται με αμελητέα απώλεια μηχανικής ενέργειας συστήματος.





Θέτουμε στόχους (Σ) σε μεταφορική κίνηση με κινητική ενέργεια $K_Σ$=100J.

α. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια που πρέπει να έχει μια ελαστική βολίδα (Σ), κινούμενη οριζόντια όπως στο σχήμα Α, ώστε να ακινητοποιήσει το στόχο.

β. Να υπολογίσετε την αντίστοιχη κινητική ενέργεια για μια μεταλλική βολίδα (β). Η κρούση είναι πλαστική.

γ. Αν μια μεταλλική βολίδα (β) εκτοξευτεί με κινητική ενέργεια $K_β$=1600J δημιουργείται συσσωμάτωμα μόλις αυτή φτάσει στην απέναντι έδρα του στόχου (Σ), όπως στο σχήμα Γ. Να υπολογίσετε το μήκος του στόχου (Σ).

Οι βολίδες (β) είναι πολύ μικρές και κινούνται οριζόντια στο ύψος του κέντρου μάζας των στόχων (Σ). Οι κρούσεις είναι μετωπικές.

Απ: α. 1600/9 J β. 1000 J γ. 16,9 cm

33. Μια σφαίρα Α μάζας m_1 κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα u_1 και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Β μάζας m_2 ($m_2 < m_1$).

Αν οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των δύο σφαιρών κατά την κρούση θεωρηθούν σταθερές:

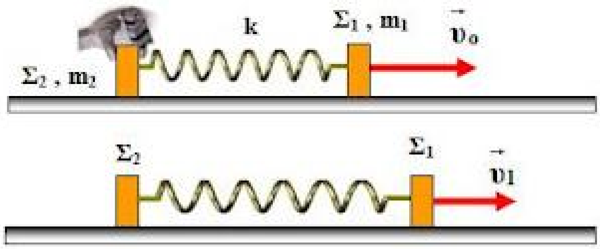
α. Να προσδιοριστούν οι τελικές ταχύτητες των δύο σφαιρών σε συνάρτηση με την ταχύτητα u_1. Να δείξετε ότι σε κάποια χρονική στιγμή οι σφαίρες αποκτούν κοινή ταχύτητα.

β. Αν κατά τη χρονική στιγμή που οι δυο σφαίρες αποκτούν κοινή ταχύτητα, το ποσοστό της αρχική ενέργειας που έχει μετατραπεί σε ενέργεια παραμόρφωσης είναι 10%, να προσδιοριστεί ο λόγος των μαζών των δυο σφαιρών.

β1. Ποιο ποσοστό της αρχικής ορμής της σφαίρας Α που μεταφέρθηκε στη σφαίρα Β;

β2. Να σχεδιάσετε σε κοινό διάγραμμα τις γραφικές παραστάσεις p-t για τις δυο σφαίρες.

34. Το οριζόντιο ελατήριο του σχήματος σταθεράς k = 200 N/m έχει στα δυο του άκρα δεμένα δυο σώματα $Σ_1$, $Σ_2$ που έχουν μάζες m_1 =2 kg και m_2 = 4 kg αντίστοιχα.



Τα σώματα αυτά, που μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, αρχικά η-ρεμούν με το ελατήριο στο φυσικό του μήκος και, με το χέρι ενός ρομπότ, να κρατά ακίνητο το Σ_2.
Την χρονική στιγμή t = 0 εκτοξεύεται το Σ_1 με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_o = 8\sqrt{2}$ m/s , στην διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου , έτσι ώστε , να απομακρύνεται από το Σ2 όπως δείχνει το σχήμα.
Τη χρονική στιγμή t_1 , που η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης που ακολουθεί, γίνεται ίση με την κινητική ενέργεια του Σ_1 για πρώτη φορά, αφήνεται ελεύθερο το Σ_2.

α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα υ_1

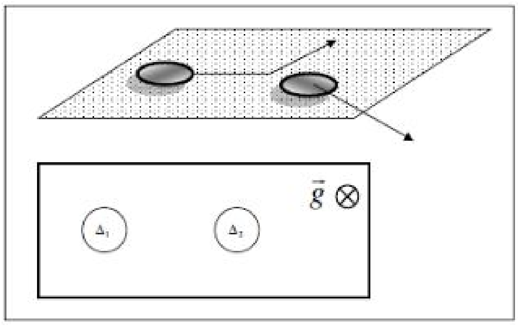
β. Κάποια χρονική στιγμή t_2 μετά την t_1, το Σ_1 σταματά στιγμιαία για πρώτη φορά.
Να υπολογίσετε τις τιμές που έχουν τα παρακάτω μεγέθη τη χρονική στιγμή t_2:

β1. το μέτρο της ταχύτητας του Σ_2 .

β2. η δυναμική ενέργεια ελατηρίου

γ. Κάποια χρονική στιγμή μετά την t_1, τα σώματα αποκτούν για πρώτη φορά ίσες ταχύτητες. Να βρε-θεί το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας του Σ_1, που είναι αποθηκευμένο τότε στο ελατήριο.

35. Κυκλικοί δίσκοι Δ_1 και Δ_2 μπορούν να κινούνται εφαπτόμενοι οριακά σε οριζόντια αεροτράπεζα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η τριβή θεωρείται αμελητέα.



Καλύπτουμε την περιφέρεια των δίσκων με κατάλληλο περίβλημα ώστε οι μεταξύ τους κρούσεις να θεωρούνται ελαστικές.

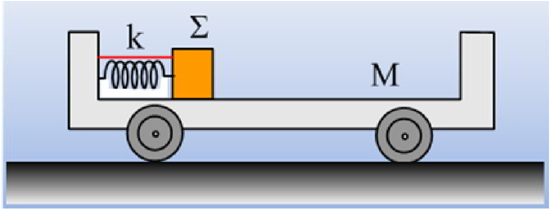
α. Εκτοξεύουμε τους δίσκους με αντίθετες ταχύτητες, ώστε να συγκρουστούν κεντρικά. Να υπολογί-σετε το λόγο μαζών $\lambda=m_1/m_2$ των δίσκων, ώστε ο δίσκος Δ_1 να ακινητοποιηθεί μετά την κρούση.

β. Εκτοξεύουμε το δίσκο Δ_1 προς τον δίσκο Δ_2 που ηρεμεί, ώστε να συγκρουστούν κεντρικά. Να υπο-λογίσετε το λόγω μαζών $\lambda=m_1/m_2$ των δίσκων ώστε ο δίσκος Δ_2 να απορροφήσει τα 8/9 της κινητικής ενέργειας του δίσκου Δ_1.

γ. Επιλέγουμε δίσκους με λόγο μαζών $\lambda=m_1/m_2 = ½$. Εκτοξεύουμε το δίσκο Δ_1 με κινητική ενεργεία K_0=3J προς τον δίσκο Δ_2 που ηρεμεί, ώστε να συγκρουστούν έκκεντρα. Μετά την κρούση ο δίσκος Δ_1 έχει κινητική ενέργεια K_1=1J. Να υπολογίσετε τη γωνία που σχηματίζουν οι ταχύτητες των δίσκων μετά την κρούση.
Οι δίσκοι θεωρούνται ομογενή επίπεδα στερεά σώματα και εκτελούν μεταφορικές κινήσεις στο ίδιο επίπεδο.

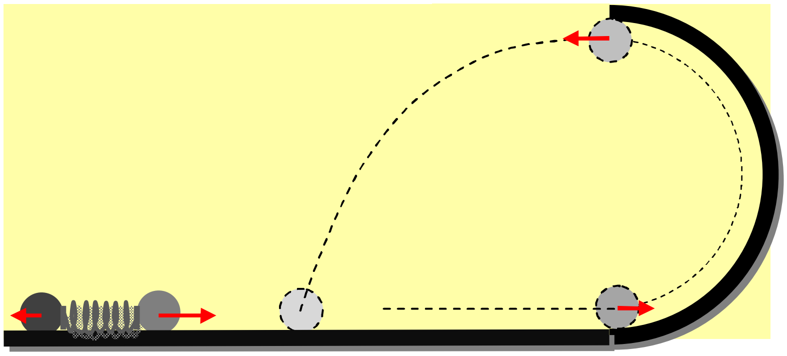
Απ: α. 3   β. 1/2   γ. -1/2

36. Ένα σώμα μάζας m=1 kg ηρεμεί πάνω σε αμαξίδιο μάζας M=3kg, συμπιέζοντας ένα ιδανικό ελατήριο κατά Δℓ=0,2m, με τη βοήθεια νήματος, όπως στο σχήμα. Το σώμα Σ δεν είναι δεμένο στο ελατήριο, ενώ δεν αναπτύσσονται τριβές μεταξύ αμαξιδίου και εδάφους, αλλά ούτε και μεταξύ σώματος Σ και αμαξιδίου. Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα Σ εγκαταλείπει το ελατήριο έχοντας αποκτήσει ταχύτητα $υ_1$=1,8 m/s προς τα δεξιά.



α. Να εξηγείστε γιατί θα κινηθεί και το αμαξίδιο, βρίσκοντας και την ταχύτητα που αποκτά.
β. Μόλις το σώμα Σ φτάσει στην απέναντι πλευρά του αμαξιδίου, προσκολλάται σε αυτήν. Να βρεθεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την πρόσκρουση αυτή.
γ. Να υπολογιστεί η σταθερά του ελατηρίου.
Απ: α. αριστερά με ταχύτητα μέτρου 0,6m/s   β. 2,16J   γ. 108N / m

37. Τριβές δεν υπάρχουν πουθενά και οι, ίδιας ακτίνας r, σφαίρες συγκρατούνται συμπιέζοντας, κατά d από το ελεύθερο του μήκος, το ελατήριο ανάμεσα τους. Το ελατήριο που έχει σταθερά k απλά βρίσκεται σε επαφή με τις σφαίρες – δεν είναι προσκολλημένο σε αυτές. Η μάζα της σφαίρας στα δεξιά του σχήματος είναι m ενώ της άλλης είναι $M = \mu \cdot m$. Κάποια στιγμή οι σφαίρες ελευθερώνονται, η σφαίρα μάζας m εισέρχεται στην κατακόρυφη ημικυκλική ράμπα ακτίνας R και κινείται ευρισκόμενη σε συνεχή επαφή με αυτή φτάνοντας οριακά στο ανώτερο σημείο με τρόπο ώστε αν υπήρχε και συνέχεια στη ράμπα αυτή (η σφαίρα) να εκτελούσε ανακύκλωση οριακά. Από το σημείο αυτό και εντεύθεν η σφαίρα κινείται, με μόνη δύναμη να δρα επ' αυτής το βάρος της, και κτυπά το έδαφος αφού διανύσει οριζόντια απόσταση L. Έχει ληφθεί πρόνοια ώστε όσο το ελατήριο βρίσκεται σε επαφή με τις σφαίρες οι δυνάμεις που αυτό ασκεί επί των σφαιρών να έχουν φορέα την ευθεία που ορίζεται από τα κέντρα των σφαιρών. Με δεδομένα τα μεγέθη m , μ , k , r , R και της επιτάχυνσης της βαρύτητας g βρείτε:



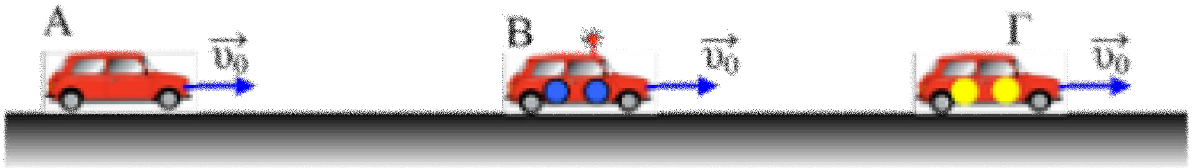
α. Την αρχική συσπείρωση d του ελατηρίου
β. Την οριζόντια απόσταση L

L = 2 √ R 1 r

Απ: α.   β.

Επιμέλεια: Δ. Τσάτσης

38. Σε ένα ευθύγραμμο δρόμο κινούνται τρία αυτοκίνητα Α, Β και Γ με την ίδια σταθερή ταχύτητα $υ_0$=10m/s, όπως στο σχήμα. Το μεσαίο αυτοκίνητο διαθέτει μια σειρήνα, εκπέμποντας έναν αρμονικό ήχο συχνότητας f_s=3500Hz, για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα.

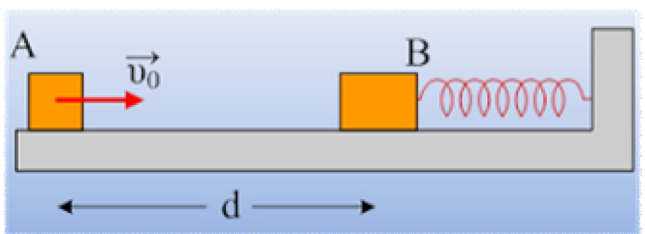


α. Να βρεθούν οι συχνότητες των ήχων που ακούνε οι οδηγοί των αυτοκινήτων Α και Γ.
β. Να βρεθεί η απόσταση των αυτοκινήτων Α και Γ, από το αυτοκίνητο Β, αν γνωρίζουμε ότι η απόσταση (ΑΒ) είναι ίση με 7.000 μήκη κύματος του ήχου που ακούει ο οδηγός του Α, ενώ η απόσταση (ΒΓ) είναι ίση με 7.000 μήκη κύματος του ήχου που ακούει ο οδηγός του Γ αυτοκινήτου.
γ. Σε μια στιγμή, έστω t_0=0, το αυτοκίνητο Α επιταχύνεται με επιτάχυνση α=2m/s^2 μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα $υ_1$=30m/s, οπότε και συνεχίζει πλέον με σταθερή ταχύτητα μέχρι τη στιγμή t_1=15s.
γ1. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συχνότητας του ήχου που ακούει ο οδηγός του Α αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή t_1.
γ2. Πόσες ταλαντώσεις εκτέλεσε το τύμπανο του αυτιού του οδηγού του αυτοκινήτου Α από 0-t_1;
γ3. Με πόσα μήκη κύματος, του ήχου που ακούει ο οδηγός του Α, είναι ίση η απόσταση μεταξύ των αυτοκινήτων Α και Β την στιγμή t_1;
Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα υ=340m/s.
Απ: α. 3500 Hz β. 700 m, 660 m γ2. 54500 γ3. 5000 μήκη κύματος

39. Στο παρακάτω σχήμα το ελατήριο έχει σταθερά Κ=$π^2$N/m το σώμα μάζας m_1=1kg είναι ακίνητο και δεμένο στο ελατήριο και έχει προσαρμοσμένο πάνω του ανιχνευτή ήχων. Το σύστημα ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

Σε απόσταση D=340m από το σώμα m_1 υπάρχει δεύτερο σώμα μάζας m_2=1kg που το εκτοξεύουμε με αρχική ταχύτητα u=10m/sec την στιγμή t=0. Στην ίδια θέση με το σώμα m_2υπάρχει ακίνητη πηγή που μπορεί να παράγει αρμονικούς ήχους συχνότητας Fs=680Hz και τίθεται σε λειτουργία την στιγμή t=0. Το σώμα m_2 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με τοm_1 και κάποια στιγμή επιστρέφει στην πηγή. Τότε σταματάει η πηγή να εκπέμπει ήχους. Να βρεθούν:
α. Ποια χρονική στιγμή θα επιστέψει το m_2 στην πηγή των ηχητικών κυμάτων;
β. Να δοθεί η γραφική παράσταση της συχνότητας που καταγράφει ο ανιχνευτής σε συνάρτηση με τον χρόνο. Τι εκφράζει το περιεκλειόμενο εμβαδόν; Μπορεί να υπολογιστεί;
Δίνεται η ταχύτητα του ήχου υηχ=340m/sec.
Απ: α. 69 sec β. 46920 κύματα

40. Σε ένα οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο σώματα Α και Β με μάζες m_1=1kg και m_2=2kg αντίστοιχα απέχοντας κατά d=1m. Το Β σώμα είναι δεμένο



στο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς k=40N/m, το οποίο έχει το φυσικό μήκος του. Ο συντελεστής τριβής των σωμάτων με το επίπεδο είναι μ=0,8, ενώ $g=10m/s^2$. Σε μια στιγμή εκτοξεύεται το σώμα Α με αρχική ταχύτητα $υ_0$=5m/s, με κατεύθυνση προς το σώμα Β και κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου, όπως στο σχήμα.

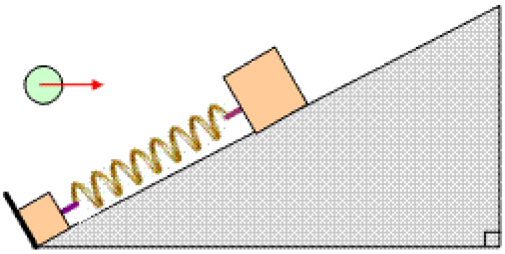
α. Να υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος Α ελάχιστα πριν την κρούση.

β. Ποιες οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την μετωπική ελαστική τους κρούση;

γ. Ποια θα είναι τελικά η απόσταση των δύο σωμάτων όταν ακινητοποιηθούν;

δ. Τι ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του Α σώματος μετατρέπεται συνολικά σε θερμική ενέργεια εξαιτίας της τριβής;

41. Πάνω σε ένα λείο κεκλιμένο γωνίας κλίσης $φ=30^o$ και στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου βρίσκεται σώμα μάζας M_1 που συνδέεται με ελατήριο σταθεράς K=100N/m. Στο άλλο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο δεύτερο σώμα μάζας M_2= 1Kg όπως στο σχήμα.



Ένα τρίτο σώμα κινείται οριζόντια με ταχύτητα U=√3m/sec έχει μάζα M_3=2 Kg σφηνώνεται στο σώμα μάζα M_2. Το σώμα μάζας M_1 έχει ενσωματωμένη πάνω του μία πηγή παραγωγής ήχων με συχνότητα Fs=680Hz.Μετά την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων το σώμα M_1μόλις και δεν χάνει την επαφή του με το κάθετο τμήμα της βάσης του κεκλιμένου επιπέδου. Να βρεθούν :

α. Το πλάτος ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα

β. Η μάζα M_1

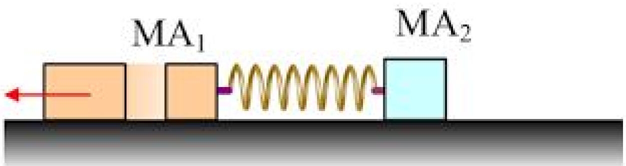
γ. Η εξίσωση της συχνότητας που καταγράφει ένας ανιχνευτής ήχων που βρίσκεται στο σώμα M_2 που δεν καταστρέφεται από την πλαστική κρούση.

δ. Η γραφική παράσταση της συχνότητας με το χρόνο

Δίνεται το $U_{ηχ}$=340m/sec.

Απ: α. 0,2 m β. 1 kg

42. Σώμα μάζας M_{A1}=6Kg είναι δεμένο σε οριζόντιο ελατήριο σταθεράς K=100N/m.Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο σε δεύτερο σώμα μάζας M_{A2}=2Kg.Το όλο σύστημα ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο μεγάλου μήκους. Ξαφνικά και εξαιτίας μιας έκρηξης το σώμα M_{A1}σπάει σε δύο κομμάτια που το ένα έχει διπλάσια μάζα από το άλλο. Από αυτά το μικρότερο κομμάτι μένει δεμένο στο ελατήριο και κινείται οριζόντια έτσι ώστε να αρχίζει να συσπειρώνει το ελατήριο. Αν η ενέργεια της έκρηξης που μεταφέρθηκε στα κομμάτια του M_{A1} ήταν 6 J να βρεθούν:

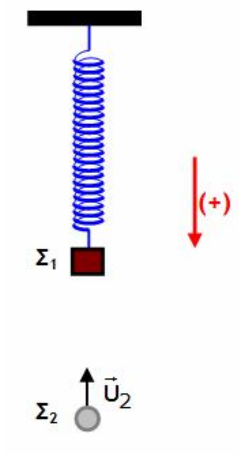


α. Τα μέτρα των ταχυτήτων των κομματιών του M_{A1} μετά την έκρηξη

β. Η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου

γ. Τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων όταν το ελατήριο αποκτήσει για πρώτη φορά μετά την έκρηξη το φυσικό του μήκος.
Απ: α. 2 m/s   β. 0,2 m γ. 0 και 2 m/s

43. Ένα κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k=100 N/m έχει το άνω άκρο του στερεωμένο σε οροφή. Στο κάτω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=3 kg που ισορροπεί στη θέση ΘΙ(1). Τη χρονική στιγμή t_o=0, ένα βλήμα $Σ_2$ μάζας m_2=1 kg που κινείται στον άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα μέτρου u_2 και φορά προς τα πάνω, προσκρούει στο σώμα $Σ_1$ και σφηνώνεται σ' αυτό. Το συσσωμάτωμα ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με αρχική ταχύτητα μέτρου $u_σ=\sqrt{3}/2$ m/s..



Θεωρώντας θετική την κατακόρυφη προς τα κάτω φορά, να βρείτε:

α. την επιμήκυνση d_1 του ελατηρίου ως προς το φυσικό του μήκος, στη θέση ισορροπίας ΘΙ(1) του σώματος $Σ_1$.

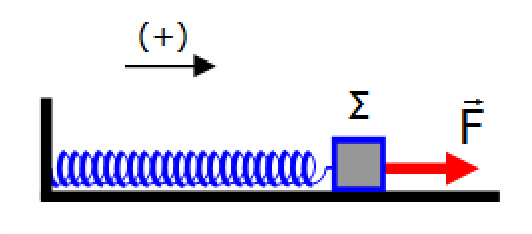
β. το μέτρο της ταχύτητας u_2 του βλήματος.

γ. το πλάτος Α της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

δ. την εξίσωση u=f(t) της ταχύτητας με την οποία ταλαντώνεται το συσσωμάτωμα.

Δίνεται: $g=10\ m/s^2$.

44. Το σώμα Σ μάζας m=1 kg του σχήματος είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς k=400 N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα ελατήριο–σώμα Σ ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t_o=0 ασκείται στο σώμα Σ σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F με αποτέλεσμα το σύστημα να ξεκινήσει απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α=0,4 m.



Να βρεθεί:

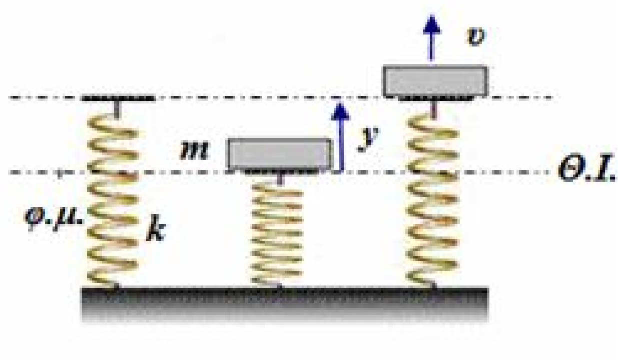
α. το μέτρο F της δύναμης.

β. η εξίσωση x=f(t) της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας.

γ. η εξίσωση $F_{ελ}$=f(t) της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα.

δ. Το πλάτος Α' και η ολική ενέργεια Ε' της νέας ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα, αν κάποια στιγμή που το σώμα βρίσκεται στην ακραία θετική θέση ταλάντωσης, καταργηθεί η δύναμη F.

45. Το σώμα του σχήματος έχει μάζα m=2 kg και ισορροπεί στερεωμένο στο πάνω άκρο ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=200 N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Εκτρέπουμε το σώμα από τη Θ.Ι. του φέρνοντάς το στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Τη χρονική στιγμή t=0 δίνουμε στο σώμα αρχική ταχύτητα $u=\sqrt{3}$ m/s, προς τα πάνω.



α. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.

β. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης y=f(t).

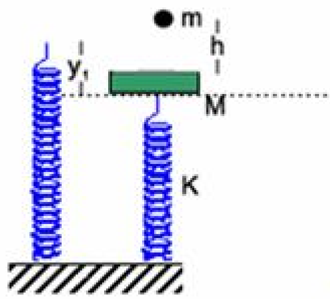
γ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη ενέργεια του ελατηρίου.

δ. Να βρείτε ποια χρονική στιγμή το σώμα αποκτά τη μέγιστη ταχύτητά του για δεύτερη φορά, μετά τη στιγμή t=0.
ε. Να βρείτε την ορμή του σώματος κατά τη χρονική στιγμή $t=\pi/10$ s.
Δίνονται: $g=10\ m/s^2$ και ότι η θετική φορά είναι προς τα πάνω.

46. Ελατήριο σταθεράς $k = 400N/m$ έχει το πάνω άκρο του δεμένο στην οροφή, ενώ στο κάτω άκρο του είναι δεμένος δίσκος μάζας M=4kg. Το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο σε κατακόρυφη θέση. Από ύψος h=22,5cm πάνω από το δίσκο αφήνουμε να πέσει ελεύθερα ένα σώμα μάζας m=2kg το οποίο προσκολλάται στο δίσκο.
α. Να υπολογιστεί το πλάτος των ταλαντώσεων τις οποίες θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα και η θερμότητα που αποβάλλεται κατά την κρούση.
β. Να προσδιοριστεί η εξίσωση της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συσσωματώματος και να παρασταθεί γραφικά σε συνάρτηση με το χρόνο.
γ. Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης και ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου;
δ. Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος στη Θ.Ι.;

47. Από το ένα άκρο ελατηρίου σταθεράς $k = 200N/m$ κρέμεται σώμα Σ μάζας M=2kg και το σύστημα ισορροπεί. Τραβάμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω προκαλώντας του επιπλέον επιμήκυνση κατά $l = 0,2m$ και τη χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{10}s$ ένα δεύτερο σώμα Σ' μάζας m=0,5kg που κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα $u_o = 5\sqrt{3}m/s$ συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το Σ. Να βρείτε:
α. Την ενέργεια που δαπανήθηκε για το επιπλέον τέντωμα του ελατηρίου.
β. Τις ταχύτητες των Σ, Σ' μετά την κρούση.
γ. Τις εξισώσεις της απομάκρυνσης του Σ πριν και μετά την κρούση.
δ. Τους ρυθμούς μεταβολής της ορμής, της κινητικής ενέργειας και της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{5}s$.
Δίνεται: $g = 10m/s^2$

48. Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=400 N/m είναι συνδεδεμένος δίσκος μάζας M=3 kg που ισορροπεί. Το κάτω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε δάπεδο. Από ύψος h=0,8 m πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερα μια σφαίρα μάζας m=1 kg, η οποία συγκρούεται πλαστικά με το δίσκο.

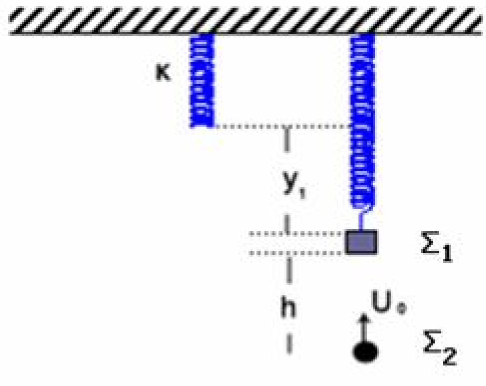


α. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
β. Να υπολογίσετε το % ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας, που έγινε θερμότητα στη διάρκεια της κρούσης.
γ. Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να βρείτε την περίοδο ταλάντωσής του.

δ. Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσής του.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\ m/s^2$ και $\sqrt{17}=4{,}12$.

49. Σώμα $Σ_1$, μάζας $m_1=m=1$ kg, ισορροπεί δεμένο στην κάτω άκρη κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=900$ N/m, του οποίου η άλλη άκρη είναι ακλόνητα στερεωμένη σε οροφή. Ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$ μάζας $m_2=m=1$ kg , βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω, με ταχύτητα $υ_0=6$ m/s, από σημείο που βρίσκεται σε απόσταση $h=1{,}35$ m κάτω από το σώμα $Σ_1$. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά ελαστικά και στη συνέχεια το σώμα $Σ_1$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Να βρείτε:

α. το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος $Σ_1$.

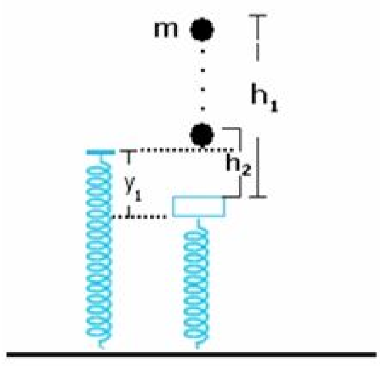
β. τη θέση του σώματος $Σ_2$ τη χρονική στιγμή, που η κινητική ενέργεια του σώματος $Σ_1$ γίνεται για 1η φορά ελάχιστη.

γ. το έργο της δύναμης του ελατηρίου καθώς το σώμα $Σ_1$ κινείται από τη θέση ισορροπίας του μέχρι το ψηλότερο σημείο της τροχιάς του.

δ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας του σώματος $Σ_1$, τη στιγμή που φτάνει στο ψηλότερο σημείο.

Οι αντιστάσεις λόγω των τριβών θεωρούνται αμελητέες. Δίνονται η επιτάχυνση βαρύτητας $g=10\ m/s^2$ και $\pi^2=10$.

50. Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=80\pi^2$ N/m είναι συνδεδεμένος δίσκος μάζας $M=5$ kg που ισορροπεί. Το κάτω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε δάπεδο από ύψος $h_1=5$ m πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερα μια σφαίρα μάζας $m=1$ kg, η οποία συγκρούεται μετωπικά με τον δίσκο και η διάρκεια κρούσης είναι αμελητέα. Μετά την κρούση η σφαίρα αναπηδά κατακόρυφα και φτάνει σε ύψος $h_2=1{,}25$ m πάνω από την θέση ισορροπίας του δίσκου. Να υπολογίσετε:



α. το μέτρο της ταχύτητας του δίσκου και της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

β. την % μείωση της κινητικής ενέργειας της σφαίρας λόγω της κρούσης.

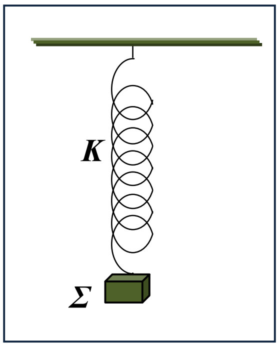
γ. τη θέση του δίσκου τη στιγμή που η σφαίρα φτάνει στο ύψος h_2.

δ. τη δύναμη επαναφοράς που ασκείται στο δίσκο σε σχέση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες.

ε. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου, αμέσως μετά την κρούση.

Δίνονται: $g=10\ m/s^2$ και $\pi^2=10$.

51. Ένα σώμα Σ μάζας $m = 1Kg$ είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $K = 100N/m$ και ηρεμεί. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα δεμένο σε μια οροφή. Το σώμα Σ διεγείρεται σε απλή αρμονική ταλάντωση με διαφορετικούς τρόπους. Σε κάθε μία από τις παρακάτω (α) έως και (στ) περιπτώσεις διέγερσης σε απλή αρμονική ταλάντωση:



- Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης Α και την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης $υ_{max}$.
- Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης $y = f(t)$ και της ταχύτητας $υ = f(t)$. Για τη γραφή των εξισώσεων θεωρείστε τη στιγμή έναρξης της ταλάντωσης ως $t = 0$, την απομάκρυνση(αν υπάρχει) και την ταχύτητα (αν υπάρχει) τη $t = 0$ ως θετικές.

α. <u>1η περίπτωση διέγερσης σε ταλάντωση</u>: Απομακρύνουμε τον ταλαντωτή από τη θέση ισορροπίας μέχρι τη θέση που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και τον αφήνουμε ελεύθερο χωρίς ταχύτητα.

β. <u>2η περίπτωση διέγερσης σε ταλάντωση</u>: Δίνουμε στον ταλαντωτή, ενώ αυτός αρχικά ισορροπεί, ταχύτητα $υ = 2m/s$ στην διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου.

γ. <u>3η περίπτωση διέγερσης σε ταλάντωση</u>: Απομακρύνουμε τον ταλαντωτή από τη θέση ισορροπίας μέχρι τη θέση που το ελατήριο έχει επιμήκυνση (…από το φυσικό του μήκος..) $\Delta\ell = 0,3m$ και του τη στιγμή εκείνη του δίνουμε ταχύτητα $υ = 2\sqrt{3}m/s$.

δ. <u>4η περίπτωση διέγερσης σε ταλάντωση</u>: Ασκούμε στον ταλαντωτή, ενώ αυτός αρχικά ισορροπεί, σταθερή κατακόρυφη δύναμη $F = 30N$ και ύστερα από μετατόπιση $\Delta y = 0,15m$ η δύναμη καταργείται και ο ταλαντωτής αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

ε. <u>5η περίπτωση διέγερσης σε ταλάντωση</u>: Ασκούμε στον ταλαντωτή, ενώ αυτός αρχικά ισορροπεί, σταθερή κατακόρυφη δύναμη $F = 30N$ μέχρι τη θέση που το ελατήριο αποκτά την μέγιστη δυνατή επιμήκυνση. Στη θέση αυτή η δύναμη καταργείται και ο ταλαντωτής αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

στ. <u>6η περίπτωση διέγερσης σε ταλάντωση</u>: Ενώ ο ταλαντωτής αρχικά ισορροπεί, του ασκούμε συνεχώς σταθερή κατακόρυφη δύναμη $F = 30N$ (…Η δύναμη ασκείται συνεχώς στον ταλαντωτή και δεν καταργείται…).
Ειδικά στην περίπτωση αυτή πριν απαντηθούν τα γενικά ερωτήματα να δείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

ζ. <u>7η περίπτωση διέγερσης σε ταλάντωση</u>: Ενώ ο ταλαντωτής ισορροπεί τον απομακρύνουμε από τη θέση ισορροπίας του προσφέροντάς του ενέργεια $E = 12,5J$. Στην περίπτωση αυτή να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης Α και την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης $υ_{max}$.

52. Ένα σώμα, αμελητέων διαστάσεων, μάζας m ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, το πάνω άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Στη Θέση Ισορροπίας το ελατήριο ασκεί στο μικρό σώμα δύναμη μέτρου Fo=1 N. Ανεβάζουμε το σώμα από τη Θέση Ισορροπίας του κατακόρυφα προς τα πάνω έως τη Θέση Φυσικού Μήκους του ελατηρίου και τη χρονική στιγμή t=0, το εκτοξεύουμε με κατακόρυφη προς τα κάτω ταχύτητα μέτρου υο. Το σώμα μετά την εκτόξευσή του εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το διάστημα που διανύει μεταξύ δύο διαδοχικών διελεύσεων απ’ τη Θέση Ισορροπίας του είναι s=0,4 m σε χρόνο Δt=π/10 sec.

α. Να υπολογίσετε το πλάτος A και τη σταθερά k του ελατηρίου. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\ m/s^2$.
β. Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη θέση, που η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι μηδέν.
γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της αρχικής ταχύτητας u_o.
δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή t=0. Θεωρήστε θετική φορά την προς τα πάνω.
Απ: α. κ=10 N/m β. 0.05 J γ. $\sqrt{3}m/s$ δ. $\sqrt{3}J/s$

53. Σώμα μάζας m=2Kg ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=200 N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο έδαφος. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του (Θ.Ι) προς τα πάνω μέχρι το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος και από τη θέση αυτή εκτοξεύουμε το σώμα με ταχύτητα μέτρου $υ=\sqrt{3}m/s$ και με φορά προς τα κάτω. Η αντίσταση από τον αέρα θεωρείται αμελητέα, αρχή μέτρησης του χρόνου (t=0) λαμβάνουμε τη στιγμή της εκτόξευσης, θετική φορά λαμβάνουμε προς τα πάνω (τη φορά της αρχικής εκτροπής από τη Θ.Ι) και $g=10m/s^2$. Το σώμα αμέσως μετά την εκτόξευσή του εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς ίση με τη σταθερά σκληρότητας του ελατηρίου.
α. Να βρείτε το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς καθώς και το μέτρο της μέγιστης δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.
β. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της φάσης της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο.
γ. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις απομάκρυνσης, ταχύτητας, επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο: χ-t , υ-t , α-t.
δ. Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν η απομάκρυνσή του από τη Θ.Ι είναι $x_1= -0{,}1\sqrt{3}m$
ε. Να βρείτε το χρονικό διάστημα που χρειάζεται το σώμα για να μεταβεί για 1η φορά μετά από τη στιγμή t=0, σε ακραία θέση της ταλάντωσής του.
στ. Στο παραπάνω χρονικό διάστημα να βρείτε τη μεταβολή της ορμής του σώματος, το έργο της δύναμης επαναφοράς καθώς και το έργο της δύναμης του ελατηρίου.
ζ. Τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία για πρώτη φορά, μετά τη στιγμή t=0, η κινητική ενέργεια του σώματος γίνεται τριπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης, να βρείτε:
i. ο ρυθμό μεταβολής της ορμής
ii. το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος
iii. το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης
iv. το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας βαρύτητας
v. το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου.

54. Σώμα μάζας m_2=1 kg ισορροπεί πάνω σε ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς K=100 N/m. Απομακρύνουμε το σώμα μάζας m_2 από τη θέση ισορροπίας του, συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά 0,4 m και το αφήνουμε ελεύθερο να εκτελεί γ.α.τ.
Την χρονική στιγμή που περνά για πρώτη φορά από την θέση ισορροπίας του συναντά δεύτερο σώμα μάζας m_1=1 kg που έχει αντίθετη ταχύτητα από αυτό και αφού γίνεται κεντρική και πλαστική κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί νέα ταλάντωση.
α. Να βρείτε την περίοδο και το πλάτος της ταλάντωσης πριν και μετά την κρούση.

β. Να βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα του συσσωματώματος.

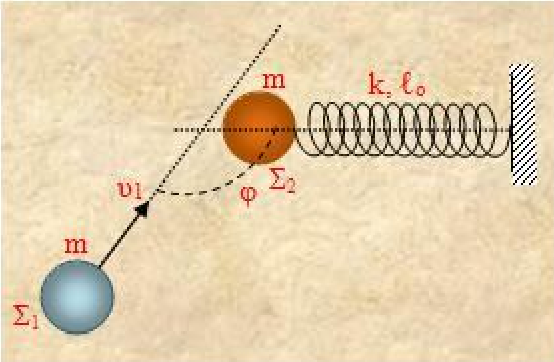
γ. Να βρεθεί η πρώτη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση που το ελατήριο έχει την μέγιστη συσπείρωση (θεωρούμε $t = 0$ αμέσως μετά την κρούση και θετική φορά προς τα πάνω).

δ. Να βρεθεί το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος μάζας m_1 μετά την κρούση στην θέση που το ελατήριο έχει την μέγιστη δυναμική του ενέργεια.

Δίνεται $g = 10 m/s^2$

55. α. Να δείξετε ότι μετά την πλάγια ελαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων ίδιας μάζας που το ένα αρχικά ήταν ακίνητο, τα δύο σώματα θα κινηθούν προς κάθετες μεταξύ τους κατευθύνσεις.

- Πάνω σε ένα λείο οριζόντιο τραπέζι ηρεμεί ένα σφαιρίδιο Σ2 μάζας $m=1$ kgr στερεωμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=100$ N/m, του οποίου το άλλο άκρο συγκρατείται από ακλόνητο στήριγμα. Ένα δεύτερο σφαιρίδιο Σ1 ίδιας μάζας με το Σ2κινείται με ταχύτητα $υ_1=\sqrt{2}$ m/sec πάνω σε μια ευθεία που δε διέρχεται από το κέντρο του $Σ_2$ και σχηματίζει γωνία $φ = 135^0$ με τον άξονα του ελατηρίου. Ακολουθεί πλάγια ελαστική κρούση στο τέλος της οποίας διαπιστώνεται ότι το $Σ_2$ κινείται κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου κάνοντας απλή αρμονική ταλάντωση.



β. Ποια είναι η διεύθυνση κίνησης του Σ1 μετά την κρούση; Πόσο είναι το μέτρο της ταχύτητάς του μετά την κρούση;

γ. Να υπολογίστε τη μέγιστη ταχύτητα, το πλάτος της ταλάντωσης, και τη μέγιστη επιτάχυνση του Σ2.

δ. Να παραστήσετε σε κοινό ορθογώνιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις της κινητικής, της δυναμικής και της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης, σε συνάρτηση με την ταχύτητα.

Απ: β. 45^o, 1 m/s γ. 10 m/s^2

56. Ένα ελατήριο σταθεράς $K=75π^2$ N/m είναι κατακόρυφο με το κάτω άκρο του σταθερά στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Στο πάνω άκρο του ελατηρίου ισορροπεί, στερεωμένη σ΄ αυτό, μια ελαστική σφαίρα $Σ_1$ μάζας $m_1=3$ Kgr. Μια άλλη ελαστική σφαίρα Σ2 μάζας m2, συγκρατείται στην προέκταση του κατακόρυφου άξονα του ελατηρίου σε ύψος $h = 5$ m πάνω από τη Σ1. Κάποια στιγμή αφήνουμε τη σφαίρα $Σ_2$ ελεύθερη. Προσκρούει στη Σ1 και αναπηδά σε ύψος $h΄= h/4$ πάνω από τη θέση που συνάντησε τη $Σ_1$. Αν η κρούση είναι μετωπική κι ελαστική, να υπολογίσετε:

α. Τη μάζα m2 της σφαίρας Σ2.

β. Πόσο είναι το πλάτος και η περίοδος της α.α.τ της Σ1;

γ. Δείξτε ότι μετά από ένα δευτερόλεπτο οι δύο σφαίρες θα συναντηθούν ξανά στη θέση όπου συγκρούστηκαν για πρώτη φορά, έχοντας, τη στιγμή της συνάντησης, αντίθετες ταχύτητες.

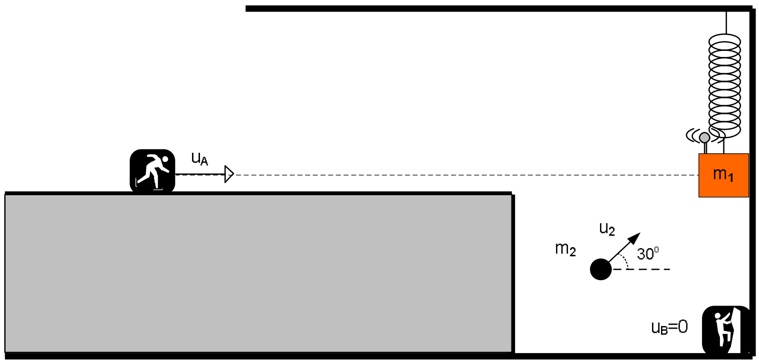
δ. Υπολογίστε τις ταχύτητες των σφαιρών μετά την δεύτερη κρούση θεωρώντας πως κι αυτή είναι μετωπική και ελαστική.

ε. Πόσες πλήρεις ταλαντώσεις θα κάνει η σφαίρα Σ1 στη διάρκεια των πρώτων 4 sec έπειτα από την πρώτη κρούση.

Δίνεται $g=10$ m/s^2

Απ: α. 1 kg β. 1/π m, 0,4 sec δ. 0, 10 m/sec ε. ε. πέντε

57. Σώμα μάζας m_1=3 kg είναι δεμένο στην άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατήριου σταθεράς k=100 N/m, όπως φαίνεται στο σχήμα, και ισορροπεί. Η μία πλευρά του σώματος m_1 βρίσκεται σε επαφή με λεία επιφάνεια τοίχου. Επίσης, στο σώμα μάζας m_1 είναι εγκατεστημένη συσκευή παραγωγής ηχητικών κυμάτων συχνότητας fs=680 Hz, η οποία έχει αμελητέα μάζα. Σώμα μάζας m_2=1 kg συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας m_1. Η ταχύτητα του σώματος m_2 είναι $u_2 = 4\sqrt{3}\ m/s$ και το διάνυσμα αυτής σχηματίζει γωνία 30^o με την οριζόντια διεύθυνση. Ως χρονική στιγμή t=0 θεωρείται αυτή της κρούσης.



Επίσης δύο παρατηρητές (Α) και (Β) αντιλαμβάνονται τον ήχο από την πηγή παραγωγής ηχητικών κυμάτων. Ο παρατηρητής (Α) κινείται σε οριζόντιο επίπεδο η προέκταση του οποίου «περνάει» από την αρχική θέση του σώματος μάζας m_1. Η ταχύτητα του παρατηρητή (Α) είναι 3 m/s. Ο παρατηρητής (Β) είναι ακίνητος και βρίσκεται στον κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σώμα μάζας m_1.
Δίνεται, επίσης, η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10 m/s^2 και η ταχύτητα του ήχου $u_{ηχ}$=340 m/s. Θεωρήστε θετική φορά την άνω. Επίσης, μην λάβετε υπόψη τις ανακλάσεις του ήχου.
Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:

α. Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα που θα δημιουργηθεί εκτελεί ΑΑΤ.

β. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ.

γ. Να βρείτε τη μέγιστη τιμή της δύναμης του ελατηρίου και τη μέγιστη τιμή της δύναμης επαναφοράς.

δ. Να υπολογιστεί ο χρόνος που απαιτείται ώστε το συσσωμάτωμα να ακινητοποιηθεί ακαριαία για 2^η φορά.

ε. Να βρεθεί το έργο του βάρους και το έργο της δύναμης ελατηρίου κατά την προαναφερθείσα κίνηση.

στ. Σε ποιες χρονικές στιγμές αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής (Β) τον ήχο με την ίδια συχνότητα με αυτή που εκπέμπεται από την πηγή.

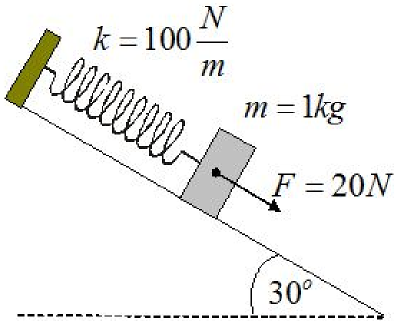
ζ. Ποια η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής (Α) τη στιγμή που το συσσωμάτωμα έχει ταχύτητα $u = \frac{\sqrt{3}}{2}$ m/s με φορά προς τα κάτω.

η. Να γραφεί η εξίσωση της συχνότητας που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής (Β) σε σχέση με το χρόνο.

Απ: β. $y = 0{,}2 \cdot ημ(5t + \frac{π}{6})$ (SI) γ. $F_{ελ,max} = 60\ N$ δ. $t_1 = \frac{4π}{15}\ s$ ε. $W_{F_{ελ}} = -13{,}5\ J$ στ. $t = \frac{π}{15} + k\frac{π}{5}$

η. $f_A = 686\ Hz$ ζ. $f_B = \frac{340}{340 + συν(5t + π/6)} 680\ Hz$

58. Το σώμα του σχήματος ηρεμεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο , το οποίο σχηματίζει με το οριζόντιο γωνία 30^o , κρεμασμένο από το ιδανικό ελατήριο του σχήματος.



Κάποια χρονική στιγμή δέχεται δύναμη 20 Ν σταθερή και παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο με διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και φορά προς τα κάτω.

α. Δείξατε ότι εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

β. Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης;

γ. Σε πόσο χρόνο το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά 30 cm ;

δ. Ποιο είναι το έργο του ελατηρίου μέχρι εκείνη τη στιγμή;

ε. Υπολογίσατε την στιγμή εκείνη την ταχύτητα του σώματος.

στ. Με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται τη στιγμή εκείνη η ορμή του;

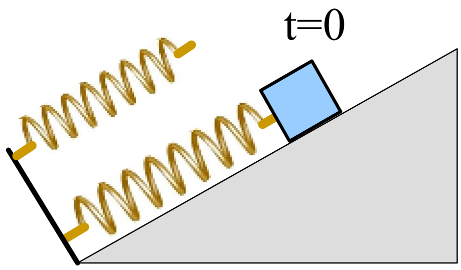
ζ. Με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται τη στιγμή εκείνη η κινητική του ενέργεια;

η. Με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται τη στιγμή εκείνη η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου;

θ. Με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται τη στιγμή εκείνη η λόγω βάρους δυναμική του ενέργεια;

($g=10\ m/s^2$, θετική φορά προς τα δεξιά)

59. Σε λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ=30° βρίσκεται ένα ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k=200N/m, με το κάτω άκρο του στερεωμένο. Τραβάμε το πάνω ελεύθερο άκρο του επιμηκύνοντας το ελατήριο κατά 5cm, δένουμε στο άκρο αυτό ένα σώμα μάζας 2kg και για t=0, το αφήνουμε να κινηθεί.



α. Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ.

β. Να βρείτε το πλάτος και την περίοδο ταλάντωσης.

γ. Θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο.

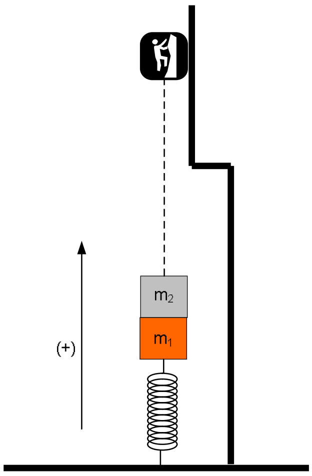
δ. Να βρείτε τη δύναμη του ελατηρίου σε συνάρτηση με το χρόνο και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

60. Σώμα μάζας m_1=3 kg είναι δεμένο στην άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατήριου σταθεράς k=100 N/m και εγκατεστημένη συσκευή παραγωγής ηχητικών κυμάτων συχνότητας fs=680 Hz, η οποία έχει αμελητέα μάζα. Πάνω στο σώμα μάζας m_1 είναι τοποθετημένο σώμα μάζας m_2=1 kg και το σύστημα ισορροπεί, όπως φαίνεται στο σχήμα. Κάποια στιγμή (t=0) απομακρύνουμε το σώμα μάζας m_2.

Παρατηρητής (Α) βρίσκεται στον κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σώμα μάζας m_1 όπως φαίνεται στο σχήμα και είναι ακίνητος.

Δίνεται, επίσης, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\ m/s^2$ και η ταχύτητα του ήχου $u_{ηχ}$=340 m/s. Θεωρήστε θετική φορά την άνω. Επίσης, μην λάβετε υπόψη τις ανακλάσεις του ήχου.



Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:

α. Να αποδείξετε ότι το σώμα μάζας m_1 εκτελεί ΑΑΤ.

β. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ.

γ. Να βρείτε τη μέγιστη τιμή της δύναμης του ελατηρίου και τη μέγιστη τιμή της δύναμης επαναφοράς.

δ. Να υπολογιστεί ο χρόνος που απαιτείται ώστε το σώμα να αποκτήσει ταχύτητα υποδιπλάσια της μέγιστης για $2^η$ φορά.

ε. Να βρεθεί το έργο της δύναμης επαναφοράς κατά την προαναφερθείσα κίνηση.

στ. Ποια χρονική στιγμή ο παρατηρητής θα αντιληφθεί τον ήχο με τη μέγιστη δυνατή συχνότητα και ποια με την μικρότερη δυνατή συχνότητα για $1^η$ φορά.

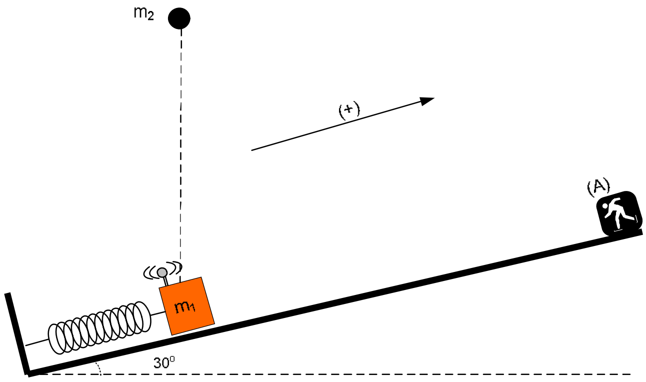
ζ. Να παρασταθεί γραφικά η κινητική ενέργειας της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο.

Απ: β. $x = 0{,}1ημ(\frac{10}{3}\sqrt{3}t + 3π/2)$ (SI) γ. 40 N και 10 N δ. $π\frac{\sqrt{3}}{12}$ s ε. 0,125 J στ. $π\frac{3\sqrt{3}}{20}$ s και $π\frac{\sqrt{3}}{20}$ s

61. Σώμα μάζας m_1=1 kg, βρίσκεται σε κεκλιμένο λείο επίπεδο, είναι δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατήριου σταθεράς k=100 N/m, όπως φαίνεται στο σχήμα, και ισορροπεί. Επίσης, στο σώμα μάζας m_1 είναι εγκατεστημένη συσκευή παραγωγής ηχητικών κυμάτων συχνότητας fs=680 Hz, η οποία έχει αμελητέα μάζα. Εκτρέπουμε το σώμα m_1 κατά d=3π/40 m με αποτέλεσμα το ελατήριο να συσπειρωθεί περισσότερο. Κάποια χρονική στιγμή το σώμα m_1 αφήνεται ελεύθερο και εκτελεί ΑΑΤ. Ταυτόχρονα αφήνεται σώμα μάζας m_2=3 kg από ύψος h (όπως φαίνεται στο σχήμα). Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά τη στιγμή που το σώμα m_1 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του για $1^η$ φορά. Το συσσωμάτωμα που θα προκύψει εκτελεί ΑΑΤ με t=0 τη στιγμή της κρούσης.

Επίσης παρατηρητής (Α) βρίσκεται στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου και αρχίζει να κινείται (να γλιστράει) τη στιγμή της πλαστικής κρούσης με κατεύθυνση προς το συσσωμάτωμα.

Δίνεται, επίσης, η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10 m/s^2 και η ταχύτητα του ήχου $u_{ηχ}$=340 m/s. Θεωρήστε θετική φορά την άνω. Επίσης, μην λάβετε υπόψη τις ανακλάσεις του ήχου και θεωρήστε πως το μήκος του κεκλιμένου επιπέδου είναι πολύ μεγάλο.



Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:

α. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ του συσσωματώματος.

β. Να βρείτε τη μέγιστη τιμή της δύναμης του ελατηρίου και τη μέγιστη τιμή της δύναμης επαναφοράς κατά την ΑΑΤ του συσσωματώματος.

γ. Να υπολογιστεί ο χρόνος που απαιτείται ώστε το συσσωμάτωμα να αποκτήσει τη μέγιστη ταχύτητά του για $2^{η}$ φορά.

δ. Να βρεθεί το έργο του βάρους και το έργο της δύναμης ελατηρίου κατά την προαναφερθείσα κίνηση.

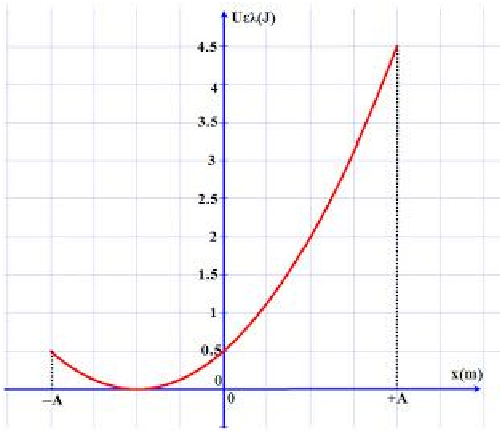
ε. Ποια η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής (Α) όταν θα έχει κινηθεί για χρόνο π/5 s.

στ. Να γραφεί η εξίσωση της συχνότητας που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής (Α) σε σχέση με το χρόνο.

Απ: α. $x = 0{,}15ημ(5t + π/2)$ (SI) β. 35 Ν και 15 Ν γ. 3π/10 s δ. 3 J και -1,875 J ε. 680+2π Hz

στ. $f_A = \dfrac{340 + 5t}{340 + 0{,}75συν(5t + π/2)} 680$ Hz

62. Σώμα μάζας m=1kg ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οροφή. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d, και την χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο, οπότε το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Στο παρακάτω διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας ελατηρίου συναρτήσει της απομάκρυνσης από την θέση ισορροπίας του σώματος.



α. Να υπολογιστεί η παραμόρφωση $Δ\ell_0$ του ελατηρίου στη θέση ισορροπίας του σώματος και το πλάτος της ταλάντωσης.

β. Να βρεθεί η σταθερά k του ελατηρίου και η περίοδος της ταλάντωσης.

γ. Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις απομάκρυνσης του σώματος από την θέση ισορροπίας και της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου, θεωρώντας ως θετική την φορά της αρχικής εκτροπής.

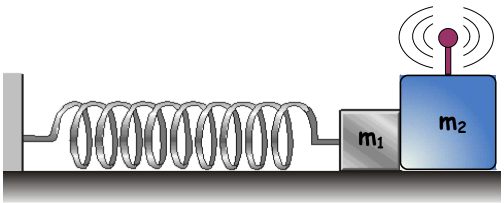
δ. Να υπολογιστούν τα έργα της δύναμης του ελατηρίου και της δύναμης επαναφοράς κατά την μετάβαση του σώματος από την κάτω ακραία στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης του.

ε. Να βρεθεί για πόσο χρονικό διάστημα στη διάρκεια μίας περιόδου το ελατήριο είναι επιμηκυμένο περισσότερο από 0,2m;

Δίνεται: $g=10m/s^2$.

Απ. α. 0,2 m β. 100 N/m δ. 3 J, 0 ε. π/15 s

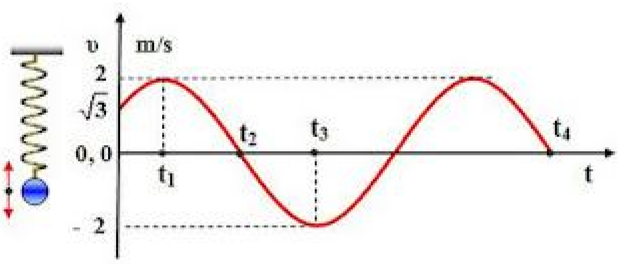
63. Τα σώματα (1) και (2) με μάζες m_1 = 1 kg και m_2=3 kg αντίστοιχα του διπλανού σχήματος είναι κολλημένα μεταξύ τους και το σώμα (1) είναι δεμένο με οριζόντιο ελατήριο σταθεράς 400 N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα m2 φέρει πηγή ηχητικών κυμάτων συχνότητας fs=684 Hz και αμελητέας μάζας. Το σώμα m1 φέρει δέκτη ηχητικών κυμάτων. Τη χρονική στιγμή t=0 συμπιέζουμε το ελατήριο κατά 0,1m και εκτοξεύουμε το σύστημα των δύο κολλημένων σωμάτων με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\sqrt{3}$ m/s και με φορά προς τα αριστερά. Να βρείτε:



α. το πλάτος και τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης που εκτελεί το σύστημα των δυο σωμάτων.
β. την αρχική φάση της ταλάντωσης θεωρώντας ως θετική τη φορά της αρχικής εκτροπής και να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης με το χρόνο t.
γ. ποιες είναι οι σταθερές επαναφοράς των δυο σωμάτων
δ. μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή που εκτοξεύτηκε, το σύστημα των δυο σωμάτων χάνει την επαφή και να δικαιολογήσετε σε ποια θέση χάνει την επαφή.
ε. τη μέγιστη και την ελάχιστη συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο δέκτης (αφού έχει χαθεί η επαφή)
στ. πόσος χρόνος περνά μεταξύ δυο διαδοχικών στιγμών στις οποίες ο δέκτης 'αντιλαμβάνεται' συχνότητα ίση με αυτή που εκπέμπει η πηγή
ζ. το πλάτος της νέας ταλάντωσης και την απόσταση των δυο σωμάτων τη στιγμή που το σώμα m1 σταματά για δεύτερη φορά μετά την στιγμή που χάθηκε η επαφή.

Απ: α. 0,2 m β. $x = 0,2\eta\mu(10t + \frac{\pi}{6})$ γ. 100 N/m, 300 N/m δ. 5π/60 s ε. 684 Hz, 676 Hz στ. π/10 s ζ. 0,571 m

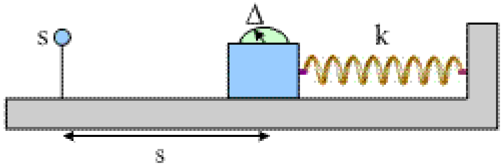
64. Ένα σώμα μάζας m=4 kg είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο.
Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο όπου $t_4 – t_2$=π/5 s . Με δεδομένο ακόμη ότι, τη χρονική στιγμή t = 0 το σώμα κινείται κατακόρυφα προς τα επάνω να υπολογίσετε :



α. Την απομάκρυνση xo του σώματος από τη θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή t = 0.
β. Την συνάρτηση απομάκρυνσης - χρόνου x = f(t) και να την παραστήσετε γραφικά.
γ. Τις χρονικές στιγμές t_1, t_2 και t_3.
δ. Την δυναμική ενέργεια του ελατηρίου την χρονική στιγμή t = t_2.
ε. Την δυναμική ενέργεια λόγω της ταλάντωσης την χρονική στιγμή t = t_2
στ. Τις τιμές των παρακάτω μεγεθών από t = 0 μέχρι t = t_2
στ1. έργο της δύναμης επαναφοράς
στ2. έργο της δύναμης του ελατηρίου

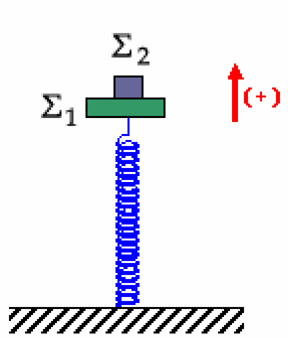
στ3. έργο του βάρους
Δίνεται $g = 10\ m/s^2$

65. Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Σ πάνω στο οποίο έχει προσδεθεί ένας καταγραφέας ήχου (δέκτης Δ), δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k=1000N/m. Σε απόσταση s=1m υπάρχει μια πηγή που παράγει αρμονικό ήχο συχνότητας 680Hz, όπως στο σχήμα.



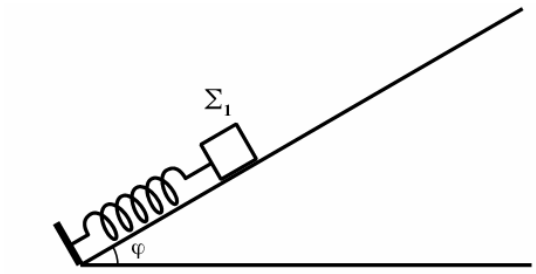
Εκτρέπουμε το σώμα Σ προς τα αριστερά κατά 0,4m και για t=0 το αφήνουμε να εκτελέσει ΑΑΤ. Αν η προς τα δεξιά κατεύθυνση θεωρείται θετική, ενώ η μάζα του Σ (και δέκτη μαζί) είναι m=0,4kg και η ταχύτητα του ήχου υ=340m/s, ζητούνται:
α. Η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο του σώματος Σ.
β. Κάποια στιγμή t_1 η συχνότητα που καταγράφει ο δέκτης είναι f_1=700Hz, για πρώτη φορά. Για τη στιγμή αυτή t_1:
β1. Ποια η ταχύτητα του Σ.
β2. Ποιο το επί τοις % ποσοστό της ενέργειας ταλάντωσης που αντιστοιχεί στην δυναμική ενέργεια ταλάντωσης;
β3. Ποια η χρονική στιγμή t_1;
γ. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο:
γ1. Της απόστασης πηγής – δέκτη ήχου.
γ2. Της συχνότητας του ήχου που καταγράφει ο δέκτης.

66. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο άνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=2 kg που ισορροπεί. Τη χρονική στιγμή t_o=0 αφήνεται πάνω στο σώμα $Σ_1$, χωρίς ταχύτητα, ένα άλλο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=1 kg. Το σύστημα ελατήριο–$Σ_1$–$Σ_2$ ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α=1/30 m.
Θεωρώντας θετική την κατακόρυφη προς τα πάνω φορά, να βρείτε:
α. Τη σταθερά k του ελατηρίου.
β. Τη μέγιστη συσπείρωση $ΔL_{max}$ του ελατηρίου από το φυσικό του μήκος.
γ. Την εξίσωση U=f(t) της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του συστήματος.
δ. Τη δύναμη επαφής Ν που ασκείται από το $Σ_2$ στο $Σ_1$ στη θέση μέγιστης συσπείρωσης του ελατηρίου.
Δίνεται: $g=10\ m/s^2$.



67. Σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=1kg ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $φ=30^o$. Το σώμα $Σ_1$ είναι δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K= $100\frac{N}{m}$ το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα.

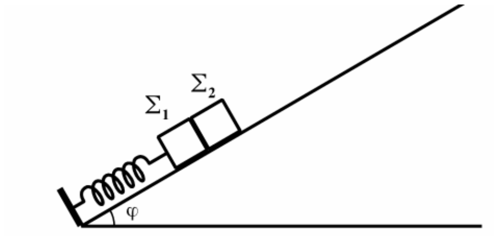
Εκτρέπουμε το σώμα $Σ_1$ κατά d_1=0,1m από τη θέση ισορροπίας του κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και το αφήνουμε ελεύθερο.



α. Να αποδείξετε ότι το σώμα $Σ_1$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

β. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος $Σ_1$.

Μετακινούμε το σώμα $Σ_1$ προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου μέχρι το ελατήριο να συμπιεστεί από το φυσικό του μήκος κατά $Δ\ell$=0,3m. Τοποθετούμε ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=1kg στο κεκλιμένο επίπεδο, ώστε να είναι σε επαφή με το σώμα $Σ_1$, και ύστερα αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα.



γ. Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς του σώματος $Σ_2$ κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του.

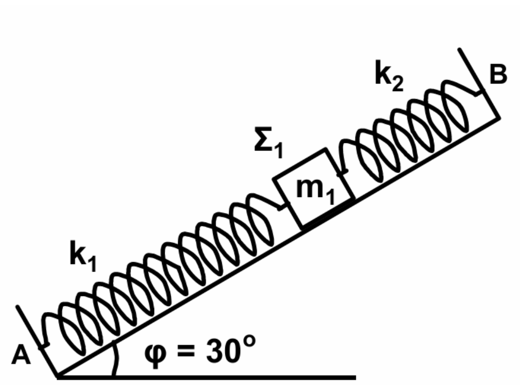
δ. Να υπολογίσετε σε πόση απόσταση από τη θέση που αφήσαμε ελεύθερα τα σώματα χάνεται η επαφή μεταξύ τους.

Δίνονται: ημ$30^o=\frac{1}{2}$, g=10$\frac{m}{s^2}$.

Επαν. Ημερ. 2010

68. Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης φ =30^o. Στα σημεία Α και Β στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές k_1=60$\frac{N}{m}$ και k_2=140$\frac{N}{m}$, αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε σώμα $Σ_1$, μάζας m_1=2 kg και το κρατάμε στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα).

Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 αφήνουμε το σώμα $Σ_1$ ελεύθερο.



α. Να αποδείξετε ότι το σώμα $Σ_1$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

β. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος $Σ_1$ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική φορά τη φορά από το Α προς το Β.

Κάποια χρονική στιγμή που το σώμα $Σ_1$ βρίσκεται στην αρχική του θέση, τοποθετούμε πάνω του (χωρίς αρχική ταχύτητα) ένα άλλο σώμα $Σ_2$ μικρών διαστάσεων μάζας m_2=6 kg. Το σώμα $Σ_2$ δεν ολισθαίνει πάνω στο σώμα $Σ_1$ λόγω της τριβής που δέχεται από αυτό. Το σύστημα των δύο σωμάτων κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.

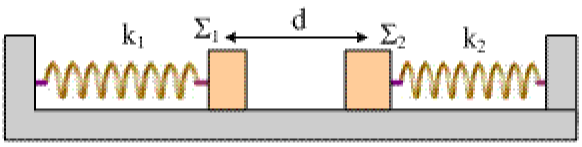
γ. Να βρείτε τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του σώματος $Σ_2$.

δ. Να βρείτε τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής που πρέπει να υπάρχει μεταξύ των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$, ώστε το $Σ_2$ να μην ολισθαίνει σε σχέση με το $Σ_1$.

Δίνονται: $g = 10\frac{m}{s^2}$.

Ημερ. 2012

69. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, που θεωρούνται υλικά σημεία, με μάζες m_1=1 kg και m_2=2 kg ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένα στα άκρα δύο οριζοντίων ελατηρίων με σταθερές k_1=100 N/m και k_2=300 N/m αντίστοιχα, όπως στο σχήμα, απέχοντας μεταξύ τους κατά d=0,4 m.



Εκτρέπουμε το σώμα $Σ_1$ προς τ’ αριστερά κατά 0,5m και για t=0, το αφήνουμε να εκτελέσει ΑΑΤ.

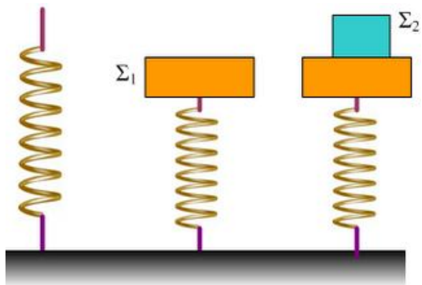
α. Ποια χρονική στιγμή το σώμα $Σ_1$ θα αποκτήσει για πρώτη φορά μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα; Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας αυτής.

β. Πόση ταχύτητα θα έχει το σώμα $Σ_1$ πριν τη πλαστική κρούση του με το σώμα $Σ_2$;

γ. Να βρεθεί η θέση, ως προς το φυσικό μήκος του ελατηρίου σταθεράς k_1, γύρω από την οποία θα ταλαντωθεί το συσσωμάτωμα μετά την κρούση.

δ. Να βρεθεί η μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης επαναφοράς που ασκείται στο συσσωμάτωμα.

70. Το σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=5kg ηρεμεί στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται στο έδαφος, προκαλώντας του συσπείρωση κατά 0,25m. Για t=0 αφήνουμε πάνω στο σώμα $Σ_1$ ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=3kg.



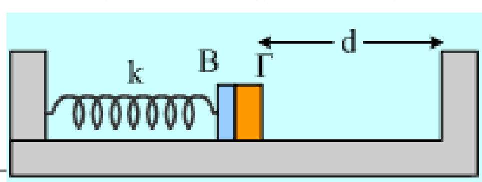
α. Ν’ αποδειχθεί ότι το σύστημα των δύο σωμάτων θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

β. Να βρεθεί η περίοδος και το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος.

γ. Να γίνει η γραφική παράσταση σε συνάρτηση με το χρόνο, της δύναμης που δέχεται το σώμα $Σ_2$ από το $Σ_1$, αν η προς τα πάνω κατεύθυνση θεωρηθεί θετική.

Δίνεται g=10m/s^2.

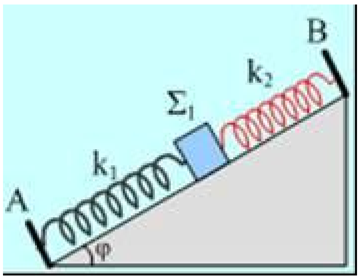
71. Τα σώματα Β και Γ, τα οποία θεωρούμε υλικά σημεία, αμελητέων διαστάσεων, με μάζες m_1=1kg και m_2=3kg ηρεμούν σε επαφή σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ το Β είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=400N/m, όπως στο σχήμα. Μετακινούμε τα σώματα προς τα αριστερά, συμπιέζοντας το ελατήριο κατά 0,4m και τη στιγμή t_0=0, αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα να κινηθεί.



α. Ποια η αρχική επιτάχυνση που θα αποκτήσουν τα σώματα και ποιο το μέτρο της δύναμης που ασκεί το Β στο Γ σώμα;

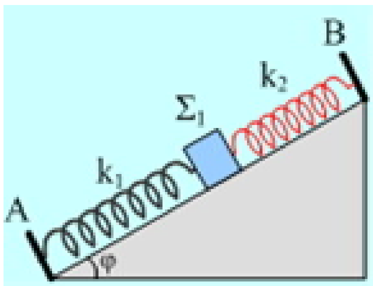
β. Ποια χρονική στιγμή τα δυο σώματα θα χάσουν την επαφή;
γ. Το σώμα Γ αφού συγκρουστεί ελαστικά με τον κατακόρυφο τοίχο, ξανασυγκρούεται ελαστικά με το σώμα Α τη στιγμή t_2= 3π/20s. Ποια η αρχική απόσταση d του σώματος Γ από τον τοίχο;
δ. Να παρασταθεί γραφικά η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Β σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη χρονική στιγμή t_3=π/5s.
Απ: α. 40 m/s^2 β. π/20 s γ. 0,2π m

72. Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης φ=30^o. Στα σημεία Α και Β στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές k_1=100N/m και k_2=20N/m αντίστοιχα. Ανάμεσα στα δύο ελατήρια κρατάμε χωρίς να δένουμε (με τα ελατήρια) το σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=2kg στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα). Κάποια στιγμή εκτοξεύουμε το σώμα $Σ_1$ με αρχική ταχύτητα $υ_o$=2m/sec με φορά προς το σημείο Α.



α. Να βρεθεί η απόσταση μεταξύ των δύο ακραίων θέσεων της ταλάντωσης του σώματος $Σ_1$.
Κάποια άλλη χρονική στιγμή αφήνουμε ελεύθερο από ύψος Η=1,6m πάνω από την αρχική θέση του σώματος $Σ_1$ ένα δεύτερο σώμα πάνω στην ίδια κατακόρυφο που περνάει από το σώμα $Σ_1$. Ενώ το σώμα $Σ_1$ βρίσκεται στην αρχική του θέση και κινείται προς το σημείο Β το δεύτερο σώμα μάζας m_2=2kg kg σφηνώνεται ακαριαία πέφτοντας κατακόρυφα στο σώμα $Σ_1$.
β. Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
γ. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των ενεργειών των δύο ελατηρίων σε συνάρτηση με το χρόνο θεωρώντας στιγμή t=0 την στιγμή της κρούσης των δύο σωμάτων.
Δίνεται $(0,65)^{1/2}$=0,8

73. Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης φ=30^o. Στα σημεία Α και Β στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές k_1=30N/m και k_2=70 N/m αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε σώμα $Σ_{1,}$ και το κρατάμε στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα).



Τη χρονική στιγμή t_0=0 αφήνουμε το σώμα $Σ_1$ ελεύθερο, οπότε διανύει απόσταση 0,1m μέχρι να σταματήσει την προς τα κάτω κίνησή του και να επιστρέψει, εκτελώντας ΑΑΤ.
α. Να βρεθεί η μάζα m_1 του σώματος $Σ_1$.
β1. Πάρτε το σώμα σε μια θέση Π, η οποία απέχει 3cm από την χαμηλότερη θέση της ταλάντωσης. Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογίσετε τα μέτρα τους.
β2. Να αποδείξτε ότι η κίνηση του σώματος είναι ΑΑΤ, υπολογίζοντας και την περίοδο ταλάντωσης.
Κάποια χρονική στιγμή που το σώμα $Σ_1$ βρίσκεται στην αρχική του θέση, τοποθετούμε πάνω του (χωρίς αρχική ταχύτητα) ένα άλλο σώμα $Σ_2$ μικρών διαστάσεων μάζας m_2=0,4 kg. Το σώμα $Σ_2$ δεν ολισθαίνει πάνω στο σώμα $Σ_1$ λόγω της τριβής που δέχεται από αυτό. Το σύστημα των δύο σωμάτων κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.
γ. Έστω μια θέση Ρ, η οποία απέχει 3,5cm από την χαμηλότερη θέση της ταλάντωσης του συστήματος και στην οποία βρίσκεται κάποια στιγμή κινούμενο προς τα πάνω. Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο $Σ_2$ στην θέση Ρ και υπολογίστε τα μέτρα τους, την στιγμή αυτή.

74. Μη εκτατό νήμα μήκους l=15cm και με όριο αντοχής μεγαλύτερο από 30N στερεώνεται σε οροφή εργαστηρίου. Στο κάτω μέρος του νήματος στερεώνουμε κατακόρυφο ελατήριο σταθερά K=100N/m και στο κάτω μέρος του ελατηρίου ισορροπεί σώμα μάζας m=1Kg.

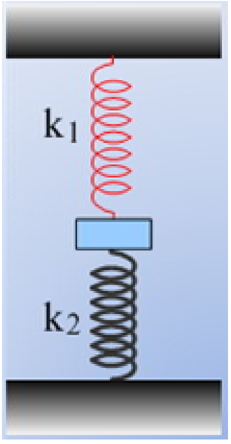
Απομακρύνουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d=0,2m και το αφήνουμε ελεύθερο την χρονική στιγμή t=0 . Κάποια στιγμή το νήμα χαλαρώνει αλλά δεν εμποδίζει την κίνηση του συστήματος οπότε μετά από λίγο το πάνω άκρο του ελατηρίου φτάνει στην οροφή του εργαστηρίου και χωρίς απώλεια ενέργειας το ελατήριο κολλάει στην οροφή. Να βρεθούν:

α. Η χρονική εξίσωση του μέτρου της τάσης του νήματος.

β. Η χρονική στιγμή της επαφής του άκρου του ελατηρίου με την οροφή.

γ. Η μέγιστη δυναμική του ελατηρίου στην διάρκεια του παραπάνω πειράματος.

75. Ένα σώμα μάζας 2kg είναι δεμένο στα άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων, όπως στο σχήμα και ισορροπεί, έχοντας επιμηκύνει το πάνω ελατήριο κατά 10cm. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά 20cm και το αφήνουμε να κινηθεί, τη στιγμή t=0. Αν δίνονται οι σταθερές των ελατηρίων k_1=200N/m και k_2=600N/m, ενώ g=10m/s^2, ζητούνται;



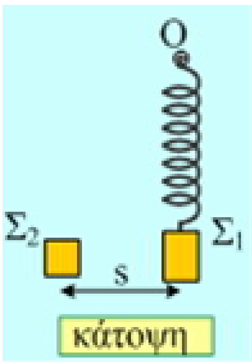
α. Να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ και να υπολογιστεί η περίοδος ταλάντωσης.

β. Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση θετική.

γ. Να υπολογιστεί ο ρυθμός με τον οποίο το κάτω ελατήριο προσφέρει ενέργεια στο σώμα τη χρονική στιγμή t_1=7π/80 s.

Απ:https://sites.google.com/site/1arxeia1213/taxe-g/%CE%95%CE%BE%CE%B1%CF%83%CE%BA%CE%BF%CF%8D%CE%BC%CE%B1%CE%B9 %CE%BC%CE%B5%CF%84%CE%B7 %CE%B4%CF%85%CE%BD%CE%B1%CE%BC%CE%B9%CE%BA%CE%AE%CF%84%CE%B7%CF%82 %CF%84%CE%B1%CE%BB%CE%AC%CE%BD%CF%84%CF%89%CF%83%CE%B7%CF%82.pdf?attredirects=0 α. 0,1π s β. x=0,2ημ(20t+3π/2) (SI) γ. -320 J/s

76. Σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=1kg δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m και φυσικού μήκους ℓ_0=0,6m, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο Ο. Σε απόσταση s=0,628m ηρεμεί ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$, της ίδιας μάζας, όπως στο σχήμα. Τα δύο σώματα θεωρούνται υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων. Μετακινούμε το σώμα $Σ_1$ συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά 0,4m και σε μια στιγμή t_0=0 το αφήνουμε να ταλαντωθεί, ενώ ταυτόχρονα εκτοξεύουμε οριζόντια με ταχύτητα $υ_2$ το σώμα $Σ_2$. Μόλις το σώμα $Σ_1$ φτάσει στην θέση ισορροπίας του, τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά.



α. Με ποια ταχύτητα κινήθηκε το σώμα $Σ_2$ πριν την κρούση;

β. Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος Σ αμέσως μετά την κρούση.

γ. Πόση είναι η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση;

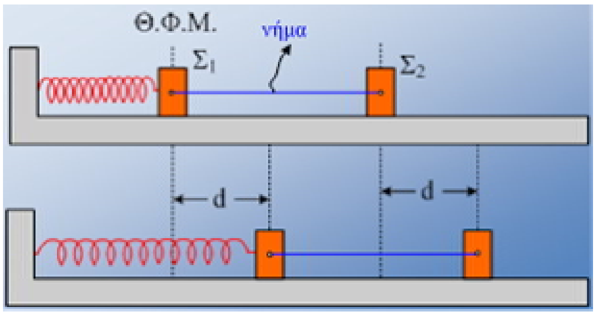
δ. Μετά από λίγο το ελατήριο έχει δυναμική ενέργεια 4J. Για τη θέση αυτή:

δ1. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του συσσωματώματος Σ.

δ2. Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του Σ, ως προς κατακόρυφο άξονα που περνά από το άκρο Ο του ελατηρίου;

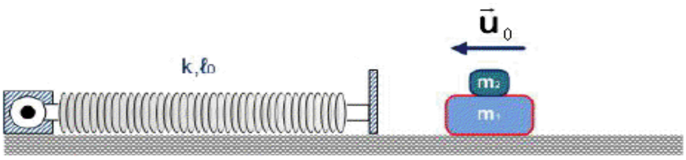
δ3. Να βρεθεί η απόσταση του σημείου Ο, από τον φορέα της ταχύτητας του συσσωματώματος.
Απ: α. 4 m/s β. 2√2 m/s γ. 8 J δ1. 2 m/s δ2. 0 δ3. 0,6 m

77. Στο πάνω σχήμα, τα σώματα ισορροπούν με το νήμα τεντωμένο και το ελατήριο στο φυσικό του μήκος, με το αριστερό άκρο δεμένο σε ακλόνητο κατακόρυφο τοίχο, ενώ το δεξί στο σώμα $Σ_1$. Το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο. Τραβάμε το σύστημα προς τα δεξιά κατά τον άξονα του ελατηρίου κατά d=0,4m και τη στιγμή t_o=0 τα αφήνουμε ελεύθερα να κινηθούν.
Δίνονται: m1=1kg, m2=3kg, k=100N/m. Θετική φορά προς τα δεξιά.



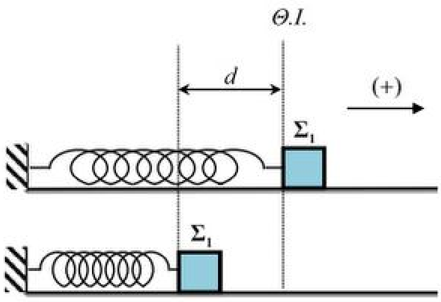
α. Πόση είναι η ταχύτητα του Σ1 όταν διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους και ποια χρονική στιγμή συμβαίνει αυτό.
β. Να κάνετε γραφική παράσταση του μέτρου της τάσης του νήματος Tν σε συνάρτηση της απομάκρυνσης x σε βαθμολογημένους άξονες
γ. Πόσο πρέπει να είναι το ελάχιστο μήκος του νήματος ώστε τα σώματα να συγκρουσθούν στη θέση φυσικού μήκους.
δ. Αν η κρούση είναι πλαστική πόσο είναι το νέο πλάτος Α' της ταλάντωσης και πόση είναι η μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων;
Απ: α. 2 m/s γ. 0,628 m

78. Δύο σώματα με μάζες m_1 = 3m και m_2=m κινούνται με ταχύτητα u_0 πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Στην συνέχεια της κίνησης τους συναντάνε οριζόντιο ελατήριο σταθεράς k και φυσικού μήκους ℓ_0 το οποίο συσπειρώνουν. Κατά τη διάρκεια της συσπείρωσης του ελατηρίου το σώμα μάζας m_2 δεν ολισθαίνει πάνω στο σώμα μάζας m_1.

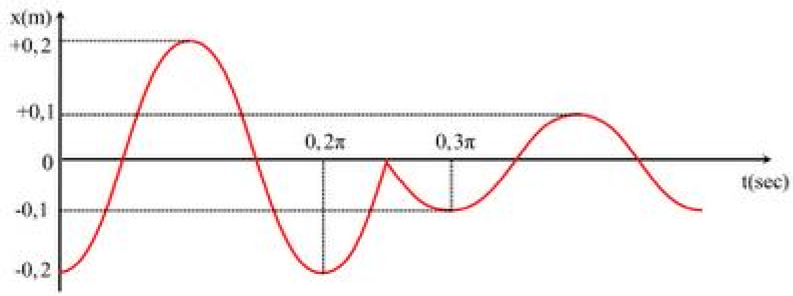


Α. Να υπολογιστούν:
α. το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που το σύστημα των δύο σωμάτων ακουμπάει στο ελατήριο και αρχίζει να το συσπειρώνει μέχρι τη μέγιστη συσπείρωση του.
β. μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου.
γ. η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής που δέχεται το σώμα μάζας m_2 κατά τη διάρκεια της κίνησής καθώς και ο συντελεστής στατικής τριβής ($μ_0$) μεταξύ των δυο σωμάτων.
Β. Αν ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ του σώματος μάζας m_2 και του σώματος μάζας m_1 γίνει $μ=λ\cdot μ_0$, λ<1. (χρησιμοποιούμε σώματα ίδιας μάζας από διαφορετικά υλικά)
α. πόσο θα έχει συσπειρωθεί το ελατήριο μέχρι τη στιγμή πού ξεκινάει η ολίσθηση του σώματος μάζας m2
β. Τι ταχύτητα θα έχει το σώμα μάζας m_2 τη στιγμή που ξεκινάει να ολισθαίνει πάνω στο σώμα μάζας m_1;
Εφαρμογή: k=100 N/m, m=1 kg, u_0=1,6 m/s, g=10 m/s^2, λ=5/8

79. Σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=1 Kgr είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς Κ, η άλλη άκρη του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένη σε κατακόρυφο τοίχο. Αρχικά το σύστημα ι-σορροπεί με το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος. Εκτρέπουμε το $Σ_1$ κατά απόσταση d όπως φαί-νεται στο σχήμα και την χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο.

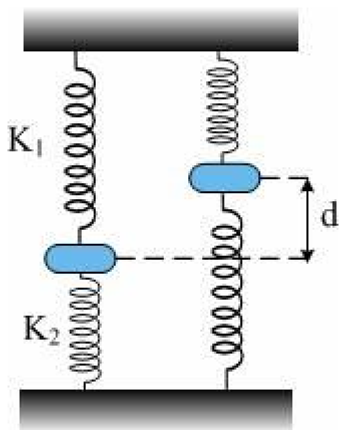


Κάποια στιγμή και ενώ το $Σ_1$ εκτελεί την ταλάντωσή του, τοποθετείται (χωρίς αρχική ταχύτητα) σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=3Kgr στη διεύθυνση κίνησης του $Σ_1$ και ακολουθεί κεντρική κρούση, η διάρκεια της οποί-ας θεωρείται αμελητέα. Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, για το $Σ_1$ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



α. Να βρεθεί η σταθερά του ελατηρίου.
β. Να βρεθεί η τιμή της ταχύτητας του σώματος $Σ_1$ πριν και μετά την κρούση.
γ. Να διερευνήσετε αν η κρούση είναι ελαστική ή ανελαστική.
δ. Για ποια άλλη τιμή της μάζας του $Σ_2$ η ολική ενέργεια της ταλάντωσης του $Σ_1$ μετά την κρούση του με το $Σ_2$ είναι η ίδια;
ε. Ποια η απόσταση των δύο σωμάτων όταν το μέτρο της ταχύτητας του $Σ_1$ γίνει ίσο με $υ_1=υ_{max}\sqrt{3}/2$ για δεύτερη φορά μετά την κρούση;
Δίνεται: $g=10\ m/s^2$

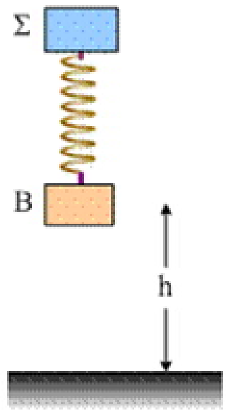
80. Ένα σώμα μάζας 4kg ηρεμεί δεμένο στα άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων με σταθερές K_1=100N/m και K_2=200N/m, όπως στο διπλανό σχήμα, όπου το κάτω ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω κατά d=0,5m και το αφήνουμε να κινη-θεί.



α. Να αποδείξετε ότι η κίνηση του σώματος είναι απλή αρμονική ταλά-ντωση.
β. Πόση ενέργεια προσφέραμε στο σώμα για την παραπάνω εκτροπή;
γ. Μόλις μηδενισθεί για πρώτη φορά η ταχύτητα του σώματος, το πάνω ελατήριο λύνεται με αποτέλεσμα το σώμα να ταλαντώνεται στο άκρο μόνο του κάτω ελατηρίου. Να υπολογιστεί η ενέργεια της νέας ταλάντωσης του σώματος.

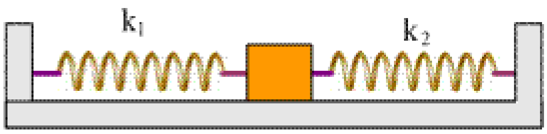
Απ: β. 3,75 J γ. 9 J

81. Τα σώματα Σ και Β αφήνονται να πέσουν ελεύθερα δεμένα στα άκρα ενός ελατηρίου που έχει το φυσικό του μήκος l_0=0,8m και σταθερά K=100N/m. Το Β απέχει αρχικά κατά h= 15cm από το έδαφος. Η κρούση του σώματος Β με το έδαφος είναι πλαστική και το σώμα κολλά στο έδαφος, ενώ το σώμα Σ που έχει μάζα m=1kg, αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να βρείτε:



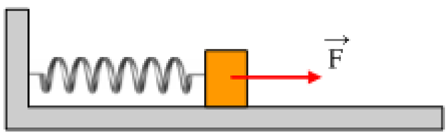
α. Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ.
β. Την ελάχιστη απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων.
γ. Τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος Σ τη στιγμή της ελάχιστης απόστασης.
Δίνεται g=10m/s^2.
Απ: α. 0,2 m β. 0,5 m γ. -20 kgm/s^2

82. Σώμα μάζας m=4kg ισορροπεί ανάμεσα σε δύο οριζόντια ελατήρια με σταθερές K_1=100N/m και K_2=300N/m.



Τα δύο ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος στη θέση ισορροπίας του σώματος m και το ελατήριο με σταθερά K_1 είναι δεμένο με το σώμα ενώ το ελατήριο με σταθερά K_2 είναι σε επαφή με το σώμα χωρίς όμως να είναι συνδεδεμένο με αυτό. Δίνουμε στο σώμα αρχική ταχύτητα $υ_o$=1m/s έτσι ώστε το ελατήριο K_2 να αρχίσει να συσπειρώνεται. Να βρεθούν:
α. Η περίοδος της περιοδικής κίνησης που θα εκτελέσει το σώμα.
β. Να σχεδιαστούν οι γραφικές παραστάσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για χρονικό διάστημα μιας περιόδου της περιοδικής κίνησης.
Θετική φορά να θεωρηθεί η φορά της αρχικής ταχύτητα $υ_o$.
Απ: 3π/10 s

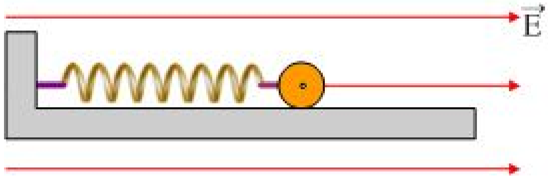
83. Στο ελεύθερο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθερά K=400N/m στερεώνεται σώμα μάζαςm=1kg,το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο. Το σώμα είναι επίσης δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου νήματος, το οποίο βρίσκεται στην προέκταση του άξονα του ελατηρίου. Το σώμα ισορροπεί στην Θ.Φ.Μ.Ε. Στο άλλο άκρο του νήματος ασκείται δύναμη F=50+300x όπου x η απόσταση του σώματος από τη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου.



Όταν η ταχύτητα του σώματος γίνεται μέγιστη το νήμα σπάει και το σώμα εκτελεί α.α.τ. Να υπολογιστούν :
α. Το πλάτος ταλάντωσης του σώματος μετά το κόψιμο του νήματος.
β. Να βρεθεί ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος μετά το κόψιμο του νήματος.

Δίνεται η σχέση ημ2x=2συνx.ημx
Απ: α. √5/4 β. 1250 J/s

84. Μικρή μεταλλική σφαίρα μάζας m=0,1kg φέρει ηλεκτρικό φορτίο q= 10^{-3}C0. Η σφαίρα είναι δεμένη με μονωτικό σύνδεσμο στο ελεύθερο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=10^3 N/m το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα βρίσκεται σε οριζόντιο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης μέτρου E=2.10^5 N/C, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες προς τον άξονα του ελατηρίου.



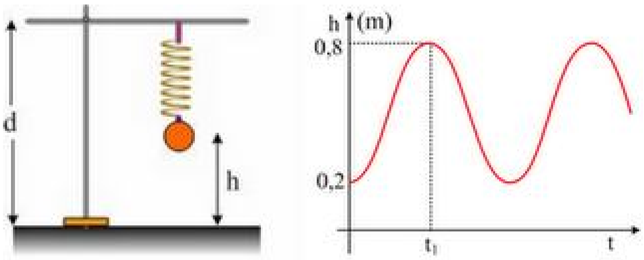
Η σφαίρα ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο από μονωτικό υλικό και το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί. Εκτρέπουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου κατά x_0=0,1m και την αφήνουμε να κινηθεί.

α. N' αποδειχθεί ότι η σφαίρα θα εκτελέσει ΑΑΤ.

β. Να γράψετε την εξίσωση του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με το χρόνο, αν ως αρχή του χρόνου t=0, θεωρήσουμε τη στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της και κινείται κατά τη θετική φορά.

γ. Αν κατά τη στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της και κινείται κατά τη θετική φορά, καταργηθεί ακαριαία το ηλεκτρικό πεδίο, για το νέο πλάτος ταλάντωσης της σφαίρας, υποστηρίζεται ότι ισχύει A=Δl+x_0. Να εξετάσετε αν αυτό είναι σωστό.

85. Στο σχήμα φαίνεται μια σφαίρα, μάζας 2kg, να εκτελεί α.α.τ κρεμασμένη στο άκρο ελατηρίου με φυσικό μήκος l_0=0,4m, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε απόσταση d=1m από το έδαφος.



Μετρήσαμε το ύψος h της σφαίρας από το έδαφος και σχεδιάσαμε την γραφική του παράσταση σε συνάρτηση με το χρόνο, παίρνοντας την καμπύλη του διπλανού σχήματος.

α. Γύρω από ποια θέση ταλαντώνεται η σφαίρα;

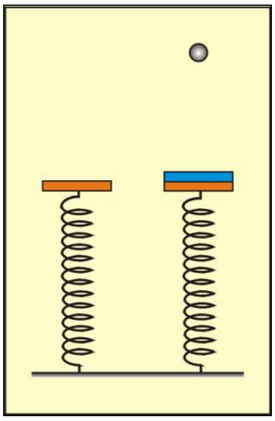
β. Να βρεθεί η σταθερά του ελατηρίου.

γ. Να σχεδιάστε την γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα κάτω κατεύθυνση σαν θετική.

δ. Ποια χρονική στιγμή t_1 το σώμα απέχει 0,8m από το έδαφος για πρώτη φορά;

Δίνεται g=10m/s^2.

86. Σώμα $Σ_1$ μάζας $m = 2\text{kg}$ ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου με σταθερά $k = 100\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$, του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο ακλόνητα. Κάποια στιγμή τοποθετούμε, με μηδενική αρχική ταχύτητα, πάνω στο σώμα $Σ_1$ ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$ ίσης μάζας. Το συσσωμάτωμα εκτελεί α. α. τ. με σταθερά επαναφοράς ίση με τη σταθερά του ελατηρίου. Την ίδια χρονική στιγμή, από κάποια απόσταση πάνω από τα δύο σώματα, αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί μια μπαλίτσα αμελητέων διαστάσεων. Λίγο μετά η μπαλίτσα συγκρούεται με το συσσωμάτωμα μετωπικά και αναπηδά προς τα πάνω, ενώ το συσσωμάτωμα αμέσως μετά τη σύγκρουσή τους σταματά να κινείται παραμένοντας μόνιμα στο σημείο που έγινε η κρούση. Τα μέτρα των ταχυτήτων της μπαλίτσας πριν την κρούση $|υ_1|$, και μετά την κρούση $|υ_2|$, συνδέονται με τη σχέση $|υ_2| = \frac{|υ_1|}{2}$.



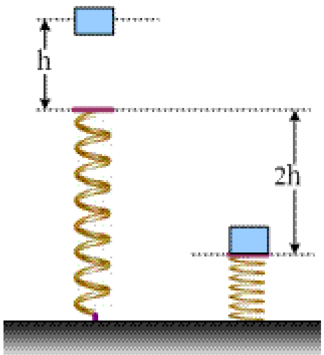
α. Ποια η ταχύτητα του συσσωματώματος τη στιγμή που αρχίζει η κρούση.
β. Ποια η μικρότερη απόσταση, από τη θέση της κρούσης, που πρέπει ν' αφήσουμε τη μπαλίτσα ώστε μετά την κρούση το συσσωμάτωμα να παραμείνει μόνιμα ακίνητο;
γ. Ποιο είδος μετωπικής κρούσης έχουμε; Να υπολογίσετε τη μάζα $m_μ$ της μπαλίτσας.

δ. Να δώσετε τις γραφικές παραστάσεις της δύναμης που δέχεται το σώμα $Σ_2$ από το σώμα $Σ_1$ σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας και σε συνάρτηση της χρονικής στιγμής κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.
Θεωρείστε $t_0 = 0$ τη στιγμή που αρχίζει η ταλάντωση.
Τη μπαλίτσα μετά την κρούση την πιάνουμε ώστε τα σώματα να μην συγκρουστούν ξανά. Θεωρείστε για την ταλάντωση θετική φορά αντίρροπη του βάρους.

Δίνονται: $g = 10\frac{m}{s^2}$, $π^2 = 10$.

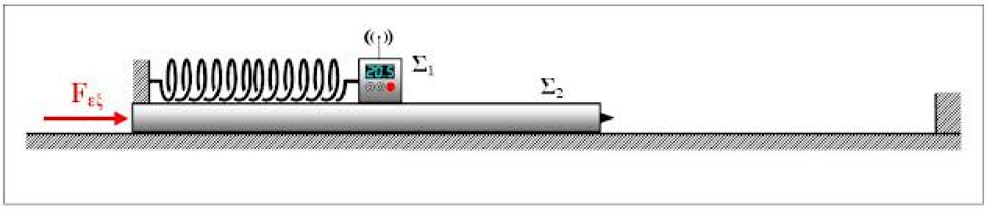
Απ: α. 1 m/s β. 4,5 m γ. 8/(9π) kg δ. $N = 20 - 50x$ και $N = 20 - 10ημ\left(5t + \frac{π}{2}\right)$, S.I.

87. Αφήνεται ένα σώμα να πέσει από ύψος h=6cm, πάνω στο ελεύθερο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται στο έδαφος. Παρατηρούμε δε, ότι προκαλεί συσπείρωση του ελατηρίου κατά 2h=12cm πριν κινηθεί ξανά προς τα πάνω.

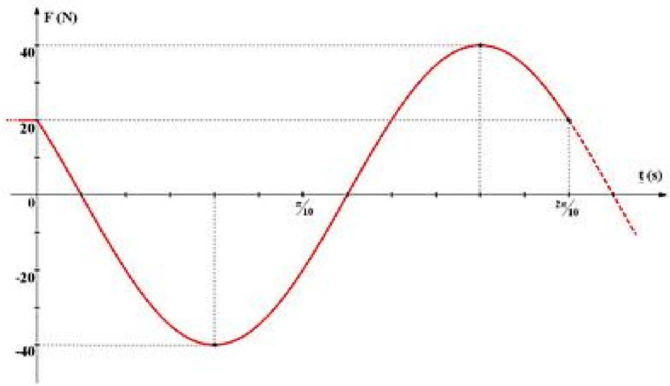


α. Να αποδείξτε ότι για όσον χρόνο το σώμα βρίσκεται σε επαφή με το ελατήριο, η κίνησή του είναι ΑΑΤ.
β. Να βρεθεί το πλάτος ταλάντωσης.
γ. Να υπολογιστεί ο χρόνος που το σώμα θα βρίσκεται σε επαφή, (μέχρι τη στιγμή που κινούμενο προς τα πάνω εγκαταλείπει το ελατήριο).
Δίνεται $g=10m/s^2$ και $π^2≈10$.

88. Η πρισματική πλατφόρμα ($Σ_2$) του σχήματος έχει μάζα M = 3kg και έχει πάνω της στερεωμένο με κατάλληλη βάση οριζόντιο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k = 200N/m, όπως στο σχήμα. Στο άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο, μέσω του αισθητήρα του, ένα … ασύρματο multilog ($Σ_1$), που έχει μάζα m = 2kg.

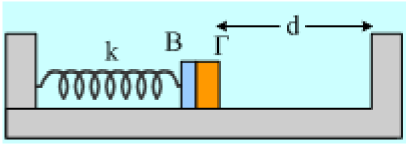


Σταθερή οριζόντια δύναμη $F_{εξ}$ ασκείται στο σύστημα και το μετακινεί προς τα δεξιά έτσι ώστε το σώμα ($Σ_1$) να παραμένει ακίνητο ως προς το ($Σ_2$).
Κάποια στιγμή η πλατφόρμα συναντά ακλόνητο εμπόδιο και ακινητοποιείται απότομα, ενώ το σώμα ($Σ_1$) αρχίζει να εκτελεί αρμονική ταλάντωση. Στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνεται η καταγραφή της δύναμης που δέχεται ο αισθητήρας του, όπου η στιγμή t=0 είναι η στιγμή της ακινητοποίησης και ως θετική φορά θεωρείται η φορά της αρχικής κίνησης:



Η πρισματική πλατφόρμα ($Σ_2$) του σχήματος έχει μάζα M = 3kg και έχει πάνω της στερεωμένο με κατάλληλη βάση οριζόντιο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k = 200N/m, όπως στο σχήμα. Στο άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο, μέσω του αισθητήρα του, ένα … ασύρματο multilog ($Σ_1$), που έχει μάζα m = 2kg.
Σταθερή οριζόντια δύναμη $F_{εξ}$ ασκείται στο σύστημα και το μετακινεί προς τα δεξιά έτσι ώστε το σώμα ($Σ_1$) να παραμένει ακίνητο ως προς το ($Σ_2$).
Κάποια στιγμή η πλατφόρμα συναντά ακλόνητο εμπόδιο και ακινητοποιείται απότομα, ενώ το σώμα ($Σ_1$) αρχίζει να εκτελεί αρμονική ταλάντωση. Στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνεται η καταγραφή της δύναμης που δέχεται ο αισθητήρας του, όπου η στιγμή t=0 είναι η στιγμή της ακινητοποίησης και ως θετική φορά θεωρείται η φορά της αρχικής κίνησης:
Ζητούνται:
α. Το μέτρο της δύναμης $F_{εξ}$.
β. Η ταχύτητα υ που είχε το σύστημα τη στιγμή της πρόσκρουσης με το εμπόδιο.
(Όλες οι επιφάνειες θεωρούνται λείες.)

89. Τα σώματα Β και Γ, τα οποία θεωρούμε υλικά σημεία, αμελητέων διαστάσεων, με μάζες m_1=1kg και m_2=3kg ηρεμούν σε επαφή σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ το Β είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=400N/m, όπως στο σχήμα.



Μετακινούμε τα σώματα προς τα αριστερά, συμπιέζοντας το ελατήριο κατά 0,4m και τη στιγμή $t_0=0$, αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα να κινηθεί.

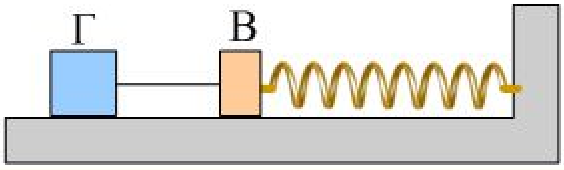
α. Ποια η αρχική επιτάχυνση που θα αποκτήσουν τα σώματα και ποιο το μέτρο τη της δύναμης που ασκεί το Β στο Γ σώμα;

β. Ποια χρονική στιγμή τα δυο σώματα θα χάσουν την επαφή;

γ. Το σώμα Γ αφού συγκρουστεί ελαστικά με τον κατακόρυφο τοίχο, ξανασυγκρούεται ελαστικά με το σώμα Α τη στιγμή $t_2= 3π/20$ s. Ποια η αρχική απόσταση d του σώματος Γ από τον τοίχο;

δ. Να παρασταθεί γραφικά η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Β σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3=π/5$ s.

90. Το σύστημα των σωμάτων Β και Γ, με μάζες m_1=1kg και m_2=3kg αντίστοιχα ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα, όπου το ελατήριο έχει σταθερά k=400N/m και το νήμα μήκος d.



Τραβάμε το σώμα Γ προς τα αριστερά επιμηκύνοντας το ελατήριο κατά 0,4m και για t=0, αφήνουμε το σύστημα να εκτελέσει ΑΑΤ.

α. Να βρεθεί η τάση του νήματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

β. Αν τα δυο σώματα συγκρούονται πλαστικά και δημιουργείται συσσωμάτωμα τη χρονική στιγμή $t_1=3π/40$ s, να βρεθούν:

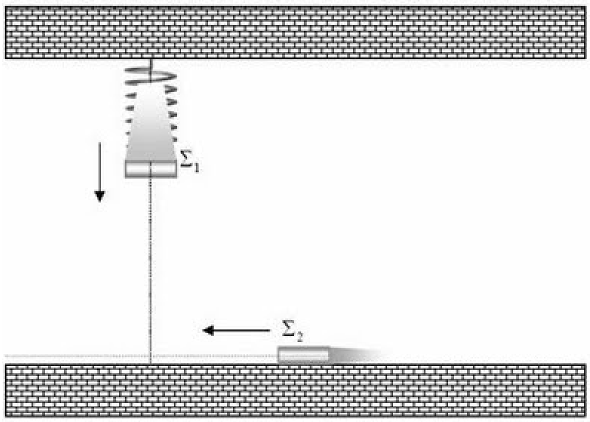
β1. Το μήκος του νήματος που συνδέει τα δυο σώματα.

Β2. Η ενέργεια ταλάντωσης τις χρονικές στιγμές:

i) 3π/80s, ii) 5π/80s, iii) 7π/80s

γ. Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας, τη χρονική στιγμή α-μέσως μετά την κρούση.

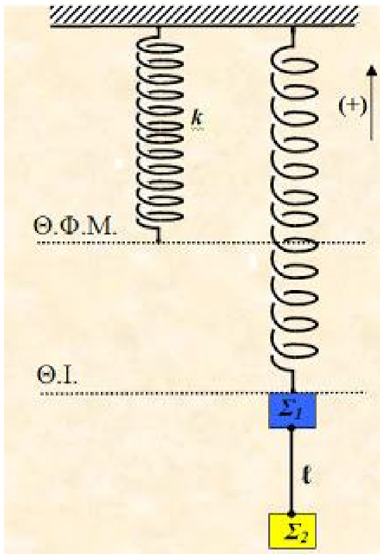
91. Σημειακό σώμα $Σ_1$ μάζας m=1kg ισορροπεί δεμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατήριου σταθεράς K=100N/m το άλλο άκρο του οποίο είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Το σώμα $Σ_1$ απέχει από το έδαφος d=0,2m. Σημειακό σώμα $Σ_2$ μάζας m=1kg ισορροπεί στο οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=π/5. Κάποια χρονική στιγμή εκτοξεύουμε τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ κατακόρυφα προς τα κάτω και οριζόντια προς τα αριστερά αντίστοιχα. Τα σώματα συναντώνται με μηδενική ταχύτητα και προσκολλώνται ακαριαία. Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g=10m/s^2$. Για τις πράξεις θεωρείστε $π^2=10$.



Να υπολογίσετε:
α. Την ταχύτητα εκτόξευσης του σώματος $Σ_1$
β. Την ταχύτητα εκτόξευσης του σώματος $Σ_2$
γ. Την εξίσωση ταλάντωσης του συσσωματώματος θεωρώντας τη θετική φορά κατακόρυφα προς τα κάτω και αρχή του χρόνου τη στιγμή της συγκόλλησης
δ. Ποια θα ήταν η περίοδος της κίνησης του σώματος $Σ_1$ αν το εκτοξεύαμε από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα $υ_0$=4m/s . Θεωρείστε την κρούση με το δάπεδο ελαστική
Απ: α. 2 m/s β. 10 m/s δ. 2π/15 s

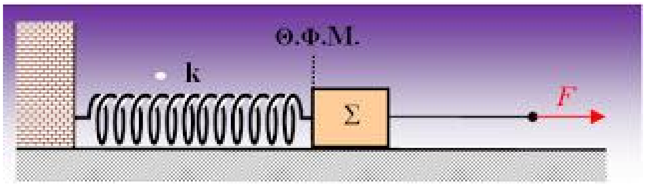
92. Ελατήριο με φυσικό μήκος l_0=1m και σταθερά K=600N/m στηρίζεται σε οριζόντιο δάπεδο με κατακόρυφο τον άξονά του. Σώμα μάζας m=2Kg αφήνεται ελεύθερο από ύψος h=5cm πάνω από το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου κατά μήκος του άξονά του. Αν θεωρήσομε θετική τη φορά της προς τα κάτω κίνησης και χρονική στιγμή t0=0 τη στιγμή της επαφής του σώματος με το ελατήριο:
α. Να βρεθεί για πόσο χρόνο το σώμα θα είναι σε επαφή με το ελατήριο την πρώτη φορά.
β. Να βρεθεί πόσο χρόνο χρειάζεται το σώμα να επανέλθει στην αρχική θέση που το αφήσαμε ελεύθερο για πρώτη φορά.
γ. Να γραφεί η συνάρτηση με το χρόνο της απόστασης του σώματος από το έδαφος στη διάρκεια της πρώτης επαφής του με το ελατήριο.
δ. Για το ίδιο χρονικό διάστημα να βρεθεί η δύναμη που δέχεται το δάπεδο σε συνάρτηση με το χρόνο.

93. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ που φαίνονται στο σχήμα έχουν μάζες m_1=1kg και m_2=3kg αντίστοιχα και είναι δεμένα μεταξύ τους με αβαρές και μη εκτατό νήμα μήκους l=0,7m. Το σώμα $Σ_1$ είναι δεμένο στο ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=100N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στην οροφή. Εκτρέπουμε το σύστημα από τη θέση ισορροπίας του κατακόρυφα προς τα κάτω κατά **α.** **α.** Να αποδείξετε ότι το σύστημα εκτελεί α.α.τ.
β. Να γραφεί η χρονική εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος $Σ_2$ από τη θέση ισορροπίας του και η χρονική εξίσωση της δύναμης που ασκεί το νήμα στο σώμα $Σ_2$, θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα πάνω.
γ. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση των σωμάτων τη στιγμή που η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου ισούται με τη δυναμική ενέργεια ταλάντω-



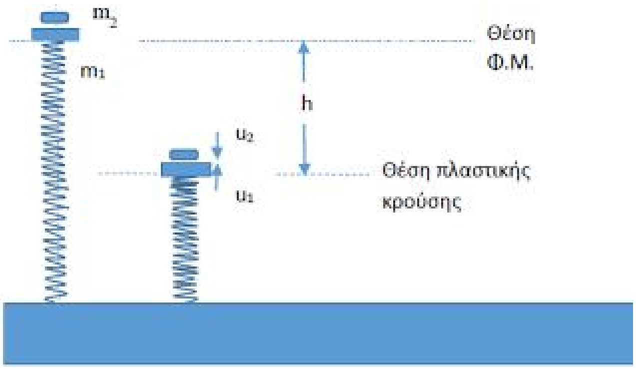
σης.
δ. Να βρείτε τη μέγιστη απόσταση $\mathbf{d_{max}}$ που μπορούμε να εκτρέψουμε αρχικά το σύστημα, ώστε το νήμα να παραμένει διαρκώς τεντωμένο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.
ε. Κάποια στιγμή που το σύστημα βρίσκεται στην κάτω ακραία θέση της ταλάντωσής του, κόβουμε το νήμα.
ε1. Να βρεθεί το νέο πλάτος ταλάντωσης του $Σ_1$.
ε2. Να υπολογιστεί η απόσταση των σωμάτων, όταν το $Σ_1$ ακινητοποιηθεί για $1^η$ φορά μετά το κόψιμο του νήματος.
Δίνονται: $g=10m/s^2$, $π^2=10$, και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

94. Ένα σώμα Σ μάζας m=2kg είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=50N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Αρχικά το σώμα ισορροπεί ακίνητο πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο και το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος $l_o=0,5m$. Στο σώμα έχουμε δέσει μη εκτατό αβαρές νήμα που έχει όριο θραύσεως T_{max}. Ασκούμε στο άλλο άκρο του νήματος κατάλληλη οριζόντια δύναμη , οπότε το σώμα αρχίζει να μετακινείται από τη θέση ισορροπίας του με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $7,5m/s^2$ και κάποια στιγμή, που τη θεωρούμε ως t=0, το ελατήριο έχει μήκος $l_1=0,7m$ και το νήμα σπάει.



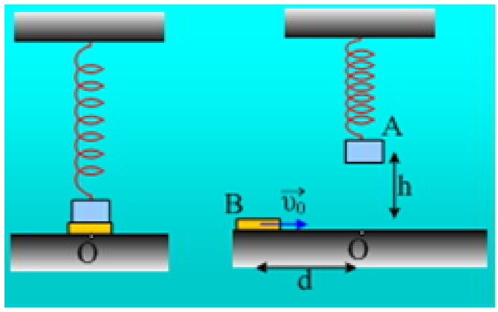
α. Να υπολογίσετε το όριο θραύσεως του νήματος.
β. Για την κίνηση του σώματος μετά το σπάσιμο του νήματος, να υπολογίσετε:
i) την ενέργεια της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα Σ
ii) την χρονική εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του σώματος Σ, θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά
iii) το χρονικό διάστημα στη διάρκεια μίας περιόδου στο οποίο ισχύει $K \le 3U$
iv) το έργο της δύναμης επαναφοράς από τη χρονική στιγμή t=0 έως τη χρονική στιγμή που το ελατήριο βρίσκεται για $1^η$ φορά στην κατάσταση μέγιστης επιμήκυνσής του.
γ. Την χρονική στιγμή $t_1=7T/6$, στο σώμα αρχίζει να ενεργεί δύναμη αντίστασης της μορφής$F_{αντ}=-b\cdot u$, όπου b θετική σταθερά, με αποτέλεσμα η ταλάντωση να μετατρέπεται σε φθίνουσα. Κάποια στιγμή t_2 όπου το ελατήριο έχει μήκος 0,8m το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου 1m/s και επιταχύνεται με ρυθμό $7,1m/s^2$ ενώ την στιγμή t_3 το μέτρο της ταχύτητας είναι κατά 25% μεγαλύτερο του μέτρου της την στιγμή t_2, παίρνοντας έτσι την μέγιστη τιμή του για $1^η$ φορά μετά την επίδραση της δύναμης αντίστασης (με την έννοια του τοπικού ακρότατου). Να υπολογιστούν:
i) η απώλεια μηχανικής ενέργειας στην χρονική διάρκεια $Δt=t_2-t_1$,
ii) η τιμή της σταθεράς b,
iii) η απομάκρυνση του σώματος από την θέση x=0 την χρονική στιγμή t_3.

94Β. Στο σχήμα απεικονίζεται κατακόρυφο ελατήριο, στη θέση φυσικού μήκους(θ.Φ.Μ.), με το κάτω άκρο δεμένο στο δάπεδο, ενώ στο πάνω έχουμε προσδέσει σώμα μάζας m_1. Αφήνουμε το σώμα να κινηθεί τη χρονική στιγμή $t_o=0$ και τη χρονική στιγμή t_1 αφήνουμε από το ίδιο σημείο, να κάνει ελεύθερη πτώση το σώμα μάζας m_2 . Τα σώματα συγκρούονται πλαστικά και ακαριαία τη χρονική στιγμή t_2, πριν ολοκληρώσει πλήρη ταλάντωση το σώμα m_2, και αμέσως μετά την κρούση τους ισορροπούν. Δίνονται: m_1=0,4kg , k=40N/m ,g=10m/s^2 . Να υπολογίσετε:



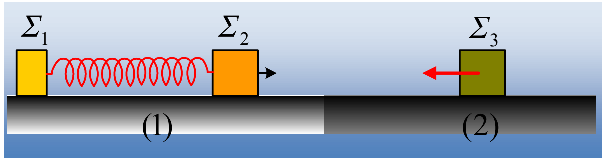
α. Τη μάζα m_2
β. Τη θέση που έγινε η κρούση
γ. Τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2
δ. Την απώλεια μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση
ε. Τη θέση του σώματος μάζας m_2 τη στιγμή που το m_1 σταμάτησε στιγμιαία για πρώτη φορά.
Απ: α. 0,2 kg β. 0,15 m δ. 0,45 J ε. 2.38 cm

95. Το σώμα Α, μάζας m_1=1kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σε επαφή με το σώμα Β, μάζας m_2=0,4kg που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στη θέση Ο. Στη θέση αυτή δεν ασκείται δύναμη μεταξύ των δύο σωμάτων, ενώ το ελατήριο, σταθεράς k=40N/m, έχει μήκος 0,8m. Ανεβάζουμε το Α σώμα, κατακόρυφα κατά h=1/2π m και μετακινούμε το σώμα Β, προς τα αριστερά, κατά d. Σε μια στιγμή αφήνουμε το σώμα Α ελεύθερο, ενώ ταυτόχρονα εκτοξεύουμε με κατάλληλη ταχύτητα $υ_0$, το Β σώμα, προς την αρχική του θέση Ο. Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά φτάνοντας στο Ο και κατόπιν το συσσωμάτωμα συνεχίζει οριζόντια, φτάνοντας μέχρι το σημείο Ρ, σε απόσταση (ΟΡ)=0,6m, όπου και σταματά στιγμιαία, πριν κινηθεί ξανά προς το Ο. Τα δύο σώματα θεωρούνται υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων, ενώ π^2≈10 καιg=10m/s^2.



α. Να υπολογιστεί η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
β. Ποια η αρχική ταχύτητα $υ_0$ του σώματος Β και από ποια απόσταση d είχε εκτοξευθεί το Β σώμα;
γ. Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής του σώματος Α που οφείλεται στην κρούση.
δ. Αν είχαμε ανεβάσει το Α σώμα κατά h΄=2h= 1/π, πόσο θα έπρεπε να γινόταν η αρχική ταχύτητα του Β σώματος, ώστε από την ίδια απόσταση d, να είχαμε ξανά παρόμοια κρούση;

96. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο (1) ηρεμούν δυο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, με μάζες m_1=1kg και m_2=2kg αντίστοιχα, δεμένα στα άκρα ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=50N/m και φυσικού μήκους $ℓ_0$=0,7m. Μετακινούμε το $Σ_1$, μέχρι το ελατήριο να αποκτήσει μήκος $ℓ_1$=0,3m και σε μια στιγμή αφήνουμε τα σώματα να κινηθούν. Στο σώμα $Σ_2$ έχει προσαρμοστεί ένα καρφάκι και μόλις περάσει στο οριζόντιο επίπεδο (2), όπου δεν είναι λείο, συγκρούεται με ένα ξύλινο σώμα $Σ_3$, μάζας m_3=4kg, το οποίο κινείται αντίθετα και το οποίο, τη στιγμή της κρούσης έχει ταχύτητα μέτρου $υ_3$=0,5m/s. Κατά τη διάρκεια της



κρούσης το καρφάκι καρφώνεται στο ξύλο, οπότε δημιουργείται συσσωμάτωμα, το οποίο έχει μηδενική ταχύτητα, αμέσως μετά την κρούση.

Δίνονται οι συντελεστές τριβής μεταξύ του επιπέδου (2) και του συσσωματώματος $\mu=\mu_s=0{,}2$, τα σώματα θεωρούνται υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων και $g=10m/s^2$.

α. Να υπολογιστούν τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 ελάχιστα πριν την κρούση (να μην ληφθεί υπόψη η ανάπτυξη τριβής στο Σ_2 κατά την είσοδό του στο (2) επίπεδο).

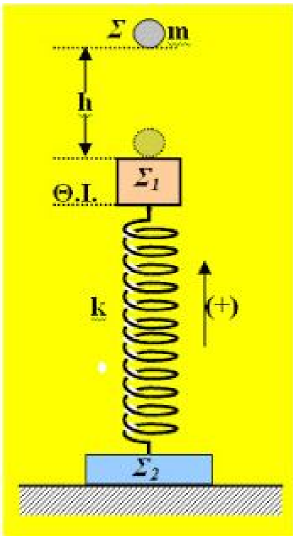
β. Ποια η απόσταση των σωμάτων Σ_1-Σ_2 τη στιγμή της κρούσης;

γ. Να υπολογιστεί η τριβή που θα ασκηθεί στο συσσωμάτωμα, αμέσως μετά την κρούση.

δ. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του Σ_1, τη στιγμή που θα αρχίσει η ολίσθηση του συσσωματώματος.

Απ: α. $\upsilon_1 = -2m/s$, β. 0,5m ή 0,9m, γ. 10N δ. $|\upsilon_1'| \approx 1{,}8m/s$

97. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1=3kg και m_2=4kg είναι δεμένα στα άκρα κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, έτσι ώστε το Σ_2 να ακουμπά στο έδαφος και το Σ_1 να ισορροπεί ακίνητο στο πάνω άκρο του ελατηρίου. Τρίτο σώμα Σ μάζας m=1kg αφήνεται από ύψος h, στην διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, πάνω από το σώμα Σ_1 στην με το οποίο συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται ταλαντώνεται με χρονική εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής $x=A\eta\mu[\omega t+(5\pi/6)]$ θεωρώντας ως t=0 την στιγμή αμέσως μετά την κρούση και θετική την φορά προς τα πάνω. Αν το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου μεγιστοποιείται για $1^η$ φορά μετά την κρούση την χρονική στιγμή $t_1=(2\pi/15)$s , να υπολογιστούν:



α. η περίοδος ταλάντωσης Τ του συσσωματώματος.

β. η σταθερά k του ελατηρίου και το πλάτος Α της ταλάντωσης.

γ. το ύψος h από το οποίο αφήνεται το σώμα.

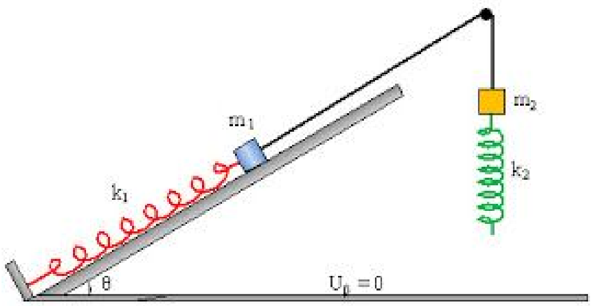
δ. η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της δύναμης που ασκείται στο σώμα Σ_2 από το οριζόντιο επίπεδο κατά την διάρκεια ταλάντωσης του συσσωματώματος.

ε. το μέγιστο ύψος h από το οποίο μπορεί να αφεθεί το σώμα Σ χωρίς να χάσει την επαφή του με το οριζόντιο επίπεδο το σώμα Σ_2 κατά την ταλάντωση του συσσωματώματος που θα δημιουργηθεί.

Δίνεται $g=10m/s^2$. Θεωρήστε αμελητέα τη χρονική διάρκεια της κρούσης καθώς και της πάσης φύσεως τριβές κατά την κίνηση των σωμάτων.

Απ: α. 0,4π sec β. 0,2 m γ. 0,6 m δ. 60 N, 100 N ε. 12,6 m

98. Σώμα, μάζας m_1 = 4 kg, είναι δεμένο στο ένα άκρο ελατηρίου σταθεράς k_1, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο, και μέσω αβαρούς νήματος και ενός τελείως λείου καρφιού, με άλλο σώμα, μάζας m_2 = 6 kg, που φέρει στο κάτω μέρος του ελατήριο σταθεράς k_2 και φυσικού μήκους ℓ_0 = 1 m, όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα. Το κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης $\theta = 30^o$ και αρχικά το ελατήριο



k_1 είναι παραμορφωμένο κατά Δx = 0,2 m. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα μάζας m_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, ενώ το σώμα μάζας m_2 αρχικά πέφτει ελεύθερα και μόλις το άκρο του ελατηρίου πατήσει στο έδαφος (στιγμή που θεωρούμε ως $t = 0$), κολλάει σ’ αυτό χωρίς απώλειες ενέργειας. Η ταλάντωση που εκτελεί κατόπιν το σώμα μάζας m_2 έχει εξίσωση απομάκρυνσης $x_2 = A_2 ημ(10t + 5π/6)$ (S.I.). Να βρείτε:

α. την σταθερά k_1 του ελατηρίου στο κεκλιμένο επίπεδο.

β. την μέγιστη δυναμική ενέργεια που αποθηκεύει το ελατήριο σταθεράς k_1.

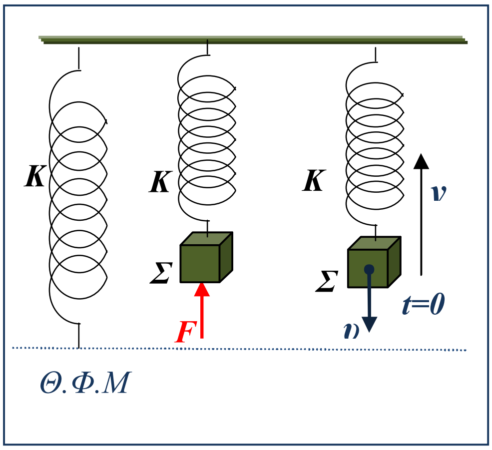
γ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής όταν το σώμα μάζας m_1 διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

δ. την αρχική βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος μάζας m_2 (πριν κόψουμε το νήμα) θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο δάπεδο.

ε. την ελάχιστη βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος μάζας m_2

Θεωρούμε ως θετική τη φορά προς τα πάνω για την ταλάντωση του σώματος μάζας m_2. Δίνεται $g = 10$ m/s^2.

99. Στο σχήμα ένα σώμα Σ μάζας m=2 kg είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=200 N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε μια οροφή. Το σώμα ισορροπεί με τη δράση εξωτερικής κατακόρυφης δύναμης F=40 N η οποία έχει την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και φορά προς τα πάνω, έτσι ώστε το ελατήριο να είναι συμπιεσμένο. Τη χρονική στιγμή t=0 η εξωτερική δύναμη καταργείται ενώ το σώμα την ίδια στιγμή με ένα ειδικό μηχανισμό αποκτά ταχύτητα μέτρου u=2√3 m/s με φορά προς τα κάτω.



α. Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D ίση με τη σταθερά του ελατηρίου K.

β. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.

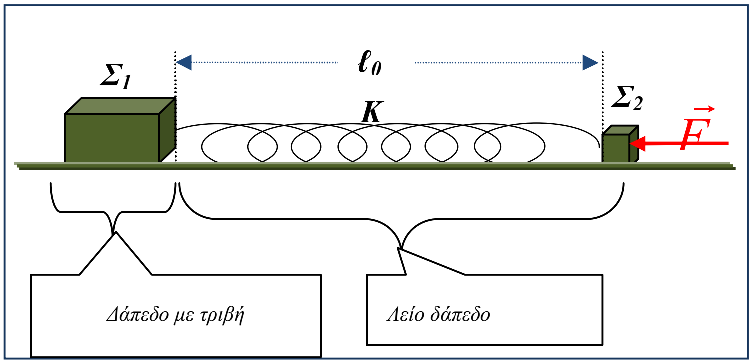
γ. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης y=f(t), θεωρώντας θετική τη φορά προς τα πάνω. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της y=f(t) σε βαθμολογημένους άξονες και να βρείτε σε ποια χρονικά διαστήματα της πρώτης περιόδου η συνισταμένη δύναμη (δύναμη επαναφοράς) και η ταχύτητα έχουν την ίδια φορά.(Ο άξονας των χρόνων να βαθμολογηθεί σε κλάσματα της περιόδου T).

δ. Να βρείτε ποια χρονική στιγμή ο ταλαντωτής αποκτά για πρώτη φορά την μέγιστη ταχύτητα.

ε. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας και της ορμής τη χρονική στιγμή που το μέτρο της ταχύτητας έχει για πρώτη φορά τιμή u=√7 m/s.

στ. Να βρείτε σε ποιες απομακρύνσεις η κινητική ενέργεια K και δυναμική ενέργεια Uτου ταλαντωτή συνδέονται με τη σχέση K=15U. Δίνεται $g=10$ m/s^2.

100. Στο σχήμα τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ έχουν μάζες M=10 kg και m=1 kg είναι δεμένα στα άκρα ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=100 N/m και φυσικού μήκους lo=1 m.Το σώμα Σ1 βρίσκεται σε μη λείο οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή στατικής τριβής μ=0,5 ενώ το σώμα Σ2 είναι σε λείο δάπεδο. Αρχικά το σύστημα ηρεμεί με το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος. Τη χρονική στιγμή t=0, και ενώ το σύστημα ηρεμεί, ασκούμε συνεχώς στο σώμα Σ2 σταθερή οριζόντια δύναμη F=20 N η οποία έχει την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και κατεύθυνση προς το σώμα Σ1.



Θεωρώντας ως θετική φορά την αντίθετη της δύναμης F και $g=10\ m/s^2$:

α. Να αποδείξετε ότι το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε το πλάτος της Α και την περίοδο Τ.

β. Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης x=f(t) και της ταχύτητας u=f(t).

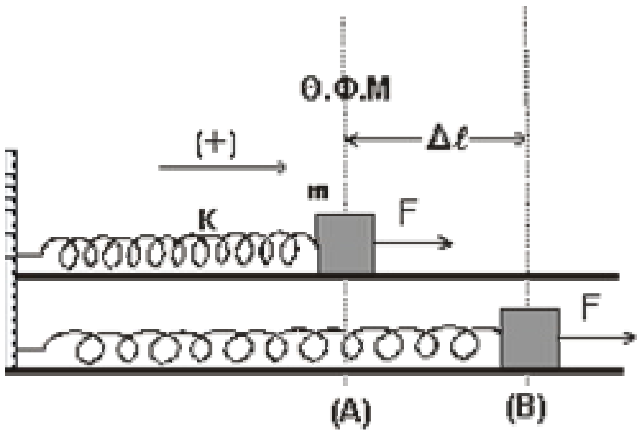
γ. Να εξηγήσετε ότι το σώμα Σ1 παραμένει ακίνητο κατά την διάρκεια της απλής αρμονικής ταλάντωσης.

δ. Να βρείτε την συνάρτηση που περιγράφει την αλγεβρική τιμή της στατικής τριβής με το χρόνο T_σ=f(t) και να την παραστήσετε σε αντίστοιχους βαθμολογημένους άξονες. (Ο χρόνος να φαίνεται ως κλάσματα της περιόδου).

ε. Να γραφεί η χρονική εξίσωση l=f(t) που δίδει το μήκος του ελατηρίου (…την απόσταση των δύο σωμάτων…) με τον χρόνο. Να βρείτε για πόσο χρόνο σε μια περίοδο το ελατήριο έχει μήκος μεγαλύτερο από 70 cm.

στ. Να βρείτε πότε για πρώτη φορά η στατική τριβή έχει μέτρο T_σ=10 N

101. Ένα σώμα μάζας m=1Kg ισορροπεί δεμένο σε ελατήριο σταθεράς K=100N/m πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή εξασκούμε στο σώμα μια σταθερή δύναμηF=20 N και με φορά προς τα δεξιά, όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το ελατήριο επιμηκυνθεί μέγιστα κατά Δℓ=0,4m από τη Θ.Φ.Μ καταργούμε τη δύναμη F.



Μόλις πάψει να εξασκείται η δύναμη (t=0) το σύστημα πραγματοποιεί α.α.τ.

α. Να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης.

β. Να υπολογίσετε την προσφερόμενη ενέργεια μέσω του έργου της εξωτερικής δύναμης F και μέχρι το σώμα να επιμηκυνθεί κατά Δℓ, καθώς και το έργο της δύναμης του ελατηρίου. Να υπολογίσετε τότε τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου και τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης.

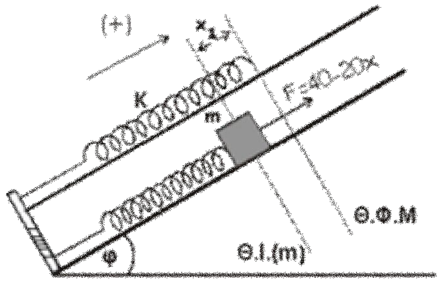
γ. Να γράψετε τις εξισώσεις x(t) και υ(t) της α.α.τ που πραγματοποιεί το σώμα μόλις καταργήσουμε τη δύναμη F.

δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της μάζας m, καθώς και το ρυθμό μεταβολής της ορμής της τη χρονική στιγμή t=s.

ε. Όταν ακόμη ασκούμε τη δύναμη F, να υπολογίσετε την ταχύτητα της μάζας m, τη στιγμή πουx= Δℓ/2 από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

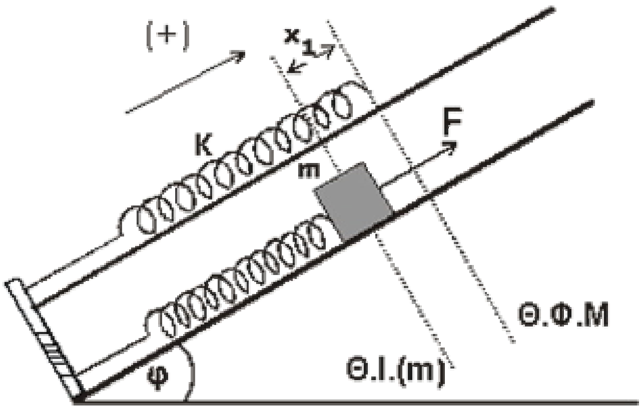
στ. Αν καταργήσουμε την εξωτερική δύναμη F, τη στιγμή που η μάζα m, έχει μετατοπιστεί κατάx=x_1=Δℓ/2 από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, τότε πόση είναι η προσφερόμενη ενέργεια στο σύστημα από τη δύναμη F και ποια είναι η ενέργεια της καινούργιας ταλάντωσης; Ακόμη να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης και την κινητική ενέργεια του σώματος m, εκείνη τη στιγμή. Τι παρατηρείτε;
ε. Αν δεν καταργήσουμε τη δύναμη F, τότε να δείξετε ότι το σώμα πραγματοποιεί α.α.τ και να γράψετε την εξίσωση της ταλάντωσης x(t) που πραγματοποιεί.
Θεωρείστε την προς τα δεξιά φορά θετική.

102. Ένα σώμα μάζας m=4Kg ισορροπεί δεμένο σε ελατήριο σταθεράς K=80N/m πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ=30^0. Τη χρονική στιγμή t=0 εξασκούμε στο σώμα μια μεταβλητή δύναμη F=40-20x (S.I) όπου x είναι η απομάκρυνση από την αρχική θέση ισορροπίας της μάζας m και με φορά προς τα πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



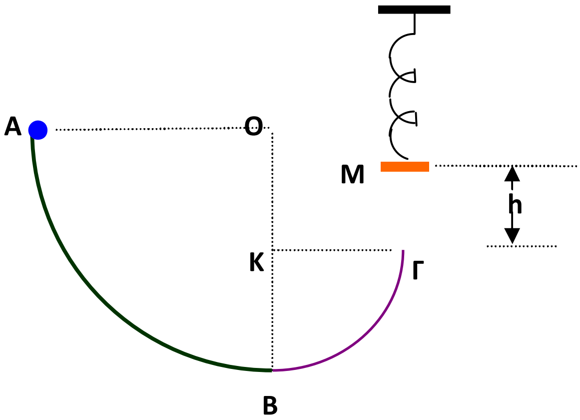
α. Να αποδείξετε ότι το σύστημα πραγματοποιεί α.α.τ.
β. Να γράψετε την εξίσωση x(t) της α.α.τ, και να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης.
γ. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της μεταβλητής δύναμης F(t).
δ. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς σε συνάρτηση με την απόσταση από την αρχική θέση ισορροπίας της μάζας m.
ε. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της μάζας m, τη χρονική στιγμή t= π/20 s.
στ. Αν τη στιγμή που η μάζα m, μετατοπιστεί κατά +A από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης καταργηθεί η εξωτερική δύναμη F, τότε πόση είναι η προσφερόμενη ενέργεια στο σύστημα από τη δύναμη F;
Θεωρείστε την προς τα πάνω φορά θετική. Δίνεται g=10m/s^2

103. Ένα σώμα μάζας m=4Kg ισορροπεί δεμένο σε ελατήριο σταθεράς K=400N/m πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ=30^0. Τη χρονική στιγμή t=0 εξασκούμε στο σώμα μια σταθερή δύναμη F=80N με φορά προς τα πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α. Να αποδείξετε ότι το σύστημα πραγματοποιεί α.α.τ,
β. Να γράψετε την εξίσωση x(t) της α.α.τ, καθώς και τη χρονική εξίσωση της δύναμης επαναφοράς ΣF(t).
γ. Να γράψετε την εξίσωση d(t) της απομάκρυνσης d του σώματος από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου σε συνάρτηση με το χρόνο t, καθώς και τη χρονική εξίσωση της δύναμης του ελατηρίου $F_{ελ}$(t).
δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της μάζας m, τη χρονική στιγμήt=π/40 s.
Να θεωρήσετε την προς τα πάνω φορά θετική. Δίνεται g=10m/s^2

104. Σώμα μάζας m=2kg μικρών διαστάσεων αφήνεται στην άκρη Α λείου τεταρτοκυκλίου ΑΒ ακτίνας (ΟΑ)=R=0,8m. Το σώμα ολισθαίνει στο τεταρτοκύκλιο και στο σημείο Β συναντά δεύτερο τεταρτοκύκλιο ΒΓ, ακτίνας (ΚΓ)=R/2=0,4m, διαφορετικό του πρώτου. Το σώμα φτάνει τελικά στο σημείο Γ με κατακόρυφη προς τα πάνω ταχύτητα μέτρου $\left|\overrightarrow{v_\Gamma}\right| = 2m/s$ και αφού διανύσει απόσταση h=0,2m συσσωματώνεται με σώμα μάζας M=2kg που ισορροπεί στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=400N/m. Στη συνέχεια το σύστημα εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση.



α. να υπολογίσετε τη δύναμη αντίδρασης που δέχεται το σώμα μάζας m όταν διέρχεται από το σημείο Β, πριν περάσει στο δεύτερο τεταρτοκύκλιο

β. Θεωρώντας ως θετική φορά ταλάντωσης τη φορά της $\overrightarrow{v_\Gamma}$ και ως t_0=0 τη στιγμή της συσσωμάτωσης να γράψετε τη χρονική εξίσωση της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο συσσωμάτωμα κατά την ταλάντωσή του.

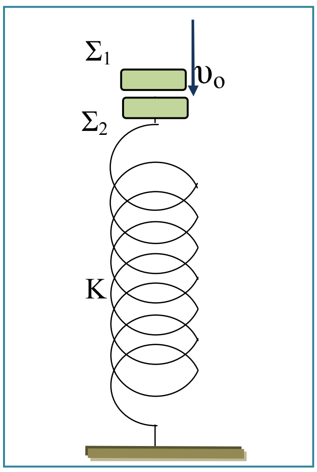
γ. Να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειάς του συσσωματώματος όταν η ταχύτητά του είναι V= -0,25m/s

δ. Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται σε όλη τη διάρκεια του φαινομένου.

Δίνεται g=10m/s^2

Απ: α. N=60 N β. $F_{\varepsilon\lambda} = 40 - 20\cdot\eta\mu(10\cdot t + \frac{\pi}{2}),(S.I)$ γ. $\left|\frac{dK}{dt}\right| = \frac{5\sqrt{3}}{2} J/s$ δ. $Q = |W_T| = 4J$

105. Στο σχήμα της άσκησης ένα σώμα Σ_2 μάζας m ισορροπεί δεμένο πάνω σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς K που είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο , όπως στο σχήμα. Ένα άλλο σώμα Σ_1 ίδιας μάζας m πέφτει πλαστικά πάνω στο Σ_2 και το σύστημα αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το συσσωμάτωμα $\Sigma_{1,2}$, αμέσως μετά την κρούση ύστερα από διαδρομή $s_{o\lambda} = 1,4m$ και χρόνο Δt βρίσκεται για πρώτη φορά στην ανώτερη θέση της ταλάντωσης. Στο χρόνο Δt η δυναμική ενέργεια βαρύτητας του συστήματος των δύο μαζών και η δυναμική ενέργεια ελαστικότητας μεταβάλλονται κατά $\Delta U_{\beta\alpha\rho} = +4J$ και $\Delta U_{\varepsilon\lambda\alpha\sigma} = -1J$ αντίστοιχα.



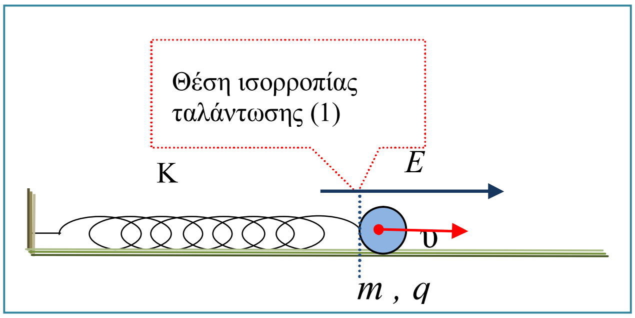
Α. Να βρείτε:

α. το πλάτος της ταλάντωσης A .

β. την μάζα m κάθε σώματος και τη σταθερά ελατηρίου K .

γ. την ταχύτητα υ του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
δ. την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης και το χρόνο Δt.
Β. Αν το σώμα Σ_1 το αφήναμε (χωρίς ταχύτητα) πάνω στο σώμα Σ_2 τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$:
ε. να βρείτε ποιο θα ήταν το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος .
ζ. να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης $y = f(t)$ και της ταχύτητας $\upsilon = f(t)$, θεωρώντας θετική τη φορά προς τα πάνω.
η. να βρείτε τη δύναμη F που ασκεί το Σ_2 στο Σ_1 σε συνάρτηση με την απομάκρυνση y και να γίνει η αντίστοιχη γραφική παράσταση $F = f(y)$. Υπάρχει περίπτωση με τα δεδομένα του προβλήματος να χαθεί σε κάποια στιγμή η επαφή του Σ_1 με το Σ_2;
Γ. Όταν το σύστημα στην περίπτωση (Β) είναι στην κατώτερη θέση και αφαιρέσουμε (ουσιαστικά χωρίς ταχύτητα) το σώμα Σ_1, ποιο θα είναι το πλάτος και η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης που θα συνεχίσει να εκτελεί το Σ_2;
Σε κάθε περίπτωση οι τριβές θεωρούνται αμελητέες.
Δίνεται $g = 10 m/s^2$.

106. Πάνω σε λείο μονωτικό δάπεδο είναι ένα ελατήριο σταθεράς Κ δεμένο στο ένα άκρο του. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου δένουμε σώμα μικρών διαστάσεων μάζας $m = 0,4Kg$ που είναι φορτισμένο με θετικό ηλεκτρικό φορτίο q. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A (ταλάντωση 1). Κάποια χρονική στιγμή που το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, εφαρμόζουμε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο με σταθερή ένταση $\vec{E}$ ομόρροπη της ταχύτητάς του $\vec{\upsilon}$. Η ταχύτητα μόλις εφαρμόζεται το ηλεκτρικό πεδίο είναι τέτοια, ώστε το ελατήριο αμέσως μετά να επιμηκύνεται. Μετά την εφαρμογή του ηλεκτρικού πεδίου το σώμα εκτελεί νέα ταλάντωση (ταλάντωση 2) το πλάτος της οποία είναι $A' = 0,5m$. Στην ταλάντωση (2) η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα στις ακραίες θέσεις της είναι $F_1 = 8N$ και $F_2 = 32N$.



α. Να εξηγείστε ότι η ταλάντωση (2) είναι απλή αρμονική.
β. Να υπολογίσετε την σταθερά του ελατηρίου Κ και την δύναμη F που ασκεί το ηλεκτρικό πεδίο στο φορτισμένο σωματίδιο.
γ. Να υπολογίσετε το πλάτος A της ταλάντωσης (1).
δ. Στην ταλάντωση (2) να γίνουν σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x του ταλαντωτή, οι γραφικές παραστάσεις :
δ1. της δύναμης του ελατηρίου $F_{\varepsilon\lambda}$, $F_{\varepsilon\lambda} = f(x)$ και
δ2. της δυναμικής ενέργειας ελαστικότητας του ελατηρίου $U_{\varepsilon\lambda}$, $U_{\varepsilon\lambda} = f(x)$.

107. Ένας μικρό σώμα Σ μάζας $m = 0,5Kg$ εκτελεί ταλάντωση σε άξονα $x'x$ με πλάτος ταλάντωσης $A = 4m$. Η συνισταμένη δύναμη $\Sigma\vec{F}$ που ασκείται στο σώμα έχει την διεύθυνση του άξονα $x'x$ και η αλγεβρική τιμή της σε συνάρτηση με την συντεταγμένη x του σώματος Σ δίδεται από τη σχέση $\Sigma F = 100 - 50x$ (S.I) .
α. Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Εσείς συμφωνείτε με την άποψη αυτή; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

β. Να βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης.

γ. Αν την $t=0$ το σώμα Σ είναι στη μέγιστη θετική απομάκρυνση να γράψετε:

γ1. τη χρονική εξίσωση $x=f(t)$ της συντεταγμένης του σώματος Σ στον άξονα $x'x$ σε συνάρτηση με το χρόνο t και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

γ2. τη χρονική εξίσωση $\upsilon=f(t)$ της ταχύτητας του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο t και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

γ3. την εξίσωση της επιτάχυνσης του σώματος Σ $a=f(x)$ σε συνάρτηση με την συντεταγμένη του x στον άξονα $x'x$ και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

γ4. τις εξισώσεις της δυναμικής $U=f(x)$ και κινητικής ενέργειας $K=f(x)$ ταλάντωσης του σώματος Σ σε συνάρτηση με την συντεταγμένη του x στον άξονα $x'x$ και να κάνετε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.

γ5. τη χρονική εξίσωση $\Sigma F=f(t)$ της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα Σ συνάρτηση με το χρόνο t και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

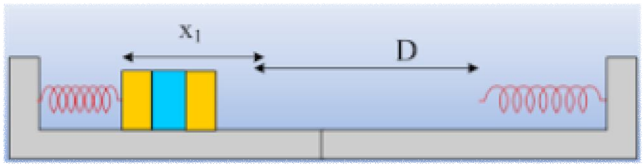
δ. Για την δυναμική ενέργεια ταλάντωσης να βρείτε:

δ1. το ρυθμό μεταβολής της όταν το σώμα Σ είναι στη θέση $x=-1{,}2m$.

δ2. τη μέγιστη τιμή (απολύτως) ρυθμό μεταβολής της.

δ3. ποιες χρονικές στιγμές στην πρώτη περίοδο και ποιες θέσεις x η δυναμική ενέργεια μεταβάλλεται με τον μέγιστο ρυθμό. Δίνεται $\sqrt{2}\cong 1{,}4$.

108. Τρία σημειακά σώματα με μάζες m_1=1Kg m_2=2Kg και m_3=1kg βρίσκονται σε επαφή έχοντας συσπειρώσει κατά x_1=0,2m το οριζόντιο ελατήριο σταθερά K_1=100N/m του σχήματος. Το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο.



Το σώμα μάζας m_1 είναι δεμένο στο ελατήριο και την χρονική στιγμή t=0 το σύστημα αφήνεται ελεύθερο και όταν χαθεί η πρώτη επαφή των σωμάτων το σώμα μάζας m_3καρφώνεται χωρίς απώλεια ενέργειας σε ένα δεύτερο ελατήριο σταθεράς K_2=300N/m. Ηαπόσταση των δύο φυσικών μήκων των δύο ελατηρίων είναι D=π/5 m να βρεθούν:

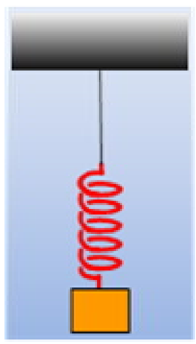
α. Ποια στιγμή τα σώματα θα συμβεί ο τελικός αποχωρισμός;

β. Ποια τα τελικά πλάτη ταλάντωσης των σωμάτων που ταλαντώνονται αν το σώμα μάζαςm_2 μετά τον αποχωρισμό του από το σώμα μάζα m_3 απομακρυνθεί από το σύστημα;

γ. Ποια θα μπορούσε να ήταν η μέγιστη και ποια η ελάχιστη απόσταση των δύο σωμάτων που ταλαντώνονται;

Απ: α. 4π/10 s β. √3/30 m γ. 0,468 m

109. Μη εκτατό νήμα μήκους l=15cm και με όριο αντοχής μεγαλύτερο από 30N στερεώνεται σε οροφή εργαστηρίου. Στο κάτω μέρος του νήματος στερεώνουμε κατακόρυφο ελατήριο σταθερά K=100N/m και στο κάτω μέρος του ελατηρίου ισορροπεί σώμα μάζας m=1Kg.



Απομακρύνουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d=0,2m και το αφήνουμε ελεύθερο την χρονική στιγμή t=0 . Κάποια στιγμή το νήμα χαλαρώνει αλλά δεν εμποδίζει την κίνηση του συστήματος οπότε μετά από λίγο το πάνω άκρο του ελατηρίου φτάνει στην οροφή του εργαστηρίου και χωρίς απώλεια ενέργειας το ελατήριο κολλάει στην οροφή. Να βρεθούν:

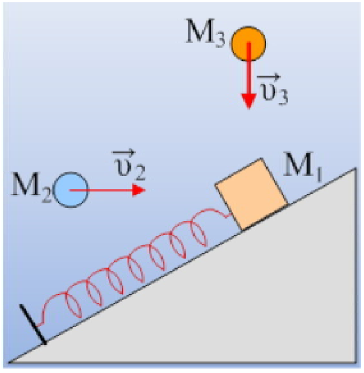
α. Η χρονική εξίσωση του μέτρου της τάσης του νήματος.

β. Η χρονική στιγμή της επαφής του άκρου του ελατηρίου με την οροφή.

γ. Η μέγιστη δυναμική του ελατηρίου στην διάρκεια του παραπάνω πειράματος.

Απ: α. $T=10-20ημ(10t+3π/2)$ (SI) $0≤t≤π/15$ s β. 0,382 s γ. 4,5 J

110. Πάνω σε ένα λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνία κλίσης $φ=30^o$ ισορροπεί σώμα μάζας M_1=1kg με τη βοήθεια ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=100N/m. Δύο σώματα με μάζες $M_2=M_3$=1kg συγκρούονται ακαριαία πλαστικά και ταυτόχρονα την χρονική στιγμή t=0, το ένα κινούμενο με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $υ_2=3(3)^{1/2}$m/s την στιγμή της κρούσης και το άλλο κινούμενα κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα την στιγμή της κρούσης μέτρου $υ_3$=3m/s.



Αν το φυσικό μήκος του ελατηρίου είναι L_0=1,15 m να βρεθούν:

α. Η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση καθώς και η απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος εξαιτίας της πλαστικής κρούσης.

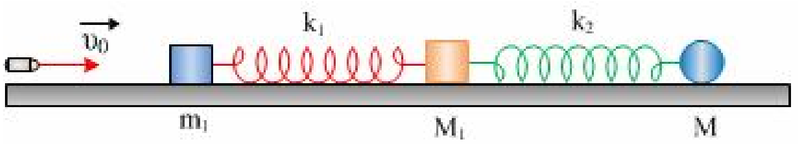
β. Η εξίσωση της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του συστήματος των τριών σωμάτων αν θετική φορά θεωρηθεί η φορά της ταχύτητας του συσσωματώματος.

γ. Η εξίσωση της δυναμικής ενέργειας του συστήματος εξαιτίας του βάρους του αν το επίπεδο μηδενικής ενέργειας θεωρηθεί το οριζόντιο επίπεδο πάνω στο οποίο βρίσκεται το κεκλιμένο επίπεδο.

Δίνεται το $g=10m/sec^2$.

Απ: α. 16,5 J β. $U=2ημ^2(10t/\sqrt{3}+π/6)$ (SI) γ. $U_w=15+3ημ(10t/\sqrt{3}+π/6)$ (SI)

111. Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε τρία σώματα με μάζες m_1=0,99 kg, M_1=4 kg, M=5 kg. Το σώμα μάζας M φέρει πάνω του εκρηκτικό μηχανισμό με αισθητήρα κίνησης. Το όλο σύστημα βρίσκεται σε λείο επίπεδο και τα δύο ελατήρια έχουν σταθερές k_1=100 N/m και k_2=300 N/m. Βλήμα μάζας $m_β$=0,01 kg κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $υ_0$=300 m/sσφηνώνεται στο σώμα μάζας m_1 και με την κίνηση αυτή ενεργοποιείται ο εκρηκτικός μηχανισμός με αποτέλεσμα το σώμα μάζας M να διασπαστεί σε δύο κομμάτια που κινούνται οριζόντια, το m_2 (που μένει συνδεδεμένο με το ελατήριο σταθεράς k_2) και το m_3. Μετά την κρούση και την έκρηξη παρατηρούμε ότι το σώμα μάζας M_1 παραμένει ακίνητο, ενώ τα άλλα δύο σώματα (συσσωμάτωμα $m_β$, m_1 και m_2) εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση.

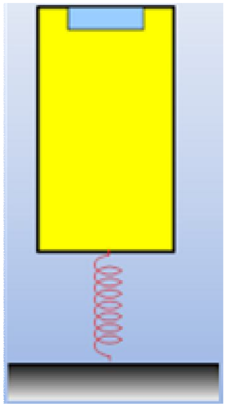


Θεωρούμε πως η κρούση και η έκρηξη γίνονται ταυτόχρονα. Να βρείτε:

α. την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος αμέσως μετά την δημιουργία του.

β. την ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος μάζας m_2.
γ. τις μάζες m_2 και m_3 που διασπάστηκε το σώμα μάζας M
δ. την ενέργεια που ελευθερώθηκε από την έκρηξη
ε. την τελική ενέργειας του συστήματος των μαζών $m_β$, m_1, M_1, M.

112. Στο ανώτερο σημείο κυλινδρικού κουτιού μάζας M=4Kg κρατάμε χωρίς να είναι κολλημένο ένα δεύτερο σώμα μάζας m=1Kg και αμελητέου πάχους. Το κατώτερο σημείο του κυλινδρικού κουτιού είναι δεμένο στο πάνω μέρος κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=100N/m. Ανυψώνουμε το σύστημα ώστε το ελατήριο να έχει επιμηκυνθεί κατά x_1 αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο. Κάποια στιγμή το δεύτερο σώμα χάνει την επαφή του με το κουτί έχοντας ταχύτητα $υ=2(3)^{1/2}$m/s και στην συνέχεια σώματα συγκρούονται εντελώς πλαστικά την στιγμή που το κουτί σταματάει στιγμιαία για πρώτη φορά.



α. Σε ποια θέση χάθηκε η επαφή των δύο σωμάτων;
β. Πόση είναι η αρχική επιμήκυνση του ελατηρίου;
γ. Ποιο το εσωτερικό ύψος του κυλινδρικού κουτιού;
δ. Ποιο το νέο πλάτος ταλάντωσης του συστήματος ;
Απ: α. ΘΦΜ β. 0,42 m γ. 1,13 m δ. 0,78 m

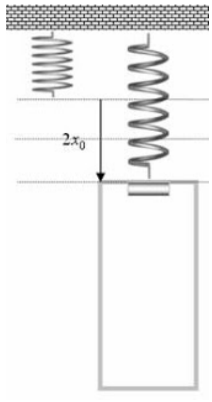
113. Δύο οριζόντια ελατήρια έχουν σταθερές K_1=100N/m και K_2=300N/m και έχουν φυσικό μήκος ℓ_1=1m και ℓ_2=0,8m. Το ένα ελατήριο βρίσκεται μέσα στο άλλο και το ένα άκρο τους είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχωμα. Ένα σώμα μάζας m=4Kg κινείται με σταθερή ταχύτηταυ=2m/s πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με κατεύθυνση προς τα δύο ελατήρια. Τη στιγμή t=0 το σώμα ακουμπά το πρώτο ελατήριο και συνδέεται με αυτό χωρίς απώλεια ενέργειας. Το ίδιο ακριβώς συμβαίνει και μετά από λίγο μόλις το σώμα ακουμπήσει και το δεύτερο ελατήριο.

Να βρεθούν:
α. Ποια χρονική στιγμή το σώμα θα ακουμπήσει το δεύτερο ελατήριο;
β. Αν το σύστημα θα εκτελέσει γ.α.τ. και αν εκτελεί γ.α.τ. , να βρεθεί η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσή του συστήματος
γ. Το πλάτος της τελικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα
Απ: α. π/30 s β. 400N/m γ. 0,05√13 m

114. Ελατήριο με φυσικό μήκος l_0=1m και σταθερά K=600N/m στηρίζεται σε οριζόντιο δάπεδο με κατακόρυφο τον άξονά του. Σώμα μάζας m=2Kg αφήνεται ελεύθερο από ύψος h=5cm πάνω από το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου κατά μήκος του άξονά του. Αν θεωρήσομε θετική τη φορά της προς τα κάτω κίνησης και χρονική στιγμή t_0=0 τη στιγμή της επαφής του σώματος με το ελατήριο:
α. Να βρεθεί για πόσο χρόνο το σώμα θα είναι σε επαφή με το ελατήριο την πρώτη φορά.
β. Να βρεθεί πόσο χρόνο χρειάζεται το σώμα να επανέλθει στην αρχική θέση που το αφήσαμε ελεύθερο για πρώτη φορά.

γ. Να γραφεί η συνάρτηση με το χρόνο της απόστασης του σώματος από το έδαφος στη διάρκεια της πρώτης επαφής του με το ελατήριο.
δ. Για το ίδιο χρονικό διάστημα να βρεθεί η δύναμη που δέχεται το δάπεδο σε συνάρτηση με το χρόνο.

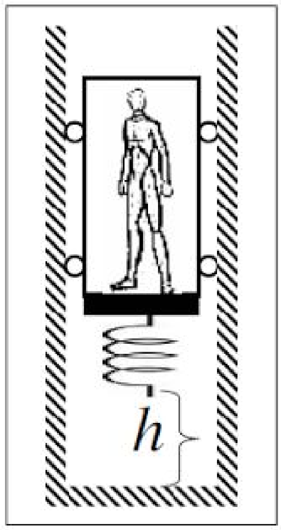
115. Ο κλωβός του σχήματος είναι δεμένος στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατήριου το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Στην οροφή του κλωβού είναι κολλημένο σώμα ίσης μάζας με αυτόν και η διάταξη ισορροπεί.



Η επιμήκυνση του ελατήριου είναι Δl = 20cm. Κάποια στιγμή το σώμα ξεκολλά από την οροφή και συγκρούεται πλαστικά με το δάπεδο του κλωβού όταν αυτός βρίσκεται στην ανωτάτη θέση του. Να υπολογιστεί το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος και το ύψος του κλωβού. Δίνεται $\pi^2=10$.
Απ: A=30 cm, d=70 cm

116. Ένα σώμα μάζας m=0,2kg εκτελεί μία α.α.τ. της οποίας η απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας μπορεί να θεωρηθεί ότι προκύπτει από την επαλληλία των εξισώσεων απομάκρυνσης δύο άλλων απλών αρμονικών ταλαντώσεων με $x_1=0{,}5ημ(20t+φ_{o1})$(S.I.) και $x_2=(\sqrt{3}/2)ημ(20t+2π/3)$ (S.I.)
Το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα είναι A=1m.
α. Να υπολογίσετε την αρχική φάση $φ_{o,1}$ της αρμονικής ταλάντωσης με εξίσωση x_1=f(t), διακρίνοντας δύο περιπτώσεις.
β. Να γράψετε της εξίσωση της ταχύτητας της σύνθετης ταλάντωσης σε συνάρτηση με τον χρόνο, εάν $φ_{o2}>φ_{o1}$.
γ. Να βρείτε ποια χρονική στιγμή το έργο της δύναμης επαναφοράς είναι για 1η φορά μετά την t=0 ίσο με $W_{ΣF_{επ}}=+E/4$, όπου Ε η ενέργεια της σύνθετης ταλάντωσης.
δ. Όταν το σώμα διέρχεται από την θέση x=+0,5m απομακρυνόμενο την θέση ισορροπίας του, να υπολογίσετε:
δ1. τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του
δ2. τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής του ενέργειας
δ3. τον χωρικό ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης .
Απ: α. π/6, 7π/6 γ. t=1/120 s δ1. -40 kgm/s^2 δ2. -400√3 J/s δ3. +40 J/m

117. Ένας ανελκυστήρας μάζας M=200kg διαθέτει για λόγους ασφαλείας κατακόρυφη ανάρτηση που είναι προσαρμοσμένη στο κάτω μέρος του, όπως φαίνεται στο σχήμα Η ανάρτηση λειτουργεί ως ιδανικό ελατήριο σταθεράς K=25000N/m. Επιβαίνων μάζας m=50kg βρίσκεται εντός του ανελκυστήρα. Το σύστημα, λόγω ατέλειας, σταματά h=15cm πάνω από το έδαφος. Στη συνέχεια αποδεσμεύεται πλήρως και τη χρονική στιγμή t0=0 προσκρούει στο έδαφος όπου το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου στερεώνεται ακλόνητα. Ο επιβαίνων και ο ανελκυστήρας να θεωρηθούν σημειακά αντικείμενα. Όλες οι κινήσεις γίνονται σε κοινή κατακόρυφη διεύθυνση Αντίσταση αέρα δεν υπάρχει. Για τις πράξεις δίνονται: $g=10m/s^2$. ημ(π/6)=ημ(5π/6)=0,5.



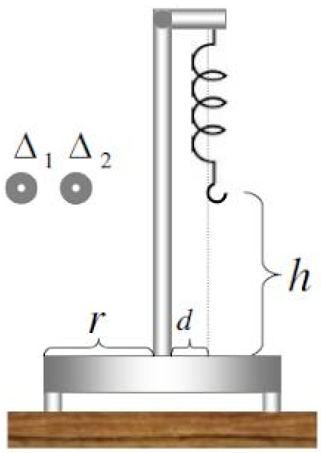
α. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου. Θεωρείστε δεδομένο ότι ο επιβαίνων βρίσκεται συνεχώς σε επαφή με το δάπεδο του ανελκυστήρα.

β. Να γράψετε την εξίσωση ταχύτητας του συστήματος και να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που το σύστημα ακινητοποιείται στιγμιαία για πρώτη φορά. Θεωρείστε τον θετικό κατακόρυφο ημιάξονα Oy προσανατολισμένο προς τα πάνω.

γ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη και την ελάχιστη κατά μέτρο δύναμη που δέχεται ο επιβαίνων από το δάπεδο του ανελκυστήρα.

Απ: α. 0,3 m β. π/15 s γ. 0,1 m

118. Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς K=100N/m έχει το άνω άκρο του στερεωμένο σε αβαρή βραχίονα που είναι κολλημένος στο κέντρο ομογενούς κυλινδρικής βάσης βάρους B=30N, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η βάση έχει ακτίνα r και ο άξονας του ελατηρίου απέχειd=r/2 από το βραχίονα. Η διάταξη ισορροπεί σε εργαστηριακό πάγκο και το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου απέχει h=0,6m από τη βάση. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου κρεμάμε δίσκο Δ1 μάζας M αμελητέων διαστάσεων και στη συνέχεια τον αφήνουμε ελεύθερο.



α. Να υπολογίσετε τη μάζα M του δίσκου Δ1 ώστε αυτός να έρθει σε επαφή με τη βάση έχοντας μηδενική ταχύτητα.

Τη στιγμή της επαφής με τη βάση συγκρατούμε τον δίσκο Δ1 και δένουμε σε αυτόν δίσκο Δ2 αμελητέων διαστάσεων μάζας m=1kg με τη βοήθεια αβαρούς λεπτού σύρματος. Ο δίσκος Δ2 δεν βρίσκεται σε επαφή με το ελατήριο. Τη χρονική στιγμή t0=0 αφήνουμε τους δίσκους ελεύθερους και κινούνται ως ένα σώμα Σ.

β. Να γράψετε την εξίσωση επιτάχυνσης του σώματος Σ θεωρώντας το θετικό κατακόρυφο ημιάξονα Oy προσανατολισμένο προς τα κάτω.

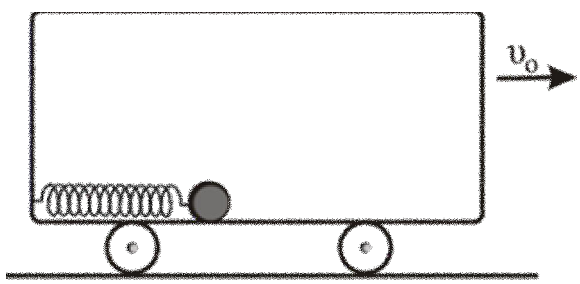
γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης δύναμης που δέχεται ο δίσκος Δ2 από το σύρμα.

δ. Αν στη διάταξη εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μόνο ο δίσκος Δ2 να υπολογίσετε το μέγιστο επιτρεπόμενο πλάτος ώστε η βάση να μην χάνει επαφή με το έδαφος.

Όλες οι κινήσεις γίνονται σε κοινή κατακόρυφη διεύθυνση. Το σύστημα βάση βραχίονας είναι στερεό σώμα. Αντίσταση αέρα δεν υπάρχει. Για τις πράξεις δίνεται: g=10m/s2.

Απ: α. 3 kg γ. 15 N δ. 0,3 m

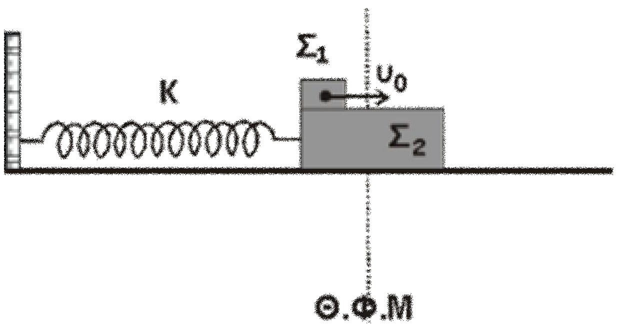
119. Στο λείο (οριζόντιο) δάπεδο ενός οχήματος βρίσκεται ένα σώμα Σ που συνδέεται με οριζόντιο ελατήριο το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα συνδεδεμένο με το όχημα όπως στο σχήμα Το όχημα που κινείται ευθύγραμμα πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, έχει αρχικά σταθερή ταχύτητα υ_o και το σώμα Σ παραμένει ακίνητο ως προς το όχημα. Τη χρονική στιγμή t=0 το όχημα αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερή επιβράδυνση α_o μέχρι να σταματήσει.



α. Βρείτε σε ποια θέση θα μπορούσε να ισορροπήσει το σώμα Σ ως προς το όχημα κατά τη διάρκεια της επιβράδυνσης.

β. Δείξτε ότι κατά τη διάρκεια της επιβράδυνσης το σώμα εκτελεί α.α.τ. ως προς το όχημα.
γ. Βρείτε την εξίσωση κίνησης του σώματος Σ ως προς το όχημα κατά τη διάρκεια της επιβράδυνσης, θεωρώντας ως $x = 0$ την αρχική θέση του σώματος και ως θετική φορά τη φορά κίνησης του οχήματος.
δ. Βρείτε το νέο πλάτος ταλάντωσης του Σ όταν το όχημα σταματήσει.
Θεωρούνται γνωστά: η κυκλική ιδιοσυχνότητα ω του συστήματος «ελατήριο – σώμα Σ», η αρχική ταχύτητα $υ_ο$ και η επιβράδυνση $α_ο$. (Εφαρμογή : $ω = 10$ rad/s, $υ_ο = 72$ km/h, $α_ο = 5m/s^2$)

120. Ο Δήμαρχος Σερβίων-Βελβεντού αποφασίζει να εκμεταλλευτεί την πανέμορφη υψηλή γέφυρα Σερβίων φτιάχνοντάς τη, χώρο για όλους τους λάτρεις των extreme sports, πίστα για bangee jumping. Η υψηλή γέφυρα Σερβίων έχει ύψος τώρα το φθινόπωρο 51,8m από την επιφάνεια του νερού. Ένας αγανακτισμένος, από τα νέα μέτρα της κυβέρνησης και της Δημοτικής αρχής, Σερβιώτης θέλει να δοκιμάσει την τύχη του και τις αντοχές του κάνονταςbangee jumping. Ο θαρραλέος Σερβιώτης που έχει ύψος 1,80m μέχρι τον σβέρκο του ονόματι Λαός έχει μάζα 0,1tn (για να πλησιάζει τα κιλά του προέδρου του Δημοτικού Συμβουλίου) δένεται από ελαστικό σκοινί που παίζει το ρόλο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=1000N/mκαι φυσικού μήκους L=40m. Από λάθος (μπορεί και επίτηδες) όμως περνάει την θηλιά του σκοινιού όχι στην μέση του αλλά στον σβέρκο του. Ο Λαός πηδάει χωρίς αρχική ταχύτητα όρθιος και χωρίς να περιστρέφεται προς την επιφάνεια της λίμνης από τη γέφυρα. Να βρεθούν:
α. Πόσο θα είναι το πλάτος ταλάντωσης του Λαού κατά την κάθοδο;
β. Υπάρχει η πιθανότητα ο Λαός να πιάσει κάποιο ψάρι κατά την πτώση του; (όποιος δεν βρέξει τον κώλο του ψάρια δεν τρώει)
γ. Αν η μέγιστη δύναμη που μπορεί να δεχθεί ο λαιμός του Λαού χωρίς να σπάσει είναι Fmax=11.000N ο Λαός θα αντέξει τελικά;
δ. Τι ελάχιστη ενέργεια θα έπρεπε να δώσει η Madame M (που ανέλαβε τελικά διοικητής της επιχείρησης) στον Λαό, στην αρχική του θέση ώστε να τελειώνουμε με τον Λαό, αν υποθέσουμε ότι ο Λαός μετά την εμφάνιση της Madame M φοβήθηκε και μαζεύτηκε κουβάρι κατά την πτώση του.
Το μήκος της θηλιάς να θεωρηθεί αμελητέο μπροστά στο μήκος του σκοινιού και το σχοινί δένεται από την γέφυρα στο ίδιο ύψος με το ύψος του σβέρκου του Λαού.
Απ: α. 9 m β. 51,8 m (όχι) γ. γλυτώνει



121. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ του σχήματος με μάζες αντίστοιχα, m_1= 1Kg και m_2=4 Kg αρχικά ισορροπούν. Το $Σ_1$ βρίσκεται πάνω στο $Σ_2$. Το επίπεδο επαφής των δυο σωμάτων είναι οριζόντιο και ο συντελεστής τριβής μεταξύ τους είναι μ=0,5. Το $Σ_2$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ακόμη το $Σ_2$ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς K=400N/m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Κάποια στιγμή και ενώ το σύστημα των δυο σωμάτων ισορροπεί, δίνουμε αρχική ταχύτητα $υ_0$= m/s στο $Σ_1$, οπότε και αρχίζει να ολισθαίνει πάνω στο $Σ_2$.

α. Πόσο μετακινείται το $Σ_1$ πάνω στο $Σ_2$ μέχρι να σταματήσει;

β. Πόση είναι η κοινή ταχύτητα που αποκτούν τα δύο σώματα;

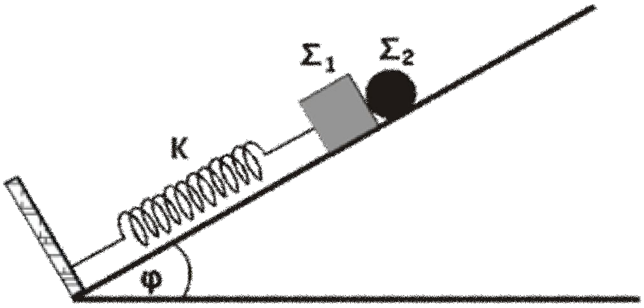
γ. Πόσο μετακινήθηκε το $Σ_1$ σε σχέση με το $Σ_2$ μέχρι τη στιγμή αυτή;

δ. Πόση είναι η θερμότητα που μεταφέρεται στο περιβάλλον;

ε. Τι είδους κίνηση θα ακολουθήσει μετά από τη στιγμή αυτή;

Δίνεται $g=10m/s^2$ και $π^2=10$.

122. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ του σχήματος με $m_1=1Kg$ και $m_2=3Kg$ αντίστοιχα, είναι τοποθετημένα σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $φ=30^0$ και εφάπτονται μεταξύ τους. Το $Σ_1$ είναι δεμένο στην άκρη του ελατηρίου σταθεράς K=100N/m. Αρχικά το σύστημα ισορροπεί. Μετακινούμε τα σώματα ώστε το ελατήριο να συσπειρωθεί κατά A=40cm και στη συνέχεια τα αφήνουμε ελεύθερα. Να βρείτε:



α. Πως μεταβάλλεται με το χρόνο η δύναμη ανάμεσα στις δυο μάζες, αν για t=0 είναι x=0 και υ>0,

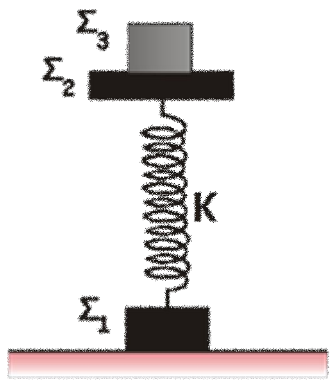
β. τη θέση στην οποία θα αποχωριστεί το $Σ_2$ από το $Σ_1$,

γ. την ενέργεια της ταλάντωσης που εκτελεί το $Σ_1$ αφού αποχωριστεί από το $Σ_2$,

δ. το κλάσμα της κινητικής ενέργειας του $Σ_2$, αμέσως μετά τον αποχωρισμό, προς την αρχική ενέργεια της ταλάντωσης των δυο σωμάτων,

ε. την απόσταση μεταξύ των δυο σωμάτων όταν το $Σ_1$ πραγματοποιήσει μια ταλάντωση μετά τον αποχωρισμό. Δίνεται π=3,14, $π^2=10$, =1,7 και $g=10m/s^2$.

123. Τα σώματα $Σ_1$, $Σ_2$ και $Σ_3$ του σχήματος έχουν μάζες $m_1=2Kg$, $m_2=1Kg$ και $m_3=0,5Kg$ αντίστοιχα. Τα $Σ_1$ και $Σ_2$ είναι δεμένα στα άκρα του κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς K=150N/m. Αρχικά το σύστημα ισορροπεί. Να βρείτε:



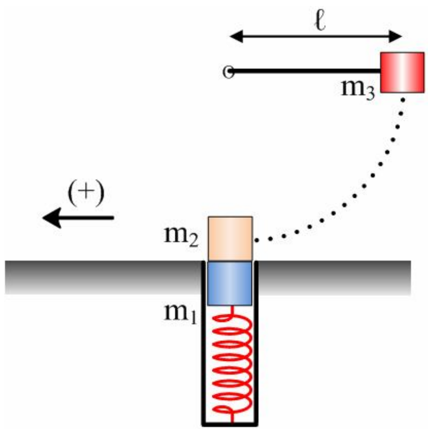
α. Ποια είναι η μέγιστη δύναμη F που μπορούμε να ασκήσουμε ώστε να μην αποχωριστούν τα $Σ_2$ και $Σ_3$ αλλά ούτε και να ανυψωθεί το $Σ_1$ από το έδαφος;

β. Για ποια τιμή της δύναμης F αποκολλάται το $Σ_1$ από το έδαφος;

γ. Αν ρίξουμε κόλλα ανάμεσα στα $Σ_2$ και $Σ_3$, τότε τι τιμή πρέπει να έχει η η δύναμη $F_κ$ που ασκεί η κόλλα στα δυο σώματα, ώστε τη στιγμή που το $Σ_1$ μόλις ανυψώνεται από το έδαφος να αποχωρίζεται και το σώμα $Σ_3$ από το $Σ_2$;

Δίνεται $g=10m/s^2$.

124. Στο διπλανό σχήμα τα σώματα m_1 = 1 kg και m_2 = 4 kg, ισορροπούν πάνω σε ελατήριο σταθεράς k = 100 N/m. Ένα τρίτο σώμα μάζας m_3 = 3 kg, δεμένο σε νήμα μήκους ℓ = 0,8 m, αφήνεται από την οριζόντια θέση όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο κατώτερο σημείο της τροχιάς του που ταυτίζεται με την θέση του σώματος m_2 γίνεται ανταλλαγή θέσεων και το σύστημα των $m_1 – m_3$, αρχίζει να ταλαντώνεται.



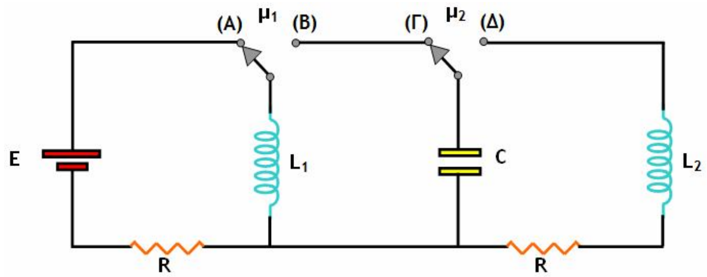
α. Να βρεθεί η ενέργεια της ταλάντωσης του συστήματος $m_1 – m_3$

β. Ποιο το εύρος τιμών της μάζας m_3 και ποιο το μέγιστο πλάτος ώστε να έχουμε απλή αρμονική ταλάντωση

γ. Αν υποθέσουμε ότι για κάθε τιμή της μάζας m_3 έχουμε ακινητοποίηση αυτής μετά την κρούση με την μάζαm_3 να γίνει η γραφική παράσταση της απώλειας ενέργειας κατά την κρούση σε σχέση με την μάζα m_3 για το παραπάνω εύρος τιμών (της μάζας m_3).

Δίνεται $g = 10\ m/s^2$ και ότι το σώμα m_3 στην κατακόρυφη θέση βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το δάπεδο.

125. Στο κύκλωμα του σχήματος η πηγή έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη E=2 Vκαι μηδενική εσωτερική αντίσταση, οι ωμικοί αντιστάτες έχουν αντίσταση R=10 Ω, ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα $C=5\cdot10^{-6}$ F, το πηνίο L_1 έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L_1=200 mH και το πηνίο L_2 έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L_2=4 mH. Αρχικά ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος, ο μεταγωγός $μ_1$ είναι στη θέση (Α), ο μεταγωγός $μ_2$ είναι στη θέση (Γ) και το πηνίο L_1 διαρρέεται από σταθερό ρεύμα. Στρέφουμε το μεταγωγό $μ_1$ στη θέση (Β) και το κύκλωμα L_1C αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση. Κάποια χρονική στιγμή t_o=0 που η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα L_1C είναι μηδέν, στρέφουμε το μεταγωγό $μ_2$ στη θέση (Δ) και το κύκλωμα RL_2C αρχίζει να εκτελεί φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση.



Να βρείτε:

α. τη μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα L_1C.

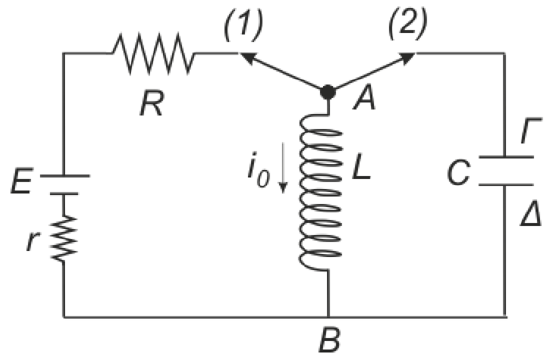
β. την ενέργεια E_1 της ταλάντωσης του κυκλώματος L_1C.

γ. το λόγο U_E/U_B της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή προς την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου στο κύκλωμα L_1C, τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες το φορτίο του πυκνωτή είναι $q=10^{-4}$ C.

δ. τη θερμότητα Q_R που ρέει από το κύκλωμα RL_2C προς το περιβάλλον, από τη χρονική στιγμή to μέχρι τη χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή είναι $Q_1=5\cdot10^{-5}$ C.

126. Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος η ηλεκτρική πηγή έχει ΗΕΔ E=20 V και εσωτερική αντίσταση r=1 Ω, ο αντιστάτης έχει αντίσταση R=9 Ω, ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα C=10 μF και το πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L=16 mH. Ο μεταγωγός διακόπτης είναι αρχικά στη θέση (1) και το πηνίο διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα σταθερής έντασης. Τη χρονική στιγμή t=0, μεταφέρουμε απότομα το διακόπτη στη θέση (2) χωρίς να δημιουργηθεί σπινθήρας, οπότε στο ιδανικό κύκλωμα L-C διεγείρεται αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση.

α. Να βρείτε τη σταθερή ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο καθώς και την αποθηκευμένη ενέργεια μαγνητικού πεδίου όταν ο διακόπτης βρίσκεται στη θέση (1).

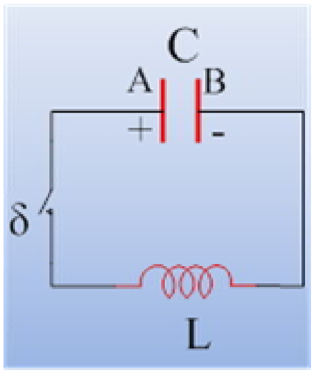


β. Ποιος οπλισμός του πυκνωτή θα φορτιστεί πρώτος θετικά και γιατί; Ποιά χρονική στιγμή ο οπλισμός Δ του πυκνωτή θα αποκτήσει για πρώτη φορά μέγιστο φορτίο με αρνητική πολικότητα; Ποιά χρονική στιγμή το πηνίο για πρώτη φορά θα διαρρέεται από ρεύμα μέγιστης τιμής και φοράς από το Β προς το Α;

γ. Να γράψετε τις εξισώσεις που περιγράφουν πως μεταβάλλονται σε σχέση με το χρόνο στο S.I. το φορτίο του οπλισμού Δ του πυκνωτή και η ένταση του ρεύματος.

δ. Να βρείτε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος τη στιγμή που η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι μηδέν.

127. Ένας πυκνωτής χωρητικότητας 20μF φορτίζεται από πηγή τάσης 50V και αφού απομακρύνουμε την πηγή, τον συνδέουμε στα άκρα ιδανικού πηνίου με συντελεστή αυτεπαγωγής L=2mH, μέσω διακόπτη, όπως στο σχήμα. Τη στιγμή t=0 κλείνουμε το διακόπτη δ.



α. Να βρεθούν οι εξισώσεις του φορτίου του πυκνωτή (του φορτίου του οπλισμού αναφοράς μας Α, ο οποίος φέρει αρχικά θετικό φορτίο) και της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο και να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις τους.

β. Για τις χρονικές στιγμές $t_1=\pi/30$ *ms* και $t_2=\pi/6$ *ms* να υπολογιστούν:

β1. Το φορτίο του πυκνωτή και ο ρυθμός μεταβολής του φορτίου του.

β2. Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

β3. Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή (η ισχύς του πυκνωτή) και ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου (η ισχύς του πηνίου).

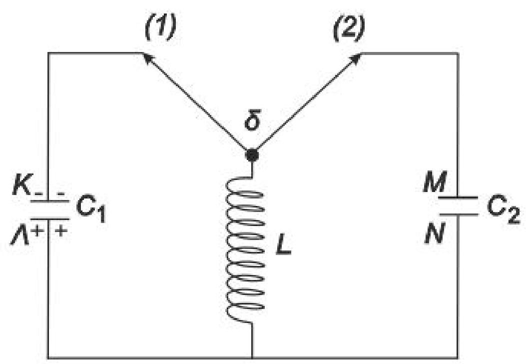
γ. Κάποια στιγμή t_3 το φορτίο του πυκνωτή έχει τιμή $q_3=-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ mC, ενώ η ένταση του ρεύματος είναι i=2,5 A. Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:

γ1. Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

γ2. Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή (η ισχύς του πυκνωτή) και ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου (η ισχύς του πηνίου).

δ. Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις για τη στιγμή t_4 που $q_4=\frac{1}{2}\sqrt{3}$ mC, ενώ η ένταση του ρεύματος είναι i=2,5 A.

128. Στο κύκλωμα του σχήματος, ο πυκνωτής C_1 έχει χωρητικότητα C_1=16 μF και είναι φορτισμένος από πηγή με ΗΕΔ E=50 V, και πολικότητα όπως στο σχήμα. Το πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L=10 mH, ενώ ο πυκνωτής C_2, με χωρητικότητα C_2=4 μF, είναι αρχικά αφόρτιστος.



- Τη χρονική στιγμή t=0 ο διακόπτης μεταφέρεται στη θέση (1) και το κύκλωμα L-C_1 αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση.

α. Να γράψετε την εξίσωση του φορτίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με τον χρόνο για το κύκλωμα L-C_1 .

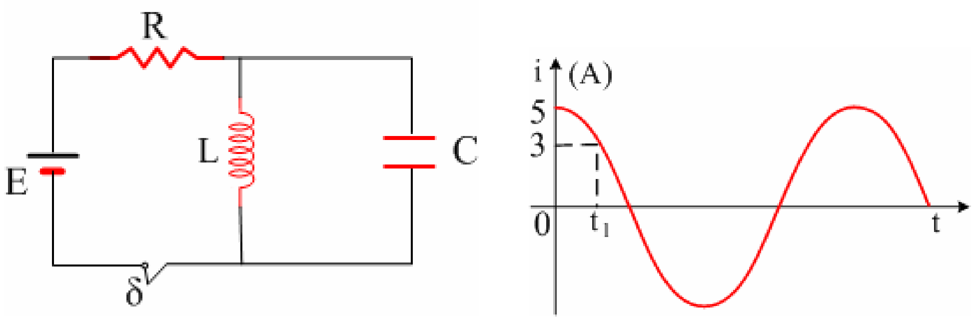
β. Να βρείτε τη χρονική στιγμή $t_1=3\pi\cdot10^{-4}$ s, την ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα L-C_1 καθώς και την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

- Τη χρονική στιγμή t_1 ο διακόπτης μεταφέρεται ακαριαία στη θέση (2) χωρίς να ξεσπάσει σπινθήρας και ταυτόχρονα μηδενίζουμε το χρονόμετρο. Το κύκλωμα L-C_2 αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση. Θεωρώντας πάλι ως t=0 τη χρονική στιγμή που αλλάζει θέση ο διακόπτης:

γ. να βρείτε σε πόσο χρονικό διάστημα θα φορτιστεί πλήρως ο πυκνωτής C_2 καθώς και ποιος οπλισμός του, ο Μ ή ο Ν, θα αποκτήσει πρώτος θετικό φορτίο.

δ. για το κύκλωμα L-C_2 , να γράψετε τις εξισώσεις που δίνουν σε σχέση με το χρόνο το φορτίο του οπλισμού Μ καθώς και την ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή L-C_2 .

129. Ο διακόπτης του παραπάνω κυκλώματος είναι κλειστός για μεγάλο χρονικό διάστημα. Σε μια στιγμή ανοίγουμε τον διακόπτη, οπότε το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα το οποίο μεταβάλλεται όπως στο διπλανό διάγραμμα.



Αν L= 0,01 H και C= 4μF, ζητούνται για τη χρονική στιγμή t_1 όπου η ένταση του ρεύματος είναι i=3 A:

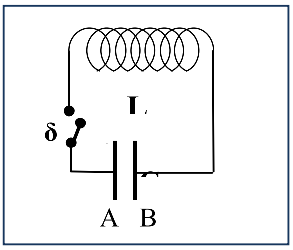
α. Το φορτίο του πυκνωτή.

β. Ο ρυθμός με τον οποίο αυξάνεται το φορτίο του πυκνωτή.

γ. Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στον πυκνωτή.

δ. Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος.

130. Στο ιδανικό χωρίς αντιστάσεις κύκλωμα $L-C$ του σχήματος ο διακόπτης δ είναι ανοικτός, ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα $C=1\mu F$ και είναι φορτισμένος με τάση $10V$ και με θετικό τον οπλισμό Α. Τη χρονική στιγμή $t=0$ κλείνουμε τον διακόπτη δ και στο κύκλωμα $L-C$ γίνονται ηλεκτρικές ταλαντώσεις.



α. Τη χρονική στιγμή $t=t_1$ ο οπλισμός Β του πυκνωτή έχει για δεύτερη φορά φορτίο $q_B=+8\mu C$ και η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος απόλυτη τιμή $|i|=60mA$. Τη χρονική στιγμή $t=t_1$:

α1. Εξηγείστε αν ο πυκνωτής φορτίζεται ή εκφορτίζεται;

α2. Να σημειωθεί στο σχήμα η συμβατική φορά του ηλεκτρικού ρεύματος.

β. Να υπολογίσετε το συντελεστή αυτεπαγωγής L του πηνίου.

γ. Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις του φορτίου του οπλισμού Α $q_A=f(t)$ και της αλγεβρικής τιμής της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος $i=f(t)$ που διαρρέει το πηνίο.

δ. Τη χρονική στιγμή $t = t_1$ να βρείτε το ρυθμό μεταβολής:

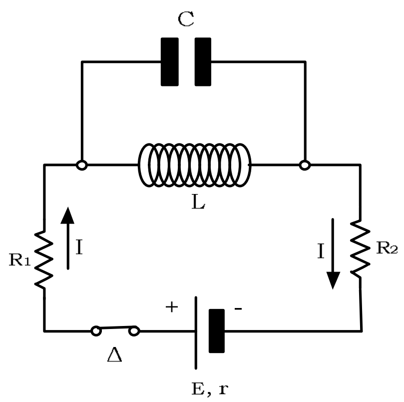
δ1. της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.

δ2. της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

ε. Ποια η μέγιστη ενέργεια $U_{B,max}$ του μαγνητικού πεδίου του πηνίου και πότε συμβαίνει αυτό στην 1η περίοδο.

Στ) Ποιος μέγιστος ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου $\left(\frac{dU_B}{dt}\right)_{max}$ και πότε συμβαίνει αυτό στην 1η περίοδο.

131. Στο κύκλωμα του ακόλουθου σχήματος, τα χαρακτηριστικά στοιχεία της πηγής είναι E=10 V και r=0,5 Ω. Οι αντιστάτες παρουσιάζουν τιμές ωμικής αντίστασης R_1=2 Ω και R_2=2,5 Ω αντίστοιχα. Ο συντελεστής αυτεπαγωγής του ιδανικού πηνίου είναι L=0,25 mH και η χωρητικότητα του πυκνωτή C=40 μF. Ο διακόπτης Δ είναι κλειστός για αρκετό χρόνο και ανοίγει τη χρονική στιγμή $t_o=0$.



Να υπολογίσετε:

α. Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο και το φορτίο του πυκνωτή πριν το άνοιγμα του διακόπτη.

β. Την περίοδο και την ολική ενέργεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης.

γ. Τις χρονικές συναρτήσεις του φορτίου στους οπλισμούς του πυκνωτή και της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα, μετά το άνοιγμα του διακόπτη.

δ. Το ρυθμό μεταβολής του φορτίου, την τιμή του λόγου U_E/U_B, και το ρυθμό μεταβολής της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή τη στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή έχει την τιμή q=-Q/2.

ε. Κάποια στιγμή, που η ένταση του ρεύματος είναι μηδενική, τοποθετούμε μεταξύ πηνίου και πυκνωτή (σε σειρά) αντίσταση $R' = \frac{5 \cdot 10^{-1} \ln 2}{\pi}$ Ω. Να βρεθεί:

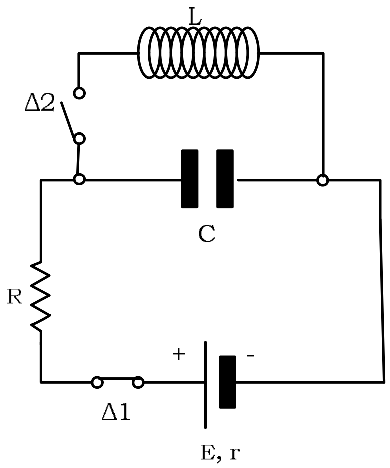
ε1. Το χρονικό διάστημα (από τη στιγμή που τοποθετήσαμε την αντίσταση) που απαιτείται ώστε η μέγιστη τιμή του φορτίου του πυκνωτή να υποτετραπλασιαστεί.

ε2. Το ποσό της θερμότητας που εκλύθηκε στον αντιστάτη R' σ' αυτό το χρονικό διάστημα.

Παρατηρήσεις: 1) Θεωρήστε πως η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης είναι ίση με την περίοδο της αμείωτης ταλάντωσης. 2) Δίνεται: $\Lambda = \frac{R}{2L}$

Απ: α. q=0 β. $E=5\cdot 10^{-4}$ J γ. $i=-2ημ(10^4 t+\frac{3π}{2})$ (SI) δ. $\frac{dU_E}{dt}=\pm 2,5\sqrt{3}$ J/s ε1 . $T=2π\cdot 10^{-4}$ s ε2 $Q=\frac{75}{16}10^{-4}$ J

132. Στο κύκλωμα του ακόλουθου σχήματος, τα χαρακτηριστικά στοιχεία της πηγής είναι E=2 V και r=1 Ω. Οι αντιστάτης παρουσιάζει τιμή ωμικής αντίστασης R_1=2 Ω. Ο συντελεστής αυτεπαγωγής του ιδανικού πηνίου είναι L=0,4 mH και η χωρητικότητα του πυκνωτή C=25 μF. Ο διακόπτης Δ1 είναι κλειστός και ο Δ2 ανοικτός. Κάποια χρονική στιγμή (t=0) ανοίγουμε ταυτόχρονα τον Δ1 και κλείνουμε τον Δ2 με αποτέλεσμα να λαμβάνει ηλεκτρική ταλάντωση στο κύκλωμα LC.



Να υπολογίσετε:

α. Τη χρονική συνάρτηση του φορτίου στους οπλισμούς του πυκνωτή.

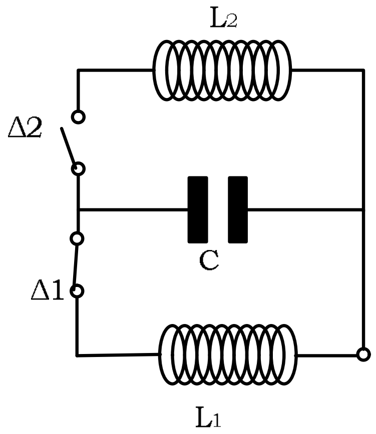
β. Τη χρονική στιγμή που το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος είναι το ήμισυ της μέγιστης τιμής του για πρώτη φορά.

γ. Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου εκείνη τη χρονική στιγμή.

δ. Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών στιγμών κατά τις οποίες η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

Απ: α. $q=5\cdot 10^{-5}συν10^4 t$ (SI) β. $t=\frac{π}{3}\cdot 10^{-4}$ s γ. $\frac{dU_B}{dt}=0,25\sqrt{3}$ J/s δ. $t=\frac{π}{2}\cdot 10^{-4}$ s

133. Στο κύκλωμα του ακόλουθου σχήματος τη χρονική στιγμή t=0 ο διακόπτης Δ1 είναι κλειστός και ο Δ2 ανοικτός και η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι τριπλάσια της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή, ενώ το φορτίο του πυκνωτή είναι θετικό και η ένταση του ρεύματος αρνητική. Η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι C=25 μF και ο συντελεστής αυτεπαγωγής του ιδανικού πηνίου L_1 είναι L_1=0,4 mH. Η μέγιστη τιμή της τάσης του πυκνωτή είναι 4 V. Τη χρονική στιγμή που t=π/2.500 s ανοίγουμε ταυτόχρονα τον Δ1 και κλείνουμε τον Δ2. Ο χρόνος που απαιτείται ώστε το φορτίο του πυκνωτή να μηδενιστεί για πρώτη φορά (μετά το κλείσιμο του Δ2) είναι Δt=π/40.000 s.



Να υπολογίσετε:

α. Τη χρονική συνάρτηση του φορτίου στους οπλισμούς του πυκνωτή στο κύκλωμα L_1C.

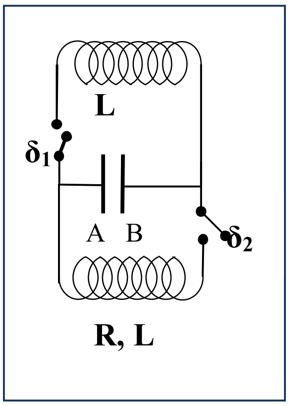
β. Τον συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου L_2.

γ. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος τη χρονική στιγμή που η ένταση του ρεύματος μηδενίζεται για $2^{η}$ φορά, μετά το κλείσιμο του διακόπτη Δ2.

δ. Το πηλίκο της ενέργειας ταλάντωσης στο κύκλωμα L_1C προς την ενέργεια ταλάντωσης στο κύκλωμα L_2C.

Απ: α. $q = 10^{-4}συν(10^4 t + \frac{\pi}{3})$ (SI) β. L_2=0,1 mH γ. $\frac{di}{dt} = 2\cdot 10^4$ A/s δ. $\frac{E_1}{E_2} = 4$

134. Στο κύκλωμα $L-C$ του σχήματος αρχικά οι διακόπτες $δ_1$ και $δ_2$ είναι ανοικτοί και ο πυκνωτής είναι φορτισμένος με θετικό τον οπλισμό Α. Τη χρονική στιγμή $t=0$ κλείνουμε τον διακόπτη $δ_1$ και στο κύκλωμα $L-C$ γίνονται ηλεκτρικές ταλαντώσεις με την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου να μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $U_E = 10^{-6} - 10^{-2} i^2$ (S.I). Όταν η ένταση του ρεύματος έχει απόλυτη τιμή $|i| = 6mA$ για τρίτη φορά ο ρυθμός μεταβολής της είναι $\frac{di}{dt} = 20A/s$.



α. Να βρείτε την περίοδο T των ηλεκτρικών ταλαντώσεων στο κύκλωμα $L-C$.

β. Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις του φορτίου του οπλισμού Α του πυκνωτή $q_A = f(t)$ και της αλγεβρικής τιμής της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος $i = f(t)$ που διαρρέει το πηνίο.

γ. Να γραφεί εξίσωση που δίνει την ενέργεια U_B του μαγνητικού πεδίου του πηνίου σε συνάρτηση με το φορτίο του οπλισμού Α του πυκνωτή q και να γίνει η αντίστοιχη γραφική παράσταση σε βαθμολογημένους άξονες.

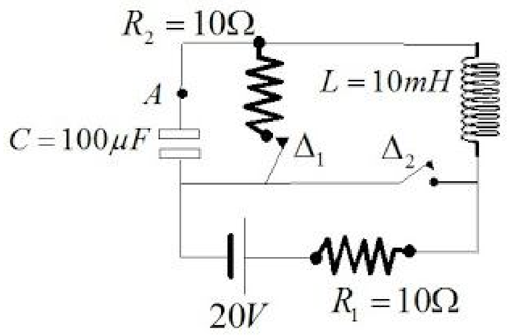
δ. Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{302T}{3}$ ανοίγουμε το διακόπτη $δ_1$ και κλείνουμε τον διακόπτη $δ_2$ οπότε δημιουργείται νέα φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση στο κύκλωμα $L'-C$ καθόσον το πηνίο έχει ωμική αντίσταση.

δ1. Αμέσως μετά την τη χρονική στιγμή t_1 να σημειωθεί στο κύκλωμα η φορά του ηλεκτρικού ρεύματος.

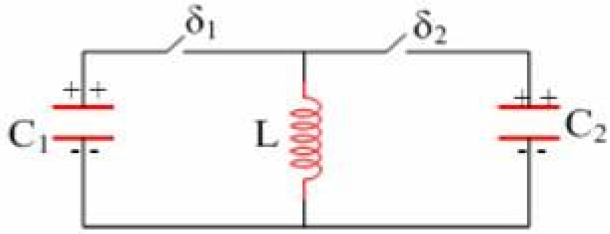
δ2. Ύστερα από 2N πλήρεις ταλαντώσεις στο κύκλωμα $L'-C$ το φορτίο του πυκνωτή είναι $q_2=0,5\mu C$. Να βρείτε πόσο ήταν το φορτίο q_1 όταν είχαν γίνει N πλήρεις ταλαντώσεις.

δ3. Να βρείτε πόση είναι η συνολική θερμότητα που εκλύεται στην αντίσταση του πηνίου.

135. Αρχικά κλείνουμε τον διακόπτη $Δ_1$ μέχρις ότου σταθεροποιηθούν η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή και το ρεύμα στο ιδανικό πηνίο. Κατόπιν κλείνουμε τον $Δ_2$ και ταυτόχρονα ανοίγουμε τον $Δ_1$. Την στιγμή αυτήν ονομάζουμε μηδέν. Να γραφούν οι εξισώσεις του φορτίου του οπλισμού Α και του ρεύματος συναρτήσει του χρόνου. Το ρεύμα χαρακτηρίζεται θετικό αν έχει φορά προς τον Α.



136. Για το κύκλωμα του διπλανού σχήματος δίνεται: : $C_1=10^{-4}F$, $C_2=4\cdot10^{-4}F$ και $L=1H$. Οι διακόπτες (δ1), (δ2) είναι αρχικά ανοικτοί και οι πυκνωτές είναι φορτισμένοι με φορτία $q_1=10^{-2}C$ και$q_2=\sqrt{2}\cdot10^{-2}C$ αντίστοιχα, έχοντας θετικά φορτισμένο τον πάνω οπλισμό.



α. Να βρεθεί ο λόγος των τάσεων των δύο πυκνωτών.

β. Κάποια στιγμή που θεωρούμε t=0, κλείνει ο (δ1) ενώ ο (δ2) παραμένει ανοικτός.

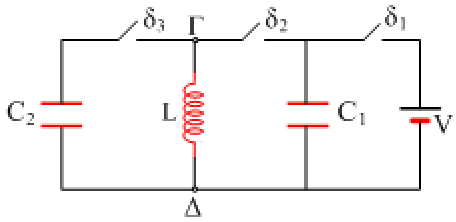
Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της τάσης του πυκνωτή, το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος και το ρυθμό μεταβολής της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου τη χρονική στιγμή όπου η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι τριπλάσια από την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου για πρώτη φορά.

γ. Τη χρονική στιγμή $t_1=1,75\pi\cdot10^{-2}s$ ανοίγει ο (δ1) και ταυτόχρονα κλείνει ο (δ2), χωρίς απώλειες ενέργειας. Πόση ενέργεια παραμένει αποθηκευμένη στον πυκνωτή C_1; Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις της έντασης του ρεύματος $i_2=f(t)$ και του φορτίου του πυκνωτή $q_2=f(t)$, θεωρώντας ως θετική φορά για το ρεύμα, τη φορά του ρεύματος στο πηνίο τη στιγμή t_1. Για τις εξισώσεις αυτές να θεωρήσετε ως αρχή μέτρησης του χρόνου t=0, τη στιγμή που ανοίγει ο (δ1) και ταυτόχρονα κλείνει ο (δ2).

δ. Δοκιμάστε να γράψετε τις ίδιες εξισώσεις διατηρώντας την αρχή μέτρησης του χρόνου t=0, ίδια με αυτή του ερωτήματος (Β)

Απ: Α. 2ρίζα2 Β.

137. Για το ηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος, δίνονται $C_1=4\mu F$, $C_2=1\mu F$, ενώ το ιδανικό πηνίο έχει αυτεπαγωγή L=0,09H. Φορτίζουμε τον πρώτο πυκνωτή, κλείνοντας το διακόπτη $δ_1$ από πηγή τάσης V=30V και κατόπιν ανοίγουμε το διακόπτη.



Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ κλείνουμε τον διακόπτη δ_2.

α. Για την χρονική στιγμή $t_1=5\pi\cdot10^{-4}s$, να βρεθούν:

α1. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και η τάση $V_{\Gamma\Delta}$.

α2. Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος.

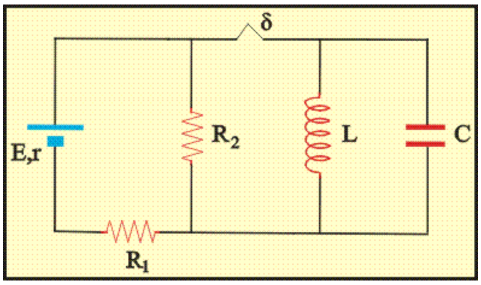
α3. Οι ρυθμοί μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή και του πηνίου.

β. Την χρονική στιγμή t_1, μέσω ενός αυτόματου ηλεκτρονικού συστήματος, ανοίγει ο διακόπτης δ_2και ταυτόχρονα κλείνει ο διακόπτης δ_3.

γ. Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη δ_3, να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.

δ. Να γίνει το διάγραμμα i=f(t) της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο σε συνάρτηση με το χρόνο από t_0, μέχρι τη στιγμή $t_2=11\pi\cdot10^{-4}s$.

138. Στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος ο διακόπτης δ είναι κλειστός για μεγάλο χρονικό διάστημα. Η πηγή έχει ΗΕΔ E=12V και εσωτερική αντίσταση r=1Ω ενώ για τις αντιστάσεις του κυκλώματος έχουμε R1=5Ω και R2=6Ω . Η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι C=10μF και το ιδανικό πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L=1mH. Τη χρονική στιγμή t=0 ανοίγουμε το διακόπτη δ.



α. Ποια η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή πριν ανοίξουμε το διακόπτη;

β. Ποια η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή μετά το άνοιγμα του διακόπτη;

γ. Να δώσετε τις γραφικές παραστάσεις q=f(t),(dq/dt)=f(t),(di/dt)=f(t) για την ταλάντωση του κυκλώματος.

δ. Κάποια χρονική στιγμή t1 η ένταση του ρεύματος παίρνει την τιμή i=-1A για δεύτερη φορά. Χωρίς να υπολογίσετε την χρονική στιγμή t1:

δ1. Να σημειώσετε τη χρονική στιγμή στα διαγράμματα που σχεδιάσατε.

δ2. Να σχεδιάσετε το κύκλωμα LC για τη χρονική αυτή στιγμή και να σημειώσετε σε αυτό την φορά του ρεύματος και τις πολικότητες των τάσεων του πυκνωτή και του πηνίου.

δ3. Να υπολογίσετε το φορτίο του οπλισμού που αμέσως μετά την χρονική στιγμή t=0 απέκτησε θετικό φορτίο.

δ4. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος.

ε. Με βάση τη μελέτη σας ως τώρα, να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις σωστές ή λανθασμένες δικαιολογώντας τις επιλογές σας.

i. Μετά από ένα πολύ μικρό χρονικό διάστημα dt από τη χρονική στιγμή t1 ο πυκνωτής είναι λιγότερο φορτισμένος.

ii. Μετά από ένα πολύ μικρό χρονικό διάστημα dt από τη χρονική στιγμή t1 το πηνίο είναι πιο ασθενής μαγνήτης.

iii. Την χρονική στιγμή t1 η ενέργεια του πηνίου είναι μικρότερη από αυτή του πυκνωτή.

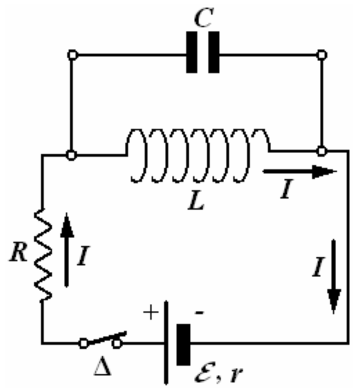
iv. Την χρονική στιγμή t1 το πηνίο δίνει ενέργεια στον πυκνωτή.

ζ. Να υπολογίσετε τους ρυθμούς μεταβολής της ενέργειας του πηνίου και του πυκνωτή.

Οπλισμός αναφοράς είναι ο οπλισμός που φορτίζεται πρώτος με θετικό φορτίο.

Απ: α. $I = 2A$. β. $I_1 = 1A$. γ. $q = 2\cdot 10^{-4}\eta\mu\left(10^4 t\right)$ και $i = 2\sigma\upsilon\nu\left(10^4 t\right)$ δ3. $q = -\sqrt{3}\cdot 10^{-4}C$ δ4. $\frac{di}{dt} = \sqrt{3}\cdot 10^4\frac{A}{s}$.

ε. i. Λάθος, ii. Σωστό, iii. Σωστό iv. Σωστό, ζ. $\frac{dU_E}{dt} = 10\sqrt{3}\frac{J}{s}$.



139. Στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος, τα χαρακτηριστικά στοιχεία της πηγής είναι $\mathcal{E} = 20$ V και $r = 1\ \Omega$. Η ωμική αντίσταση έχει τιμή $R = 9\ \Omega$, ο συντελεστής αυτεπαγωγής του ιδανικού πηνίου είναι $L = 0{,}4$ mH και η χωρητικότητα του πυκνωτή $C = 25\ \mu F$. Ο διακόπτης Δ είναι κλειστός για αρκετό χρόνο και ανοίγει τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$. Να υπολογίσετε:

α. Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο και το φορτίο του πυκνωτή πριν το άνοιγμα του διακόπτη.

β. Την περίοδο και την ολική ενέργεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης.

γ. Τις χρονικές συναρτήσεις του φορτίου στους οπλισμούς του πυκνωτή και της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα, μετά το άνοιγμα του διακόπτη.

δ. Το ρυθμό μεταβολής του φορτίου, την τιμή του λόγου U_E/U_B, και το ρυθμό μεταβολής της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή τη στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή έχει την τιμή $q = -Q/2$.

Κάποια στιγμή, που η ένταση του ρεύματος είναι μηδενική, τοποθετούμε μεταξύ πηνίου και πυκνωτή (σε σειρά) αντίσταση $R' = \frac{8\cdot 10^{-1}\ln 2}{\pi}\Omega$. Να βρεθεί:

ε. Το χρονικό διάστημα (από τη στιγμή που τοποθετήσαμε την αντίσταση) που απαιτείται ώστε η μέγιστη τιμή του φορτίου του πυκνωτή να γίνει ίση με τη μισή της αρχικής.

ζ. Το ποσό της θερμότητας που εκλύθηκε στον αντιστάτη R' σ' αυτό το χρονικό διάστημα.

Παρατηρήσεις: 1) Θεωρήστε πως η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης είναι ίση με την περίοδο της αμείωτης ταλάντωσης. 2) Δίνεται: $\Lambda = \frac{R}{2L}$

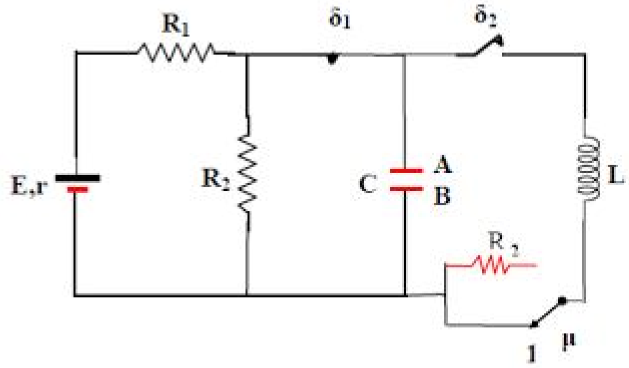
140. Κύκλωμα περιλαμβάνει πυκνωτή χωρητικότητας C=2μF, ιδανικό πηνίο αυτεπαγωγής L και διακόπτη που αρχικά είναι ανοικτός. Φορτίζουμε τον πυκνωτή σε τάση V=10V και τη χρονική στιγμή t=0 κλείνουμε το διακόπτη. Τότε το κύκλωμα αρχίζει να εκτελεί ταλαντώσεις. Αν μετά από χρονικό διάστημα Δt=π/3 ms το φορτίο του πυκνωτή γίνεται για πρώτη φορά q=Q/2, να βρείτε:

α. τη μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα

β. το ρυθμό με τον οποίο αυξάνεται η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου, όταν q=Q/2 για πρώτη φορά

γ. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 4\pi\cdot 10^{-3}$s τοποθετείται σε σειρά με το πηνίο και τον πυκνωτή αντίσταση R=100ln2/4π. Να βρεθεί η θερμότητα που εκλύεται μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 8\pi\cdot 10^{-3}$s.

141. Στο κύκλωμα του σχήματος η πηγή έχει ΗΕΔ $E=100V$ και εσωτερική αντίσταση $r=2\Omega$. Οι αντιστάτες του κυκλώματος εμφανίζουν αντίσταση $R_1=8\Omega$ και $R_2=10\Omega$, το πηνίο είναι ιδανικό με συντελεστή αυτεπαγωγής L και ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα $C=40\mu F$.



α. Αρχικά ο διακόπτης δ_1 είναι κλειστός και ο δ_2 ανοικτός. Πόση ενέργεια έχει αποθηκευτεί στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή; Να σχεδιάσετε την πολικότητα του φορτίου στους οπλισμούς του πυκνωτή.

β. Ανοίγουμε το διακόπτη δ_1 και τη χρονική στιγμή $t=0$ κλείνουμε το διακόπτη δ_2, ενώ ο μεταγωγός (μ) παραμένει στη θέση (1). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα στο τμήμα LC του κυκλώματος να ξεκινήσει αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση.

β1. Να σημειώσετε στο σχήμα τη φορά του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο, αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη δ_2.

Τη χρονική στιγμή t1= π10−3 s μετά την έναρξη της ταλάντωσης, θα μηδενιστεί για πρώτη φορά το φορτίο του οπλισμού Α.

γ. Να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης και το συντελεστή αυτεπαγωγής L του πηνίου.

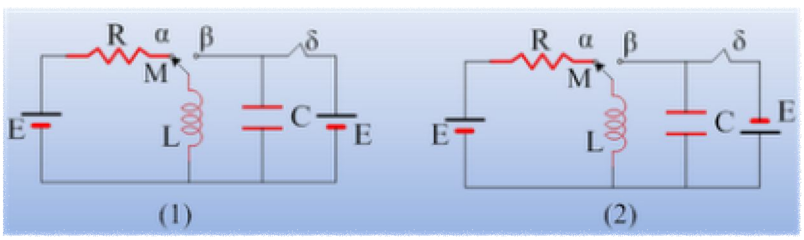
δ. Ποιος ο ρυθμός μεταβολής του φορτίου του οπλισμού Α την παραπάνω στιγμή;

ε. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση του φορτίου του οπλισμού Α σε συνάρτηση με το χρόνο για χρονικό διάστημα μιας περιόδου.

ζ. Τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου γίνεται για πρώτη φορά τριπλάσια της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή, να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα.

η. Τη χρονική στιγμή $t_2=0{,}2\pi$ s μεταφέρουμε ακαριαία το μεταγωγό (μ) από τη θέση (1) στη θέση (2) χωρίς απώλεια ενέργειας, δημιουργώντας έτσι κύκλωμα RLC. Στο κύκλωμα αυτό θα πραγματοποιηθεί φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση. Να υπολογιστεί η θερμότητα που θα ελευθερωθεί λόγω φαινομένου Joule στον αντιστάτη.

142. Δίνονται τα παρακάτω κυκλώματα όπου οι διακόπτες δ είναι κλειστοί, ενώ οι μεταγωγοί Μ στη θέση α, για μεγάλα χρονικά διαστήματα.



Ανοίγουμε τους δύο διακόπτες δ και στη συνέχεια τη στιγμή $t_0=0$, μεταφέρουμε τους δύο μεταγωγούς Μ στη θέση β, χωρίς να ξεσπάσει σπινθήρας, οπότε πραγματοποιούνται αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

Να χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις σαν σωστές ή λανθασμένες

α. Η ενέργεια ταλάντωσης στο (1) κύκλωμα είναι ίση με $\frac{1}{2} LE^2/R$.

β. Η αρχική ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο (1) κύκλωμα, για $t=0^+$ είναι ίση με μηδέν.

γ. Η αρχική ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο (1) κύκλωμα, για $t=0^+$ είναι ίση με Ε.

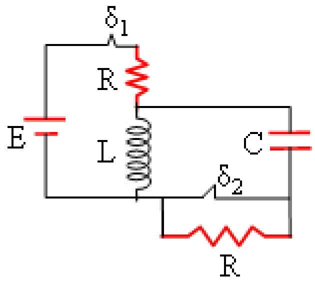
δ. Και οι δύο πυκνωτές θα αρχίζουν να φορτίζονται.

ε. Οι ενέργειες ταλάντωσης των δύο κυκλωμάτων είναι ίσες.

ζ. Η ένταση του ρεύματος θα μηδενιστεί πρώτα στο (1) κύκλωμα.

η. Ο αρχικός ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου (η ισχύς του πηνίου), στο πρώτο κύκλωμα είναι ίσος με E^2/R.

143. Για το κύκλωμα του διπλανού σχήματος δίνονται ότι E=100V, C=80μF, το ιδανικό πηνίο έχει L=0,2H, ενώ R=5Ω, και οι διακόπτες $δ_1$, $δ_2$ είναι κλειστοί για μεγάλο χρονικό διάστημα. Υπενθυμίζεται ότι κλειστός διακόπτης $δ_2$ σημαίνει βραχυκυκλωμένη αντίσταση, άρα σαν να μην υπάρχει στο κύκλωμα.



α. Πόση ενέργεια είναι αποθηκευμένη στο πηνίο και πόση στον πυκνωτή;

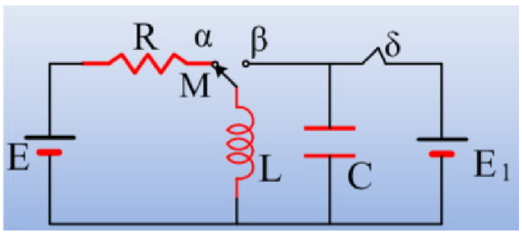
β. Σε μια στιγμή που θεωρούμε $t_0=0$, ανοίγουμε τον διακόπτη $δ_1$.

β1. Εξηγείστε γιατί θα φορτιστεί ο πυκνωτής. Ο πάνω ή ο κάτω οπλισμός του πυκνωτή θα αποκτήσει πρώτος θετικό φορτίο;

β2. Βρείτε την εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας θετική την αρχική ένταση.

γ. Τη χρονική στιγμή $t_1=6π·10^{-3}$s ανοίγουμε και το διακόπτη $δ_2$. Πόσο είναι το φορτίο του πυκνωτή τη στιγμή t_1; Να γίνει το διάγραμμα του φορτίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο (ποιοτικό διάγραμμα) για $t>t_1$.

144. Στο παρακάτω κύκλωμα ο διακόπτης δ είναι κλειστός, ενώ ο μεταγωγός Μ στη θέση α, για μεγάλο χρονικό διάστημα, ενώ δίνονται E=10V και C=20μF.



Ανοίγουμε τον διακόπτη δ και στη συνέχεια τη στιγμή $t_0=0$, μεταφέρουμε ακαριαία τον μεταγωγό Μ στη θέση β, χωρίς να ξεσπάσει σπινθήρας, οπότε το κύκλωμα LC πραγματοποιεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα δίνεται από την εξίσωση:

$i=2\cdot ημ\left(5.000t+\frac{7π}{6}\right)$ (S.I.).

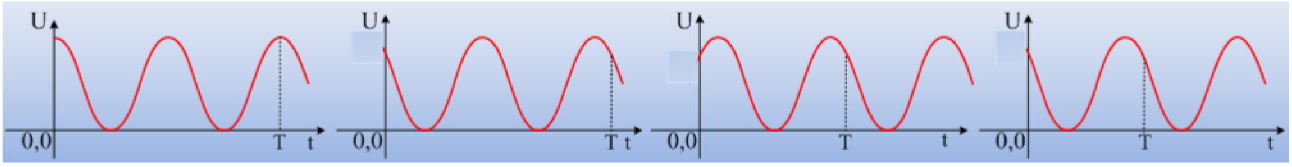
Ζητούνται:

α. Η τιμή της αντίστασης του αντιστάτη R και η αυτεπαγωγή του πηνίου.

β. Η ΗΕΔ της πηγής E_1.

γ. Να γίνει η γραφική παράσταση του φορτίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο.

δ. Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις περιγράφει την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο;



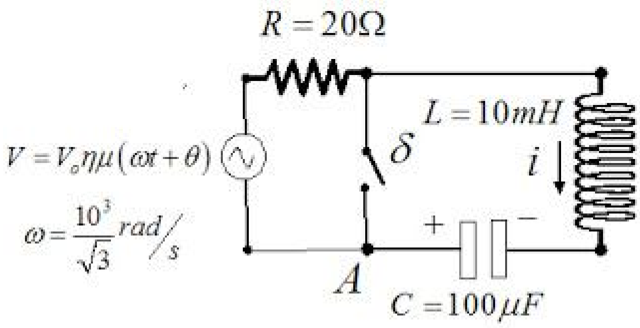
Απ: α. 10 Ω, 2mH β. $10\sqrt{3}$V γ. $q=4\cdot 10^{-4}\cdot συν\left(5.000t+\frac{π}{6}\right)$ (S.I.) δ. το δεύτερο

145. Αρχικά ο διακόπτης δ είναι ανοικτός και το κύκλωμα εκτελεί εξαναγκασμένη ηλεκτρική ταλάντωση με κυκλική συχνότητα ω.

Το μέγιστο φορτίο στον πυκνωτή είναι 200 μC.

Κάποια στιγμή όπου το φορτίο και το ρεύμα είναι όπως στο σχήμα κλείνει ο διακόπτης.

Το φορτίο στον πυκνωτή είναι την στιγμή αυτήν 100 μC. Η χρονική στιγμή αυτή θα εκληφθεί στη συνέχεια ως μηδέν και ως οπλισμός αναφοράς ο Α. (Το φορτίο θα χαρακτηρίζεται θετικό αν ο Α έχει θετικό φορτίο και το ρεύμα θετικό αν η συμβατική φορά κατευθύνεται προς τον Α).



α. Βρείτε την αλγεβρική τιμή του ρεύματος τη στιγμή μηδέν.

β. Βρείτε την ίδια στιγμή τους ρυθμούς μεταβολής της ηλεκτρικής ενέργειας στον πυκνωτή και τον ρυθμό παραγωγής θερμότητας στον αντιστάτη.

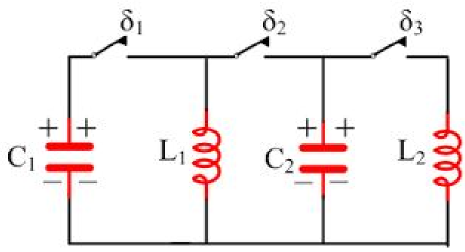
γ. Μετά το κλείσιμο του διακόπτη γράψτε τις εξισώσεις του φορτίου και του ρεύματος.

δ. Τη στιγμή του κλεισίματος του διακόπτη βρείτε τους ρυθμούς μεταβολής της ηλεκτρικής ενέργειας στον πυκνωτή και της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

ε. Να παρασταθεί γραφικά το φορτίο συναρτήσει του χρόνου. Να απεικονίζεται και το παρελθόν.

Απ: α. -0,1Α, β. 0,1 J/s, 0,2 J/s γ. $q=10^{-4}\sqrt{2}συν(100t+π/4)$ (SI) δ. - 0,1 J/s, 0,1 J/s

146. Στο διπλανό σχήμα οι πυκνωτές έχουν χωρητικότητα C_1 = 3,2 μF και C_2 = 80 μF, ενώ τα πηνία παρουσιάζουν συντελεστή αυτεπαγωγής L_1 = 2 mH και L_2 = 0,5 mH. Τα υπόλοιπα στοιχεία δεν παρουσιάζουν αντιστάσεις. Φορτίζουμε τους πυκνωτές με φορτίο Q_1 = 0,8 μC και Q_2 = 4 μC. Κλείνουμε τους διακόπτες $δ_1$ και $δ_3$ ταυτόχρονα και τα κυκλώματα L_1C_1 και L_2C_2 αρχίζουν



να εκτελούν ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

α. Να γράψετε τις χρονοεξισώσεις του φορτίου και του ρεύματος στο κάθε κύκλωμα.

β. Την χρονική στιγμή , ανοίγουμε τους διακόπτες $δ_1$ και $δ_3$ενώ ταυτόχρονα κλείσουμε τον $δ_2$ χωρίς καμία δημιουργία σπινθήρα.

β1. Να βρείτε την περίοδο των ταλαντώσεων στο κύκλωμα L_1C_2 και την ενέργεια του.

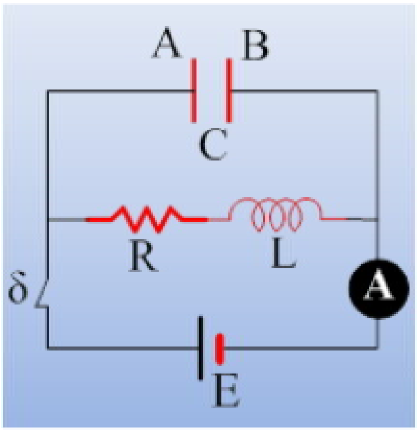
β2. Να σχεδιάσετε την πολικότητα του πυκνωτή C_2 και του πηνίου L_1 την χρονική στιγμή t_1^+ (δηλαδή αμέσως μετά την δημιουργία του κυκλώματος L_1C_2), και να εξηγήσετε αν την στιγμή εκείνη ο πυκνωτής C_2 φορτίζεται ή εκφορτίζεται.

β3. να βρείτε τις χρονοεξισώσεις φορτίου και ρεύματος στο κύκλωμα L_1C_2 για $t \geq t_1$ θεωρώντας για το ρεύμα ως θετική την φορά που θα θεωρήσουμε και στις αρχικές ταλαντώσεις.

γ. Ποια είναι η πρώτη χρονική στιγμή που αν ανοίξουμε τους διακόπτες $δ_1$ και $δ_3$ και κλείσουμε τον $δ_2$ (χωρίς δημιουργία σπινθήρα) θα πετύχουμε το κύκλωμα L_1C_2 να ταλαντώνεται με την μέγιστη δυνατή ενέργεια;

Θεωρήστε ότι δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας λόγω Η/Μ ακτινοβολίας.

147. Δίνεται το κύκλωμα, όπου το αμπερόμετρο δείχνει σταθερή ένδειξη I=10A, ενώ ο αντιστάτης έχει αντίσταση R=5Ω. Το πηνίο είναι ιδανικό με αυτεπαγωγή L=2mH, ενώ ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα C=20μF. Σε μια στιγμή την οποία θεωρούμε t=0, ανοίγουμε το διακόπτη δ.



α. Για αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη, να βρεθούν:

α1. Η ενέργεια ταλάντωσης.

α2. Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο.

β. Μετά από λίγο, τη χρονική στιγμή t_1 το φορτίο του πυκνωτή (του οπλισμού αναφοράς μας Α) είναι q_1=0,5mC, ενώ η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα i_1=-2A. Για τη στιγμή αυτή ζητούνται:

β1. Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

β2. Οι ρυθμοί μεταβολής της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή και της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

γ. Μια άλλη χρονική στιγμή t_2 το φορτίο του πυκνωτή είναι μηδενικό, ενώ η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα έχει αντίθετη φορά και τιμή $|i_2|$=4,6 Α. Να βρεθούν για τη στιγμή αυτή:

γ1. Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

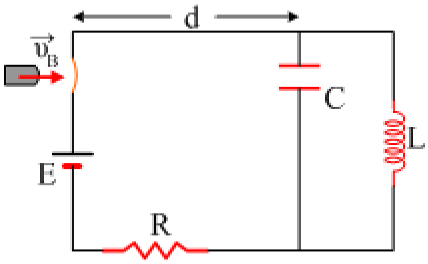
γ2. Οι ρυθμοί μεταβολής της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή και της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

δ. Κάποια στιγμή t_3 ο πυκνωτής έχει φορτίο q_3=-0,4mC ενώ η ένταση του ρεύματος είναι i_3=-2 Α.

δ1. Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

δ2. Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή και της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

148. Ενα βλήμα από καουτσούκ κινείται με σταθερή οριζόντια ταχύτητα και κόβει το λεπτό αλουμινόχαρτο του παρακάτω σχήματος την στιγμή t=0.



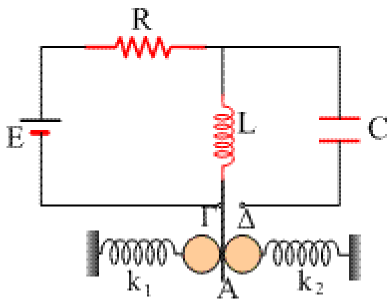
Στη συνέχεια το βλήμα σφηνώνεται ακαριαία και καλύπτει όλο το χώρο ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή την χρονική στιγμή 2Τ όπου Τ η περίοδος ταλάντωσης του αρχικού κυκλώματος L-C. Δίνονται E=100V, C=1mF, L=1mH και R=20Ω, ενώ η διηλεκτρική σταθερά του βλήματος είναι ε=4. Αν η απόσταση αλουμινόχαρτου- πυκνωτή είναι d=20cm να βρεθούν :

α. Το μέτρο της ταχύτητας του βλήματος αν αυτή θεωρηθεί σταθερή και οριζόντια

β. Να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση του φορτίου του κάτω οπλισμού πυκνωτή για χρόνο t=8π ms μετά το κόψιμο του αλουμινόχαρτου.

Απ: 50/π m/s

149. Στο παρακάτω κύκλωμα ο αβαρής μεταγωγέας Α μπορεί να κινείται οριζόντια χωρίς τριβές από τη θέση Γ στην θέση Δ .



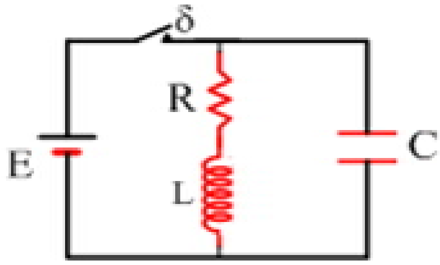
Τα ελατήρια έχουν σταθερές $K_1=K_2=10^3$N/m και το φυσικό τους μήκος ταυτίζεται με τις θέσεις Γ και Δ ενώ τα σώματα έχουν ίδια μάζα $m_1=m_2=0,1$Kg. Συσπειρώνουμε το ελατήριο με σταθερά K_1 κατά Α και την στιγμή t=0 αφήνουμε το σύστημα να εκτελέσει ταλαντώσεις Η μπαταρία έχει ΗΕΔ E=8V η αντίσταση είναι R=8Ω ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου είναι L=10mHκαι ο αφόρτιστος αρχικά πυκνωτής έχει χωρητικότητα C=40mF. Μετά από τρεις κεντρικές και ελαστικές κρούσεις η σφαίρα με μάζα m2 σταματάει ακαριαία μέσω μίας εξωτερικής δύναμης και ο μεταγωγέας μένει ακίνητος στην θέση Δ.

α. Να βρεθεί η ενέργεια που έδωσε η πηγή του συνεχούς ρεύματος στο κύκλωμα L-C.

β. Να γίνει η γραφική παράσταση του φορτίου του κάτω οπλισμού του πυκνωτή σε συνάρτηση το χρόνο.

Να υποτεθεί ότι στο κύκλωμα R-L όταν επιστρέφει ο μεταγωγέας στην θέση Γ το ρεύμα προλαβαίνει να αποκατασταθεί.

150. Δίνεται το κύκλωμα του σχήματος, όπου ο διακόπτης είναι κλειστός για μεγάλο χρονικό διάστημα και η πηγή διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης. Δίνεται E=20V, R=4Ω και C=5μF, ενώ το ιδανικό πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L= 4\cdot10^{-3}$ H. Σε μια στιγμή, την οποία θεωρούμε t=0 ανοίγουμε το διακόπτη δ.



α. Αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη (για $t=0^+$), να βρεθούν:

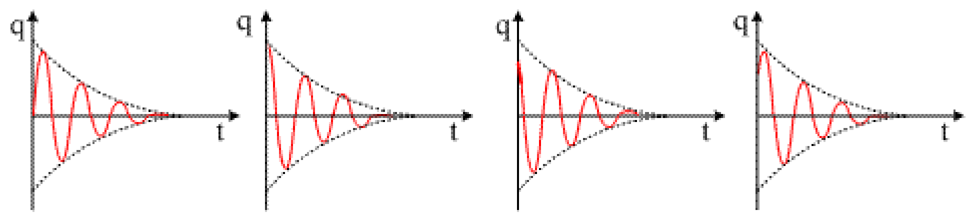
α1. Η ενέργεια της ταλάντωσης

α2. Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.

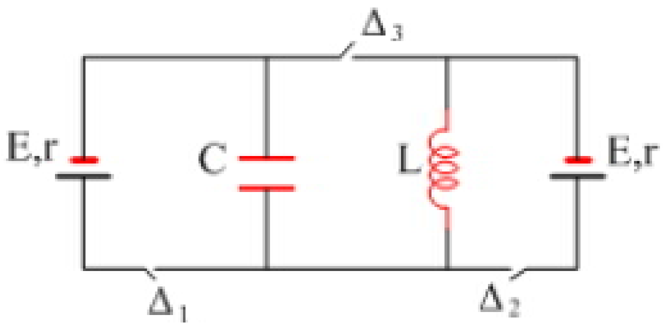
α3. Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή και του πηνίου.

β. Μετά από λίγο, τη στιγμή t_1, το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα, η ένταση του οποίου παίρνει στιγμιαία τη μέγιστη τιμή της I_1= 4 A. Πόση θερμότητα έχει παραχθεί πάνω στον αντιστάτη από το άνοιγμα του διακόπτη, μέχρι τη στιγμή t_1;

γ. Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις παριστά το φορτίο του πυκνωτή (το φορτίο του πάνω οπλισμού, τον οποίο λαμβάνουμε σαν οπλισμό αναφοράς) σε συνάρτηση με το χρόνο;



151. Δίνεται το παρακάτω κύκλωμα



Οι πηγές είναι όμοιες και έχουν ΗΕΔ E=120V και εσωτερική αντίσταση r=12Ω, ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα C=1μF, το πηνίο είναι ιδανικό και έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L=144μH. Οι διακόπτες $Δ_1$ και $Δ_2$ κλείνουν ταυτόχρονα ενώ ο διακόπτης $Δ_3$ μένει ανοιχτός. Την χρονική στιγμή που οι ρυθμοί αποταμίευσης της ενέργειας στο πηνίο και στον πυκνωτή γίνουν ταυτόχρονα μέγιστοι ανοίγουμε τους διακόπτες $Δ_1$ και $Δ_2$ και κλείνουμε τον διακόπτη $Δ_3$. Να βρεθούν:

α. Η εξίσωση του φορτίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με τον χρόνο θεωρώντας t=0 την χρονική στιγμή που κλείνουμε τον διακόπτη $Δ_3$.

β. Ο μέγιστος ρυθμός αποθήκευσης της ενέργειας στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή μετά το κλείσιμο του $Δ_3$.

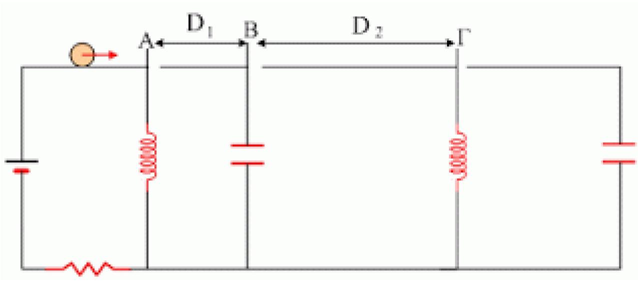
Την χρονική στιγμή $t_1=15π.10^{-6}$sec μετά το κλείσιμο του διακόπτη $Δ_3$ απομακρύνουμε ακαριαία την απόσταση των οπλισμών του πυκνωτή τετραπλασιάζοντας την αρχική τους απόσταση.

Να βρεθούν:

γ. Το έργο που δαπανήθηκε για να απομακρυνθούν οι οπλισμοί του πυκνωτή.

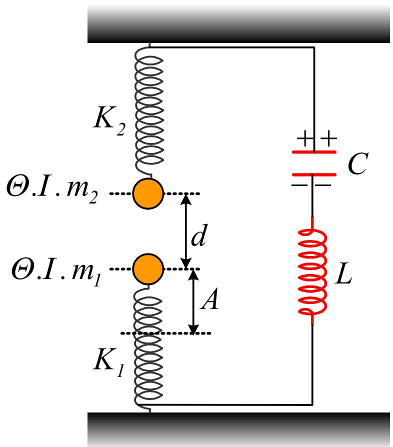
δ. Η γραφική παράσταση του φορτίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με τον χρόνο μετά το κλείσιμο του διακόπτη Δ3.

152. Στο παρακάτω κύκλωμα δίνονται E=20V, R=10Ω, $L_1=L_2$=100mH και $C_1=C_2$=10μF. Ένα βλήμα κινούμενο οριζόντια με σταθερή ταχύτητα υ=80m/sec μπορεί να συμπαρασύρει στο περασμά του όλους τους αβαρείς μεταγωγούς χωρίς απώλεια ενέργειας. Ο μεταγωγέας Α βρίσκεται σε μόνινη θέση έτσι ώστε το ρεύμα στο πρώτο πηνίο να είναι σταθεροποιημένο ενώ οι πυκνωτές είναι αφόρτιστοι. Την χρονική στιγμή t=0 το βλήμα χτυπά το μεταγωγέα Α. Η απόσταση μεταξύ των μεταγωγέων ΑΒ είναι σταθερή και ίση με D_1=4πcm και των μεταγωγέων ΒΓ είναι D_2=12πcm.



Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των φορτίων των κάτω οπλισμών του κάθε πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο.

153. Στο σχήμα απεικονίζονται δυο σώματα m_1=0,1kg , m_2=0,16kg δεμένα σε ελατήρια k_1=40N/m , k_2=100N/m αντίστοιχα. Τα άλλα άκρα των ελατηρίων είναι σταθερά συνδεδεμένα στο δάπεδο και στην οροφή. Τα σώματα όταν ισορροπούν απέχουν μεταξύ τους κατά d=0,3m. Τα ελατήρια και τα σώματα είναι αγώγιμα και τα άκρα των ελατηρίων συνδέονται με πηνίο και τους οπλισμούς φορτισμένου πυκνωτή C=10^{-6}F σε τάση V_o=20V με πολικότητα όπως στο σχήμα. Τα άκρα των ελατηρίων που συνδέονται με την οροφή και το δάπεδο είναι ηλεκτρικά μονωμένα. Μετακινούμε το m_1 προς τα κάτω κατά A=0,5m και τη στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο. Η κρούση με το σώμα m_2 είναι κεντρική. Αμέσως μετά την κρούση το σώμα m_2 μετακινείται κατά A_2=0,2m μέχρι να σταματήσει στιγμιαία, οπότε το ακινητοποιούμε. Δίνεται ημ$\frac{\pi}{10} = 0,6$



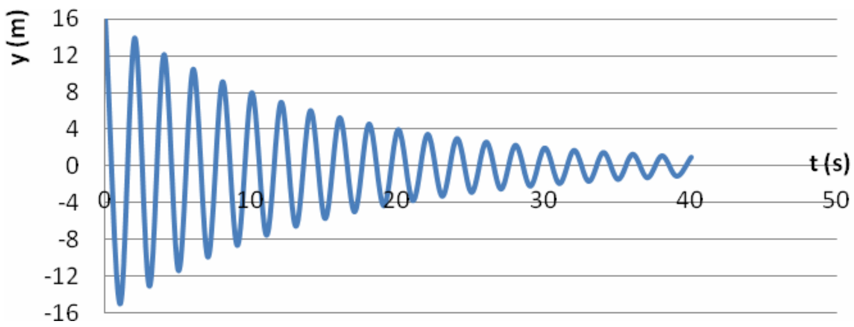
α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα u_1 του σώματος m_1 λίγο πριν συγκρουσθεί με το m_2.

β. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που αρχίζει η κρούση

γ. Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης του m_1 μετά την κρούση.

δ. Κατά τη διάρκεια της κρούσης και όσο υπάρχει επαφή των σωμάτων, το κύκλωμα εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση με συνολικό συντελεστή αυτεπαγωγής L=10^{-2} Η. ΄Οταν τα σώματα δεν είναι σε επαφή , τότε σταματούν οι ηλεκτρικές ταλαντώσεις και η τάση στον πυκνωτή είναι V=10V με πολικότητα όπως και αρχικά. Έχουμε την πληροφορία ότι η διάρκεια της κρούσης είναι μεταξύ π.10^{-4} s και 2π.10^{-4}s. Να υπολογίσετε τη χρονική διάρκεια της κρούσης καθώς και τη μέση δύναμη που δέχθηκε το m_2 από το m_1 στη διάρκεια της κρούσης.

154. Σώμα μάζας m=1 kg είναι δεμένο στην άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατήριουΈνα σώμα μάζας m=1 kg εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, στην οποία η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας. Η απομάκρυνση του σώματος από τη Θέση Ισορροπίας συναρτήσει του χρόνου φαίνεται στο α-κόλουθο σχήμα. Δίνεται $π^2$=10.



Θεωρήστε πως η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης είναι ίση με την περίοδο της αμείωτης ταλά-ντωσης και απαντήστε στα ακόλουθα ζητήματα:

α. Να γραφεί η χρονική εξίσωση της μέγιστης θετικής απομάκρυνσης του σώματος από τη ΘΙ.

β. Να υπολογιστεί η θερμότητα που εκλύθηκε στο περιβάλλον μέχρι τα 20 s.

γ. Να σχεδιαστούν σε κοινούς άξονες οι γραφικές παραστάσεις της ενέργειας της ταλάντωσης σε συ-νάρτηση με το χρόνο και της εκλυόμενης θερμότητας σε συνάρτηση με το χρόνο έως τη χρονική στιγ-μή t=40 s.

Απ: α. $A = 16 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{10}t}$ (SI) β. Q=1200 J

155. Σώμα μάζας m=1 kg εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση πλάτους A=0,2 m, στερεωμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k=100 N/m, υπό την επίδραση εξωτερικής περιοδικής δύναμης με συχνό-τητα $f_Δ = \frac{2,5}{π}$ Hz. Το σώμα για t=0 βρισκόταν στην θέση ισορροπίας του και η ταχύτητά του ήταν θετι-κή. Θεωρώντας ότι η σταθερά απόσβεσης b του συστήματος είναι πολύ μικρή, να απαντηθούν τα α-κόλουθα ζητήματα:

α. Να γραφεί η εξίσωση της ταλάντωσης που πραγματοποιεί το σύστημα.

β. Να βρεθεί ο χρόνος που απαιτείται ώστε το σώμα να αποκτήσει επιτάχυνση με μέτρο το μισό του μέγιστου για $1^η$ φορά.

γ. Να βρεθεί η απομάκρυνση του σώματος από τη ΘΙ τη στιγμή που η ταχύτητά του είναι ίση με το μισό της μέγιστής του για $1^η$ φορά.

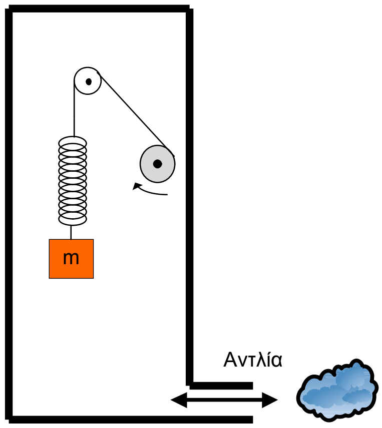
δ. Αυξάνουμε τη συχνότητα του διεγέρτη σε $f_Δ = \frac{4}{π}$ Hz. Τι θα συμβεί με το πλάτος της ταλάντωσης και γιατί;

ε. Πόση θα έπρεπε να ήταν η μάζα m_1 του σώματος στο αρχικό πείραμα, για να παρουσίαζε το σύ-στημα μέγιστη ικανότητα απορρόφησης ενέργειας από το διεγέρτη;

στ. Στην περίπτωση του προηγούμενου ζητήματος, να υπολογιστεί ο ρυθμός με τον οποίο ο διεγέρτης προσφέρει ενέργεια στο σύστημα, τη χρονική στιγμή που το σώμα διέρχεται από τη Θέση Ισορροπίας του. Να θεωρηθεί πως η σταθερά απόσβεσης είναι b=0,01 kg/s και πως το πλάτος της ταλάντωσης στην περίπτωση αυτή είναι A=0,4 m.

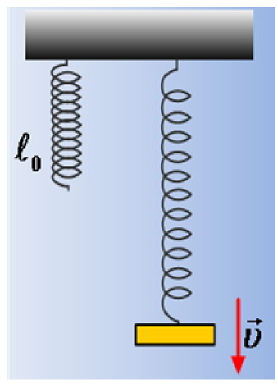
Απ: α. $x = 0,2ημ5t$ (SI) β. $t = \frac{π}{30}$ s γ. $x = +\sqrt{3} \cdot 0,1$ m δ. $m' = 4$ kg ε. $\frac{dW}{dt} = 0,04$ J/s

156. Μέσω της διάταξης του σχήματος εφαρμόζεται δύναμη στο σύστημα ιδανικού ελατηρίου-σώματος μάζας m=1 kg, η οποία μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο. Το σύστημα εκτελεί αρμονική ταλάντωση και παρουσιάζει μέγιστη ικανότητα απορρόφησης ενέργειας από το διεγέρτη. Η πίεση του αέρα στο εσωτερικό της διάταξης είναι ρυθμισμένη έτσι ώστε η σταθερά απόσβεσης να λαμβάνει την τιμή 0,1 kg/s. Επίσης, η ταχύτητα του σώματος μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $u = 1συν10t$ (SI).



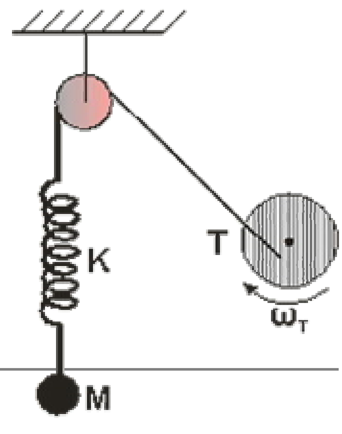
α. Να γραφεί η χρονική εξίσωση της δύναμης του διεγέρτη και να υπολογιστεί η σταθερά του ελατηρίου.
β. Να υπολογιστεί η ενέργεια της ταλάντωσης και ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος.
γ. Να υπολογιστεί ο ρυθμός παροχής ενέργειας στο σύστημα τη στιγμή t=π/40 s.
δ. Διπλασιάζουμε τη συχνότητα περιστροφής του τροχού. Πως θα μεταβληθεί το πλάτος της ταλάντωσης;
Απ: α. $F = 0,1συν10t$ (SI), k=100 N/m β. E=0,5 J, $du_{max}/dt=10\ m/s^2$ γ. $dW/dt=5\cdot10^{-4}$ J/s

157. Ένα ελατήριο σταθεράς k=40N/m κρέμεται κατακόρυφα έχοντας φυσικό μήκος l_0=0,5m. Δένουμε στο κάτω άκρο του ένα σώμα μάζας 2kg και το αφήνουμε να κινηθεί, οπότε αυτό εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, εξαιτίας της αντίστασης του αέρα. Σε μια στιγμή t_1 το σώμα κινείται προς τα κάτω και το ελατήριο έχει μήκος l_1=1,2m. Στη θέση αυτή το σώμα έχει ταχύτητα $υ_1$= 2m/s ενώ επιβραδύνεται με ρυθμό 4,1m/s^2. Να βρείτε:



α. Την μηχανική ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμική από 0-t_1.
β. Τη σταθερά απόσβεσης b.
γ. Την ενέργεια ταλάντωσης τη στιγμή t_1.
δ. Τον ρυθμό με τον οποίο μειώνεται η ενέργεια ταλάντωσης τη στιγμή t_1.
Θεωρείται γνωστό ότι για την ταλάντωση που θα επακολουθήσει D=k και g=10m/s^2.
Απ: α.Q=0,2J. Β. b=0,1 kg/s γ. E=4,8 J δ. +0,4 J/s

158. Ένα σώμα μάζας M=1 Kg είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς K=4 N/cm. Όταν το σώμα ταλαντώνεται ελεύθερα, ενεργεί πάνω του δύναμη αντίστασης της μορφής Fαντ= -0,2·υ (S.I). Για να διατηρείται το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος σταθερό και ίσο με A=20 cm, ασκούμε στο σύστημα εξωτερική περιοδική δύναμη μέ-



σω του τροχού Τ, που τον στρέφουμε με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω_T=30 rad/s (σχήμα).

α. Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης x(t) και της ταχύτητας υ(t) της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θεωρώντας ότι τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο κατά τη θετική κατεύθυνση.

β. Να παραστήσετε γραφικά με το χρόνο και για το χρονικό διάστημα από t=0 έως t=2π/15 s το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ενεργεί στο σώμα κατά την εξαναγκασμένη ταλάντωσή του. Με ποια περίοδο μεταβάλλεται το μέτρο της συνισταμένης δύναμης;

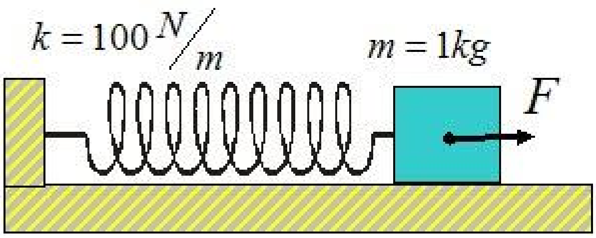
γ. Να βρείτε την απόλυτη τιμή του ρυθμού απορρόφησης ενέργειας από τη δύναμη της αντίστασης σε συνάρτηση με το χρόνο. Ποια είναι η μέγιστη τιμή του ρυθμού αυτού;

δ. Αν αυξήσουμε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τροχού, τα πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα αυξηθεί, θα μειωθεί ή θα παραμείνει αμετάβλητο; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

159. Το σώμα του σχήματος βρίσκεται πάνω σε λεία σανίδα συνδεδεμένο με ιδανικό ελατήριο. Κινούμενο συναντά αντίσταση $F_{αντ}$ = -2√3.υ. Δεχόμενο περιοδική δύναμη F εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με πλάτος 0,2 m και κυκλική συχνότητα ω = 5 rad/s. Κάποια στιγμή μετά τη σταθεροποίηση του πλάτους βρίσκεται στη θέση x= + 0,1 m και πλησιάζει την θέση ισορροπίας.

α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα και την δύναμη αντίστασης εκείνη την στιγμή.

β. Υπολογίσατε την επιτάχυνση και την δύναμη του διεγέρτη την εν λόγω στιγμή.



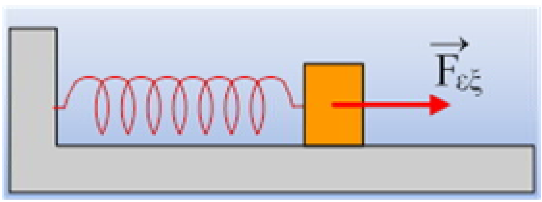
γ. Με ποιο ρυθμό προσφέρεται ενέργεια στο σύστημα εκείνη την στιγμή;

δ. Ποιος είναι την ίδια στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου;

ε. Ποιος είναι την ίδια στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος και ποιος ο ρυθμός απώλειας ενέργειας λόγω της αντίστασης;

Απ: α. $F_{αντ}$=3N β. 4,5 N γ. -2,25√3 J/s δ. -5√3 J/s ε. 1,25√3 J/s, -3,75√3 J/s, 1,5√3 J/s

160. Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς k=180N/m. Ασκούμε πάνω του μια περιοδική οριζόντια δύναμη, υποχρεώνοντάς το να εκτελέσει εξαναγκασμένη ταλάντωση, όπου η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής $F_{απ}$=-bυ. Μόλις σταματήσουν τα μεταβατικά φαινόμενα, το σώμα ταλαντώνεται με σταθερό πλάτος Α=0,2m. Θεωρώντας t=0 κάποια στιγμή, που το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση, βρίσκουμε ότι η εξωτερική δύναμη παρέχεται από την εξίσωση:



$$F_{εξ}=4\sqrt{2}\cdot ημ(10t+3π/4) \quad (S.I.)$$

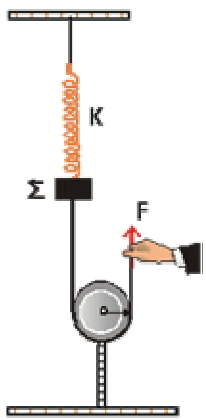
α. Να βρεθούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο.

β. Να βρεθεί η δύναμη απόσβεσης τη στιγμή t=0, καθώς και η σταθερά απόσβεσης b.

γ. Τη χρονική στιγμή t_1=7π/40 s να βρεθούν:

γ1. Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας.
γ2. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας.
γ3. Ο ρυθμός με τον οποίο αφαιρείται ενέργεια από το σώμα μέσω της δύναμης απόσβεσης.
γ4. Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στο σώμα, μέσω του έργου της εξωτερικής δύναμης.
δ. Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις στα παραπάνω ερωτήματα, τη χρονική στιγμή $t_2=\pi/30$ s;
ε. Αν μεταβάλουμε τη συχνότητα της εξωτερικής δύναμης στην τιμή $f_2=2Hz$, τι θα συμβεί με το πλάτος της ταλάντωσης (μετά το τέλος των μεταβατικών φαινομένων και την αποκατάσταση σταθερής κατάστασης);
Δίνεται ημ(π/12)≈0,26

161. Στη διάταξη του σχήματος δίνονται η σταθερά του ελατηρίου K=100N/m και ότι η μάζα του σώματος Σ είναι m=4Kg. Το χέρι μας ασκεί περιοδική δύναμη F, και το σώμα Σ εκτελεί εξαναγκασμένη αρμονική ταλάντωση συχνότητας $f_1=4/2\pi$Hz και πλάτους A=4,4cm χωρίς αρχική φάση. Το σώμα κινούμενο δέχεται δύναμη αντίστασης Fαντ= -b×υ με σταθερά απόσβεσης b=0,4Kg×s-1.



α. Να γράψετε τις σχέσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας του ταλαντωτή σε συνάρτηση με το χρόνο.
β. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης F του διεγέρτη σε συνάρτηση με το χρόνο.
γ. Να υπολογίσετε τη δύναμη του διεγέρτη τη χρονική στιγμή t=π/12s, καθώς και το ρυθμό προσφερόμενης ενέργειας εκείνη τη στιγμή.
δ. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης F του διεγέρτη σε συνάρτηση με το χρόνο όταν έχουμε συντονισμό και να υπολογίσετε το ρυθμό προσφερόμενης ενέργειας τη στιγμή t= π/15s.

162. Υλικό σημείο Σ εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, οι οποίες γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις εξισώσεις: $x_1=A\eta\mu\omega t$ και $x_2=A\eta\mu(\omega t+\frac{\pi}{3})$, με A = 4 cm και $\omega = 10\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.
α. Να υπολογισθεί το πλάτος $A_{ολ}$ της συνισταμένης απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το Σ.
β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που εκτελεί το Σ.
γ. Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του Σ και να υπολογισθεί η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{15}$ s μετά από τη στιγμή t=0.
δ. Να υπολογισθεί ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{120}$ s.

Επαν. Ημερ. 2009

163. Σώμα m=1 kg εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις, που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο, με εξισώσεις:

$$x_1=\sqrt{3}\cdot\eta\mu(2\pi t+\frac{\pi}{6})\ \text{(SI)}$$

$$x_2 = 1 \cdot \eta\mu(2\pi t + \frac{2\pi}{3})\,(SI)$$

Να απαντήσετε στα ακόλουθα ζητήματα:

α. Να γραφεί η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης από τη ΘΙ της συνισταμένης ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα.

β. Να υπολογιστεί η χρονική στιγμή κατά την οποία η επιτάχυνση του σώματος μηδενίζεται για 1^{η} φορά.

γ. Να υπολογιστεί το συνολικό έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα από τη χρονική στιγμή t=0 έως τη στιγμή που η επιτάχυνση του σώματος μηδενίζεται για 1^{η} φορά.

Απ: α. $x = 2\eta\mu(2\pi t + \frac{\pi}{3})$ (SI) β. $t = \frac{1}{3}$ s γ. $W_{F_{\varepsilon\pi\alpha\nu}} = 60$ J

164. Σώμα m=1 kg εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις, που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο, με εξισώσεις:

$$x_1 = A\eta\mu\omega t \text{ και } x_2 = A\eta\mu(\omega t + \phi_o)$$

Η σταθερά επαναφοράς της συνισταμένης ταλάντωσης είναι D=100 N/m. Η ενέργεια της σύνθετης ταλάντωσης είναι, κάθε στιγμή, ίση με το άθροισμα των ενεργειών των επιμέρους ταλαντώσεων. Σε μία πλήρη ταλάντωση το διάστημα που διανύει το σώμα είναι $0{,}8\sqrt{2}$ m .

Να απαντήσετε στα ακόλουθα ζητήματα:

α. Να βρεθούν τα πλάτη των δύο αρμονικών ταλαντώσεων.

β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.

γ. Να προσδιοριστεί η χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια γίνεται ίση με τη δυναμική για 1^{η} φορά μετά την έναρξη της ταλάντωσης.

δ. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης για εκείνη τη χρονική στιγμή.

Απ: α. $A_1=A_2=0{,}2$ m β. $x = 0{,}2\sqrt{2} \cdot \eta\mu(10t + \frac{\pi}{4})$ (SI) γ. t=π/20 s δ. $\frac{dU_E}{dt} = -4$ J/s

165. Διαθέτουμε δύο ηχητικές πηγές που παράγουν απλούς αρμονικούς ήχους με συχνότητες f_1 και f_2. Οι δυο πηγές παράγουν ήχους ίδιας έντασης, πράγμα που σημαίνει ότι, όταν ο κάθε ήχος πέσει στο τύμπανο του αυτιού μας, το εξαναγκάζει να ταλαντωθεί με το ίδιο πλάτος. Έστω ότι η ταλάντωση του τυμπάνου εξαιτίας του πρώτου ήχου έχει απομάκρυνση:

$$x_1=0{,}002\ \eta\mu(2000\pi t+\pi)\ (S.I.).$$

ενώ εξαιτίας του δεύτερου ήχου:

$$x_2=0{,}002\cdot\eta\mu(2004\pi t)\ \ (S.I.).$$

α. Να βρεθούν οι συχνότητες των δύο ήχων.

β. Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του τυμπάνου του αυτιού μας σε συνάρτηση με το χρόνο.

γ. Ποια η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβανόμαστε;

δ. Πόσα μέγιστα της έντασης του ήχου αντιλαμβανόμαστε σε κάθε δευτερόλεπτο;

166. Υλικό σημείο Σ ενός ελαστικού μέσου εκτελεί περιοδική κίνηση (ιδιόμορφη ταλάντωση) της οποίας η εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση χ=0, εκφράζεται ως επαλληλία των εξισώσεων κίνησης: $\chi_1=0{,}1ημ(202πt)$ (S.I) και $\chi_2=0{,}1ημ(198πt)$ (S.I)

α. Να γραφεί η εξίσωση κίνησης του Σ

β. Ποιες χρονικές στιγμές μηδενίζεται ο όρος της περιοδικής κίνησης που μεταβάλλεται αργά με το χρόνο (περιβάλλουσα); Ποια χρονική στιγμή μηδενίζεται για πρώτη φορά; Ποια η φάση των δύο εξισώσεων χ_1, χ_2 από την επαλληλία των οποίων προκύπτει η εξίσωση κίνησης του Σ, ποια η διαφορά φάσης μεταξύ τους και ποιες οι τιμές των χ_1, χ_2 και της απομάκρυνσης χ τη στιγμή αυτή;

γ. Ποιες χρονικές στιγμές γίνεται μέγιστος κατά απόλυτη τιμή ο όρος της περιοδικής κίνησης που μεταβάλλεται αργά με το χρόνο (περιβάλλουσα); Ποια χρονική στιγμή συμβαίνει αυτό για πρώτη φορά; Ποια η φάση των δύο εξισώσεων χ_1, χ_2 από την επαλληλία των οποίων προκύπτει η εξίσωση κίνησης του Σ, ποια η διαφορά φάσης μεταξύ τους και ποιες οι τιμές των χ_1, χ_2 και της απομάκρυνσης χ τη στιγμή αυτή;

δ. Πόσες πλήρεις ταλαντώσεις της περιοδικής κίνησης εκτελεί το υλικό σημείο σε χρονικό διάστημα ίσο με αυτό που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της περιβάλλουσας;

167. Σώμα m=2,5 kg εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις $x_1=f(t)$ και $x_2=f(t)$, που εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Η συχνότητα και των δύο ταλαντώσεων είναι 1 Hz και η φάση της $x_2=f(t)$ είναι κατά π/2 μεγαλύτερη από την $x_1=f(t)$. Η ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης είναι 8 J και το πηλίκο της ενέργειας της ταλάντωσης $x_2=f(t)$ προς την ενέργεια της ταλάντωσης $x_1=f(t)$ είναι $\frac{E_2}{E_1}=3$. Τη χρονική στιγμή t=0, αν το σώμα εκτελούσε μόνο την ταλάντωση $x_1=f(t)$, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής θα ήταν μέγιστος αρνητικός.

Δίνεται: $π^2=10$

Να απαντήσετε στα ακόλουθα ζητήματα:

α. Να υπολογιστεί η μέγιστη τιμή της ταχύτητας της συνισταμένης ταλάντωσης.

β. Να γραφεί η εξίσωση $x_1=f(t)$.

γ. Να γραφεί η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης.

δ. Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το σώμα κατά τη διάρκεια της συνισταμένης ταλάντωσης από τη χρονική στιγμή t=0 έως τη χρονική στιγμή που η δύναμη επαναφοράς γίνεται μέγιστη για δεύτερη φορά.

Απ: α. $u_{max}=0{,}8π$ m/s β. $x_1=0{,}2ημ(2πt+\frac{π}{2})$ (SI) γ. $x=0{,}4ημ(2πt+\frac{5π}{6})$ (SI) δ. W=-6 J.

168. Ένα σώμα m=0,01 kg εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις, που πραγματοποιούνται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με το ίδιο πλάτος και διαφορετική συχνότητα. Η κίνηση του σώματος περιγράφεται από την εξίσωση: $x=0{,}4συνπt\cdot ημ400πt$ (SI).

Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:

α. Να διερευνήσετε αν η περιοδική κίνηση παρουσιάζει διακροτήματα και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. Πόσο είναι το πλάτος των επιμέρους ταλαντώσεων;

β. Αν είναι γνωστό πως $f_1>f_2$, όπου f_1, f_2 οι συχνότητες των επιμέρους ταλαντώσεων, να υπολογιστούν οι f_1 και f_2.

γ. Να υπολογίσετε την περίοδο της περιοδικής κίνησης και το χρόνο μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους.
δ. Πόσα μέγιστα του πλάτος έχουμε μέχρι τη χρονική στιγμή t=2 s, αν θεωρήσουμε ότι τη χρονική στιγμή t=0 έχουμε μέγιστο πλάτος.
ε. Να υπολογιστεί ο αριθμός των ταλαντώσεων μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους.
ζ. Να βρεθεί η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο επιμέρους ταλαντώσεων σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.
η. Να βρεθούν η χρονική στιγμή t_1 που η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο ταλαντώσεων παίρνει την τιμή $\Delta\varphi_1$=6π rad.

169. Ένας παρατηρητής Α αρχίζει να κινείται ανάμεσα από δύο ακίνητες πηγές αρμονικών ηχητικών κυμάτων, οι οποίες βρίσκονται σε μεγάλη απόσταση, με σταθερή επιτάχυνση 0,5 m/s^2. Ο παρατηρητής κατευθύνεται προς την πηγή (2) και απομακρύνεται από την πηγή (1). Τη στιγμή t=2 s σταματά να επιταχύνεται και από τη στιγμή εκείνη και μετά αντιλαμβάνεται διακροτήματα με συχνότητα f_δ=6 Hz.
Οι δύο πηγές άρχισαν να ηχούν ταυτόχρονα και η συχνότητα των εκπεμπόμενων ηχητικών κυμάτων της πηγής (1) είναι $f_{s(1)}$=680 Hz. Επίσης, τη χρονική στιγμή t=3 s η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής από την πηγή (2) είναι μεγαλύτερη απ' αυτή της πηγής (1) (f_1> f_2) ο παρατηρητής δεν αντιλαμβάνεται διακροτήματα.
Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα: $u_{\eta\chi}$=340 m/s.
Να απαντήσετε στα ακόλουθα ζητήματα.
α. Να γίνει το διάγραμμα της συχνότητας f_1 που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής από την πηγή (1) σε συνάρτηση με το χρόνο, έως τη χρονική στιγμή t=4 s.
β. Να βρεθεί η συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η πηγή (2).
γ. Να υπολογιστεί ο αριθμός των πλήρων ταλαντώσεων που εκτελεί το τύμπανο κάθε αυτιού του παρατηρητή μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους της ταλάντωσής του.
Απ: β. $f_{s(2)}$=680 Hz γ. N=113,5 ταλαντώσεις

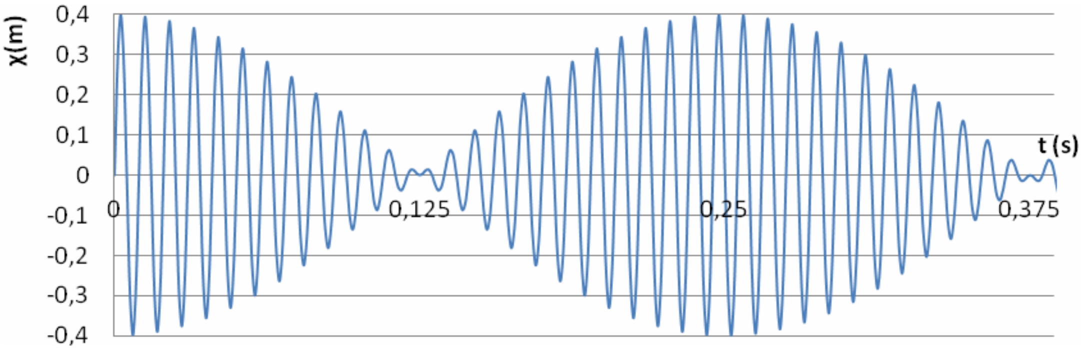
170. Σώμα Σ1 μάζας m_1=1kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την βοήθεια ενός συστήματος ελατηρίων με εξίσωση κίνησης:

$$x = 0{,}1\cdot \eta\mu 20t + 0{,}1\cdot\sqrt{3}\cdot\eta\mu\left(20t+\frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{S.I.})$$

α. Να αποδείξτε ότι το σώμα εκτελεί μια αρμονική ταλάντωση, της οποίας να βρείτε τα στοιχεία.
β. Τη χρονική στιγμή t_1= π/5 s το σώμα Σ_1 συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σώμα Σ_2 μάζας m_2=0,5kg που κινείται ευθύγραμμα και ομαλά, προς την αντίθετη κατεύθυνση από το σώμα Σ_1 με ταχύτητα μέτρου $υ_2$=1m/s. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει εκτελεί α.α.τ. της ίδιας διεύθυνσης γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας.
β1. Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ_1 ελάχιστα πριν την κρούση.
β2. Να βρείτε την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
β3. Η ενέργεια ταλάντωσης μετά την κρούση είναι:
i. $E= ½\, m_1\cdot υ_\kappa^2 + ½\, m_1\cdot\omega^2\cdot x_{12} = 6{,}5J$
ii. $E= ½\,(m_1+m_2)\cdot υ_\kappa^2 + ½\, m_1\cdot\omega^2\cdot x_{12} = 6{,}75\ J$
iii. $E= ½\,(m_1+m_2)\cdot υ\kappa 2 + ½\,(m_1+m_2)\cdot\omega^2\cdot x_{12} = 9{,}75\ J$

Επιλέξτε την σωστή απάντηση.

171. Ένα σώμα m=0,01 kg εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις, που πραγματοποιούνται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με το ίδιο πλάτος και διαφορετική συχνότητα ($f_1 > f_2$). Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσής του σώματος από τη ΘΙ δίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Αν είναι γνωστό πως και οι δύο επιμέρους ταλαντώσεις έχουν μηδενική αρχική φάση και πως $\pi^2=10$ να απαντήσετε στα ακόλουθα ζητήματα:

α. Να γραφεί η χρονική εξίσωση της σύνθετης κίνησης.

β. Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις των επιμέρους ταλαντώσεων.

γ. Να υπολογιστεί ο αριθμός των μεγιστοποιήσεων του πλάτους μέχρι και τη χρονική στιγμή t=1 s.

δ. Πόσες φορές διέρχεται το σώμα από τη ΘΙ ισορροπίας του στο χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους.

Απ: α. $x = 0,4\sigma\upsilon\nu 4\pi t \cdot \eta\mu 200\pi t$ (SI) β. $x_1 = 0,2\eta\mu 204\pi t$ (SI) και $x_2 = 0,2\eta\mu 196\pi t$ (SI γ. N=5 μεγιστοποιήσεις δ. N=25 φορές

172. Δύο σημαδούρες Α και Β απέχουν μεταξύ τους απόσταση ΑΒ = 13,5m και η ευθεία που διέρχεται από αυτές είναι κάθετη στην ακτογραμμή. Πλοίο που κινείται παράλληλα στην ακτογραμμή, μακριά από τις σημαδούρες δημιουργεί κύμα, με φορά διάδοσης από την Α προς την Β, το οποίο θεωρούμε εγκάρσιο αρμονικό. Το κύμα διαδίδεται προς την ακτή. Εξ αιτίας του κύματος η κάθε σημαδούρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της 30 φορές το λεπτό. Ο χρόνος που απαιτείται, για να φθάσει ένα «όρος» του κύματος από τη σημαδούρα Α στη Β, είναι 9s. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης κάθε σημαδούρας είναι π/5 m/s. Θεωρούμε ως αρχή μέτρησης των αποστάσεων τη σημαδούρα Α και ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή που η σημαδούρα Α βρίσκεται στη θέση ισορροπίας και κινείται προς τα θετικά.

α. Να υπολογιστεί το μήκος του κύματος.

β. Πόσο απέχει η σημαδούρα Α από την ακτή, αν αυτή βρίσκεται για $21^{η}$ φορά στην ανώτερη θέση της ταλάντωσής της, όταν το κύμα φθάσει στην ακτή.

γ. Να γραφεί η εξίσωση ταλάντωσης της σημαδούρας Β, καθώς το κύμα διαδίδεται από τη σημαδούρα Α προς τη Β.

δ. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης της σημαδούρας Β κάποια χρονική στιγμή που η σημαδούρα Α βρίσκεται στο ανώτατο σημείο της ταλάντωσής της.

Επαναληπτικές Εξετάσεις Ε.Λ. 2006

173. Κατά μήκος του άξονα x΄x εκτείνεται ελαστική χορδή. Στη χορδή διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου $Π_1$ της χορδής περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_1 = Αημ\, 30πt \text{ (SI)}$$

ενώ η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου $Π_2$, που βρίσκεται 6 cm δεξιά του σημείου $Π_1$, περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_2 = Αημ(30πt+π/6) \text{ (SI)}$$

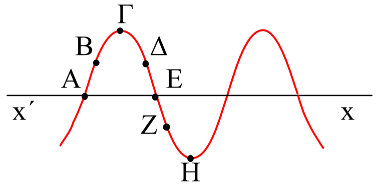
Η απόσταση μεταξύ των σημείων $Π_1$ και $Π_2$ είναι μικρότερη από ένα μήκος κύματος.

α. Ποια είναι η φορά διάδοσης του κύματος;

β. Ποια είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

γ. Αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής, να υπολογίσετε το πλάτος του κύματος.

δ. Στο σχήμα που ακολουθεί, απεικονίζεται ένα στιγμιότυπο του κύματος.



Εκείνη τη στιγμή σε ποια από τα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ και Η η ταχύτητα ταλάντωσης είναι μηδενική και σε ποια είναι μέγιστη (κατ' απόλυτη τιμή); Ποια είναι η φορά της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων Β, Δ και Ζ;

ε. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που όταν συμβάλλει με το προηγούμενο, δημιουργεί στάσιμο κύμα.

Δίνεται π = 3,14 . *Εξετάσεις Ε.Λ. 2005*

174. Αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου το οποίο έχει την διεύθυνση του άξονα xx΄. Πηγή του κύματος είναι το σημείο (Ο) που είναι και η αρχή του άξονα xx΄. Η εξίσωση του κύματος είναι: $y = 10\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{20})$ (t σε s, x και y σε cm)

α. Τη χρονική στιγμή t1 η φάση ενός σημείου Α του ελαστικού μέσου με xA=10cm είναι ίση με π rad. Να υπολογισθεί αυτή τη στιγμή η απομάκρυνση ενός άλλου σημείου Β του ελαστικού μέσου με x_B=12,5cm

β. Αν ο χρόνος που απαιτείται για την διάδοση του κύματος από το σημείο (Α) έως το σημείο (Β) είναι Δt = 0,25s να βρεθεί η περίοδος του κύματος.

γ. Να σχεδιαστεί το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή που το κύμα φτάνει στο σημείο (Γ) με $x_Γ$=35cm εκείνη την στιγμή. Ποιες είναι οι θέσεις των σημείων που έχουν εκείνη τη στιγμή υ=0;

δ. Αν το υλικό σημείο (Γ) του ελαστικού μέσου έχει μάζα $m = 10^{-3}$kg να υπολογισθεί η συνισταμένη δύναμη που δέχεται τη στιγμή 11/3 s.

ε. Να γραφεί η εξίσωση του κύματος που αν συμβάλλει με το προηγούμενο θα είχαμε στάσιμο κύμα. Θεωρώντας το σημείο χ=0 ως κοιλία να βρεθεί η θέση του 3^{ου} δεσμού.

Δίνεται $\pi^2 = 10$

175. Αρμονικό κύμα περιόδου Τ διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου που ταυτίζεται με τον άξονα χ'Οχ, προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Το υλικό σημείο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στην αρχή Ο του άξονα ξεκινά να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή t=0 έχοντας μέγιστη θετική ταχύτητα. Η μικρότερη απόσταση μεταξύ των θέσεων ισορροπίας δύο υλικών σημείων του ελαστικού μέσου τα οποία την ίδια χρονική στιγμή έχουν μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης ισούται με 0,25 m. Τη χρονική στιγμή t_1=1 s η φάση της ταλάντωσης του σημείου Κ (χ_K=+1,375 m) ισούται με $\phi_{K(t1)}$=2,5π rad.

α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

β. Να βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του υλικού σημείου Ο, αν τη χρονική στιγμή t_1 η απομάκρυνση του σημείου Κ από τη θέση ισορροπίας του ισούται με +0,2 m.

γ. Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το στιγμιότυπο του κύματος στο θετικό ημιάξονα Οχ για τη χρονική στιγμή t_2=t_1+T/4 και να υπολογίσετε πόσα υλικά σημεία του ελαστικού μέσου στον ημιάξονα αυτόν έχουν τη χρονική στιγμή t_2 την ίδια απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας τους με το σημείο που βρίσκονται στην αρχή Ο του άξονα.

δ. Να βρείτε την ταχύτητα ταλάντωσης και την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του, του σημείου Κ τη χρονική στιγμή που το σημείο Λ ($\chi_Λ$=+2,625 m) διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα.

176. Σε ένα γραμμικό μέσο χ΄χ διαδίδεται ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα με θετική ταχύτητα διάδοσης και με τα μόρια τη στιγμή έναρξης της ταλάντωσης να έχουν θετική ταχύτητα ταλάντωσης. Δύο σημεία του μέσου Μ και Ν που απέχουν (ΜΝ)=1m, δέχονται το κύμα με διαφορά χρόνου $\Delta t = 1s$, με το Μ να αρχίζει πρώτο την ταλάντωση. Αν η εξίσωση ταλάντωσης του Ν είναι ψ_N=0,2ημ(10πt-12π) (S.I).

α. Ποια η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων.
β. Ποιο το μήκος κύματος.
γ. Ποια η εξίσωση ταλάντωσης του Μ.

177. Ένα κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου με ταχύτητα 2m/s και συχνότητα 1Hz. Το πλάτος ταλάντωσης κάθε σημείου είναι Α=0,1m Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος αν η πηγή του κύματος που είναι στη θέση x=0:
α. Για t=0 περνά από τη θέση ισορροπίας της με θετική ταχύτητα.
β. Για t=0 βρίσκεται στην ακραία θέση της με θετική απομάκρυνση, για πρώτη φορά.
γ. Για t=0 ξεκινά την ταλάντωσή της με ταχύτητα ταλάντωσης υ= -ωΑ.

178. Ένα αρμονικό κύμα διαδίδεται με ταχύτητα 2m/s, κατά μήκος του άξονα x από αριστερά προς τα δεξιά και για t=0 φτάνει σε ένα σημείο P στη θέση x_1= 4/3 m. Το σημείο P αρχίζει την ταλάντωσή του από τη θέση ισορροπίας και κινείται προς την θετική κατεύθυνση με συχνότητα 1Hz και πλάτος A=0,2m.
α. Να βρεθεί την εξίσωση του κύματος.
β. Να σχεδιάστε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_1= 5/6s.
γ. Να βρείτε τη θέση ενός σημείου Σ το οποίο τη στιγμή t_1 έχει φάση 8π.

179. Σημειακή πηγή βρίσκεται στη θέση x=0 ενός ελαστικού μέσου και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση y=Αημωt (S.I.), αν η εξίσωση του κύματος που δημιουργείται είναι y=0,4 ημ2π(t/2-x/4) S.I, να υπολογίσετε:
α. Την ταχύτητα του κύματος.
β. Τη μέγιστη ταχύτητα των σημείων του ελαστικού μέσου.
γ. Τη ταχύτητα ταλάντωσης ενός σημείου Α που βρίσκεται στη θέση xA=8m τη χρονική στιγμή t1=1s.
δ. Τη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Α (xA=8m) τη χρονική στιγμή t2=5s.
ε. Την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Α (xA=8m), όταν το σημείο Α ταλαντώνεται για χρόνο Δt=0,5s.
ζ. Την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Α (xA=8m), όταν απέχει από τη θέση ισορροπίας του απόσταση $0{,}2\sqrt{2}$m .
η. Την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Α (xA=8m) μια χρονική στιγμή t, για την οποία ισχύει U=15K. Όπου Κ η κινητική ενέργεια και U η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του σημείου.
θ. Την ταχύτητα ταλάντωσης του Α (xA=8m), μια χρονική στιγμή που το σημείο Β (xB=12m) κινείται με ταχύτητα v=0,2m/s.
ι. Την ταχύτητα ταλάντωσης του Α (xA=8m), μια χρονική στιγμή που το σημείο Γ (xΓ=10m) κινείται με ταχύτητα v=0,3m/s.
κ. Την ταχύτητα ταλάντωσης του Α (xA=8m), μια χρονική στιγμή που το σημείο Δ (xΔ=9m) είναι στην ακραία αρνητική του θέση.
λ. Την ταχύτητα ταλάντωσης του Α (xA=8m), μια χρονική στιγμή που το σημείο Ζ (xZ=26/3m) είναι στη θέση y=A/2 και v>0.

180. Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται σε γραμμικό ελαστικό μέσο, που ταυτίζεται με τον άξονα x΄Ox και προς την αρνητική κατεύθυνση, με ταχύτητα υ=2m/s. Τη χρονική στιγμή t=0 το κύμα φτάνει στο υλικό σημείο που βρίσκεται στην αρχή O του άξονα, το οποίο αρχίζει να ταλαντώνεται προς τα πάνω (θετική κατεύθυνση) και διανύει απόσταση 0,2m πριν σταματήσει στιγμιαία σε χρονικό διάστημα 0,25s.

α. Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος.

β. Για τη χρονική στιγμή t_1=2,5s να σχεδιάστε ένα στιγμιότυπο του κύματος, μεταξύ του σημείου Κ, που έχει φτάσει το κύμα και του σημείου Λ στη θέση $x_Λ$=3,5m.

γ. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του υλικού σημείου Λ και για όλο το χρονικό διάστημα της ταλάντωσής του.

181. Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου που ταυτίζεται με τον άξονα x΄Ox, διαδίδεται αρμονικό κύμα με ταχύτητα υ=2m/s προς τη θετική κατεύθυνση και για t=0 φτάνει στο σημείο O στην αρχή (x=0) του άξονα. Το υλικό σημείο που βρίσκεται στο O αρχίζει την ταλάντωσή του κινούμενο με μέγιστη θετική ταχύτητα. Η εξίσωση της απομάκρυνσης ενός υλικού σημείου Κ που βρίσκεται στη θέση x_K δίνεται από την εξίσωση:

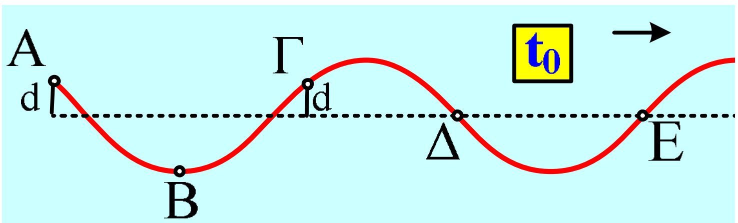
$$y_K = 0,1 \cdot ημ(4πt - 2,5π)$$

α. Ποια είναι η θέση του υλικού σημείου Κ;

β. Ποια η ταχύτητα ταλάντωσης ενός υλικού σημείου που βρίσκεται στην αρχή O του άξονα, τη χρονική στιγμή t_1 όπου το Κ έχει μηδενική ταχύτητα για δεύτερη φορά.

γ. Να σχεδιάστε ένα στιγμιότυπο του κύματος τη στιγμή t_1.

182. Ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα, πλάτους 0,2m, διαδίδεται κατά μήκος ενός ελαστικού γραμμικού μέσου, από αριστερά προς τα δεξιά και σε μια στιγμή t_0, η μορφή μιας περιοχής του μέσου, είναι αυτή του σχήματος.



α. Να σημειωθούν πάνω στο σχήμα οι ταχύτητες των σημείων Α και Ε.

β. Αν το σημείο Β έχει διπλάσια κατά μέτρο επιτάχυνση, από το σημείο Α, να βρεθεί η απομάκρυνση d.

γ. Να βρεθεί ο λόγος $\frac{υ_A}{υ_Δ}$ των ταχυτήτων ταλάντωσης των σημείων Α και Δ τη στιγμή t_0.

δ. Να βρεθεί η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων: α) Δ και Ε β) Β και Δ γ) Γ και Δ.

ε. Αν κάποια στιγμή η φάση της απομάκρυνσης του σημείου Ε είναι $\frac{13π}{4}$ ποια είναι η αντίστοιχες φάσεις των σημείων Δ και Γ;

ζ. Να σχεδιάστε τη μορφή της ίδιας περιοχής του μέσου διάδοσης, τη χρονική στιγμή $t_1=t_0+T/4$, όπου Τ η περίοδος του κύματος.

183. Εγκάρσιο γραμμικό κύμα που διαδίδεται σε ένα ελαστικό ομογενές μέσον κατά την θετική κατεύθυνση και έχει εξίσωση: $y = 6 \cdot 10^{-2} ημ(2πt - 10πx)$, (S.I.). Η πηγή O παραγωγής αυτού του κύματος βρίσκεται στη θέση $x=0$ του ημιάξονα Ox και τη χρονική στιγμή $t=0$ ξεκινά να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας της με θετική ταχύτητα.

α. Να υπολογισθούν το πλάτος, η περίοδος, το μήκος και η ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

β. Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης και της φάσης ενός σημείου Σ που απέχει $x_Σ=0,4$ m από το Ο σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνουν οι γραφικές τους παραστάσεις.

γ. Αν το Σ θεωρηθεί υλικό σημείο με μάζα $m=10^{-3}$ kg να εκφραστεί η κινητική του ενέργεια σε συνάρτηση με το χρόνο.

δ. Πόσο απέχουν μεταξύ τους δύο σημεία Μ και Ν που έχουν την ίδια χρονική στιγμή φάσεις $φ_M=2π/3$ rad και $φ_N=π/2$ rad ;

ε. Να παρασταθεί το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t=2,75$ s.

184. Μια πηγή Ο αρχίζει να εκτελεί, τη χρονική στιγμή $t=0$, απλή αρμονική ταλάντωση. Το παραγόμενο από την πηγή γραμμικό αρμονικό κύμα, διαδίδεται σε ελαστικό ομογενές μέσο, προς τη θετική φορά x'x. Τα σημεία του μέσου ταλαντώνονται εξαιτίας του κύματος και έχουν εξίσωση επιτάχυνσης:

$$α=-π^2\cdot 10^{-4}ημ2π(\frac{t}{2}-\frac{x}{4})\ (S.I.).$$

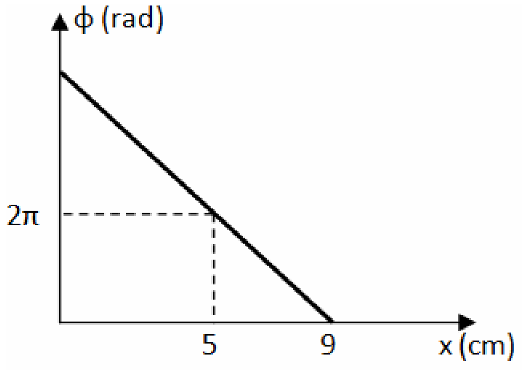
α. Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα του κύματος.

β. Να βρείτε την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου και την ταχύτητα διάδοσης αυτού του κύματος.

γ. Πότε θα βρίσκεται για 1η φορά στην ανώτερη θέση της ταλάντωσής του ένα σημείο Κ που βρίσκεται σε απόσταση $x_K=10$ m από την πηγή Ο;

δ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης ενός άλλου σημείου Λ που βρίσκεται σε απόσταση $x_Λ=13$ m από την πηγή Ο, κάποια στιγμή που το Κ θα βρίσκεται στην ανώτερη θέση της ταλάντωσής του.

185. Η παρακάτω γραφική παράσταση αναφέρεται στη μεταβολή της φάσης φ σε συνάρτηση με την απόσταση x από την πηγή γραμμικού αρμονικού κύματος, που διαδίδεται σε ομογενές ελαστικό μέσο κατά τη θετική κατεύθυνση χ'χ, πλάτους Α=2 cm κάποια χρονική στιγμή t_1.



Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $u=0,5$ cm/s.

α. Να υπολογίσετε την περίοδο και το μήκος του κύματος.

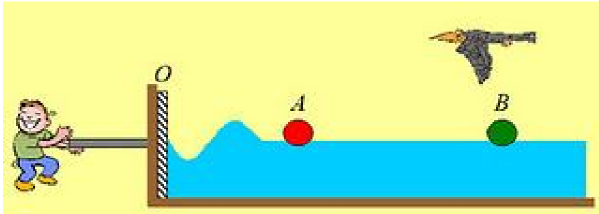
β. Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.

γ. Να προσδιοριστεί η χρονική στιγμή t_1.

δ. Να γίνει η γραφική παράσταση 1) της ταχύτητας ταλάντωσης των διαφόρων σημείων του ελαστικού μέσου σε συνάρτηση με τη θέση τους x τη χρονική στιγμή t_1 και 2) της φάσης σε συνάρτηση με το χρόνο για το σημείο Μ με $x_M=5$ cm.

Σημείωση: Η πηγή του κύματος βρίσκεται στη θέση x=0 και τη χρονική στιγμή t=0, ξεκινά να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας της με θετική ταχύτητα.

186. Σε μια μεγάλη δεξαμενή νερού το παλλόμενο έμβολο δημιουργεί εγκάρσια κύματα πλάτους 0.2 m. Κατά μήκος μιας γραμμής διάδοσης , στα σημεία Α και Β που απέχουν από το Ο αποστάσεις 2m και 5m επιπλέουν δυο μικρές όμοιες μπάλες με μάζα 0,12 kg η κάθε μία. Το κύμα θέλει χρόνο 1s για να φτάσει από το Α στο Β. Κάθε μπάλα θέλει χρόνο 1s μεταξύ δύο διαδοχικών διαβάσεων από τη θέση ισορροπίας.

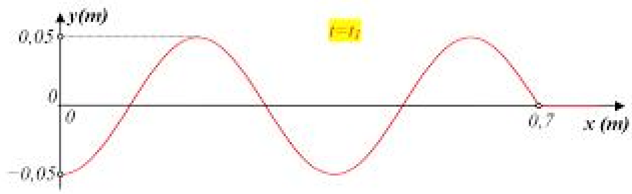


α. Βρείτε την ταχύτητα διάδοσης , την συχνότητα και το μήκος κύματος.
β. Κάποια χρονική στιγμή στην οποία το κύμα έχει προσπεράσει τις δύο μπάλες η μπάλα Α βρίσκεται στην κορυφή όρους. Που βρίσκεται η Β ;
γ. Γράψτε τις εξισώσεις κίνησης των Α και Β (χρονική στιγμή μηδέν η στιγμή που το κύμα ξεκίνησε από το Ο).
δ. Πόση είναι η μεγαλύτερη και πόση η μικρότερη τιμή της δύναμης που κάθε μπάλα δέχεται από το νερό;
ε. Ένα πουλί πετά κατά τη διεύθυνση της γραμμής διάδοσης προς το Ο με ταχύτητα 9m/s. Πόσες κορυφές κυμάτων το προσπερνούν κάθε δευτερόλεπτο;

187. Θεωρούμε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο μεγάλου μήκους το οποίο εκτείνεται κατά μήκος του ημιάξονα Οx συστήματος συντεταγμένων. Θεωρούμε τρία σημεία Κ,Λ,Μ του ελαστικού μέσου τέτοια ώστε ΟΚ<ΟΛ<ΟΜ.
Η απόσταση του Κ από το Μ είναι 0,5m και το Λ είναι το μέσον του ευθυγράμμου τμήματος ΚΜ.
Την στιγμή t=0 το άκρο Ο του ελαστικού μέσου αρχίζει να ταλαντώνεται με εξίσωσηy=5ημ(4πt) (t σε s και y σε cm) με αποτέλεσμα να διαδοθεί σε αυτό αρμονικό κύμα με ταχύτητα υ=2m/s.
α. Να βρείτε την διαφορά φάσης των σημείων Λ και Μ και των σημείων Κ και Μ
β. Να βρείτε τις απομακρύνσεις από την θέση ισορροπίας τους των σημείων Κ και Λ την χρονική στιγμή που η απομάκρυνση του Μ από την θέση ισορροπίας του είναι 5cm.
γ. Να βρείτε τις απομακρύνσεις από την θέση ισορροπίας τους των σημείων Κ και Λ την χρονική στιγμή που η απομάκρυνση του Μ από την θέση ισορροπίας του είναι 4cm και κατευθύνεται προς αυτήν.

188. Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου και από δεξιά προς τ' αριστερά διαδίδεται ένα κύμα πλάτους A=0,1m και μήκους κύματος λ=1m. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το κύμα φτάνει στο σημείο Ο, στη θέση x=0, οπότε το σημείο αυτό αρχίζει την ταλάντωσή του, κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση και φτάνει στην ακραία θέση της ταλάντωσης τη στιγμή $t_1=0{,}5s$. Θεωρούμε την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική.
α. Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος.
β. Να σχεδιάστε στιγμιότυπα του κύματος για μια περιοχή μεταξύ των σημείων Β και Γ του μέσου στις θέσεις $x_B=2{,}5m$ και $x_Γ=-2m$, τις χρονικές στιγμές $t_1=2s$ και $t_2 = 5{,}5s$.
γ. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της φάσης του σημείου Β σε συνάρτηση με το χρόνο.

189. Αρμονικό κύμα πλάτους Α διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου το οποίο ταυτίζεται με το θετικό ημιάξονα Οx. Η πηγή των κυμάτων βρίσκεται στο άκρο Ο του ελαστικού μέσου και έχει εξίσωση ταλάντωσης της μορφής $y=A\eta\mu\omega t$. Μία χρονική στιγμή t_1 το στιγμιότυπο του κύματος είναι αυτό του παραπάνω σχήματος και το σημείο Σ ($x_Σ=+0{,}2m$) του μέσου ταλαντώνεται για χρόνο $\Delta t=0{,}25s$.



α. Να βρεθεί η ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

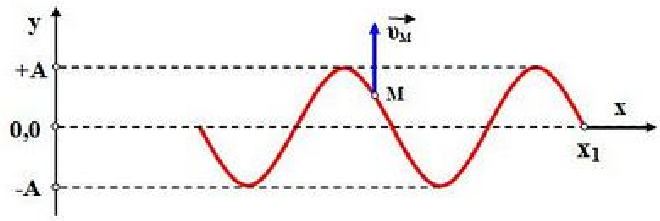
β. Να γραφεί η εξίσωση του αρμονικού κύματος.

γ. Να γίνει η γραφική παράσταση της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων του μέσου σε συνάρτηση με τη συντεταγμένη x για τη χρονική στιγμή t_1.

δ. Κάποια χρονική στιγμή t_2, κάποιο σημείο Κ του ελαστικού μέσου βρίσκεται στη θέση της μέγιστης θετικής απομάκρυνσης $y_K=+A$. Να βρεθεί η απομάκρυνση που έχει την ίδια στιγμή ένα άλλο σημείο Λ του μέσου με συντεταγμένη κατά 0,15m μικρότερη από αυτή του σημείου Κ.

ε. Εάν η γραμμική πυκνότητα του ελαστικού μέσου είναι $\mu=80g/m$, να βρεθεί η ισχύς της πηγής του κύματος.

190. Στο σχήμα δίνεται ένα τμήμα στιγμιότυπου εγκάρσιου αρμονικού κύματος κάποια χρονική στιγμήt_1, κατά την οποία το κύμα φτάνει στη θέση x_1, και ένα υλικό σημείο Μ, κινείται με ταχύτητα $\upsilon_1 = +\pi\sqrt{3}$ m/s .



Την ίδια χρονική στιγμή t_1, το Μ βρίσκεται στο μέσον της διαδρομής από τη θέση ισορροπίας μέχρι το όρος του κύματος (θέση y = +A) , στο οποίο και φτάνει μετά από χρόνο Δt = 1/60 s .

Να βρείτε :

α. Τη φορά διάδοσης του κύματος.

β. Τη συχνότητα του κύματος.

γ. Το πλάτος του κύματος.

δ. Σε πόσο χρόνο το υλικό σημείο Μ , θα βρεθεί σε κοιλάδα του κύματος για πρώτη φορά μετά την χρονική στιγμή t_1.

ε. Πόσες φορές ανά δευτερόλεπτο το Μ , βρίσκεται σε όρος του κύματος.

191. Σε ένα γραμμικό μέσο x'Ox διαδίδεται ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα προς την θετική κατεύθυνση. Δύο σημεία του μέσου Μ και Ν που απέχουν $d_{MN}=1m$, δέχονται το κύμα με διαφορά χρόνου Δt=1s, με το Μ να αρχίζει πρώτο την ταλάντωσή του. Η εξίσωση ταλάντωσης του Ν είναι:

$$y_N=0{,}5\eta\mu(10\pi t-12\pi)\ (S.I.)$$

α. Ποια η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

β. Ποιο είναι το μήκος κύματος;

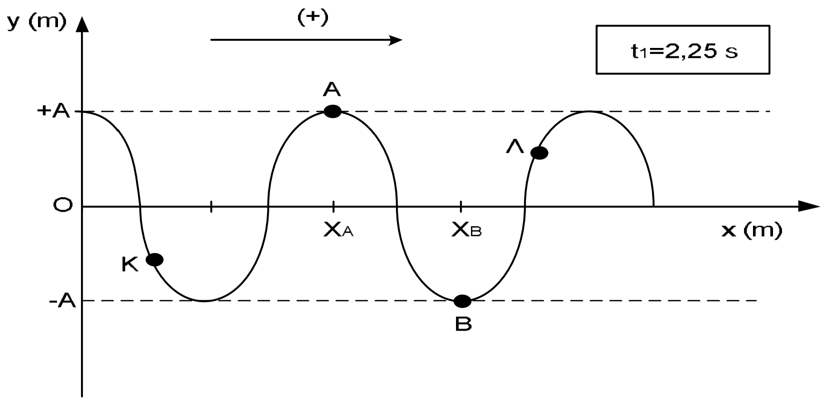
γ. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του σημείου Μ σε σχέση με τον χρόνο.

δ. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή:

i) Την χρονική στιγμή t=0, το κύμα δεν έχει φτάσει στο σημείο Ο(x=0)

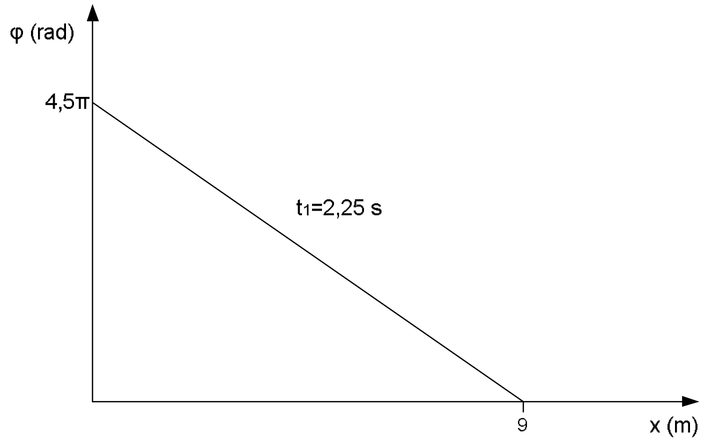
ii) Την χρονική στιγμή t=0, το κύμα έχει διαδοθεί πέρα από το σημείο O(x=0)
iii) Δεν μπορούμε να γνωρίζουμε με βάση τα δεδομένα του προβλήματος
ε. Όταν το σημείο Ν βρίσκεται στην μέγιστη θετική απομάκρυνση από την Θ.Ι. του να υπολογίσετε την απομάκρυνση:
i. ενός σημείου Κ που αρχίζει να ταλαντώνεται νωρίτερα από το Ν και απέχει από αυτό απόσταση 0,1m.
ii. ενός σημείου Λ που αρχίζει να ταλαντώνεται αργότερα από το Ν και απέχει από αυτό απόσταση 0,4/3m;

192. Η πηγή Ο αρχίζει τη χρονική στιγμή t=0 να εκτελεί Α.Α.Τ. πλάτους Α και συχνότητας f. Το κύμα που δημιουργεί διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου με ταχύτητα u=4m/s. Στο σχήμα φαίνεται το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_1=2,25 s. Εκείνη τη χρονική στιγμή το σημείο Α και το σημείο Β απέχουν απόσταση $d=2\sqrt{2}$ m.



Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:
α. Να σχεδιάσετε τα διανύσματα της ταχύτητας των σημείων Κ και Λ τη χρονική στιγμή του στιγμιότυπου. Αν το κύμα διαδιδόταν κατά την αντίθετη φορά ποια θα ήταν τα διανύσματα της ταχύτητας των σημείων αυτών;
β. Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.
γ. Να υπολογίσετε ποια χρονική στιγμή θα αρχίσει να ταλαντώνεται ένα σημείο Γ που βρίσκεται 1 m δεξιά του Β. Αν διπλασιάζαμε τη συχνότητα της πηγής, το σημείο Γ πότε θα άρχιζε να ταλαντώνεται; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
δ. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση του Γ από τη Θ.Ι. τη χρονική στιγμή t=3,25 s.
ε. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σημείου Β τη χρονική στιγμή που το σημείο Α διέρχεται από τη ΘΙ του με κατεύθυνση προς τα αρνητικά, θεωρώντας πως το κύμα έχει ήδη φτάσει στο σημείο Β.
ζ. Να γίνει διάγραμμα φάσης-θέσης για τη χρονική στιγμή του t_1=2,25 s.
Να γίνει διάγραμμα φάσης-χρόνου για το σημείο Α.
η. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t=3 s.
θ. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης από τη ΘΙ του σημείου Α.

193. Μία πηγή Ο (χ=0) αρμονικών κυμάτων αρχίζει τη χρονική στιγμή t=0 να εκτελεί Α.Α.Τ. πλάτους Α και συχνότητας f. Το αρμονικό κύμα που δημιουργείται διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου προς τα θετικά. Στο σχήμα φαίνεται το διάγραμμα της φάσης των σημείων του μέσου τη χρονική στιγμή t_1=2,25 s. Κάθε σημείο του κύματος διανύει διάστημα 4 m στη χρονική διάρκεια μίας περιόδου της ταλάντωσής του.



Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:

α. Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.

β. Να υπολογίσετε ποια χρονική στιγμή θα αρχίσει να ταλαντώνεται ένα σημείο Γ που βρίσκεται 12 m δεξιά του Ο.

γ. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση του Γ από τη Θ.Ι. τη χρονική στιγμή t=3,25 s.

δ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σημείου Γ τη χρονική στιγμή που το σημείο Ο διέρχεται από τη ΘΙ του με κατεύθυνση προς τα αρνητικά, θεωρώντας πως το κύμα έχει ήδη φτάσει στο σημείο Γ.

ε. Να γίνει διάγραμμα φάσης-χρόνου για το σημείο Γ.

ζ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t=3,25 s.

η. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης από τη ΘΙ του σημείου Γ.

Απ: α. $y = ημ2π\left(t - \frac{x}{4}\right)$ (SI)   β. 3 s   γ. 1 m.   δ. -2π m/s

194. Αρμονικό κύμα πλάτους Α=0,5m διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου που ταυτίζεται με τον άξονα x΄Ox, προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα, με ταχύτητα διάδοσης υ=2m/s. Τη χρονική στιγμή t=0 το κύμα φτάνει στο υλικό σημείο Ο (x=0), οπότε αυτό ξεκινά τη ίδια χρονική στιγμή να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα. Τη χρονική στιγμή t_1=0,8s το σημείο Ο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας για τέταρτη φορά από τη στιγμή που ξεκίνησε να ταλαντώνεται.

α. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος.

β. Να σχεδιάσετε, σε βαθμολογημένους άξονες, το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t=2,1s.

γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Ζ, τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνση του από τη θέση ισορροπίας ισούται με $y_1 = +0,3m$. Η οριζόντια απόσταση του σημείου Ζ από το υλικό σημείο Ο (x=0) ισούται με $x_z = +2m$.

δ. Ένα δεύτερο κύμα όμοιο με το προηγούμενο αλλά με αντίθετη κατεύθυνση συμβάλλει με το πρώτο κύμα με συνέπεια να σχηματίζεται στάσιμο κύμα στο ελαστικό μέσο. Αν θεωρήσουμε ότι τη χρονική στιγμή t=0 έχει αποκατασταθεί το στάσιμο κύμα σε όλο το μήκος του ελαστικού μέσου και ότι το σημείο Ο, το οποίο ταλαντώνεται με διπλάσιο πλάτος από το πλάτος των προηγούμενων κυμάτων, τη χρονική στιγμή t=0 έχει θετική ταχύτητα να βρείτε πόσα υλικά σημεία του ελαστικού μέσου μεταξύ του Ο και του Ζ παραμένουν συνεχώς ακίνητα.

195. Αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου που ταυτίζεται με το θετικό ημιάξονα Οχ. Η πηγή, η οποία βρίσκεται στην αρχή Ο(χ=0) του άξονα, αρχίζει τη χρονική στιγμή t=0 να εκτελεί κατακόρυφη αρμονική ταλάντωση με εξίσωση της μορφής y_O=4ημωt (y σε cm). Το παραγόμενο εγκάρσιο κύμα διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα και τη χρονική στιγμή t_1=0,325s φτάνει σε σημείο Μ που έχει τετμημένη x_M=+39cm. Την ίδια στιγμή η φάση ταλάντωσης της πηγής ισούται με 6,5π rad.
α. Να υπολογίσετε τη συχνότητα ταλάντωσης της πηγής.
β. Να βρείτε τη ταχύτητα διάδοσης του κύματος και να γράψετε την εξίσωση του παραγόμενου αρμονικού κύματος.
γ. Να βρείτε πόσα σημεία του υλικού μέσου την χρονική στιγμή t1 έχουν την ίδια απομάκρυνση και την ίδια ταχύτητα ταλάντωσης με την πηγή.
δ. Να σχεδιάσετε σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_1.
ε. Να υπολογίσετε την απόσταση μεταξύ των υλικών σημείων Λ($x_Λ$=+15cm) και Μ(x_M=+18cm) του ελαστικού μέσου τη χρονική στιγμή t_1.

196. Έστω δυο σημεία Β και Γ πάνω σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο, (ας θεωρήσουμε του άξονα x΄x) κατά μήκος του οποίου διαδίδεται ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα της μορφής: y =Αημ2π(t/T – x/λ). Η απόσταση ΒΓ είναι ίση με d=5λ/4, και το κύμα διαδίδεται από το Β προς το Γ. Κάποια χρονική στιγμή t_0 το κύμα φτάνει στο σημείο Γ, ενώ το σημείο Β βρίσκεται στη μέγιστη θετική απομάκρυνσή του.
α. Να σχεδιάσετε τμήμα του στιγμιότυπου του κύματος από το Β μέχρι το Γ τη χρονική στιγμή t_0.
β. Η εξίσωση ταλάντωσης του σημείου Β είναι: y_B = 0,1ημ(5πt -π) SI. Να βρεθεί το πλάτος, η συχνότητα του κύματος, όπως επίσης και το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να διαδοθεί το κύμα από το Β στο Γ.
γ. Να βρείτε την εξίσωση της απομάκρυνσης – χρόνου για το σημείο Γ.
δ. Αν τη χρονική στιγμή $t_1=t_0$+0,1s το κύμα έχει φτάσει σε ένα σημείο Δ το οποίο απέχει κατά 1m από το Γ (στη διεύθυνση του άξονα) να βρείτε την εξίσωση του κύματος και να κάνετε το στιγμιότυπο του κύματος τη στιγμή t_1 κατά μήκος του θετικού ημιάξονα x.

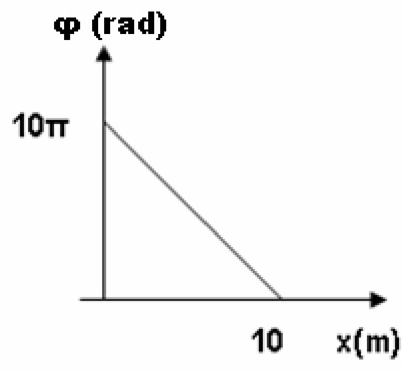
197. Η εξίσωση ενός αρμονικός κύματος δίνεται από τη σχέση $y = 0{,}1ημ2π\left(t + \frac{x}{4}\right)$ (SI). Το αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου.
Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:
α. Να βρεθεί η ταχύτητα του κύματος.
β. Το σημείο Κ βρίσκεται αριστερά του χ=0 και το σημείο Λ δεξιά του χ=0. Η μεταξύ τους απόσταση είναι 8 m. Ποιο σημείο άρχισε πρώτο να ταλαντώνεται και ποια είναι η διαφορά φάσης τους.
γ. Όταν το σημείο Ο (χ=0) βρίσκεται στην άνω ακραία θέση τότε το σημείο Λ βρίσκεται στην κάτω ακραία θέση του και υπάρχει ένα ακόμη σημείο ανάμεσά τους που βρίσκεται στην κάτω ακραία θέση του. Να βρείτε τις αποστάσεις των Κ και Λ από το σημείο Ο.
δ. Να γίνει διάγραμμα φάσης-χρόνου για το σημείο Κ και για το σημείο Λ.
ε. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης από τη ΘΙ του σημείου Κ.

στ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t=1 s, παριστάνοντας όλα τα σημεία του κύματος $x \leq 1$ m . Στο στιγμιότυπο αυτό να σχεδιάσετε την ταχύτητα του σημείου Κ.
Απ: α. 4 m/s με φορά προς τα αριστερά β. 4π rad γ. 2 και 6 m

198. Σε γραμμικό ελαστικό μέσο xOx′ διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα από αριστερά προς τα δεξιά. Την χρονική στιγμή t=0 το υλικό σημείο που βρίσκεται στη θέση Ο (x=0) αρχίζει ταλάντωση χωρίς αρχική φάση. Η εξίσωση κίνησης ενός υλικού σημείου Κ του μέσου είναι y_κ=0,1ημ(10πt + 7π/6) (SI). Την χρονική στιγμή που το υλικό σημείο Κ ολοκληρώνει τις δύο πρώτες ταλαντώσεις του, αρχίζει να ταλαντώνεται ένα υλικό σημείο Σ του μέσου με τετμημένη 17m.
α. Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος.
β. Να υπολογιστεί η τετμημένη (της θέσης ισορροπίας) του υλικού σημείου Κ.
γ. Τη στιγμή που αρχίζει να ταλαντώνεται το υλικό σημείο Σ**:**
γ1. Να βρεθούν οι τετμημένες (των θέσεων ισορροπίας) των δύο υλικών σημείων του μέσου που βρίσκονται πλησιέστερα στην αρχή Ο και έχουν απολύτως μέγιστες απομακρύνσεις.
γ2. Να σχεδιαστεί το στιγμιότυπο του κύματος μεταξύ των υλικών σημείων Κ και Σ.
γ3. Να γίνει η γραφική παράσταση της φάσης των υλικών σημείων μεταξύ Κ και Σ.
γ4. Να υπολογιστεί το μήκος του ευθ. τμήματος που ενώνει τα δύο υλικά σημεία του ι. ερωτήματος.

199. Μία πηγή Ο (χ=0) εγκάρσιων αρμονικών κυμάτων αρχίζει τη χρονική στιγμή t=0 να εκτελεί ΑΑΤ πλάτους Α και συχνότητας f. Το αρμονικό κύμα που δημιουργείται διαδίδεται κατά μήκος μίας υδάτινης επιφάνειας προς τα θετικά. Όταν η πηγή διέλθει για δεύτερη φορά από την άνω ακραία θέση της ταλάντωσής της το κύμα έχει φτάσει στο σημείο Κ (χ_K=+2,5 m). Σε ένα σημείο της υδάτινης επιφάνειας του υγρού επιπλέει ένα φελλός μάζας m=100 g και ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της ορμής του είναι 1 kg·m/s^2. Επίσης, το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας του φελλού κάθε στιγμή είναι 0,05 J.
Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:
α. Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.
β. Να βρεθεί η χρονική στιγμή για την οποία το σημείο Κ βρίσκεται για 1^η φορά στη ΘΙ του με αρνητική ταχύτητα.
γ. Να βρεθεί η θέση του σημείου Λ, το οποίο θα αρχίσει να ταλαντώνεται όταν το σημείο Ο έχει για 2^η φορά απομάκρυνση y=+0,05 m με ταχύτητα θετική.
δ. Να βρεθεί η διαφορά φάσης των σημείων Κ και Λ.
ε. Να γίνει διάγραμμα φάσης-χρόνου για το σημείο Κ.
ζ. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης από τη ΘΙ του σημείου Κ.
η. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t=3π/10 s.
θ. Να βρεθεί η απομάκρυνση του Κ όταν το Λ βρίσκεται στην άνω ακραία θέση της ταλάντωσής του.
Απ: α. $y = 0{,}1ημ2π\left(\frac{5t}{π} - \frac{x}{2}\right)$ (SI)

200. Κατά μήκος ενός γραμμικού, ομογενούς, ελαστικού μέσου διαδίδεται στη θετική κατεύθυνση του άξονα x'Ox ένα αρμονικό κύμα. Το σημείο Ο της θέσης χ=0 εκτελεί αρμονική ταλάντωση που περιγράφεται από την y=Aημωt. Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται



η γραφική παράσταση της φάσης φ των υλικών σημείων που βρίσκονται στη διεύθυνση διάδοσης του αρμονικού κύματος, σε συνάρτηση με την απόσταση χ από το σημείο Ο, σε μια δεδομένη χρονική στιγμή t_1.

α. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος και να βρείτε τη φάση της πηγής τη χρονική στιγμή t_1.

β. Να υπολογίσετε πριν από πόσο χρόνο άρχισε να ταλαντώνεται η πηγή, δηλαδή τη χρονική στιγμή t_1, αν γνωρίζετε ότι η συχνότητα ταλάντωσης της πηγής, είναι f=10Hz.

γ. Την παραπάνω χρονική στιγμή t_1.

γ1. Να βρείτε την απομάκρυνση από τη ΘΙ του σημείου της θέσης x=0 (πηγή).

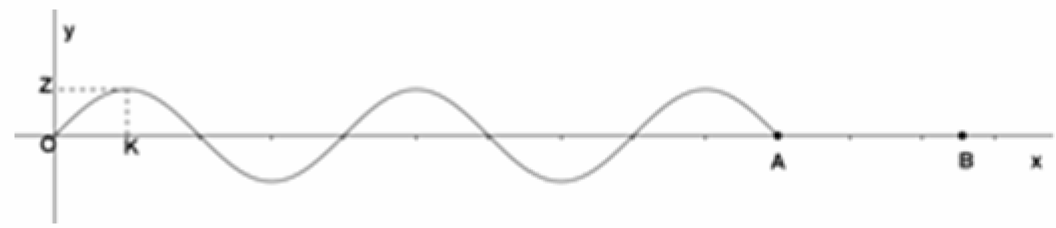
γ2. Να βρείτε τον αριθμό των πλήρων απλών αρμονικών ταλαντώσεων που έχει κάνει η πηγή.

γ3. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος.

Δίνεται ότι το πλάτος ταλάντωσης της πηγής είναι A=0,1 m.

δ. Τη χρονική στιγμή t_1 να βρείτε την ταχύτητα με την οποία ταλαντώνεται ένα υλικό σημείο, το οποίο βρίσκεται στη θέση x=5 cm και να αποδείξετε ότι αυτό το υλικό σημείο βρίσκεται σε αντίθετη φάση με την πηγή.

201. Το σχήμα παριστά το στιγμιότυπο ενός οδεύοντος αρμονικού κύματος σε ομογενές γραμμικό ελαστικό μέσο κατά τη χρονική στιγμή t_o. Τη χρονική στιγμή t=0 το σημείο Ο της θέσης x=0 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα. Για τις σημειωμένες στο σχήμα αποστάσεις ισχύει: (ΟΚ)=0,1 m, (ΟΖ)=0,3 m.



Ζητούνται:

α. Η χρονική στιγμή t_o και η μέγιστη ταχύτητα με την οποία ταλαντώνονται τα υλικά σημεία του ελαστικού μέσου.

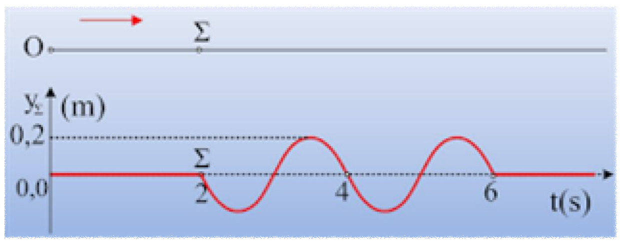
β. Να χαραχθεί πάνω σε βαθμολογημένους άξονες το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_1=to+0,01s. Την ίδια χρονική στιγμή να βρεθεί η απομάκρυνση ενός σημείου Β αν γνωρίζετε ότι το σημείο αυτό απέχει από το Ο απόσταση, ΟΒ=1,4 m.

γ. Το πιο πάνω οδεύον κύμα μεταφέρει ενέργεια $4{,}5\cdot10^{-2}$J, σε κάθε υλικό σημείο του γραμμικού ελαστικού μέσου. Πόση είναι η σταθερά ταλάντωσης κάθε υλικού σημείου, δεδομένου ότι όλα εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση;

δ. Αν το πιο πάνω στιγμιότυπο παρίστανε στάσιμο κύμα τη χρονική στιγμή to, κατά την οποία όλα τα σημεία του γραμμικού ελαστικού μέσου, έχουν μηδενική ταχύτητα, τότε, να σχεδιάσετε το στιγμιότυπό του τη χρονική στιγμή t_1, όπου t_1=to+0,01s .

Δίνεται ότι η συχνότητα των οδευόντων κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα είναι: f=25 Hz.

202. Στο άκρο Ο ενός γραμμικού ελαστικού μέσου όπου παίρνουμε x=0, υπάρχει μια πηγή εγκάρσιου αρμονικού κύματος, η οποία αρχίζει να ταλαντώνεται τη στιγμή t_0=0. Το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά και το γράφημα της απομάκρυνσης ενός σημείου Σ, το οποίο



απέχει κατά 2m από την πηγή, είναι αυτό του παραπάνω σχήματος. Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα αυτό, να απαντήσετε στις ακόλουθες ερωτήσεις:

α. Να βρεθούν η περίοδος, το πλάτος και το μήκος του κύματος.

β. Πόσες συνολικά ταλαντώσεις εκτέλεσε η πηγή του κύματος;

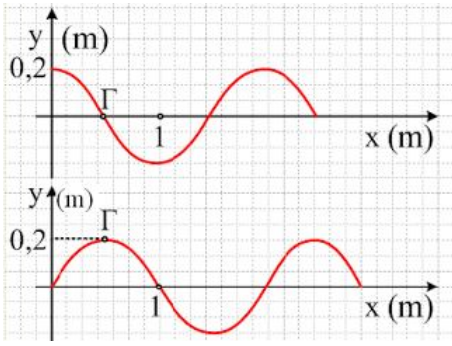
γ. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

δ. Να σχεδιάστε στιγμιότυπα του κύματος τις χρονικές στιγμές:

α) t_1=1,5s , β) t_2=3s και γ) t_3=7,5s.

Πάνω στα στιγμιότυπα αυτά να σημειωθεί η θέση του σημείου Σ.

203. Έτο παραπάνω σχήμα δίνονται δύο στιγμιότυπα ενός αρμονικού κύματος, τα οποία διαφέρουν χρονικά κατά Δt=0,25s και για τα σημεία δεξιά της θέσης x=0.



Αν το σημείο Γ του σχήματος ξεκίνησε την ταλάντωσή του τη χρονική στιγμή t_0=0, να βρεθούν:

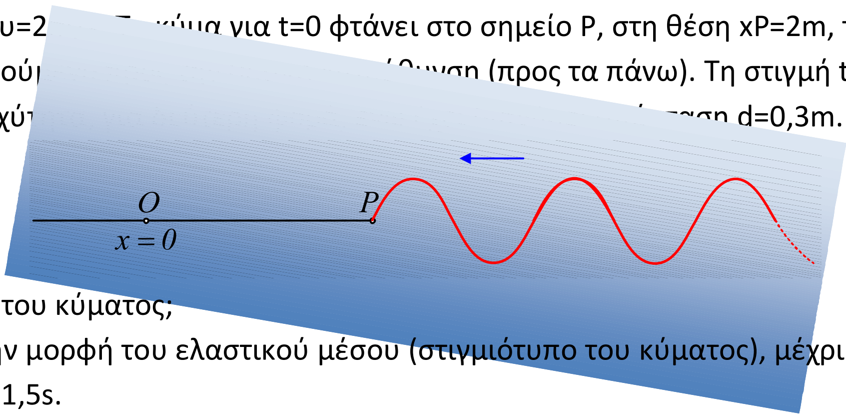
α. Το μήκος και η περίοδος του κύματος.

β. Η εξίσωση του κύματος.

γ. Η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, ενός σημείου Β, η φάση του οποίου υπολείπεται κατά 7π/6 της φάσης του σημείου Γ.

δ. Να γίνει η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης του σημείου Β σε συνάρτηση με το χρόνο.

204. Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου και από δεξιά προς τα αριστερά διαδίδεται ένα κύμα με ταχύτητα υ=2 ... κύμα για t=0 φτάνει στο σημείο P, στη θέση xP=2m, το οποίο ξεκινά την ταλάντωσή του κινού... ...θυνση (προς τα πάνω). Τη στιγμή t΄=0,375s το σημείο P έχει μηδενική ταχύ... ...σταση d=0,3m.

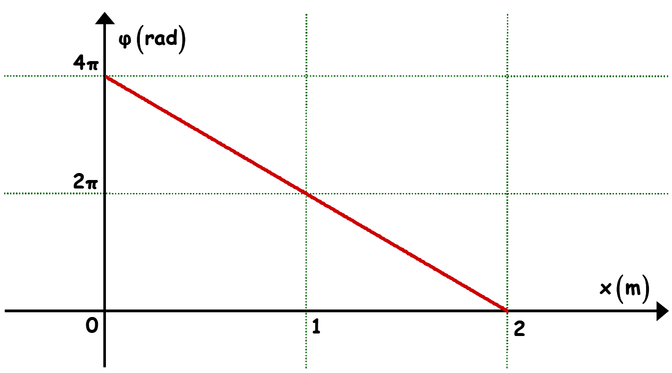


α. Ποια η εξίσωση του κύματος;

β. Να σχεδιάστε την μορφή του ελαστικού μέσου (στιγμιότυπο του κύματος), μέχρι τη θέση x2=3m τη χρονική στιγμή t2=1,5s.

Απ: y= 0,1·ημ2π(2t+x-2) $t \geq 1-\frac{x}{2}$ (S.I.)

205. Σε ομογενή ελαστική χορδή διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Τη χρονική στιγμή t=0 το υλικό σημείο Ο της χορδής που βρίσκεται στη θέση x=0 αρχίζει να εκτελεί ΑΑΤ χωρίς αρχική φάση. Το σχήμα παρουσιάζει τη γραφική παράσταση φ=f(x) της φάσης των σημείων της χορδής, τη χρονική στιγμή 4s. Το πλάτος της ταλάντωσης των σημείων από τα οποία περνά το κύμα είναι Α=0,2m. Δύο σημεία Κ και Λ της χορδής βρίσκονται στις θέσεις x_K=+1m και $x_Λ$=+1,5m αντίστοιχα.



α. Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.

β. Να γραφεί η εξίσωση u=f(x,t) της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου.

γ. Να βρεθούν οι χρονικές στιγμές t_K και $t_Λ$, στις οποίες τα σημεία Κ και Λ ξεκινούν ταλάντωση.

δ. Να υπολογιστεί η διαφορά φάσης μεταξύ των ταλαντώσεων των σημείων Κ και Λ την ίδια χρονική στιγμή.

ε. Να γίνει η γραφική παράσταση φ=f(t) του σημείου Λ, από τη στιγμή που ξεκινά να ταλαντώνεται, μέχρι τη στιγμή που θα έχει εκτελέσει μία πλήρη ταλάντωση.

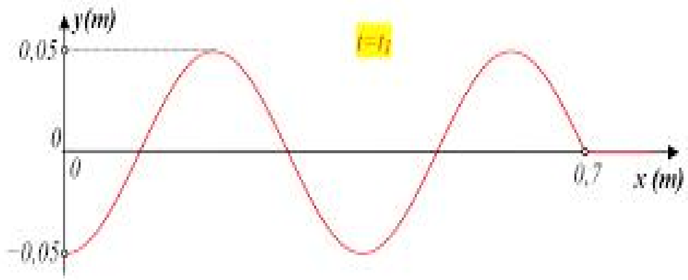
στ. Να γίνει η γραφική παράσταση y=f(t) του σημείου Λ, από τη χρονική στιγμή t=0, μέχρι τη στιγμή που το σημείο Λ έχει εκτελέσει 2 πλήρεις ταλαντώσεις.

ζ. Να βρεθεί η φορά κίνησης του σημείου Λ, τη χρονική στιγμή 4s.

η. Να σχεδιαστεί το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή 8s για τα σημεία του μέσου των οποίων η θέση ισορροπίας έχει τετμημένη $x \geq 0$ m.

Απ: α. $y = 0,2 \cdot ημ(πt - 2πx)$ (SI) β. $u = 0,2π \cdot συν(πt - 2πx)$ (SI) γ. $t_Λ$=3s δ. π rad

206. Αρμονικό κύμα πλάτους Α διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου το οποίο ταυτίζεται με το θετικό ημιάξονα Οx. Η πηγή των κυμάτων βρίσκεται στο άκρο Ο του ελαστικού μέσου και έχει εξίσωση ταλάντωσης της μορφής y=Αημωt. Μία χρονική στιγμή t_1 το στιγμιότυπο του κύματος είναι αυτό



του παραπάνω σχήματος και το σημείο Σ($x_Σ$=+0,2m) του μέσου ταλαντώνεται για χρόνο Δt=0,25s.

α. Να βρεθεί η ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

β. Να γραφεί η εξίσωση του αρμονικού κύματος.

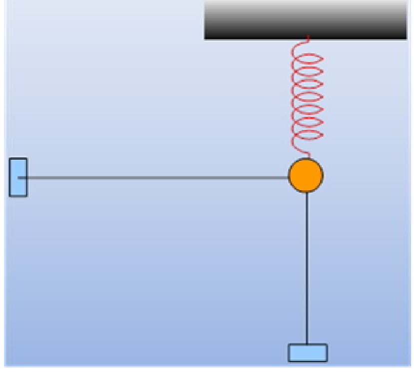
γ. Να γίνει η γραφική παράσταση της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων του μέσου σε συνάρτηση με τη συντεταγμένη x για τη χρονική στιγμή t_1.

δ. Κάποια χρονική στιγμή t_2, κάποιο σημείο Κ του ελαστικού μέσου βρίσκεται στη θέση της μέγιστης θετικής απομάκρυνσης y_K=+Α. Να βρεθεί η απομάκρυνση που έχει την ίδια στιγμή ένα άλλο σημείο Λ του μέσου με συντεταγμένη κατά 0,15m μικρότερη από αυτή του σημείου Κ.

ε. Εάν η γραμμική πυκνότητα του ελαστικού μέσου είναι μ=80g/m, να βρεθεί η ισχύς της πηγής του κύματος.

Απ: α. 2 m/sec, δ. -0,025√2 m ε. 0,2 Wec

207. Δύο λεπτότατες χορδές η μία από σίδηρο και άλλη από αλουμίνιο συγκολλούνται σε ένα σημειακό σώμα μάζας m=1kg έτσι ώστε η πρώτη να είναι οριζόντια και η δεύτερη να είναι κατακόρυφη. Δένουμε το σημειακό σώμα σε ένα κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς K=100N/m το άλλο άκρο του οποίου βρίσκεται δεμένο σε ακλόνητο ταβάνι όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Δίνουμε αρχική ταχύτητα στο σημειακό σώμα $υ_0$=1m/s με φορά προς τα πάνω.Αν η ταχύτητα των κυμάτων που θα δημιουργηθούν στην κάθε χορδή είναι $υ_{Al}$=20m/s και $υ_{Fe}$=10m/s να βρεθούν:



α. Το είδος των κυμάτων που θα διαδοθεί στην κάθε χορδή.

β. Η εξίσωση του κάθε κύματος στην κάθε χορδή.
γ. Να αποτυπωθούν ποιοτικά τα στιγμιότυπα των δύο χορδών όταν η πηγή έχει εκτελέσει 2 πλήρεις ταλαντώσεις.
Να υποθέσουμε ότι τα δύο σύρματα είναι τόσο λεπτά που δεν επηρεάζουν την ταλάντωση του σημειακού σώματος καθώς επίσης και ότι οι χορδές είναι συνεχώς τεντωμένες.

208. Εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους Α και συχνότητας f=10Hz διαδίδεται σε γραμμικό ελαστικό μέσο στη διεύθυνση του άξονα x'Ox και προς την θετική κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου 4m/s. Το υλικό σημείο που βρίσκεται στην αρχή O(x=0) του άξονα τη χρονική στιγμή t=0 βρίσκεται για $2^{η}$ φορά σε ακραία θέση ταλάντωσης έχοντας διαγράψει μήκος τροχιάς s=0,6m από την στιγμή που ξεκίνησε να ταλαντώνεται, και για την φάση ταλάντωσής του την ίδια χρονική στιγμή ισχύει φο>2π rad .
α. Να διερευνήσετε προς ποια κατεύθυνση κινείται κάθε υλικό σημείο του μέσου όταν φτάνει σε αυτό το κύμα.
β. Να υπολογίσετε το πλάτος Α και το μήκος λ.
γ. Να βρείτε μέχρι ποιο σημείο Κ του μέσου έχει διαδοθεί το κύμα την χρονική t=0.
δ. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος.
ε. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος στον θετικό ημιάξονα Ox τη χρονική στιγμή t_1=T+T/4 , όπου Τ η περίοδος του κύματος.
ζ. Να βρείτε τη δύναμη επαναφοράς που δέχεται ένα υλικό σημείο Μ του ελαστικού μέσου μάζας 0,01g μετά από χρόνο Δt =(1/24)s από τη στιγμή που ξεκίνησε να ταλαντώνεται.
Δίνεται: $π^2$=10
Απ: β. Α=0,2 m, λ=0,4 m Hz, γ. 0,3 m στ. 0,004 Ν

209. Το σημείο Ο γραμμικού ελαστικού μέσου το οποίο ταυτίζεται με τον άξονα χ'Οχ, εκτελεί ταυτόχρονα δύο Α.Α.Τ που γίνονται στην ίδια διεύθυνση, κάθετα στον άξονα χ'χ και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις εξισώσεις: y_1=0,1 ημ(10πt+π/3) (S.I) και y_2=0,1√3ημ(10πt-π/6) (S.I)
α. Να γράψετε την εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης που εκτελεί το σημείο Ο. Ποιες χρονικές στιγμές οι απομακρύνσεις και ποιες οι ταχύτητες των συνιστωσών ταλαντώσεων είναι αντίθετες;
β. Θεωρούμε το σημείο Ο σαν πηγή αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του Οχ ημιάξονα. Αν τη χρονική στιγμή t_1 που η πηγή ολοκληρώνει δύο ταλαντώσεις το κύμα φθάνει σε ένα σημείο Γ που απέχει από την πηγή $x_Γ$=20cm, να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά μήκος της χορδής.
γ. Η φάση της ταλάντωσης ενός σημείου Κ του ελαστικού μέσου την ίδια χρονική στιγμή t_1 ισούται με $φ_Κ$=3π/2. Ποια χρονική στιγμή ξεκίνησε να ταλαντώνεται το σημείο αυτό; Να εξετάσετε προς τα πού θα κινηθεί το σημείο Κ αμέσως μετά τη στιγμή t_1.
δ. Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης μεταξύ του σημείου Κ και του πιο μακρινού σημείου Η (από την πηγή Ο) του ελαστικού μέσου που αρχίζει να ταλαντώνεται τη στιγμή t_2=0,7s.
ε. Να βρείτε τον αριθμό των υλικών σημείων του μέσου, μεταξύ των Κ, Η που έχουν την ίδια απομάκρυνση και την ίδια ταχύτητα με την πηγή κάθε στιγμή.

ζ. Να βρείτε πόσα υλικά σημεία του ελαστικού μέσου, τη χρονική στιγμή t_2=0,7s, έχουν μέγιστη κινητική και πόσα έχουν δυναμική ίση με $U_{max}/4$.

η. Να γράψετε την εξίσωση ενός άλλου κύματος το οποίο διαδίδεται κατά μήκος του ελαστικού μέσου και συμβάλλοντας με το πρώτο δημιουργεί στάσιμο. Ποια η εξίσωση του προκύπτοντος στάσιμου, θεωρώντας ως t=0 τη στιγμή που τα κύματα συμβάλλουν στο Ο (χ=0).

θ. Να εξετάσετε αν τα σημεία Κ, Η είναι δεσμοί ή κοιλίες του στάσιμου.

ι. Να βρείτε πόσες κοιλίες και πόσοι δεσμοί του στάσιμου βρίσκονται μεταξύ των σημείων Κ, Η.

κ. Δύο σημεία Ζ, Μ του μέσου βρίσκονται στις θέσεις x_Z=0,21m και x_M=0,33m. Να βρείτε πόσοι δεσμοί του στάσιμου βρίσκονται μεταξύ των σημείων Ζ, Μ και στη συνέχεια να υπολογίσετε την απομάκρυνση και την ταχύτητα του σημείου Μ, τη χρονική στιγμή που το Ζ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα.

Δίνεται: συν(3π/5)=-0,31

210. Σώμα μάζας Μ=4Kg είναι δεμένο σε κατακόρυφο ελατήριο με σταθερά $K=100\pi^2$N/m και ισορροπεί σε ύψος Η=3,2m το έδαφος. Στο σώμα είναι δεμένος ένας οριζόντιος αβαρής ιστός αράχνης με μεγάλο μήκος. Δύο αράχνες βρίσκονται σε αποστάσεις 0,3m και 0,5m αντίστοιχα από το σώμα κολλημένες στον ιστό. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος στον ιστό είναι V=1m/sec. Ένα δεύτερο σώμα μάζας Μ=4Kg κινείται κατακόρυφα και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα που είναι δεμένο στο ελατήριο έχοντας ταχύτητα μέτρου 0,5π m/sec.Την στιγμή που το δεύτερο σώμα φτάνει στο έδαφος :

α. Να σχεδιαστεί η μορφή του ιστού της αράχνης.

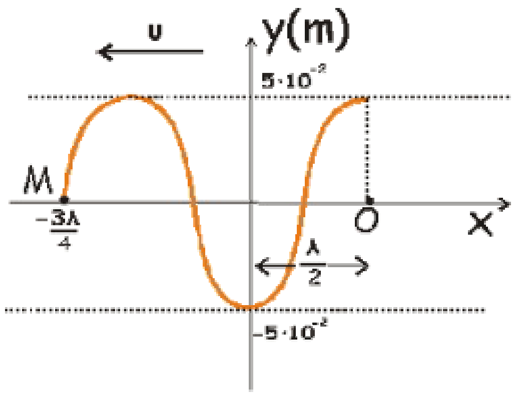
β. Πόσο απέχουν τα ζωύφια.

γ. Πόσα σημεία του ιστού έχουν ταχύτητα μέτρου umax/2 όπου umax η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης τους.

δ. Ποιος ο λόγος των μέτρων των δυνάμεων επαναφοράς που δέχονται τα ζωύφια.

Δίνεται το $g=10m/sec^2$.

211. Αρμονικό κύμα διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα xox΄ με σταθερή ταχύτητα υ=10m/s.Τη χρονική στιγμή t=0 το κύμα βρίσκεται στη θέση xM=-0,15m. Η πηγή (Ο) του κύματος βρίσκεται στη θέση x0=+0,1m. Το πλάτος ταλάντωσης της πηγής είναι Α=5cm και η περίοδός της είναι Τ=0,02s.



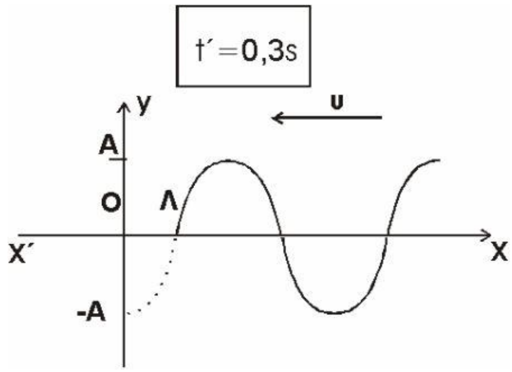
Τότε:

α. Ποια είναι η εξίσωση του κύματος;

β. Σε πόσο χρόνο Δt το κύμα διήνυσε την απόσταση (ΟΜ);

γ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t=0.
δ. Να σχεδιάσετε τη φάση του σημείου M με το χρόνο t.
ε. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της φάσης του κύματος σε συνάρτηση με την απόσταση x από τη πηγή τη χρονική στιγμή t=0 και τη χρονική στιγμή t=T=0,02s.
ζ. Για το σημείο Μ να κάνετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο
η. Αν τη χρονική στιγμή t=0, η πηγή (Ο), αρχίζει να απομακρύνεται από το σημείο (Μ) με ταχύτητα v=10m/s, τότε να βρεθεί η καινούργια εξίσωση του κύματος.

212. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το στιγμιότυπο τη χρονική στιγμή t΄=0,3s αρμονικού κύματος πλάτους A=10cm, και περιόδου T=0,4s, που διαδίδεται στην αντίθετη κατεύθυνση από αυτήν του η-μιάξονα Οx με ταχύτητα υ=10m/s.



α. Προσδιορίστε το σημείο Κ της ευθείας x'x που αρχίζει να ταλαντεύεται τη χρονική στιγμή t=0.
β. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης με το χρόνο του σημείου 0, y(0)=f(t), και να την παρα-στήσετε γραφικά.
γ. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος και να παραστήσετε γραφικά την απομάκρυνση του σημείου Μ με x_M=-3m με τον χρόνο.
δ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t΄΄=0,5s.

213. Στο παρακάτω σχήμα το κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $K=100\pi^2$N/m είναι δεμένο με σώμα μάζας m_1=1Kg και το σύστημα ισορροπεί. Την χρονική στιγμή t=0 εκτοξεύουμε ταυτόχρονα και κατα-κόρυφα το σώμα μάζας m_1 αλλά και το δεύτερο σώμα μάζας $m_2=m_1$ με αρχικές ταχύτητες $υ_1$=0,5 m/sec και φορά προς τα κάτω το m_1 και $υ_2$=0,5m/sec με φορά προς τα πάνω το m_2.

Στην οριζόντια ελαστική χορδή που είναι δεμένη στο σώμα μάζας m1 μπορούν να διαδίδονται αρμο-νικά κύματα με ταχύτητα διάδοσης U=10m/sec.Αν όλες οι κρούσεις μεταξύ των σωμάτων που θα α-κολουθήσουν είναι κεντρικές και ελαστικές να βρεθούν:

α. Η περίοδος και η θέση των κρούσεων των δύο σωμάτων.

β. Το σχήμα της ελαστικής χορδής τη χρονική στιγμή που έγινε η 5η κρούση.

Απ: α. 0,1 s

214. Δύο σύγχρονες πηγές $Π_1$ και $Π_2$ αρχίζουν τη χρονική στιγμή t=0 να εκτελούν Απλή Αρμονική Ταλάντωση και δημιουργούν στην επιφάνεια ενός υγρού κύματα. Ένα μικρό κομμάτι φελλού μάζας m=0,01 kg βρίσκεται σε κάποιο σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού, το οποίο απέχει αποστάσεις r_1=6 m και r_2=10 m από τις πηγές $Π_1$ και $Π_2$, αντίστοιχα. Το κύμα που προέρχεται από την πηγή $Π_2$ φτάνει στο σημείο Σ τη χρονική στιγμή t_2=5 s. Ο φελλός μετά τη χρονική στιγμή t_2 παρουσιάζει μέγιστη κινητική ενέργεια ίση με 0,2 J και διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κάθε 0,2 s.

Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:

α. Να γραφεί η εξίσωση ταλάντωσης του φελλού και να γίνει η αντίστοιχη γραφική παράσταση.

β. Να βρεθεί η ταχύτητα του φελλού τη χρονική στιγμή t_3=5,6 s.

γ. Να υπολογιστεί η χρονική στιγμή κατά την οποία ο φελλός διέρχεται από την άνω ακραία θέση της ταλάντωσής του κατόπιν της συμβολής των κυμάτων στο σημείο στο οποίο βρίσκεται.

δ. Να γίνει η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας του φελλού.

ε. Η υπερβολή της συμβολής του σημείου Σ τέμνει το ευθύγραμμο τμήμα $Π_1Π_2$ στο σημείο Μ. Αν τα σημεία $Π_1$ και $Π_2$ απέχουν απόσταση d=12 m, να βρεθεί πόσο απέχει το σημείο Μ από το $Π_1$.

ζ. Να υπολογίσετε τον αριθμό των σημείων αποσβεστικής συμβολής που δημιουργούνται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα $Π_1Π_2$.

η. Να αποδείξετε ότι η διαφορά φάσης της ταλάντωσης ενός οποιουδήποτε σημείου Κ του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1Π_2$, λόγω της συμβολής των δύο κυμάτων και της ταλάντωσης καθεμιάς από τις δύο πηγές είναι ανεξάρτητο από τη θέση του σημείου Κ.

θ. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης, μετά τη συμβολή των κυμάτων, των σημείων που βρίσκονται στην ευθεία του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1Π_2$ αλλά δεν περιλαμβάνονται σε αυτό.

ι. Να υπολογίσετε την ελάχιστη συχνότητα ταλάντωσης των δύο πηγών $Π_1$ και $Π_2$, ώστε το σημείο Σ να παραμένει διαρκώς ακίνητο.

κ. Να καθορίσετε ποια σημεία ταλαντώνονται κατόπιν συμβολής με το ίδιο πλάτος που θα ταλαντώνονταν εξαιτίας ενός εκ των δύο κυμάτων.

215. Δύο σύγχρονες πηγές $Π_1$ και $Π_2$ που απέχουν απόσταση 12 m αρχίζουν τη χρονική στιγμή t=0 να εκτελούν Απλή Αρμονική Ταλάντωση και δημιουργούν, στην επιφάνεια ενός υγρού, κύματα. Ένα μικρό κομμάτι φελλού μάζας m=0,01 kg βρίσκεται σε κάποιο σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού, το οποίο κατόπιν συμβολής έχει εξίσωση απομάκρυνσης $y = -0{,}4ημ2π\left(\frac{t}{0{,}4} - 10\right)$ (SI). Το κύμα που προέρχεται από την πηγή $Π_2$ φτάνει στο σημείο Σ τη χρονική στιγμή t_2=5 s. Επίσης, τα δύο κύματα από τις πηγές $Π_1$ και $Π_2$ συναντιούνται στο μέσο της μεταξύ τους απόστασης σε χρόνο 3 s.

Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:

α. Να γραφεί η εξίσωση των κυμάτων που παράγουν οι δύο πηγές.

β. Να γίνει το διάγραμμα της απομάκρυνσης από τη ΘΙ του φελλού σε συνάρτηση με το χρόνο.

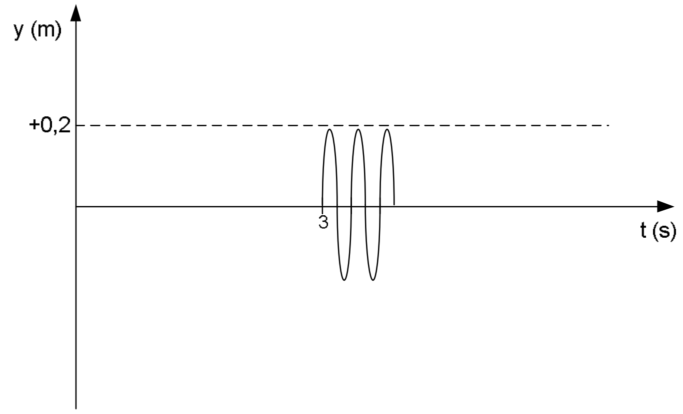
γ. Να βρεθεί η ταχύτητα του φελλού τη χρονική στιγμή t_3=6 s.

δ. Να υπολογιστεί η χρονική στιγμή κατά την οποία ο φελλός έχει, για πρώτη φορά, απομάκρυνση από τη ΘΙ του y=+0,2 m.

ε. Να γίνει η γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας του φελλού σε συνάρτηση με το χρόνο.
ζ. Να υπολογίσετε τον αριθμό των σημείων ενισχυτικής συμβολής που δημιουργούνται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα $Π_1Π_2$.
η. Να υπολογίσετε την ελάχιστη μεταβολή της συχνότητας ταλάντωσης των δύο πηγών $Π_1$ και $Π_2$, ώστε το σημείο Σ να παραμένει διαρκώς ακίνητο.
Απ: α. $y = 0{,}2ημ2π\left(\frac{t}{0{,}4} - \frac{x}{0{,}8}\right)$ (SI) γ. -2π m/s δ. 3,1 s ζ. 31 η. 0,25 Hz

216. Δύο σύγχρονες πηγές $Π_1$ και $Π_2$ που απέχουν απόσταση d=8m, παράγουν στην επιφάνεια ενός υγρού αρμονικά κύματα που έχουν ταχύτητα διάδοσης υ=20m/s. Η εξίσωση της απομάκρυνσης των πηγών σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από τη σχέση y=0,4ημ20πt (SI). Σε ένα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού που απέχει απόσταση r_1=4m από την πηγή $Π_1$ και απόσταση r_2 από την πηγή $Π_2$ με $r_2 > r_1$, τα δύο κύματα φτάνουν με χρονική καθυστέρηση Δt=0,2s.
α. Να διερευνήσετε αν στο σημείο Σ έχουμε ενισχυτική ή αποσβεστική συμβολή.
β. Να βρεθεί η απόσταση r_2.
γ. Να βρεθεί η υπερβολή ενίσχυσης ή απόσβεσης στην οποία βρίσκεται το σημείο Σ.
δ. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου Σ σε συνάρτηση με το χρόνο για t≥0.
ε. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης του Σ τη χρονική στιγμή t=0,45s.
ζ. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το υλικό σημείο Σ σε συνάρτηση με το χρόνο για t≥0 αν θεωρήσουμε ότι η στοιχειώδης μάζα του υλικού σημείου Σ είναι $m=5\cdot10^{-3}$ Kg.
η. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση του πλάτους ταλάντωσης του σημείου Σ σε συνάρτηση με το χρόνο για t≥0.

217. Δύο σύγχρονες πηγές $Π_1$ και $Π_2$ αρχίζουν τη χρονική στιγμή t=0 να εκτελούν Απλή Αρμονική Ταλάντωση και δημιουργούν στην επιφάνεια ενός υγρού κύματα. Ένα μικρό κομμάτι φελλού μάζας m=0,01 kg βρίσκεται σε κάποιο σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού, του η γραφική παράσταση της απομάκρυνσής του από τη ΘΙ σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Ο φελλός θα παρουσιάσει για $1^η$ φορά απομάκρυνση από τη ΘΙ y=+0,1 m τη χρονική στιγμή t=3+1/30 s. Επίσης, ο φελλός βρίσκεται πιο κοντά στην $Π_1$ και, τη στιγμή που αρχίσει να ταλαντώνεται, το πρώτο όρος του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1Σ$ απέχει από το τελευταίο απόσταση 2,8 m.
Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:

α. Να γραφεί η εξίσωση ταλάντωσης των πηγών.
β. Να βρεθούν οι αποστάσεις του φελλού από τις πηγές $Π_1$ και $Π_2$.
γ. Να γίνει η γραφική παράσταση της δύναμης επαναφοράς του φελλού σε συνάρτηση με το χρόνο.
δ. Έστω σημείο Ρ της επιφάνειας του υγρού, το οποίο απέχει απόσταση 3 m από την $Π_1$ και 1 m από την $Π_2$. Να βρείτε πόσες ενισχυτικές υπερβολές υπάρχουν ανάμεσα στο σημείο Ρ και στο σημείο Σ.
ε. Αν η συχνότητα των δύο πηγών διπλασιαστεί να βρείτε τα νέα πλάτη ταλάντωσης, λόγω συμβολής, των σημείων Ρ και Σ.
ζ. Έστω πως οι υπερβολές που διέρχονται από τα Σ και Ρ τέμνουν το ευθύγραμμο τμήμα $Π_1Π_2$ στα σημεία Κ και Λ. Να βρεθεί η απόσταση ΚΛ.
Απ: α. $y = 0,2ημ5πt$ (SI) β. 3m και 4 m γ. 7 δ. 0,4 m ε. 1,5 m

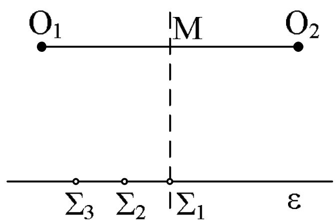
218. Στην επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί, βρίσκονται δύο σύγχρονες σημειακές πηγές $Π_1$ και $Π_2$, που δημιουργούν στην επιφάνεια του υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα ίσου πλάτους. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή t_0=0 ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας τους και κινούμενες προς την ίδια κατεύθυνση, την οποία θεωρούμε θετική. Η χρονική εξίσωση της ταλάντωσης ενός σημείου Μ, που βρίσκεται στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1Π_2$, μετά τη συμβολή των κυμάτων δίνεται στο SI από τη σχέση:
y_M =0,2ημ2π(5t-10) (SI)
Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι υ=2 m/s. Έστω Ο το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1Π_2$ και d=1 m η απόσταση μεταξύ των πηγών.
Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:
α. Να βρείτε την απόσταση $ΜΠ_1$.
β. Τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Ο και Μ.
γ. Πόσα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος $ΜΠ_2$ ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.
δ. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου Μ σε συνάρτηση με τον χρόνο t από 0 έως 2,5 s.
ε. Έστω ότι ένα φελλός, μάζας m=0,01 kg, βρίσκεται σε σημείο Ρ του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1Π_2$, το οποίο απέχει από το Ο απόσταση 0,1 m και είναι πλησιέστερο της πηγής $Π_2$. Να βρείτε το πλάτος του ταλάντωσης του φελλού λόγω της συμβολής των δύο κυμάτων.
ζ. Να σχεδιάσετε της γραφική παράσταση της ταχύτητας του φελλού σε συνάρτηση με το χρόνο.
η. Να βρείτε το έργο της δύναμης επαναφοράς του φελλού από τη χρονική στιγμή t=0,2 s έως τη χρονική στιγμή t'=0,25 s.
Απ: α. 4 m β. 17,5π rad γ. 5 ε. 0 η. -0,05 J

219. Το ένα άκρο μίας χορδής, μήκους L=1,1 m, που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και το ελεύθερο άκρο του εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το αρμονικό κύμα που δημιουργείται και το όμοιό του που προκύπτει από την ανάκλαση στο ακλόνητο σημείο συμβάλλουν δημιουργώντας στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση χ=0. Το σημείο αυτό (χ=0), τη χρονική στιγμή t=0, βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του και έχει θετική ταχύτητα και η κινητική του ενέργεια θα μηδενιστεί για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή t_1=0,05 s. Επίσης, την ίδια χρονική στιγμή το σημείο αυτό έχει μετατοπιστεί κατά 0,4 m. Τέλος, ανάμεσα από το σημείο χ=0 και του ακλόνητου σημείου εμφανίζονται 5 δεσμοί
Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:

α. Να βρεθεί η ταχύτητα του κύματος.
β. Να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος.
γ. Να γραφεί η εξίσωση ταλάντωσης ενός σημείου που απέχει απόσταση 0,8 m από το x=0.
δ. Να γίνει το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή t=0, t=0,05 s, t=0,1 s.
ε. Να γίνει η γραφική παράσταση του πλάτους των σημείων της χορδής.
ζ. Να βρεθεί η διαφορά φάσης των σημείων Κ ($χ_K$=+0,4 m) και Λ ($x_Λ$=+1 m).
η. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της συχνότητας του κύματος ώστε ο αριθμός των δεσμών, μεταξύ του χ=0 και του ακλόνητου σημείου, να διπλασιαστεί.
θ. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση του Κ από τη Θ.Ι. τη χρονική στιγμή t=3,25 s.
ι. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σημείου Λ τη χρονική στιγμή t=3,25 s.

220. Στα σημεία Α και Β της επιφάνειας υγρού που ηρεμεί, δημιουργούνται από δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων $Π_1$ και $Π_2$ εγκάρσια επιφανειακά κύματα. Η εξίσωση ταλάντωσης της κάθε πηγής είναι: $y = 2ημ5πt$ (y σε mm, t σε sec). Ένα πολύ μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού σε, αποστάσεις $r_1 = 4m$ και r_2 αντίστοιχα, από τις πηγές Α και Β. Το κύμα από την πηγή $Π_1$ φθάνει στο σημείο Σ τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,4s$ και από την πηγή $Π_2$ με καθυστέρηση Δt=0,4s.
α. Να βρεθούν η ταχύτητα διάδοσης και το μήκος κύματος των κυμάτων. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση (αναγράφοντας κατάλληλες τιμές) της απομάκρυνσης του φελλού από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο, έως τη χρονική στιγμή 1,2s. Αν η μάζα του φελλού είναι m=1kg, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας (αναγράφοντας κατάλληλες τιμές) του φελλού σε συνάρτηση με το χρόνο, έως τη χρονική στιγμή 1,2s.
β. Να βρεθεί η ταχύτητα και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σημείου Σ (φελλού) τη χρονική στιγμή t=1,6s.
γ. Να βρεθεί η ελάχιστη συχνότητα που πρέπει να έχουν οι δύο πηγές, ώστε το σημείο Σ να επιτυγχάνεται συμβολή με απόσβεση.
δ. Έστω δεύτερο σημείο Κ που απέχει από τις πηγές $Π_1$ και $Π_2$ αποστάσεις $r_1' = 18m$ και $r_2' = 4m$. Να βρείτε πόσες γραμμές ενίσχυσης παρεμβάλλονται μεταξύ των σημείων Σ και Κ. Να βρεθεί επίσης η απόσταση του μέσου Μ του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1Π_2$ από το σημείο τομής της καμπύλης που αντιστοιχεί στο σημείο Κ με το ευθύγραμμο τμήμα $Π_1Π_2$.
- Να θεωρήσετε ότι μεταβάλλοντας τη συχνότητα των πηγών, αυτές παραμένουν σύγχρονες και με μηδενική αρχική φάση. Θεωρήστε ότι το πλάτος των επιφανειακών κυμάτων παραμένει σταθερό κατά τη διάδοσή τους στο υγρό.

221. Στην επιφάνεια ενός ηρεμούντος υγρού βρίσκονται δύο πηγές O_1 και O_2 οι οποίες για t=0 αρχίζουν να ταλαντώνονται κατακόρυφα, σύμφωνα με την εξίσωση y= 0,2ημ(4πt) (μονάδες στο S.I.). Τα κύματα που δημιουργούνται διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με ταχύτητα υ=2m/s χωρίς αποσβέσεις.



α. Να βρεθεί η περίοδος και το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούνται.
β. Ποιες οι εξισώσεις των δύο κυμάτων;
Το σημείο $Σ_1$ βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετο του ευθυγράμμου τμήματος O_1O_2, ενώ η ευθεία ε είναι παράλληλη στην O_1O_2. Τα σημεία $Σ_1$, $Σ_2$ και $Σ_3$ είναι τρία διαδοχικά σημεία, τα οποία, μετά την συμβο-

λή των κυμάτων, ταλαντώνονται με πλάτος 0,4m. Το σημείο $Σ_3$ μετά την συμβολή των δύο κυμάτων, παρουσιάζει διαφορά φάσεως 8π με τις πηγές.

γ. Να γράψετε την εξίσωση που συνδέει τις αποστάσεις r_1 και r_2 του σημείου $Σ_3$ από τις πηγές με το μήκος κύματος;

δ. Ποιες οι αποστάσεις του σημείου $Σ_3$ από τις δύο πηγές;

ε. Ποια η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου $Σ_3$ τη χρονική στιγμή t_1=3,125 s.

222. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων $Π_1$ και $Π_2$ βρίσκονται στα σημεία Α και Β αντίστοιχα της ελεύθερης επιφάνειας νερού και προκαλούν όμοια εγκάρσια κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα u = 0,5 m/s. Ένα σημείο Κ της επιφάνειας του νερού βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ και απέχει από τα Α και Β αποστάσεις (ΑΚ)=r_1 και (ΒΚ)=r_2 με $r_1 > r_2$.

Το σημείο Κ είναι το πλησιέστερο προς το μέσο Μ του ΑΒ που ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος. Η απομάκρυνση του σημείου Κ από τη θέση ισορροπίας λόγω της συμβολής των κυμάτων περιγράφεται σε συνάρτηση με το χρόνο t από την εξίσωση $y_k = ημ\frac{5π}{3}(t-2)$ (σε μονάδες S.I.).

Να υπολογίσετε:

α. την περίοδο, το μήκος κύματος και το πλάτος των κυμάτων που συμβάλλουν.

β. την απόσταση ΑΒ των δύο πηγών.

γ. τις αποστάσεις r_1 και r_2 του σημείου Κ από τα σημεία Α και Β.

δ. τον αριθμό των σημείων του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ που λόγω της συμβολής έχουν πλάτος ίσο με το πλάτος της ταλάντωσης

ε. Να γίνει η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σαν συνάρτηση του χρόνου ενός σημείου Μ του μέσου που απέχει από τις πηγές απόσταση $d_1 = 0,6m$ και $d_2 = 1,2m$ αντίστοιχα.

223. Δύο σύγχρονες πηγές $Π_1$ και $Π_2$, που βρίσκονται στην επιφάνεια ενός υγρού, απέχουν μεταξύ τους d=12m και ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια με εξίσωση ταλάντωσης $y = 0,05ημ10πt$ (S.I.) η καθεμιά. Τα κύματα που δημιουργούνται διαδίδονται με ταχύτητα μέτρου u=20m/s. Σε ένα σημείο Μ της επιφάνειας του υγρού υπάρχει ένας μικρός φελλός μάζας m=1g και απέχει από τις δύο πηγές Π1 και Π2 αποστάσεις $χ_1$=9m και $χ_2$=6m αντίστοιχα.

α. Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης του φελλού και να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του φελλού από τη θέση ισορροπίας του και την εξίσωση της ταχύτητάς του από τη στιγμή που συμβάλλουν και τα δύο κύματα σ' αυτό.

β. Να βρείτε την ολική ενέργεια ταλάντωσης του φελλού. Δίνεται: $π^2 = 10$.

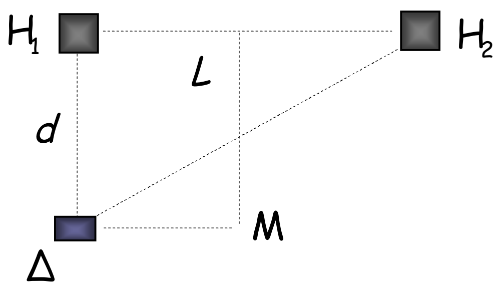
γ. Να βρείτε σε ποια σημεία του ευθύγραμμου τμήματος που συνδέει τις δυο πηγές έχουμε απόσβεση.

δ. Ποια πρέπει να είναι η ελάχιστη συχνότητα ταλάντωσης των πηγών, ώστε ο φελλός να είναι συνεχώς ακίνητος;

224. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων $Π_1$ και $Π_2$ δημιουργούν στην επιφάνεια ενός υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα με πλάτος Α=2cm και συχνότητα f=10Hz. Η ταχύτητα διάδοσης των δύο κυμάτων είναι u=0,6m/s. Ένα υλικό σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού απέχει από την πηγή $Π_1$ απόσταση r_1=36cm και από την πηγή Π2 απόσταση r_2, όπου $r_2<r_1$. Η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων που εκτελεί το υλικό σημείο Σ εξαιτίας των δύο κυμάτων είναι Δφ=4π rad.

α. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του υλικού σημείου Σ.
β. Να υπολογίσετε την απόσταση r_2.
γ. Να βρείτε την ταχύτητα του σημείου Σ τη στιγμή t=0,65s.
δ. Σε πόσα σημεία πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα $Π_1Π_2$, αν το μήκος του είναι 20cm, θα μπορούσε να τοποθετηθεί ένας φελλός ώστε αυτός να παραμένει ακίνητος.

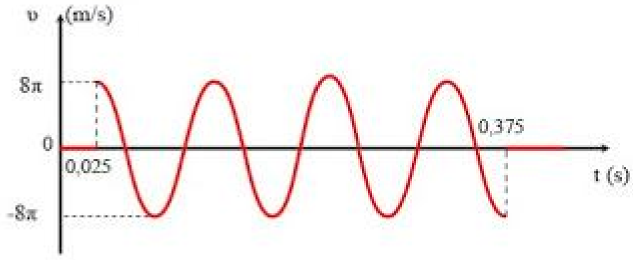
225. Δύο ηχεία Η1 και Η2 απέχουν απόσταση L= 8 m και παράγουν ηχητικά κύματα ίδιας συχνότητας . Οι πηγές του ήχου στα δύο ηχεία ταλαντώνονται με την ίδια φάση και εκπέμπουν ήχους ίδιου πλάτους . Ένας δέκτης Δ απέχει απόσταση d = 6m από το ηχείο Η1 και βρίσκεται σε διεύθυνση κάθετη στο τμήμα Η1Η2 .



α. Για ποιες συχνότητες ο δέκτης Δ καταγράφει ηχητικό κύμα με το μέγιστο πλάτος ;
β. Να βρεθεί η συχνότητα f αν είναι γνωστό ότι ο δέκτης καταγράφει κύμα μέγιστου πλάτους σε έξι θέσεις , κινούμενος παράλληλα στην Η1Η2 από την αρχική του θέση μέχρι το σημείο Μ της μεσοκαθέτου .
γ. Πόσα μέγιστα του ήχου θα καταγράψει ο δέκτης αν κινηθεί στο ευθύγραμμο τμήμα Η1Η2 ;
δ. Σε ποιες θέσεις στο ευθύγραμμο τμήμα Η1Δ ο δέκτης θα καταγράψει μέγιστο έντασης ;
Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα : υ = 340m/s

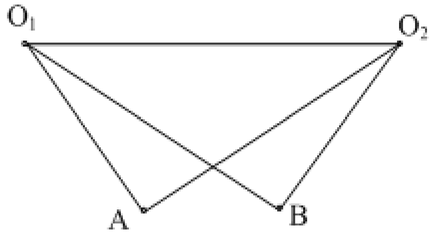
226. Δύο σύγχρονες πηγές $Π_1$ και $Π_2$ που απέχουν απόσταση d=8m, παράγουν στην επιφάνεια ενός υγρού αρμονικά κύματα που έχουν ταχύτητα διάδοσης υ=20m/s. Η εξίσωση της απομάκρυνσης των πηγών σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από τη σχέση y=0,4ημ20πt (S.I.).
Σε ένα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού που απέχει απόσταση r_1=4m από την πηγή Π1 και απόσταση r2 από την πηγή Π2 με $r_2 > r_1$, τα δύο κύματα φτάνουν με χρονική καθυστέρηση Δt=0,2s.
α. Να διερευνήσετε αν στο σημείο Σ έχουμε ενισχυτική ή αποσβεστική συμβολή.
β. Να βρεθεί η απόσταση r_2.
γ. Να βρεθεί η υπερβολή ενίσχυσης ή απόσβεσης στην οποία βρίσκεται το σημείο Σ.
δ. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου Σ σε συνάρτηση με το χρόνο για t≥0.
ε. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης του Σ τη χρονική στιγμή t=0,45s.
ζ. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το υλικό σημείο Σ σε συνάρτηση με το χρόνο για t≥0 αν θεωρήσουμε ότι η στοιχειώδης μάζα του υλικού σημείου Σ είναι m=5•10-3 Kg.
η. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση του πλάτους ταλάντωσης του σημείου Σ σε συνάρτηση με το χρόνο για t≥0.

Για ένα σημείο Ρ που βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα Π1Π2 και απέχει x1 και x2 (x1>x2) από τις πηγές Π1 και Π2 αντίστοιχα, η γραφική παράσταση της ταχύτητας ταλάντωσής του σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται στο παρακάτω σχήμα



θ. Να διερευνήσετε αν στο σημείο Ρ έχουμε ενισχυτική ή αποσβεστική συμβολή.
ι. Να βρεθούν οι αποστάσεις x1 και x2. Σε ποια υπερβολή ενίσχυσης ή απόσβεσης βρίσκεται το σημείο Ρ;
κ. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις της απομάκρυνσης του σημείου Ρ σε συνάρτηση με το χρόνο, για κάθε κύμα ξεχωριστά. Ποια αρχή επιβεβαιώνεται από τις γραφικές παραστάσεις;

227. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων δημιουργούν στην επιφάνεια ενός υγρού εγκάρσια κύματα τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα u=1m/sec. Την στιγμή t=0 οι πηγές O1 & O2 αρχίζουν να ταλαντώνονται κατακόρυφα με εξισώσεις ψ1=ψ2=0,2ημ2πt (S.I.). Δύο σημεία Α και Β της επιφάνειας του υγρού βρίσκονται σε τέτοιες θέσεις ώστε να μπορούν να σχηματίζουν ορθογώνια τρίγωνα O1AO2 και O1BO2.Η απόσταση O1O2 είναι 10m και οι αποστάσεις O1A=6m και O1B= 8m.



α. Να βρεθούν πόσες υπερβολές ενίσχυσης και πόσες υπερβολές απόσβεσης βρίσκονται ανάμεσα στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ και το τέμνουν.
β. Να παρασταθεί γραφικά η φάση του σημείου Α σε συνάρτηση με τον χρόνο.
γ. Να γραφεί η εξίσωση ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Α σε συνάρτηση με τον χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.
δ. Να βρεθεί πόσες φορές το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Α είναι υ=0,4πm/sec μέχρι την στιγμή t4=9sec.

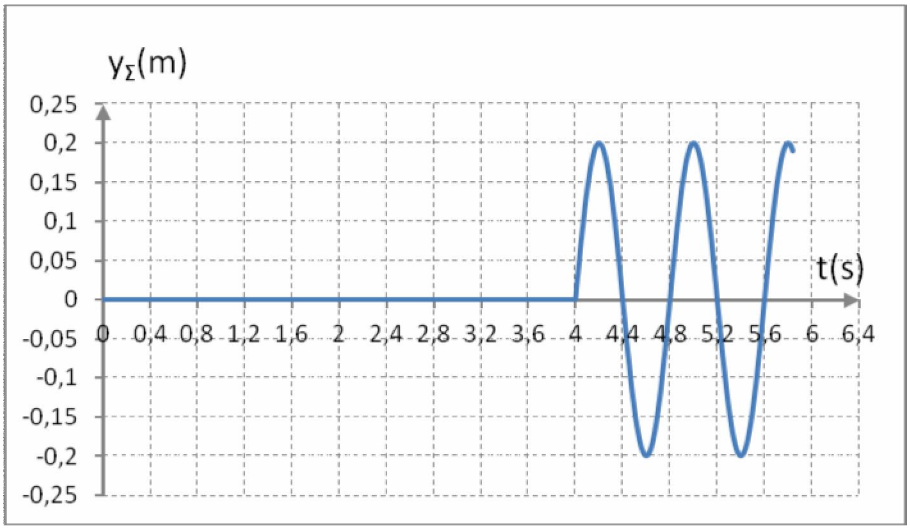
228. Δύο πηγές κυμάτων δημιουργούν στην επιφάνεια ενός υγρού εγκάρσια κύματα τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα u=1m/sec.Την στιγμή t=0 αρχίζει η πηγή O_1 να ταλαντώνεται κατακόρυφα με εξίσωση $ψ_1$=0,02ημ2πt (S.I.). Η πηγή O_2 ξεκινάει την κατακόρυφη ταλάντωσή της την χρονική στιγμή t_1=2sec και έχει εξίσωση $ψ_2$=0,02ημ2πt΄ (S.I.) με t΄=t-2 (S.I). Δύο σημεία Α και Β απέχουν αντίστοιχα αποστάσεις R_1=3m, R_2=1m το σημείο Α και R_1΄=6,5 m, R΄$_2$=6m το σημείο Β από τις πηγές O_1 και O_2 αντίστοιχα.
α. Να βρεθούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης των σημείων Α και Β.
β. Να παρασταθούν γραφικά οι φάσεις των σημείων Α και Β σε συνάρτηση με το χρόνο.

γ. Πόσες φορές το σημείο Α είχε δυναμική ενέργεια ταλάντωσης $U=8\pi^2\cdot 10^{-7}J$ μέχρι την χρονική στιγμή $t_2=5sec$ αν υποθέσουμε ότι στο υλικό αυτό σημείο αντιστοιχεί στοιχειώδες τμήμα μάζας $\Delta m=0{,}001kg$.

229. Στην επιφάνεια λίμνης που αρχικά ηρεμεί δημιουργούνται εγκάρσια κύματα από δυο σύγχρονες πηγές που βρίσκονται στα σημεία Α και Β της επιφάνειας και αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρο-

$y_A = y \quad = \quad A\eta\mu\omega t$

νική στιγμή $t = 0$ με εξισώσεις ταλάντωσης . Η απόσταση μεταξύ των Α και Β είναι . Επίσης το διάγραμμα που ακολουθεί περιγράφει συναρτήσει του χρόνου την κατακόρυφη κίνηση ενός σημείου Σ της επιφάνειας της λίμνης που στη θέση ισορροπίας του έχουμε .



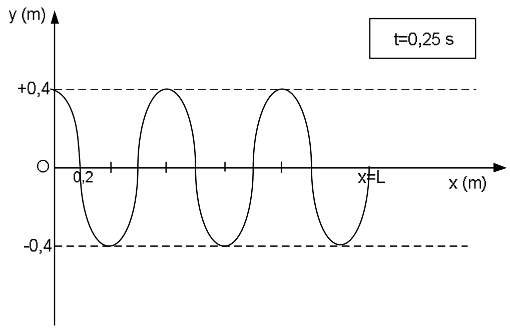
α. Υπολογίστε την ταχύτητα διάδοσης και το μήκος κύματος των δημιουργούμενων κυμάτων επιφανείας.

β. Αφού παρέλθει αρκετός χρόνος μετά τη χρονική στιγμή $t = 4s$ προσδιορίστε τα σημεία που παραμένουν διαρκώς ακίνητα επί της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία Α και Β.

γ. Έστω Μ το μέσον του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ. Βρείτε τον αριθμό των σημείων του ευθύγραμμου τμήματος ΜΣ που ταλαντώνονται σε συμφωνία φάσης με το σημείο Σ για $t > 4s$.

Απ: α. $0{,}8m$ β. δι αρκώς ακίνητα γ. τέσσερα σημεία (του σημείου Μ συμπεριλαμβανομένου)

230. Το ένα άκρο μίας χορδής, μήκους L, που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και το ελεύθερο άκρο του εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το αρμονικό κύμα που δημιουργείται και το όμοιό του που προκύπτει από την ανάκλαση στο ακλόνητο σημείο συμβάλλουν δημιουργώντας στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση χ=0.



Το σημείο αυτό (χ=0), τη χρονική στιγμή t=0, βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του και έχει θετική ταχύτητα. Στο ακόλουθο σχήμα φαίνεται το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t=0,25 s, κατά την οποία τα σημεία της χορδής βρίσκονται για $3^{η}$ φορά σε ακραία θέση ταλάντωσης.

Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:

α. Να βρεθεί η ταχύτητα του κύματος.

β. Να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος.

γ. Να γίνει το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή t=0,3 s.

δ. Να γίνει το διάγραμμα της ταχύτητας των σημείων της χορδής τη χρονική στιγμή t=0,3 s και τη χρονική στιγμή t=0,35 s.

ε. Να βρεθεί η περίοδος ταλάντωσης των σημείων της χορδής ώστε να διπλασιαστεί ο αριθμός των κοιλιών που εμφανίζονται κατά μήκος της χορδής.

Απ: α. 4 m/s β. $y = 0,4συν2,5πx \cdot ημ10πt$ (SI)

231. Τα δύο άκρα (Α και Β) μίας χορδής, μήκους L, που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x είναι στερεωμένα σε ακλόνητα σημεία. Κατά μήκος της χορδής δημιουργείται στάσιμο κύμα. Το μέσο της χορδής (Μ) ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση: $y = -0,4ημ10πt$ (SI). Μετρώντας από ένα από τα δύο άκρα της χορδής, το Μ αποτελεί την $4^{η}$ κοιλία. Επίσης, η ταχύτητα του κύματος είναι 2 m/s.

Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:

α. Να βρεθεί το μήκος της χορδής.

β. Να γίνει το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή t=0,05 s.

γ. Να βρεθούν οι δυνατές τιμές συχνότητας του στάσιμου κύματος.

δ. Έστω ότι το σημείο Μ έχει στοιχειώδη μάζα 1 g. Να βρεθεί το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του, όταν η κινητική του ενέργεια είναι τριπλάσια της δυναμικής του.

Απ: α. 1,4 m β. N/1,4 Hz δ. 0,2 kg·m/s^2

232. Δύο πηγές κυμάτων βρίσκονται στα άκρα $Π_1$ και $Π_2$ ενός ευθύγραμμου τμήματος, στην επιφάνεια ενός υγρού. Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος είναι L=8 m. Οι εξισώσεις ταλάντωσής τους είναι: $y_1 = 0,2ημ10πt$ (SI) και $y_2 = 0,2ημ2πt$ (SI). Η ταχύτητα διάδοσης ενός κύματος στο συγκεκριμένο υγρό είναι 2 m/s.

Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:

α. Η απομάκρυνση του μέσου Μ του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1Π_2$ τη χρονική στιγμή t=3 s.

β. Η εξίσωση ταλάντωσης του σημείου Μ λόγω της συμβολής των δύο κυμάτων, από τις πηγές $Π_1$ και $Π_2$, σε αυτό.

γ. Έστω ότι υποπενταπλασιάζεται η συχνότητα ταλάντωσης της πηγής $Π_2$. Να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργείται στο ευθύγραμμο τμήμα $Π_1Π_2$.
δ. Να βρεθεί ο αριθμός των σημείων, που περιλαμβάνονται μεταξύ των $Π_1Π_2$, τα οποία έχουν μηδενική ενέργεια.
Απ: α. 0 m β. $y = 0,4συν(4πt - 8π) \cdot ημ(6πt - 12π)$ (SI) ή $y = 0,4συν4πt \cdot ημ6πt$ (SI)
γ. $y = 0,4συν5πx \cdot ημ10πt$ (SI) δ. 40

233. Το ένα άκρο μίας χορδής, μήκους L, που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και το ελεύθερο άκρο του εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το αρμονικό κύμα που δημιουργείται και το όμοιό του που προκύπτει από την ανάκλαση στο ακλόνητο σημείο συμβάλλουν δημιουργώντας στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση χ=0. Το σημείο αυτό (χ=0), τη χρονική στιγμή t=0, βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του και έχει θετική ταχύτητα. Πάνω στο σημείο αυτό υπάρχει ένα κομμάτι φελλού m=0,01 kg. Επίσης, ο φελλός, για να μετακινηθεί από τη θέση ισορροπίας του μέχρι την απομάκρυνση εκείνη όπου η ταχύτητά του υποδιπλασιάζεται για $1^η$ φορά απαιτείται χρονικό διάστημα Δt=1/15 s και το έργο της δύναμης επαναφοράς που ασκείται στο φελλό, κατά τη διαδρομή αυτή, είναι -0,15/16 J.
Δίνεται, ακόμη, πως η ελάχιστη απόσταση του φελλού από σημείο του στάσιμου κύματος με το οποίο έχει αντίθετη φάση και ίδιο πλάτος είναι 0,4 m. Επίσης, δίνεται πως σε όλο το μήκος της χορδής υπάρχουν 7 σημεία που έχουν ίδιο πλάτος με το σημείο χ=0.
Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:
α. Να βρεθεί η ταχύτητα του κύματος.
β. Να βρεθεί το μήκος της χορδής.
γ. Να γίνει το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή t=0,3 s.
δ. Να βρεθεί η επόμενη μεγαλύτερη συχνότητα ταλάντωσης των σημείων για την οποία σχηματίζεται στη χορδή στάσιμο κύμα.
Απ: α. 2 m/s β. 2,6 m δ. 15/5,2 Hz

234. Ένα τεντωμένο οριζόντιο σχοινί ΟΑ μήκους L εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x. Το άκρο του Α είναι στερεωμένο στη θέση x=L, ενώ το άκρο Ο (θέση x=0) είναι ελεύθερο. Με κατάλληλη διαδικασία δημιουργείται στο σχοινί στάσιμο κύμα με 5 συνολικά κοιλίες. Το άκρο Ο αντιστοιχεί σε κοιλία και για t=0 βρίσκεται στη θέση μηδενικής απομάκρυνσης κινούμενο κατά τη θετική φορά.
Για το Ο δίνονται ακόμη οι παρακάτω πληροφορίες :
- η απόσταση των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης του (στο στάσιμο) είναι 20 cm
- διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του 10 φορές κάθε δευτερόλεπτο
- απέχει κατά τον άξονα x απόσταση 10 cm από τον πλησιέστερο δεσμό.

α. Να υπολογίσετε την περίοδο του κύματος.
β. Να υπολογίσετε το μήκος L.
γ. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος (στο S.I.).
δ. Να σχεδιάστε ένα στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_1=0,25s.

235. Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου και από αριστερά προς τα δεξιά διαδίδεται ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα, το οποίο φτάνει τη στιγμή t_0 =0, στο σημείο Ο, στη θέση x=0. Το σημείο Ο αρχίζει την ταλάντωσή του από την θέση ισορροπίας του, κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση και φτάνει στην ακραία θέση της ταλάντωσής του τη στιγμή t_1=0,5s, ενώ στο μεταξύ το κύμα έχει διαδοθεί κατά 0,25m, δεξιότερα του Ο. Η απόσταση των δύο ακραίων θέσεων ταλάντωσης του Ο είναι 0,4m.

α. Να υπολογιστούν η περίοδος, το πλάτος και το μήκος του κύματος.

β. Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος.

γ. Να σχεδιάστε ένα στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_2=3s, για τα σημεία του θετικού ημιάξονα.

- Κατά μήκος του ίδιου ελαστικού μέσου, διαδίδεται ταυτόχρονα ένα δεύτερο κύμα, από δεξιά προς τα αριστερά, με την ίδια συχνότητα και πλάτος, το οποίο τη στιγμή t_0=0 φτάνει σε ένα σημείο Κ, στη θέση x_K=3,5m, το οποίο επίσης αρχίζει να ταλαντώνεται προς την θετική κατεύθυνση.

δ. Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος αυτού.

ε. Τα δύο κύματα συμβάλλουν και έτσι προκύπτει ένα στάσιμο κύμα. Αφού βρεθεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος, να βρεθεί η απομάκρυνση του σημείου Σ, στη θέση x=0,25m, τη χρονική στιγμή t_3=8s.

ζ. Να βρείτε τις θέσεις των δεσμών στην περιοχή $0 \leq x \leq 3{,}5$m

236. Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου και από αριστερά προς τα δεξιά (προς την θετική κατεύθυνση), διαδίδεται ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα, το οποίο φτάνει τη στιγμή t_0=0, στο σημείο Ο, στη θέση x=0. Το σημείο Ο αρχίζει την ταλάντωσή του από την θέση ισορροπίας του, κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση και φτάνει στην ακραία θέση της ταλάντωσής του τη στιγμή t_1=0,5s, ενώ στο μεταξύ το κύμα έχει διαδοθεί κατά 0,25m, δεξιότερα του Ο. Η απόσταση των δύο ακραίων θέσεων ταλάντωσης του Ο είναι 0,4m.

α. Να υπολογιστούν η περίοδος, το πλάτος και το μήκος του κύματος.

β. Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος.

γ. Να σχεδιάστε ένα στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_2=3s, για τα σημεία του θετικού ημιάξονα.

Κατά μήκος του ίδιου ελαστικού μέσου, διαδίδεται ταυτόχρονα ένα δεύτερο κύμα, από δεξιά προς τα αριστερά, με την ίδια συχνότητα και πλάτος, το οποίο τη στιγμή t_0=0 φτάνει σε ένα σημείο Κ, στη θέση x_K=3,5m, το οποίο επίσης αρχίζει να ταλαντώνεται προς την θετική κατεύθυνση.

δ. Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος αυτού.

ε. Τα δύο κύματα συμβάλλουν και έτσι προκύπτει ένα στάσιμο κύμα. Να βρείτε τις θέσεις των δεσμών στην περιοχή $0 \leq x \leq 3{,}5$m.

ζ. Να σχεδιάστε ένα στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος στην παραπάνω περιοχή τη χρονική στιγμή t_3=9s.

237. Δύο αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους Α=2 cm και ίδιας συχνότητας f=10 Hz διαδίδονται με ταχύτητα u=20 m/s σε ελαστική χορδή x'Ox, με αντίθετη φορά. Κατά μήκος της χορδής αποκαθίσταται στάσιμο κύμα και στο σημείο Ο, της θέσης x=0, δημιουργείται κοιλία. Το σημείο Ο τη χρονική στιγμή t=0 έχει απομάκρυνση y=0 και ταχύτητα u>0.

α. Να γράψετε τις εξισώσεις των δύο κυμάτων και να βρείτε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που προκύπτει από τη συμβολή των δυο αυτών κυμάτων.

β. Να προσδιορίσετε τις θέσεις των δεσμών και τις θέσεις των κοιλιών και να βρείτε την απόσταση μεταξύ ενός δεσμού και της γειτονικής του κοιλίας.

γ. Να βρείτε την απόσταση μεταξύ των δύο πλησιέστερων σημείων που βρίσκονται εκατέρωθεν ενός δεσμού και ταλαντώνονται με πλάτος ίσο με το μισό του πλάτους της κοιλίας.

δ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος που έχει δημιουργηθεί κατά μήκος της χορδής, τις χρονικές στιγμές t_1=T/4 και t_2=T/2.

238. Κατά μήκος ελαστικής χορδής, την οποία θεωρούμε άξονα x΄Ox με θετική φορά προς τα δεξιά, διαδίδονται δύο αρμονικά εγκάρσια κύματα, με αντίθετες κατευθύνσεις και ταχύτητα 2m/s. Τα κύματα παράγονται από σύγχρονες πηγές, οι οποίες άρχισαν την ταλάντωσή τους κινούμενες προς τα θετικά (πάνω) με πλάτος ίσο με 4cm και συχνότητα 0,25Hz. Τα κύματα συμβάλλουν τη χρονική στιγμή t = 0 στη θέση x = 0 του άξονα.

α. Να δώσετε τις εξισώσεις των τρεχόντων κυμάτων που διαδίδονται στη χορδή αλλά και του στάσιμου που σχηματίζεται.

β. Να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης ενός σημείου της χορδής, αν η διαφορά φάσης μεταξύ των κυμάτων στο σημείο αυτό είναι 3π/2.

γ. Για τη χρονική στιγμή t = 3s και για την περιοχή -16m≤x<≤16m της χορδής:

γ1. Να βρείτε τις θέσεις των δεσμών και των κοιλιών.

γ2. Να δώσετε τις γραφικές παραστάσεις των φάσεων των δύο κυμάτων σε συνάρτηση με τη θέση.

γ3. Να δώσετε τη γραφική παράσταση της διαφοράς φάσης Δφ=φα-φδ σε συνάρτηση με τη θέση, για την περιοχή της χορδής που έχει σχηματιστεί στάσιμο. Όπου φα και φδ η φάση του κύματος που διαδίδεται προς τα αριστερά και προς τα δεξιά αντίστοιχα.

γ4. Να δώσετε τα στιγμιότυπα των τρεχόντων κυμάτων. Επίσης να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης των σημείων του μέσου y=f(x).

γ5. Να βρείτε τις φάσεις των κυμάτων στα σημεία Κ (x_K=-3m), Λ ($x_Λ$=-4/3m) και Ν (x_N=1m). Χρησιμοποιώντας τις φάσεις των σημείων να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης κάθε σημείου και στη συνέχεια να δείξετε ότι τα σημεία Κ, Λ είναι αντιφασικά ενώ τα Λ, Ν είναι συμφασικά.

239. Σε ομογενή ελαστική χορδή μήκους L=22,5 cm που το ένα άκρο της είναι ακλόνητα στερεωμένο, δημιουργούνται στάσιμα κύματα. Ένα από τα αρμονικά κύματα που δημιούργησαν το στάσιμο κύμα περιγράφεται από την εξίσωση y_M=0,2ημ(8πt-πx/5) (t σε s, y και x σε cm). Το ελεύθερο άκρο της χορδής βρίσκεται στη θέση x=0 και γνωρίζουμε ότι σε αυτό δημιουργείται κοιλία.

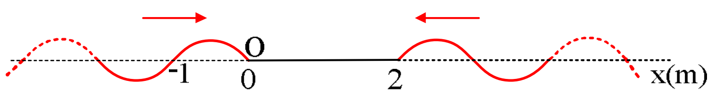
α. Να γραφούν οι εξισώσεις του ανακλώμενου και του στάσιμου κύματος.

β. Να βρεθούν ο αριθμός των δεσμών και ο αριθμός των κοιλιών, που δημιουργούνται κατά μήκος της χορδής.

γ. Να γίνουν τα στιγμιότυπα του κύματος τις χρονικές στιγμές t_1=T/4 και t_2=3T/4 στο ίδιο διάγραμμα.

δ. Να βρεθούν οι θέσεις των σημείων της χορδής που έχουν μέγιστη ταχύτητα μέτρου ίσου με το μισό της μέγιστης ταχύτητας μιας κοιλίας.

240. Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου που θεωρούμε ότι ταυτίζεται με τον άξονα x, διαδίδονται δύο όμοια κύματα πλάτους Α=0,1m, τα οποία διαδίδονται αντίθετα με συχνότητα 1Hz. Τη στιγμή t=0 το πρώτο κύμα φτάνει στο σημείο Ο, στη θέση x=0, ενώ το δεύτερο απέχει κατά 2m από το Ο, όπως στο σχήμα.



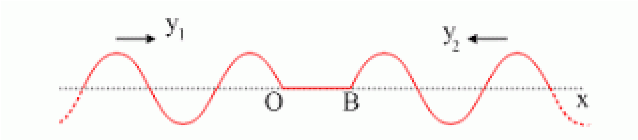
α. Να γράψετε τις εξισώσεις των δύο τρεχόντων κυμάτων.

β. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που θα προκύψει μετά την συμβολή των δύο παραπάνω κυμάτων.

γ. Να κάνετε το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος και για την περιοχή που έχει σχηματισθεί, τη στιγμή t_1=1,75s.

δ. Ένα σημείο Σ βρίσκεται στη θέση x=0,5m. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, από t=0, έως και t=4s.

241. Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδονται δύο κύματα με αντίθετες διευθύνσεις και σε μια στιγμή την οποία θεωρούμε ότι t0=0, η εικόνα του μέσου, είναι αυτή του παρακάτω σχήματος.



Το πλάτος των κυμάτων είναι Α=0,5m, το μήκος κύματος λ=2m, ενώ το κύμα που διαδίδεται προς τα αριστερά φτάνει στο σημείο Ο τη στιγμή t1=0,5s. Θεωρώντας ότι το σημείο Ο βρίσκεται στη θέση x=0 και (ΟΒ)=1m:

α. Να βρεθούν οι εξισώσεις των δύο κυμάτων.

β. Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης των διαφόρων σημείων του μέσου στην περιοχή $0 \le x \le 4$m, μετά από την συμβολή των δύο αυτών κυμάτων.

γ. Να παραστήσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων την απομάκρυνση των διαφόρων σημείων της παραπάνω περιοχής τις χρονικές στιγμές t2=2s και t3=2,5s.

δ. Να βρεθεί η διαφορά φάσης μεταξύ δύο σημείων Β και Γ στις θέσεις 1,2m και 1,5m για t ≥2s.

242. Σε ένα ελαστικό μέσο έχει σχηματιστεί στάσιμο εγκάρσιο κύμα. Για το στάσιμο αυτό γνωρίζουμε τα εξής χαρακτηριστικά του:

- Ένα σημείο του μέσου διέρχεται 10 φορές από τη θέση ισορροπίας του σε χρονικό διάστημα 20s.
- Η απόσταση μεταξύ δύο σημείων του μέσου τα οποία παραμένουν συνεχώς ακίνητα είναι 6cm.
- Την στιγμή που όλη η ενέργεια του στάσιμου εμφανίζεται ως ελαστική δυναμική ενέργεια, η μέγιστη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας ενός σημείου του στάσιμου είναι 6cm.

Ζητούνται:

α. Οι εξισώσεις των τρέχοντων κυμάτων, των οποίων η συμβολή δίνει το στάσιμο αυτό κύμα.

β. Η εξίσωση του στάσιμου κύματος.

γ. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τα στιγμιότυπα του στάσιμου κύματος τις χρονικές στιγμές 1s, 2s και 3s.

δ. Να γράψετε τις εξισώσεις απομάκρυνσης των σημείων Α και Β του ελαστικού μέσου, τα οποία βρίσκονται στις θέσεις $x_1 = 1{,}5$cm και $x_2 = 7{,}5$cm αντίστοιχα. Ποια είναι η διαφορά φάσης αυτών των σημείων.

ε. Να βρείτε τις θέσεις των σημείων τα οποία ταλαντώνονται με ίδιο πλάτος με αυτό των συμβάλλοντων κυμάτων.

243. Σε μια χορδή με ελεύθερο το ένα μόνο άκρο της έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα με πέντε δεσμούς. Κάποια χρονική στιγμή t_1 μια κοιλία του στάσιμου κύματος καθώς ταλαντώνεται είναι σε απομάκρυνση y ίση με το μισό του πλάτους της ταλάντωσης. Τη στιγμή t_1 η συνολική δυναμική ενέργεια της χορδής εξαιτίας της ταλάντωσης των μορίων της είναι $U = 1,8J$.

Για τη χρονική στιγμή t_1:

α. Εξηγείστε ότι κάθε μόριο της χορδής που ταλαντώνεται είναι στο μισό της μέγιστης απομάκρυνσής του.

β. Εξηγείστε ότι ο λόγος της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης κάθε μορίου της χορδής προς την συνολική ενέργεια ταλάντωσης του μορίου είναι ίδιος για όλα τα μόρια.

γ. Πόση η συνολική κινητική ενέργεια της χορδής εξαιτίας της ταλάντωσης των μορίων της.

δ. Πόση ενέργεια είναι «εγκλωβισμένη» μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών της χορδής.

244. Κατά μήκος ομογενούς ελαστικής χορδής απείρου μήκους, η οποία ταυτίζεται με τον άξονα χ'Οχ, δημιουργείται στάσιμο κύμα από την συμβολή δύο γραμμικών, αρμονικών κυμάτων, ίδιου πλάτους A=0,4m και συχνότητας f=0,25Hz, που διαδίδονται σε αντίθετες κατευθύνσεις πάνω στον άξονα χ'Οχ με ταχύτητα μέτρου 0,2m/s. Η συμβολή των δύο κυμάτων ξεκίνησε τη στιγμή t=0, κατά την οποία τα δύο κύματα έφτασαν ταυτόχρονα στην αρχή x=0 του άξονα x'Ox.

α. Να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος καθώς και των κυμάτων που το δημιουργούν, αν είναι γνωστό ότι οι πηγές άρχισαν την ταλάντωσή τους με φορά προς τα πάνω.

β. Να σχεδιασθεί το στιγμιότυπο του κύματος την χρονική στιγμή t=3s.

γ. Να βρεθεί η ολική ενέργεια ταλάντωσης ενός υλικού σημείου, μάζας m=2g, που βρίσκεται στη θέση χ=70cm, τις χρονικές στιγμές t1=3s και t2=6s.

δ. Να βρεθεί η διαφορά φάσης δύο σημείων Α και Β στις θέσεις xA=110cm xB=80cm τις χρονικές στιγμές του ερωτήματος (γ).

ε. Όταν το κύμα έχει διαδοθεί σε όλα τα σημεία της ελαστικής χορδής να βρεθεί η απόσταση ενός δεσμού από την μεθεπόμενη του κοιλία όταν:

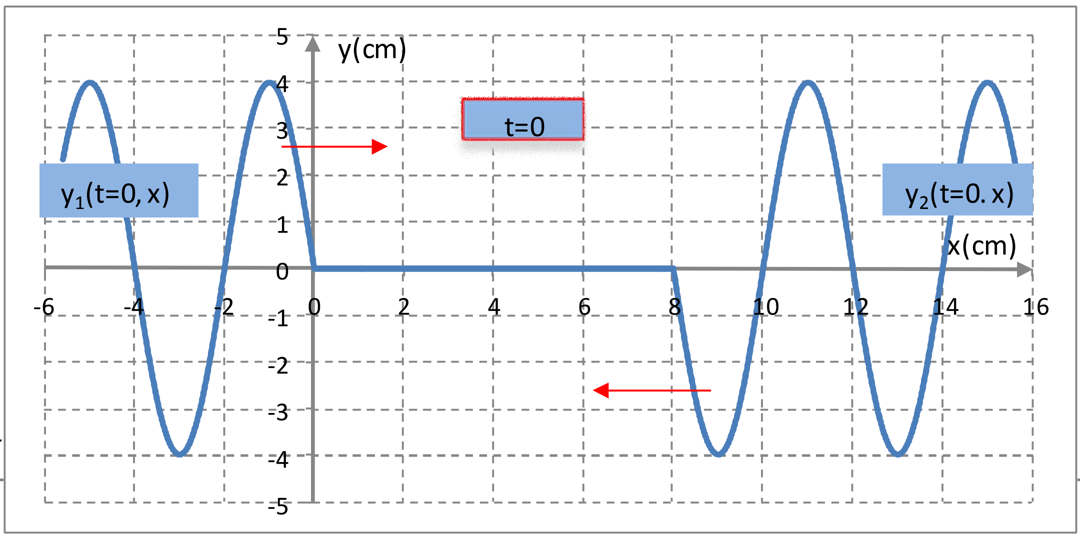
i. τα σημεία της χορδής έχουν μέγιστη κινητική ενέργεια

ii. τα σημεία της χορδής έχουν μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.

ζ. Πόσο απέχει από τον πλησιέστερο δεσμό το τρίτο κατά σειρά σημείο του θετικού ημιάξονα που έχει πλάτος ταλάντωσης ίσο με το πλάτος των δύο κυμάτων που συμβάλλουν;

Δίνεται: π^2=10

245. Ένα γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσον εκτείνεται κατά μήκος του άξονα $x'x$. Στο μέσο αυτό διαδίδονται δυο εγκάρσια αρμονικά κύματα, ένα προς τη θετική κατεύθυνση και ένα προς την αρνητική. Στο σχήμα αποτυπώνεται το στιγμιότυπο του μέσου τη χρονική στιγμή $t = 0$. Οι αρμονικές διαταραχές διαδίδονται με ταχύτητα $\upsilon = 20\frac{cm}{s}$.



Επι

α. Βρείτε το πλάτος και την περίοδο ταλάντωσης των ταλαντούμενων σημείων του ελαστικού μέσου.

β. Ποια είναι τα πρόσημα των ταχυτήτων ταλάντωσης και

δηλαδή των ταχυτήτων ταλάντωσης των σημείων $x = 0$ και του μέσου τη χρονική στιγμή .

$y_1 = f \; t \; x$ $\qquad$ $y_2 = f \; t \; x$

γ. Βρείτε τις εξισώσεις και των προς τα θετικά και αρνητικά διαδιδομένων κυμάτων αντίστοιχα.

$t = t_1$

δ. Προσδιορίστε τη χρονική στιγμή πέραν της οποίας έχει εγκαθιδρυθεί πλήρως στάσιμο κύμα στο διάστημα και γράψτε την εξίσωση του στάσιμου κύματος αυτού.

Απ: α.

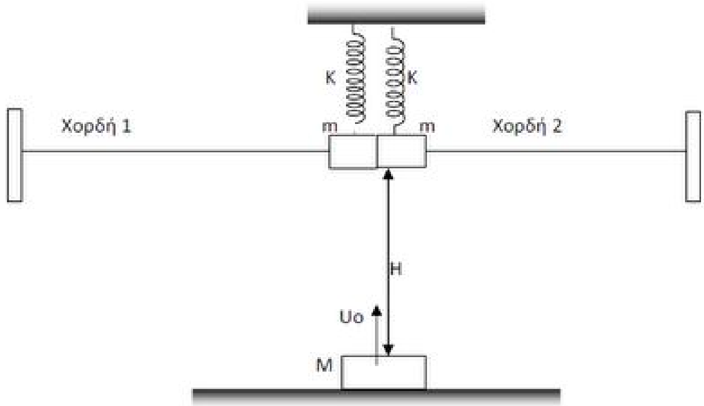
δ.

246. Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, διαδίδονται δύο εγκάρσια κύματα με αντίθετες κατευθύνσεις. Τα κύματα φτάνουν τη στιγμή t=0, σε ένα σημείο του μέσου Σ, στη θέση xΣ=4m. Το σημείο αυτό εξαιτίας κάθε κύματος ξεκινά να ταλαντώνεται με εξίσωση y=0,2·ημπt (S.I.). Αν η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι υ=2m/s, ζητούνται:

α. Η περίοδος και το μήκος κύματος κάθε κύματος.

β. Να βρεθούν οι εξισώσεις των δύο κυμάτων.
γ. Να βρεθεί η εξίσωση του στάσιμου που προκύπτει από την συμβολή των δύο παραπάνω κυμάτων.
δ. Πόσοι δεσμοί έχουν σχηματιστεί πάνω στο μέσο τη χρονική στιγμή t_1=1,5s;
ε. Να σχεδιάστε τη μορφή του μέσου την στιγμή t_1.
ζ. Δύο υλικά σημεία Μ και Ν βρίσκονται δεξιά και αριστερά της θέσης x=7m και έχουν ίσες απομακρύνσεις, από τη θέση ισορροπίας τους. Το σημείο Μ είναι το πλησιέστερο στη θέση x=7m σημείο με την παραπάνω ιδιότητα. Ποιο υλικό σημείο τη στιγμή t_1 έχει:
i) Μεγαλύτερη ταχύτητα ταλάντωσης.
ii) Μεγαλύτερη ενέργεια ταλάντωσης.
Απάντηση:

247. Τα κατακόρυφα ιδανικά ελατήρια του παρακάτω σχήματος έχουν σταθερά $K=100\pi^2$N/m. Στο κάτω άκρο του κάθε ελατηρίου δένεται σώμα μάζας m=1Kg και το κάθε σώμα ισορροπεί σε ύψος Η πάνω από το έδαφος. Δύο οριζόντιες ελαστικές χορδές από διαφορετικό υλικό δένονται στο κάθε σώμα όπως στο παρακάτω σχήμα. Εκτοξεύουμε ταυτόχρονα το κάθε σώμα μάζας m με κατάλληλη ταχύτητα μέτρου U με φορά προς τα πάνω και τη χρονική στιγμή t=0 τα σώματα μόλις και φτάνουν στη θέση φυσικού μήκους του κάθε ελατηρίου.



Την στιγμή t=0 εκτοξεύουμε κατακόρυφα με αρχική ταχύτητα μέτρου Uo=2,5m/sec δεύτερο σώμα μάζας Μ=2Kg από το έδαφος και την χρονική στιγμή t=0,25sec τα τρία σώματα συγκρούονται ελαστικά ενώ το κέντρο μάζας των δύο σωμάτων μάζας m και το κέντρο μάζας του σώματος μάζας Μ βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο. Στις δύο μεγάλου μήκους ελαστικές χορδές μπορούν να διαδίδονται εγκάρσια αρμονικά κύματα με ταχύτητες U_1=5m/sec στην χορδή 1 και U_2=10m/sec στη χορδή 2.
Να χαραχθούν οι μορφές των χορδών τις χρονικές στιγμές
α. t_1=0
β. t_2= 0,25sec
γ. t_3=0,35sec
Το κάθε σώμα m να θεωρηθεί σημειακό και ότι τα δύο σώματα μάζας m δεν συγκρούονται μεταξύ τους. Να θεωρηθεί το π^2=10

248. Τεντωμένη ελαστική χορδή έχει μήκος L και τα δύο άκρα της Ζ και Η είναι στερεωμένα σε ακλόνητα σημεία, ενώ η χορδή διατηρείται οριζόντια. Διεγέρτης θέτει το μέσο (Ο) της χορδής σε εξαναγκασμένη αρμονική ταλάντωση με εξίσωση y=0,1ημπt (S.I.), για ορισμένο χρονικό διάστημα και μετά σταματά. Τα παραγόμενα κύματα έχουν ταχύτητα διάδοσης στη χορδή υ=2m/s. Όταν αποκατασταθεί μόνιμο φαινόμενο στην χορδή, διαπιστώνουμε ότι υπάρχουν 4 σημεία που παραμένουν ακίνητα, εκτός των Ζ και Η.

α. Να βρείτε το μήκος της χορδής.

β. Μετά από πόσο χρονικό διάστημα από τη στιγμή που ξεκινά να επιδρά, πρέπει να σταματήσει ο διεγέρτης να θέτει το μέσο της χορδής σε εξαναγκασμένη ταλάντωση; Να σχεδιάσετε τη μορφή της χορδής από το μέσο της (Ο) και μέχρι το δεξί άκρο Η, Δt=2,5s , Δt=3s , Δt=3,5s , Δt=4s μετά τη χρονική στιγμή που αρχίζει να επιδρά ο διεγέρτης.

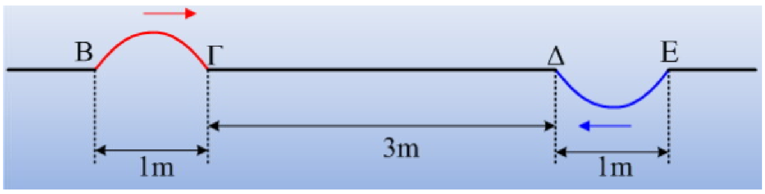
γ. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος, αν μετά τη δημιουργία του, θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή t=0, το σημείο (Ο) στο μέσο της χορδής, το οποίο θεωρούμε ως αρχή του άξονα x'x, έχει y=0 και v>0.

δ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος την χρονική στιγμή t=3/2 s.

ε. Αν το μέσον Ο της χορδής τεθεί σε ταλάντωση με εξίσωση y=0,1ημ(9π/10)t (S.I.) θα δημιουργηθεί πάνω στη χορδή στάσιμο κύμα;

ζ. Αν το μέσο Ο της χορδής τεθεί σε ταλάντωση με εξίσωση y=0,1ημ2πt (S.I.) να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου που θα δημιουργηθεί πάνω στη χορδή, αν τη στιγμή t=0 και αφού έχει δημιουργηθεί το στάσιμο, ένα σημείο στη θέση χ1=2,5m βρίσκεται στη μέγιστη θετική απομάκρυνσή του. Να θεωρήσετε ως χ=0 το αριστερό άκρο της χορδής. Η εξίσωση του στάσιμου δίνεται από σχέση της μορφής: y=2Aσυν(2πx/λ +θ)ημ(ωt+φ)

249. Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδονται με αντίθετη κατεύθυνση δυο αρμονικοί παλμοί πλάτους Α=0,2m με ταχύτητα 1m/s και κάποια στιγμή που θεωρούμε t=0, απέχουν κατά 3m, ενώ η εικόνα του μέσου, είναι αυτή του παρακάτω σχήματος.



α. Λαμβάνοντας την θέση Γ σαν αρχή του άξονα (x=0) να βρείτε τις εξισώσεις y=f(t,x) που περιγράφουν τους παραπάνω παλμούς.

β. Να γράψετε την εξίσωση y=f(t,x) για το αποτέλεσμα της συμβολής των παραπάνω παλμών.

γ. Να σχεδιάστε τη μορφή του μέσου τη χρονική στιγμή t_1=2s. Σε δύο παράλληλα σχήματα, να σχεδιάστε επίσης τη μορφή του μέσου, αν:

i. Στο μέσον διαδιδόταν μόνο η κυματομορφή που διαδίδεται προς τα δεξιά

ii. Στο μέσον διαδιδόταν μόνο η άλλη κυματομορφή.

δ. Να υπολογιστούν την παραπάνω χρονική στιγμή, οι ταχύτητες ταλάντωσης τριών σημείων του μέσου, Κ, Λ και Μ, στις θέσεις x_1=1m, x_2=1,5m και x_3=2m αντίστοιχα.

250. Ένα κύμα διαδίδεται κατά μήκος ενός ελαστικού μέσου, προς τα δεξιά (θετική φορά) με εξίσωση:

y=0,2 ημ2π(5t-10x) (S.I)

α. Να γράψετε την εξίσωση ενός άλλου κύματος το οποίο διαδίδεται κατά μήκος του ελαστικού μέσου και συμβάλλοντας με το πρώτο δημιουργεί στάσιμο, με κοιλία στη θέση x=0. Ποια η εξίσωση του προκύπτοντος στάσιμου, θεωρώντας ως t=0 τη στιγμή που τα κύματα συμβάλλουν στο Ο (x=0).

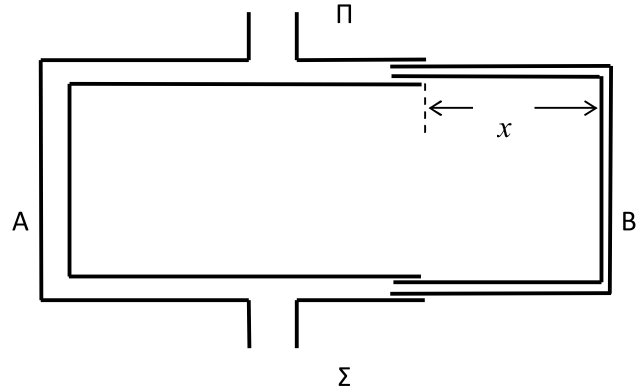
β. Να εξετάσετε αν τα σημεία Κ, με x_K=0,125m και Η με x_H=0,35m είναι δεσμοί ή κοιλίες του στάσιμου.

γ. Να βρείτε πόσες κοιλίες και πόσοι δεσμοί του στάσιμου βρίσκονται μεταξύ των σημείων Κ, Η.
δ. Δύο σημεία Ζ, Μ του μέσου βρίσκονται στις θέσεις x_Z=0,21m και x_M=0,33m. Να βρείτε πόσοι δεσμοί του στάσιμου βρίσκονται μεταξύ των σημείων Ζ, Μ και στη συνέχεια να υπολογίσετε την απομάκρυνση και την ταχύτητα του σημείου Μ, τη χρονική στιγμή που το Ζ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα.

251. Πηγή παραγωγής αρμονικών κυμάτων αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή t=0 , στη θέση x=0 , με ταχύτητα προς τη θετική φορά του ημιάξονα Oy . Η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής είναι: y=10ημ2πt (t σε s και y σε cm) . Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται προς τη θετική φορά του ημιάξονα Ox με ταχύτητα υ=0,5 m/s .
α. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που θα αρχίσει να ταλαντώνεται ένα σημείο Σ του ελαστικού μέσου το ποίο απέχει $x_Σ$ =2,3 m .
β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος .
Σε απόσταση L=1 m από την πηγή , στον ημιάξονα Ox τοποθετούμε υλικό πάχους d=0,8 m. Το κύμα εισχωρεί στο υλικό, διαδίδεται με μήκος κύματος 0,4 m και εξέρχεται από αυτό χωρίς να έχουμε μετατροπή της ενέργειάς του σε άλλες μορφές ενέργειας
γ. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που θα αρχίσει να ταλαντώνεται το σημείο Σ .
δ. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος μέσα στο υλικό , θεωρώντας ως χρονική στιγμή t=0 τη στιγμή που το κύμα εισχωρεί στο υλικό .
ε. Να προσδιορίσετε τα σημεία του ημιάξονα Ox , μέσα στο υλικό, που βρίσκονται στη θέση ισορροπίας τους τη χρονική στιγμή t=5 s . (θεωρώντας ως χρονική στιγμή t=0 τη στιγμή που το κύμα εισχωρεί στο υλικό .)

252. Ένα στάσιμο κύμα περιγράφεται από την εξίσωση: $y = 0,5συν\frac{πx}{3}ημ40πt$, όπου τα x και y είναι σε cm και το t σε s.
α. Να γράψετε τις εξισώσεις των δύο κυμάτων που συμβάλλουν για να δημιουργήσουν το στάσιμο κύμα.
β. Πόσο απέχουν δύο διαδοχικές κοιλίες;
γ. Με τι ταχύτητα διαδίδονται τα κύματα που δημιουργούν το στάσιμο;
δ. Τι ταχύτητα έχει τη χρονική στιγμή $t = 9/8 s$ ένα σημείο του μέσου το οποίο απέχει απόσταση 1cm από τη θέση $x = 0$;
ε. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του στάσιμου την χρονική $t = 17/8 s$.

253. Η διάταξη του ακόλουθου σχήματος είναι η συσκευή Quincke (ηχητικό συμβολόμετρο) με την οποία μελετάμε την συμβολή ηχητικών κυμάτων. Αποτελείται από δύο σωλήνες Α και Β. Ο σωλήνας Β μπορεί να μετακινείται. Κατά αυτό το τρόπο μεταβάλλεται το μήκος x . Μία ηχητική πηγή Π δημιουργεί στο ανοιχτό άκρο του σωλήνα ήχο συχνότητας $f = 1,7kHz$. Στο άλλο άκρο του σωλήνα φθάνουν ταυτόχρονα δύο ηχητικά κύματα. Τα κύματα δημιουργούνται από την πηγή και διαδίδονται μέσω του αέρα στους σωλήνες Α και Β. Όταν μετακινούμε το σωλήνα Β (μεταβάλλεται έτσι η απόσταση x) παρατηρούμε ότι η ένταση του ήχου στο σημείο Σ αυξομειώνεται.



α. Όταν οι διαδρομές ΠΑΣ και ΠΒΣ είναι ίσες τότε στην έξοδο Σ θα έχουμε ενίσχυση ή απόσβεση;
β. Να βρείτε τις δύο μικρότερες τιμές του x για τις οποίες στο Σ θα έχουμε απόσβεση.
γ. Να βρείτε την μικρότερη μετατόπιση Δx του σωλήνα Β μεταξύ μίας απόσβεσης και μίας ενίσχυσης στο Σ.
Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα: $\upsilon = 340 m/s$.

254. Τεντωμένη χορδή από καουτσούκ έχει μήκος l και τα δύο άκρα της Α και Β στερεωμένα σε ακλόνητα σημεία, ενώ η χορδή διατηρείται οριζόντια. Στο μέσο της χορδής Ο προκαλούμε απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση y=0,05ημ20πt (S.I.). Τα παραγόμενα κύματα έχουν ταχύτητα διάδοσης στη χορδή υ=4m/s. Όταν αποκατασταθεί μόνιμο φαινόμενο στην χορδή, διαπιστώνουμε ότι υπάρχουν 4 σημεία που παραμένουν ακίνητα, εκτός των Α και Β.
α. Να βρείτε το μήκος της χορδής.
β. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος, αν τη χρονική στιγμή t=0 για το σημείο του μέσου της χορδής, το οποίο θεωρούμε ως αρχή του άξονα x'x, είναι y=0 και V>0.
γ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος την χρονική στιγμή t=1/40s.
δ. Αν το μέσον Ο της χορδής τεθεί σε ταλάντωση με εξίσωση y=0,05ημ22πt (S.I.) θα δημιουργηθεί πάνω στη χορδή στάσιμο κύμα;
ε. Αν το μέσον Ο της χορδής τεθεί σε ταλάντωση με εξίσωση y=0,05ημ32πt (S.I.) ποιο το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σημείου Ο;

255. Δύο πηγές αρμονικών κυμάτων $Π_1$ και $Π_2$ που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $7m$ αρχίζουν την χρονική στιγμή $t = 0$ να παράγουν εγκάρσια αρμονικά κύματα. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών «ορέων» των κυμάτων είναι $2m$. Οι πηγές διέρχονται από την θέση ισορροπίας τους κάθε $0.05s$ ενώ κατά την διάρκεια κάθε μίας ταλάντωσης διανύουν απόσταση $5mm$.
α. Να γράψετε τις εξισώσεις των συμβάλοντων κυμάτων και να βρείτε την χρονική στιγμή που θα συμβεί συμβολή σε όλο το ευθύγραμμο τμήμα $Π_1Π_2$.
β. Σε ποια σημεία του $Π_1Π_2$ θα έχουμε ενισχυτική συμβολή;
γ. Πόσες υπερβολές ενισχυτικής συμβολής υπάρχουν; Για ποιες τιμές του μήκους $(Π_1Π_2)$ ο αριθμός αυτός παραμένει σταθερός;
δ. Να κάνετε την γραφική παράσταση του πλάτους της ταλάντωσης των σημείων του $Π_1Π_2$ μέχρι το πιο κοντινό στις πηγές σημείο ενισχυτικής συμβολής συναρτήσει της απόστασης από το μέσο Ο του $Π_1Π_2$.

256. Ένα κύμα διαδίδεται κατά μήκος ενός ελαστικού μέσου, προς τα δεξιά (θετική φορά) με εξίσωση: y=0,2 ημ2π(5t-10x) (S.I)

α. Να γράψετε την εξίσωση ενός άλλου κύματος το οποίο διαδίδεται κατά μήκος του ελαστικού μέσου και συμβάλλοντας με το πρώτο δημιουργεί στάσιμο, με κοιλία στη θέση x=0. Ποια η εξίσωση του προκύπτοντος στάσιμου, θεωρώντας ως t=0 τη στιγμή που τα κύματα συμβάλλουν στο Ο (x=0).

β. Να εξετάσετε αν τα σημεία Κ, με x_K=0,125m και Η με x_H=0,35m είναι δεσμοί ή κοιλίες του στάσιμου.

γ. Να βρείτε πόσες κοιλίες και πόσοι δεσμοί του στάσιμου βρίσκονται μεταξύ των σημείων Κ, Η.

δ. Δύο σημεία Ζ, Μ του μέσου βρίσκονται στις θέσεις x_Z=0,21m και x_M=0,33m. Να βρείτε πόσοι δεσμοί του στάσιμου βρίσκονται μεταξύ των σημείων Ζ, Μ και στη συνέχεια να υπολογίσετε την απομάκρυνση και την ταχύτητα του σημείου Μ, τη χρονική στιγμή που το Ζ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα.

257. Σε μια ελαστική χορδή με ελεύθερο το ένα μόνο άκρο της, σχηματίζεται στάσιμο κύμα με τις "κοιλίες" να έχουν πλάτος ταλάντωσης 0,2m , να διαγράφουν μια πλήρη ταλάντωση σε χρόνο 0,2s και οι θέσεις δύο σημείων της χορδής που είναι διαδοχικές κοιλίες να απέχουν Δχ=0,1m.

α. Να γράψτε την εξίσωση ψ(χ,t) για το στάσιμο κύμα. Για να γράψτε την εξίσωση αυτή θεωρείστε ως Ο(χ=0) την αρχή της χορδής που είναι ελεύθερη σε κίνηση και δημιουργείται κοιλία και ως t=0 τη στιγμή που έχει ολοκληρωθεί η δημιουργία του στάσιμου κύματος και η αρχή Ο(χ=0) είναι στη θέση ισορροπίας (ψ=0) και έχει ταχύτητα ταλάντωσης θετική.

β. Αν το μήκος ℓ της χορδής έχει μία από τις παρακάτω τιμές

α)2,0m β)2,15m γ)1,8m δ)1,6m

β1. Εξηγείστε ποιο μπορεί να είναι το μήκος της χορδής για να μπορεί να δημιουργηθεί το στάσιμο κύμα της περίπτωσης Α;

β2. Πόσοι δεσμοί και πόσες κοιλίες σχηματίζονται στη συγκεκριμένη χορδή για το στάσιμο κύμα της περίπτωσης Α;

γ. Αν τώρα δέσουμε τη συγκεκριμένη χορδή και στα δύο άκρα της με ποια συχνότητα πρέπει να διεγερθεί η χορδή ώστε να σχηματισθεί στάσιμο κύμα που να έχει 44 δεσμούς;

Θεωρείστε ίδια την ταχύτητα διάδοσης των τρεχόντων κυμάτων και στις δύο περιπτώσεις (Α) και (Γ).

258. Σε μια χορδή με ελεύθερο το ένα μόνο άκρο της δημιουργείται στάσιμο κύμα. Το ελεύθερο άκρο της χορδής μέσα σε χρόνο Δt=1min εκτελεί N=300 ταλαντώσεις διαγράφοντας μήκος τροχιάς s=240m. Αν η ταχύτητα των τρεχόντων κυμάτων στη χορδή είναι υ=3m/s

α. Ποια η απόσταση του ελεύθερου άκρου της χορδής τη στιγμή που είναι στη θέση ισορροπίας ψ=0 από τον πλησιέστερο δεσμό.

β. Αν η χορδή έχει ένα από τα παρακάτω μήκη

β1. 0,65m **β2.** 0,90m **β3.** 1,05m

Επιλέξτε τη σωστή τιμή για το μήκος L της χορδής, δικαιολογώντας την επιλογή σας.

γ. Πόσοι δεσμοί έχουν σχηματισθεί στη χορδή;

δ. Αν διπλασιάσουμε τη συχνότητα διέγερσης της χορδής για να σχηματισθεί στάσιμο κύμα με τον ίδιο αριθμό δεσμών πρέπει το μήκος της χορδής να

δ1. Διπλασιασθεί.

δ2. Υποδιπλασιασθεί.

δ3. Τετραπλασιαστεί.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση (Στην περίπτωση Δ υποθέστε ίδια την ταχύτητα διάδοσης).

259. Κατά μήκος μιας χορδής Οχ διαδίδεται προς τα θετικά αυτής αρμονικό κύμα με ταχύτητα υ=6m/s που δημιουργείται από μια πηγή που είναι στην αρχή της χορδής Ο(χ=0). Η πηγή ταλάντωσης έχει πλάτος Α=0,2m και διέρχεται από τη θέση ισορροπίας 10 φορές ανά sec. Αν η αρχική φάσης ταλάντωσης της πηγής είναι $\phi_o = \frac{5\pi}{6}$.

α. Να γραφεί η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής.

β. Τη χρονική στιγμή t=0 ποια η απομάκρυνση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση της πηγής.

γ. Σε ποιο σημείο Μ έχει φθάσει το κύμα τη χρονική στιγμή t=0.

δ. Ποια η εξίσωση ψ=f(x,t).

ε. Ποια η απομάκρυνση της πηγής όταν το σημείο Μ έχει απομάκρυνση ψ=-0,16m.

ζ. Να γίνει το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t = \frac{25}{60}$s.

260. Δυο σύγχρονες πηγές αρμονικών κυμάτων $Π_1$ και $Π_2$ βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού και ξεκινούν να ταλαντώνονται χωρίς αρχική φάση την $t = 0$. Η ταχύτητα ταλάντωσης κάθε πηγής μεγιστοποιείται κάθε 0,2 sec. Ένα σημείο (Σ) που ισαπέχει από τις δυο πηγές απόσταση $r = 4m$ είναι το πρώτο σημείο που εκτελεί σύνθετη ταλάντωση πλάτους 0,04m. Το (Σ) ξεκίνησε να ταλαντώνεται τη στιγμή που οι πηγές έχουν ολοκληρώσει 2 πλήρεις ταλαντώσεις. Ένα άλλο σημείο (Λ) που το κύμα της Π2 φτάνει νωρίτερα από το κύμα της Π1 , τετραπλασιάζει την ενέργεια ταλάντωσης του όταν συμβάλλουν σε αυτό και τα δυο κύματα. Μεταξύ του (Σ) και του (Λ) υπάρχουν δυο ακίνητα σημεία.

α. Να γραφούν οι εξισώσεις των δυο επιφανειακών κυμάτων.

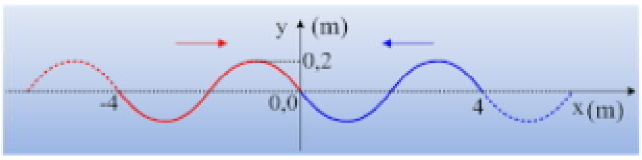
β. Πόσο απέχει το (Λ) από τις δυο πηγές αν γνωρίζουμε ότι ανήκει στο ευθύγραμμο τμήμα Π1Π2;

γ. Ποια χρονική στιγμή το (Λ) περνά για πρώτη φορά από τη θετική ακραία θέση της ταλάντωσης του μετά τη συμβολή;

δ. Πόσα σημεία μεταξύ Π1 και (Σ) έχουν ενέργεια ταλάντωσης διπλάσια από αυτή των πηγών;

ε. Πόση πρέπει να είναι η ελάχιστη επί τοις εκατό μεταβολή της συχνότητα ταλάντωσης των πηγών ώστε το (Λ) να ακινητοποιηθεί λόγω συμβολής;

261. Κατά μήκος ενός ελαστικού μέσου διαδίδονται αντίθετα δύο κύματα με το ίδιο πλάτος Α=0,2m και το ίδιο μήκος κύματος λ=4m και τη στιγμή t=0 τα δυο κύματα φτάνουν ταυτόχρονα σε ένα σημείο Ο, το οποίο θεωρούμε αρχή του άξονα (x=0). Η μορφή του μέσου τη στιγμή αυτή, εμφανίζεται στο παραπάνω σχήμα. Τα κύματα διαδίδονται με ταχύτητα υ=2m/s.



α. Να βρεθούν οι εξισώσεις των δύο κυμάτων.

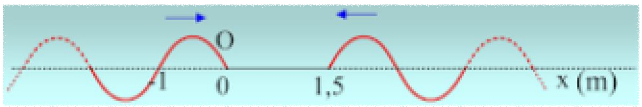
β. Να βρεθεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος που προκύπτει από την συμβολή των δύο παραπάνω κυμάτων.

γ. Να σχεδιάστε στιγμιότυπα του στάσιμου κύματος τις χρονικές στιγμές t_1=2s και t_2=3s και για την περιοχή που έχει σχηματισθεί το στάσιμο κύμα, στο ίδιο διάγραμμα.

δ. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της δύναμης που ασκείται σε μια σημειακή μάζα Σ, μάζας m=1mg, η οποία βρίσκεται στη θέση x_1=3m, σε συνάρτηση με το χρόνο.

262. Ένα ελαστικό μέσο ΚΛ έχει μήκος L=1,5m που είναι δεμένο στα δύο άκρα του Κ και Λ, διεγείρεται με συχνότητα f και δημιουργείται στάσιμο κύμα με επτά δεσμούς. Στο σχήμα φαίνονται δύο διαδοχικά στιγμιότυπα του στάσιμου κύματος τις χρονικές στιγμές t0=0 t1=1/30s. Στα στιγμιότυπα αυτά η πρώτη κοιλία η οποία υποθέτουμε ότι είναι στην αρχή μετρήσεων Ο(χ=0) του άξονα χ΄χ βρίσκεται σε απομάκρυνση ψ1=1cm και ψ2=2cm και έχει ταχύτητες υ1>0 και υ2=0 αντίστοιχα, ενώ στο διάστημα [t0,t1] η ταχύτητα δεν πήρε ποτέ τη μέγιστη τιμή της.

263. Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου που θεωρούμε ότι ταυτίζεται με τον άξονα x, διαδίδονται δύο όμοια κύματα πλάτους Α=0,1m, τα οποία διαδίδονται αντίθετα. Τη στιγμή t=0 το πρώτο κύμα φτάνει στο σημείο Ο, στη θέση x=0, ενώ το δεύτερο απέχει κατά 1,5m από το Ο, όπως στο σχήμα.



Αν το Ο θα φτάσει σε μέγιστη απομάκρυνση για πρώτη φορά τη στιγμή t΄=0,25s, ζητούνται:

α. Να γράψετε τις εξισώσεις των δύο τρεχόντων κυμάτων.

β. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που θα προκύψει μετά την συμβολή των δύο παραπάνω κυμάτων.

γ. Να βρείτε τη χρονική στιγμή t_1=2s, πόσοι δεσμοί και σε ποιες θέσεις έχουν σχηματισθεί.

δ. Να κάνετε το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος και για την περιοχή που έχει σχηματισθεί, τη στιγμή t_1.

264. Στο σημείο Ο μιας οριζόντιας ελαστικής χορδής μιας αράχνης κοιμάται ένα ζωύφιο. Στο ίδιο σημείο υπάρχουν δύο πηγές αρμονικές κυμάτων που την χρονική στιγμή t=0 ξεκινάνε την κατακόρυφη ταλάντωσή τους με εξισώσεις $ψ_1$=0,001ημ2πt και $ψ_2$=0,001ημ2πt ενώ ταυτόχρονα την ίδια στιγμή ξεκινάνε να απομακρύνονται από το σημείο Ο με οριζόντιες ταχύτητες μέτρου u_1=1m/s και u_2=3m/s αντίστοιχα.

Να βρεθούν:

α. Η εξίσωση απομάκρυνσης της ταλάντωσης του ζωυφίου.

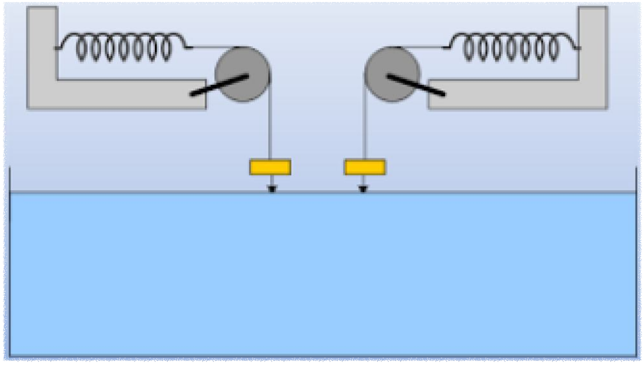
β. Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του ζωυφίου τη στιγμή που οι δύο πηγές απέχουν απόσταση d=80/3 m

Δίνεται η ταχύτητα διαδόσεων του κύματος στην ελαστική χορδή ότι είναι u=9m/s

Απ: α. διακρότημα με f_1=0,9Hz και f_2=0,75 Hz

265. Τα παρακάτω δύο συστήματα είναι πανομοιότυπα και αποτελούνται από:

Τροχαλία μάζας Μ=8Kg σώμα μάζας m=4kg που ισορροπεί με τη βοήθεια μη εκτατού νήματος και ιδανικού ελατηρίου σταθεράς Κ=32N/m, αβαρής κατακόρυφη ακίδα κολλημένη στο κάτω μέρος του σώματος μάζας m που βρίσκεται μέσα σε ήρεμο υγρό όπου μπορούν να διαδοθούν επιφανειακά αρμονικά κύματα με ταχύτητα u=1/π m/s.



Η αρχική οριζόντια απόσταση των δύο ακίδων όταν ισορροπούν είναι d=2m. Κάποια στιγμή που θεωρούμε t=0 δίνουμε στις ακίδες αρχική ταχύτητα μέτρου u_0=0,02m/s την μία ακίδα με φορά προς τα πάνω και την άλλη με φορά προς τα κάτω. Αν το νήμα δεν χαλαρώνει και δεν ολισθαίνει πάνω στην τροχαλία να βρεθούν:

α. Η περίοδος της κατακόρυφης γ.α.τ. που θα εκτελέσει η κάθε ακίδα.

β. Οι εξισώσεις των κυμάτων που θα δημιουργήσει η κάθε ακίδα.

γ. Να βρεθούν πόσα σημεία στο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τις δύο ακίδες παραμένουν ακίνητα.

Να υποτεθεί ότι το πλάτος ταλάντωσης των ακίδων είναι και το πλάτος ταλάντωσης των κυμάτων που δημιουργούνται καθώς και ότι τα κύματα διαδίδονται χωρίς ελάττωση του πλάτους τους.

Δίνεται για την τροχαλία η ροπή αδράνειάς της $I_{cm}=0,5MR^2$.

Απ: α. π s γ. τρία σημεία

266. Δύο σύγχρονες πηγές $Π_1$ και $Π_2$ οι οποίες βρίσκονται στα σημεία Α και Β, ταλαντώνονται κατακόρυφα και δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού αρμονικά κύματα που μπορούν να διαδοθούν με ταχύτητα u=1m/s. Υλικό σημείο Κ της επιφάνειας του υγρού και πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ έχει συχνότητα ταλάντωσης που δίνεται από τη σχέση:

$$f=\begin{cases} 0 & t<1 \\ 1 & 1<t<1,5 \\ 0 & t>1,5 \end{cases} \quad (SI)$$

Αν η εξίσωση της κάθε πηγής είναι $ψ_1=ψ_2=0,04ημωt$ (SI) να βρεθούν:

α. Η απόσταση των δύο πηγών.

β. Ο αριθμός των σημείων που παραμένουν ακίνητα μετά την πραγματοποίηση της συμβολής στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ.

γ. Οι γραφικές παραστάσεις της απομάκρυνσης σε σχέση με το χρόνο όλων των σημείων του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ στα οποία παρουσιάζεται αναιρετική συμβολή.

Απ: α. 2,5 m β. 4 σημεία

267. Στην ήρεμη επιφάνεια της λίμνης Πολυφήτου δύο πάπιες στέκονται αμέριμνες έτσι ώστε οι άκρες των ποδιών τους να σχηματίζουν τετράγωνο πλευράς α=√2m στην επιφάνεια της λίμνης. Ξαφνικά την χρονική στιγμή t=0 οι δύο πάπιες αρχίζουν να κουνούν κατακόρυφα αρμονικά τα πόδια τους ώστε να δημιουργηθούν κύματα που στην επιφάνεια του νερού να μπορούν να θεωρηθούν εγκάρσια αρμονικά. Η εξίσωση ταλάντωσης των άκρων των ποδιών της κάθε πάπιας είναι της μορφής ψ=0,05ημ2πt (S.I.).Την χρονική στιγμή t=2 s η μία πάπια παθαίνει «κράμπα» και σταματάει ακαριαία να κουνά το ένα της πόδι ενώ την ίδια χρονική στιγμή ένας κυνηγός που βρίσκεται σε απόσταση d=680 m πυροβολεί προς τις πάπιες. Να βρεθούν:

α. Η χρονική στιγμή που αρχίζει να ταλαντώνεται ένα σημείο της επιφάνειας που βρίσκεται στο κέντρο του τετραγώνου που ορίζουν τα άκρα των ποδιών από τις δύο πάπιες καθώς επίσης και η χρονική στιγμή που το ίδιο σημείο σταματάει να ταλαντώνεται.

β. Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου που βρίσκεται στο κέντρο του τετραγώνου σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνεται η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στο νερό u=1m/s ενώ η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στο αέρα είναι $u_{ηχ}$=340m/s.

Απ: α. 5 sec

268. Δύο σύγχρονες πηγές παραγωγής εγκάρσιων αρμονικών κυμάτων $Π_1$ και $Π_2$ βρίσκονται στην επιφάνεια ενός υγρού και αρχίζουν να ταλαντώνονται την χρονική στιγμή t=0 με εξίσωση της μορφής y=0,1ημωt(S.I.). Οι δύο πηγές απέχουν μεταξύ τους απόσταση d και τα κύματα που δημιουργούν διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με ταχύτητα 2m/s. Δύο σημεία ενισχυτικής συμβολής Κ και Λ απέχουν από τις πηγές αποστάσεις τέτοιες ώστε $Π_2Κ-Π_1Κ$=0,8m και $Π_1Λ-Π_2Λ$=1,6m και πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΜΝ υπάρχουν άλλα πέντε (εκτός από τα Κ και Λ) ενισχυτικής συμβολής. Οι υπερβολές που διέρχονται από τα Κ και Λ τέμνουν το ευθύγραμμο τμήμα ($Π_1Π_2$) στα σημεία Μ και Ν αντίστοιχα με ($Π_1$Μ)=1m.

α. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος και την συχνότητα των κυμάτων.

β. Να υπολογίσετε την απόσταση d των δύο πηγών.

γ. Να βρείτε το μήκος την απόσταση (ΜΝ).

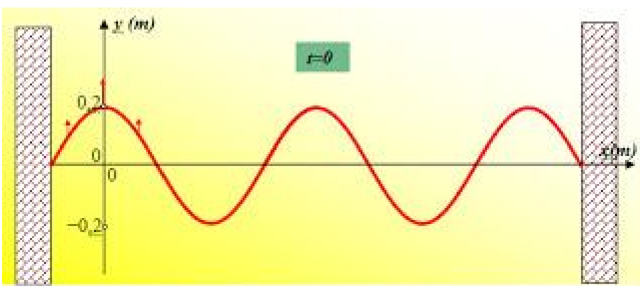
δ. Να βρείτε την απόσταση από την πηγή $Π_1$ του πλησιέστερου στην μεσοκάθετο σημείου Σ του ευθυγράμμου τμήματος που η ενέργειά ταλάντωσής του ισούται με το 50% της ενέργειας ταλάντωσης του σημείου Κ.

ε. Να βρείτε ποια χρονική στιγμή τα σημεία Κ και Σ βρίσκονται για $1^η$ φορά σε θέση μέγιστης απομάκρυνσης μετά την έναρξη της συμβολής σε αυτά εάν το Κ ξεκινά να ταλαντώνεται την χρονική στιγμή 0,5s.

στ. Να βρείτε πόση θα έπρεπε να είναι η αρχική φάση της πηγής $Π_2$, ώστε μετά τη συμβολή, ένα φελλός που τοποθετείται στο σημείο Κ να παραμένει διαρκώς ακίνητος.

Απ: α. 5 Hz, β. 2,8 m γ. 1,2 m δ. 1,45 m ε. 0,95 sec στ. π rad

269. Μια ομογενής και λεπτή χορδή σταθερού πάχους με σταθερά άκρα διεγείρεται οπότε δημιουργείται πάνω της στάσιμο κύμα με 4 δεσμούς (εκτός των δύο άκρων). Την t=0 που φαίνεται στο διπλανό στιγμιότυπο η κινητική ενέργεια κάθε ταλαντούμενου σημείου της χορδής ισούται με τα ¾ της ολικής ενέρ-



γειας ταλάντωσής του, ενώ μετά από χρονικό διάστημα Δt=1/30sη κινητική ενέργεια του κάθε σημείου μηδενίζεται για πρώτη φορά. Αν το μήκος της χορδής είναιL=1m να υπολογίσετε:

α. την απόσταση ενός δεσμού από την μεθεπόμενη κοιλία

β. το πλάτος ταλάντωσης των κοιλιών

γ. την απόσταση ενός δεσμού από την μεθεπόμενη κοιλία όταν τα σημεία της χορδής που ταλαντώνονται έχουν μηδενική κινητική ενέργεια

δ. την συχνότητα με την οποία ευθυγραμμίζονται με τον ημιάξονα Οx τα σημεία της χορδής.

Θεωρώντας ως x=0 τη θέση της $1^{ης}$ κοιλίας (από το αριστερό άκρο της χορδής):

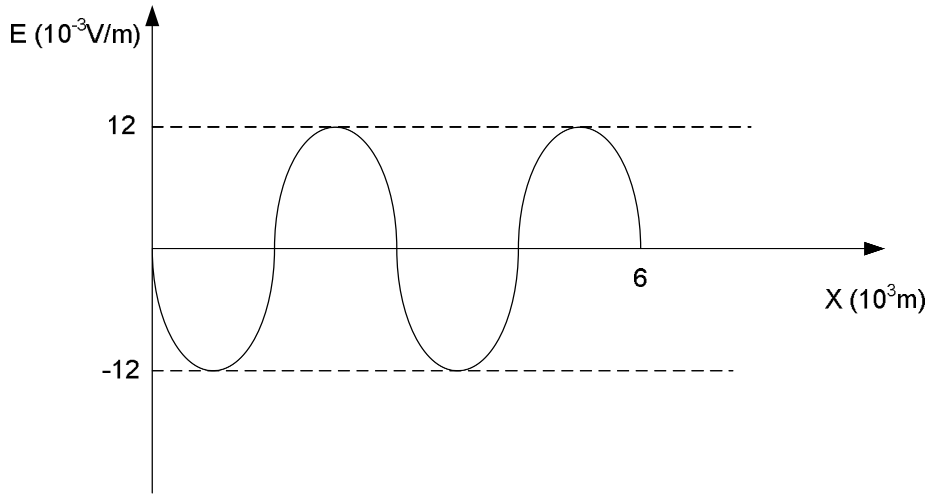
ε. να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος

στ. η διαφορά φάσης δύο σημείων της χορδής που απέχουν από το άκρο Ο αποστάσεις 0,25m και 0,85m.

ζ. Να σχεδιαστεί το στιγμιότυπο την χρονική στιγμές στιγμές t_1=1/12s, t_2=1/10s και t_3=2/15s στο ίδιο σύστημα αξόνων

η. την επί τοις % μεταβολή της συχνότητας ταλάντωσης της χορδής, ώστε ο αριθμός των δεσμών μεταξύ των άκρων να ελαττωθεί κατά ένας.

270. Μια πηγή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων είναι τοποθετημένη στην αρχή Ο ενός συστήματος αξόνων Oxyz. Τη χρονική στιγμή t=0 η πηγή αρχίζει να εκπέμπει ηλεκτρομαγνητικό κύμα, χωρίς αρχική φάση το οποίο διαδίδεται με ταχύτητα $c=3\cdot10^8$ m/s (στον αέρα). Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου σε συνάρτηση με τη θέση κάποια χρονική στιγμή t_1.



Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:

α. Να γράψετε τις εξισώσεις του ηλεκτρομαγνητικού κύματος και να υπολογίσετε την t_1.

β. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση που περιγράφει τη μεταβολή της αλγεβρικής τιμής της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε συνάρτηση με το χρόνο σε ένα σημείο Κ με $x_K=6\cdot10^3$ m.

γ. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της φάσης του Η/Μ κύματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το σημείο Κ.

δ. Έστω ένας δέκτης (κύκλωμα RLC) με $L=\frac{10^{-4}}{4\pi^2}$ H , ο οποίος μπορεί να λάβει το προαναφερθέν ηλεκτρομαγνητικό κύμα. Μειώνοντας τη χωρητικότητα του πυκνωτή από $C_1=10^{-8}$ F σε $C_2=10^{-4}$ F πως μεταβάλλεται το πλάτος της έντασης του ρεύματος του κυκλώματος.

ε. Έστω πως το ανωτέρω Η/Μ κύμα διέρχεται από ένα γυαλί δείκτη διάθλασης 1,5. Η γωνία πρόσπτωσης του κύματος στο γυαλί είναι 30^o. Να βρεθεί η ταχύτητα του κύματος στο γυαλί και η γωνία διάθλασής του. (Δίνεται ημ$19,5^o$=1/3)

271. Ραδιοφωνικός σταθμός ($Π_1$) εκπέμπει ηλεκτρομαγνητικό κύμα με ένταση ηλεκτρικού πεδίου $E = 300ημ2π(ft - \frac{x}{3})$ (SI)

α. Να βρείτε τη συχνότητα του κύματος.
β. Να γράψετε την εξίσωση B=f(x,t).
γ. Ένα σημείο απέχει από την κεραία του ραδιοφωνικού σταθμού 30 m. Να γίνει διάγραμμα της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου σε συνάρτηση με το χρόνο καθώς και διάγραμμα φάσης του σημείου με το χρόνο.
δ. Τη χρονική στιγμή $t=2,5\cdot10^{-8}$ s να γίνει διάγραμμα έντασης μαγνητικού πεδίου σε συνάρτηση με τις θέσεις και διάγραμμα φάσης-θέσης.
ε. Ένας ραδιοφωνικός δέκτης, κύκλωμα LC, έχει συντελεστή αυτεπαγωγής πηνίου $L=10^{-3}$ H και η τιμή της χωρητικότητας του πυκνωτή μπορεί να κυμαίνεται από $C=10^{-13}$ F έως $C'=10^{-15}$ F. Είναι δυνατόν να λάβουμε το σήμα του σταθμού (να «πιάσουμε» το σταθμό) μέσω του συγκεκριμένου ραδιοφωνικού δέκτη.
ζ. Άλλη μία όμοια πηγή Η/Μ κυμάτων ($Π_2$) απέχει από την προηγούμενη μεγάλη απόσταση. Οι δύο πηγές είναι σύγχρονες. Ένα σημείο απέχει από την $Π_1$ 90 m. Στο σημείο αυτό το κύμα φτάνει από την $Π_2$ σε χρόνο 10^{-7} s. Να βρείτε την τιμή της μέγιστης έντασης ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο αυτό για τις χρονικές στιγμές $t_A=2\cdot10^{-7}$ s και $t_B=5\cdot10^{-7}$ s.
Δίνεται: ταχύτητα Η/Μ κύματος στον αέρα $c=3\cdot10^8$ m/s και $π^2=10$.

Απ: α. 10^8 Hz β. $E = 10^{-6}ημ2π(10^8 t - \frac{x}{3})$ ζ. 300 V/m και 600 V/m

272. Ηλεκτρομαγνητικό κύμα συχνότητας $f = 6\cdot10^{14}$ Hz διαδίδεται στον αέρα. Οι μέγιστες τιμές των μέτρων των εντάσεων του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου του κύματος, στον αέρα, είναι $E_{max} = 3\cdot10^{-2}$ V/m και $B_{max} = 10^{-10}$ T, αντίστοιχα.

α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος στον αέρα.
β. Να εξετάσετε αν το ηλεκτρομαγνητικό κύμα ανήκει στην ορατή περιοχή του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος.

Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα προσπίπτει σε οριζόντια επιφάνεια ενός διαφανούς μέσου (γυαλιού), πάχους $d = 0,8\sqrt{13}$ m, και εισέρχεται σε αυτό, οπότε το μήκος κύματός του μεταβάλλεται κατά 20%. Αν η γωνία πρόσπτωσης είναι 60^o, να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:

γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος στο γυαλί και το δείκτη διάθλασης του γυαλιού.
δ. Να υπολογίσετε τη γωνία διάθλασης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος.
ε. Να υπολογίσετε την απόσταση που διανύει η ακτίνα μέσα στο γυαλί.
ζ. Να υπολογίσετε το χρόνο που απαιτήθηκε για να διέλθει η ακτίνα μέσα από το γυαλί.
η. Να υπολογίσετε τον αριθμό των κυμάτων που περιλαμβάνονται στο γυαλί.
θ. Να αποδείξετε πως η ακτίνα που εξέρχεται από το γυαλί είναι παράλληλη της προσπίπτουσας.
ι. Πόσο θα έπρεπε να είναι το μήκος της ακτινοβολίας στο γυαλί ώστε να μην εξέρχεται από αυτό.

Δίνεται: $ημ44^o = \frac{2\sqrt{3}}{5}$ και $ημ53^o = 0,8$

273. Μονοχρωματική δέσμη παράλληλων ακτίνων φωτός διαδίδεται στον αέρα όπου έχει μήκος κύματος $λ_0$=600nm. Η δέσμη συναντά την ήρεμη επιφάνεια μίας λίμνης υπό γωνία πρόσπτωσης 60^o, όπου μέρος της διαθλάται. Η γωνία διάθλασης ισούται με 30^o.

α. Να υπολογίσετε τη γωνία κατά την οποία η διαθλώμενη ακτίνα εκτρέπεται σε σχέση με την προσπίπτουσα, καθώς και το δείκτη διαθλάσεως του νερού.

β. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στο νερό.

γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης της ακτινοβολίας στο νερό.

δ. Αν το φως διαδιδόταν από το νερό προς τον αέρα με την ίδια γωνία πρόσπτωσης να υπολογίσετε ποια θα ήταν τότε η γωνία εκτροπής της δέσμης.

Δίνεται η ταχύτητα διάδοσης του φωτός στο κενό: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s .

Απ: α. 30^o, $\sqrt{3}$ β. $200\sqrt{3}$ nm γ. $c = \sqrt{3} \cdot 10^8$ m/s δ. 60^o

274. Ακτίνα μονοχρωματικού φωτός συχνότητας $f=5 \cdot 10^{14}$Hz διέρχεται από δύο διαφανή πλακίδια Α και Β, ίδιου πάχους d=3 cm, τα οποία έχουν δείκτες διάθλασης $n_A=2$ και $n_B=\sqrt{3}$. Αν η μονοχρωματική δέσμη φωτός, προσπέσει κάθετα και στα δύο πλακίδια

α. να βρείτε τους χρόνους διέλευσης της φωτεινής ακτίνας από τα δύο πλακίδια.

β. να βρείτε τον αριθμό μηκών κύματος που δημιουργούνται σε κάθε πλακίδιο.

Τοποθετούμε το πλακίδιο Β, πάνω στο πλακίδιο Α. Η παραπάνω μονοχρωματική δέσμη φωτός, προσπίπτει με γωνία θ=π/3στην επιφάνεια του πλακιδίου Β.

γ. Να βρείτε αν η ακτίνα θα εισέλθει στο πλακίδιο Α ή θα υποστεί ολική ανάκλαση και θα συνεχίσει την πορεία της στο πλακίδιο Β.

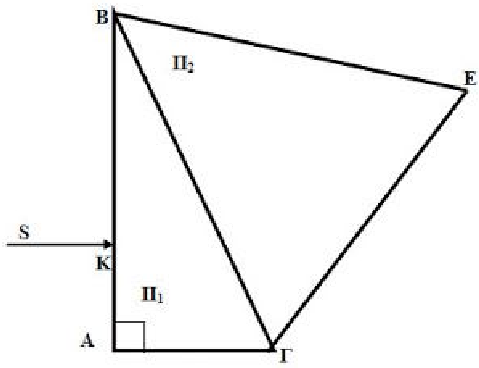
δ. να βρείτε το συνολικό χρόνο μέχρι το φως να εξέλθει πάλι στον αέρα.

Δίνονται η ταχύτητα του φωτός στο κενό, $c=3 \cdot 10^8$m/s, $\sqrt{13}=3,6$.

275. Δύο πρίσματα, το $Π_1$ σχήματος ορθογωνίου τριγώνου με Α=90°, Β=30°, και ΒΓ=3 cm και το $Π_2$ σχήματος ισοπλεύρου τριγώνου με δείκτη διάθλασης $n_2=2$ ενώνονται όπως στο σχήμα.

Μια φωτεινή πηγή S εκπέμπει μια ακτίνα η οποία πέφτει κάθετα στην πλευρά ΑΒ του πρίσματος Π1 στη θέση Κ με ΑΚ=ΑΒ/3. Μέσα στο πρίσμα $Π_1$ η εξίσωση που περιγράφει το ηλεκτρικό πεδίο του κύματος είναι:

$$E = \frac{\sqrt{3} \cdot 10^2}{2} ημ2π(5 \cdot 10^{14} t - \frac{\sqrt{3} \cdot 10^7}{3} x) \text{ (SI)}$$



α. Να υπολογίσετε το δείκτη διάθλασης του πρίσματος $Π_1$.

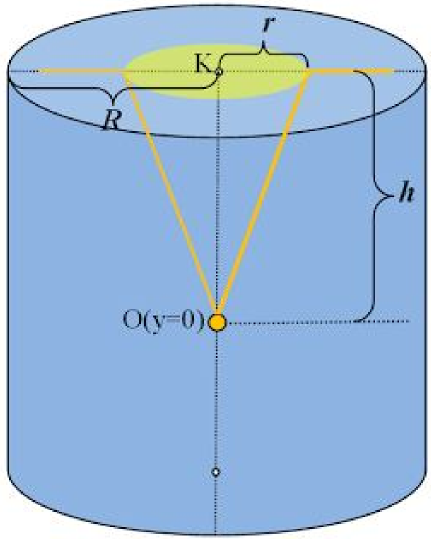
β. Να γράψετε την εξίσωση της έντασης του μαγνητικού πεδίου μέσα στο πρίσμα $Π_1$.

γ. Να δείξετε ότι η ακτίνα δε θα υποστεί ολική ανάκλαση στην επιφάνεια ΒΓ.

δ. Να βρείτε τον λόγο των μηκών κύματος που αντιστοιχούν στη διαδρομή της ανακλώμενης(Ν1) ακτίνας στην επιφάνεια ΒΓ προς τον αριθμό των μηκών κύματος της διαθλώμενης(Ν2) μέχρι να συναντήσουν πρώτη φορά κάποια έδρα του πρίσματος.

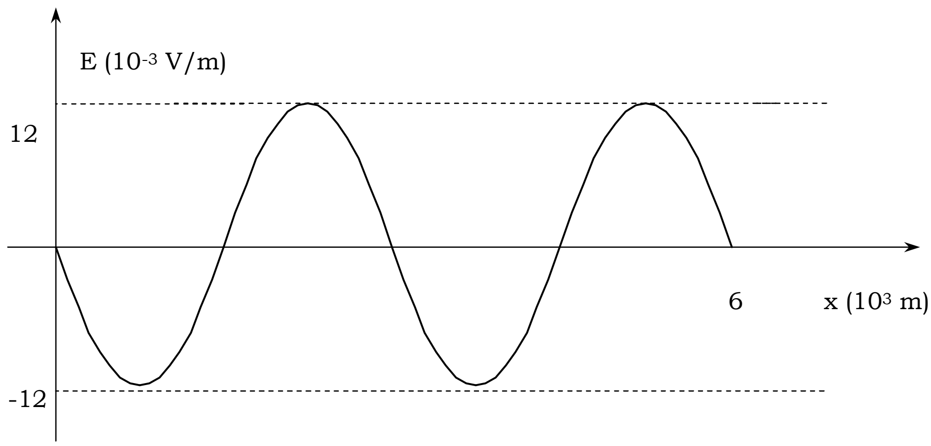
ε. Να υπολογίσετε τον λόγο των χρόνων κίνησης των δύο ακτίνων που ξεκινούν από την επιφάνεια ΒΓ μέχρι να συναντήσουν πρώτη φορά κάποια έδρα του πρίσματος, όπου t1 ο χρόνος κίνησης της ακτίνας που διανύει την μεγαλύτερη διαδρομή και t2 ο χρόνος κίνησης της ακτίνας που διανύει την μικρότερη διαδρομή.
Δίνεται $c=3\cdot10^8$ m/s.

276. Ένα κυλινδρικό δοχείο ακτίνας $R=\sqrt{3}m$ περιέχει νερό ενώ σε σημείο Ο που βρίσκεται στην κατακόρυφη διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο της επιφάνειας του υγρού, σε βάθος h από την ελεύθερη επιφάνεια, βρίσκεται σημειακή φωτεινή πηγή, η οποία στέλνει κωνική δέσμη ακτίνων προς την επιφάνεια του υγρού. Η ακτίνα του φωτεινού δίσκου στην επιφάνεια του υγρού είναι $r=\dfrac{4\sqrt{3}}{5}m$ και η /ένταση του ηλεκτρικού πεδίου της ακτινοβολίας μέσα στο νερό έχει εξίσωση:
$E(y,t)=1200\sqrt{3}\eta\mu(90\pi\cdot10^{13}t-20\pi\sqrt{3}\cdot10^{5}y)(SI)$



α. Να υπολογιστούν:
α1. Η ταχύτητα διάδοσης της ακτινοβολίας στο νερό.
α2. Ο δείκτης διάθλασης του νερού για την δεδομένη ακτινοβολία.
α3. Η κρίσιμη γωνία εξόδου της ακτινοβολίας από νερό προς τον αέρα.
β. Να γραφεί η χρονική εξίσωση του μαγνητικού πεδίου της ακτινοβολίας στο νερό, θεωρώντας ότι τα δύο πεδία είναι συμφασικά.
γ. Να υπολογιστεί το ύψος h από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού που βρίσκεται η φωτεινή πηγή.
δ. Κάποια στιγμή που θεωρείται ως t=0 η φωτεινή πηγή αρχίζει να κινείται από το σημείο O(y=0) κατακόρυφα προς τα πάνω σε διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο K της επιφάνειας του υγρού εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση περιόδου T=1,5 s. Εάν κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης φωτίζεται στιγμιαία ολόκληρη η επιφάνεια του υγρού, να υπολογίσετε:
δ1. το πλάτος Α και η χρονική εξίσωση απομάκρυνσης της ταλάντωσης της φωτεινής πηγής, θεωρώντας ως θετική την φορά προς τα κάτω
δ2. για πόσο χρόνο στη διάρκεια κάθε περιόδου το εμβαδόν του φωτεινού δίσκου είναι μεγαλύτερο από το 81% του εμβαδού της επιφάνειας του υγρού.
Για τον αέρα θεωρείστε δείκτη διάθλασης $n_{αερ}=1$ και ταχύτητα διάδοσης της ακτινοβολίας στο κενό $c=3\cdot10^8$m/s
Απ: α1. 1,5√3·108 m/s, α2. 2/√3 α3. 60ο β. $B=800\eta\mu(90\pi10^{13}t-20\pi\sqrt{3}\cdot10y)(SI)$ γ. 0,8 m
δ1. $\chi=0,2\eta\mu(\dfrac{4\pi}{3}t+\pi)(SI)$ δ2. Δt=0,5 s

277. Μια πηγή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων είναι τοποθετημένη στην αρχή Ο ενός συστήματος αξόνων Oxyz. Τη χρονική στιγμή t=0 η πηγή αρχίζει να εκπέμπει ηλεκτρομαγνητικό κύμα, χωρίς αρχική φάση το οποίο διαδίδεται με ταχύτητα $c=3\cdot10^8$ m/s (στο κενό). Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου σε συνάρτηση με τη θέση κάποια χρονική στιγμή t_1.



α. Να γράψετε την εξίσωση E=f(x,t).
β. Να βρείτε την t_1.
γ. Να γράψετε την εξίσωση B=f(x,t).
δ. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση που περιγράφει τη μεταβολή της αλγεβρικής τιμής της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε συνάρτηση με το χρόνο σε ένα σημείο Κ με $x_\kappa=6\cdot10^3$ m.
ε. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της φάσης του Η/Μ κύματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το σημείο Κ.
ζ. Έχουμε ένα δέκτη (κύκλωμα LC) με $L=\frac{10^{-4}}{4\pi^2}H$. Μειώνοντας τη χωρητικότητα του πυκνωτή από $C_1=10^{-8}$ F σε $C_2=10^{-4}$ F πως μεταβάλλεται το πλάτος της έντασης του ρεύματος του κυκλώματος. (Εννοείται πως το Η/Μ κύμα λαμβάνεται από τον προαναφερθέντα δέκτη).
η. Έστω πως το ανωτέρω Η/Μ κύμα διέρχεται από ένα γυαλί δείκτη διάθλασης 1,5. Η γωνία πρόσπτωσης του κύματος στο γυαλί είναι 30^o. Να βρεθεί η ταχύτητα του κύματος στο γυαλί και η γωνία διάθλασής του. (Δίνεται $\eta\mu 19,5^o=1/3$)

278. Σε μια χορδή με δεμένο το ένα μόνο άκρο έχει σχηματισθεί στάσιμο κύμα με εξίσωση ψ=0,2συν(5πχ)ημ(8πt) (S.I) Θεωρούμε το ελεύθερο άκρο Ο της χορδής στη θέση χ=0. Το σημείο Ο είναι κοιλία και την t=0 βρίσκεται στη θέση ισορροπίας έχοντας ταχύτητα ταλάντωσης θετική.
α. Ποιο το μήκος κύματος λ και η ταχύτητα διάδοσης υ για τα τρέχοντα κύματα από τα οποία σχηματίσθηκε το στάσιμο κύμα;
β. Αν στη χορδή σχηματίζονται τέσσερις (4) δεσμοί ποιο το μήκος της χορδής;
γ. Ποιο το πλάτος ταλάντωσης των σημείων της χορδής που οι θέσεις τους είναι εκατέρωθεν μιας κοιλίας και απέχουν από αυτή απόσταση $\Delta x=\frac{\lambda}{6}$.
δ. Για ποια συχνότητα στην παραπάνω χορδή θα σχηματίζονται 18 δεσμοί; Ποια η εξίσωση ψ(χ,t) του στασίμου κύματος στην περίπτωση αυτή;

279. Στον ποδοσφαιρικό αγώνα μπαράζ για το Μουντιάλ της Βραζιλίας, μεταξύ της Ρουμανίας και της Ελλάδας την στιγμή που ο Μήτρογλου ήταν έτοιμος να σκοράρει ένας πονηρός Ρουμάνος φίλαθλος-φυσικός προσπάθησε να «τυφλώσει» με την βοήθεια ενός χειροποίητου «λέιζερ» τον Έλληνα σκόρερ. Το «λέιζερ» ήταν Ρουμάνικης κατασκευής και με βάση τον κατασκευαστή-χρήστη του είχε τις παρακάτω εξισώσεις για το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο

$$E=30\eta\mu 2\pi(10^{15}/3\, t-10^{7}x/9) \quad \kappa\alpha\iota \quad B=10^{-7}\sigma\upsilon\nu 2\pi(10^{15}/3\, t-10^{7}x/9) \quad (SI)$$

α. Οι παραπάνω εξισώσεις εκφράζουν Η/Μ που διαδίδεται στο κενό;

β. Ποιες θα είναι οι εξισώσεις του ηλεκτρικού αλλά και του μαγνητικού πεδίου που θα μετρούσε αν μπορούσε ο Μήτρογλου αν υποθέσουμε ότι είναι αρκετά μακριά από τον Ρουμάνο φίλαθλο.

γ. Θα μπορούσε να «τυφλωθεί» ο Μήτρογλου ;

280. Ένα κυλινδρικό δοχείο περιέχει νερό σε βάθος H=6cm. Στον πυθμένα του δοχείου και στο κέντρο αυτού υπάρχει φωτεινή πηγή εκπομπής μονοχρωματικής ακτινοβολίας με κατεύθυνση πάντοτε προς το κέντρο Κ της κυκλικής ελεύθερης επιφάνειας του νερού.

Α) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου της ακτινοβολίας μέσα στο νερό έχει εξίσωση $E = 1500\sqrt{2}\eta\mu(75.10^{13}\pi t - 25\sqrt{2}.10^{5}\pi x)\,(S.I)$. Αν η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι c=3·108m/s να βρεθεί

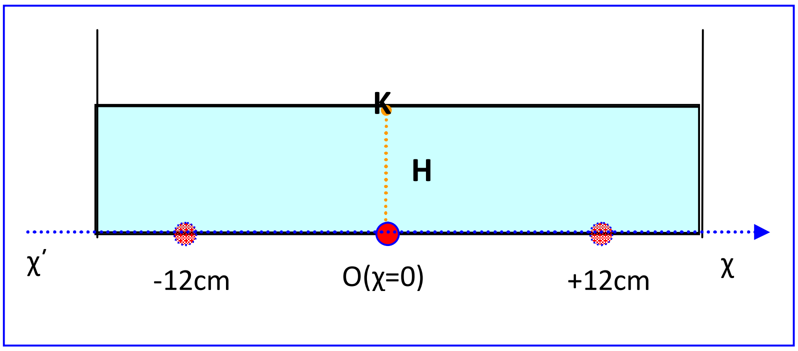
α1. Η ταχύτητα διάδοσης της ακτινοβολίας στο νερό.

α2. Ο δείκτης διάθλασης του νερού για την δεδομένη ακτινοβολία.

α3. Η κρίσιμη γωνία εξόδου της ακτινοβολίας από νερό προς τον αέρα.

β. Να γραφεί η χρονική εξίσωση του μαγνητικού πεδίου της ακτινοβολίας στο νερό.

γ. Κάποια στιγμή t=0 η φωτεινή πηγή αρχίζει να εκτελεί οριζόντια απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A=12cm και περιόδου T=1,2s χωρίς αρχική φάση. Αν ο άξονας ταλάντωσης χ΄χ και το κέντρο Κ της ελεύθερης επιφάνειας του νερού ανήκουν στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, να βρείτε

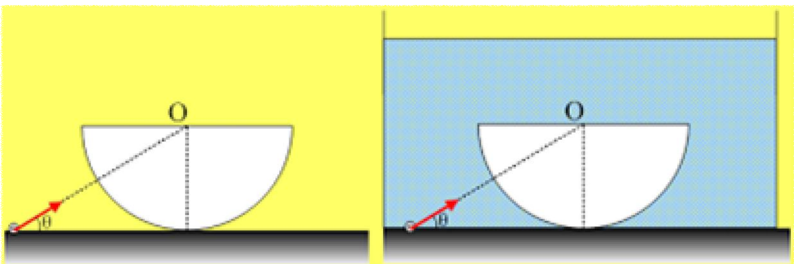


γ1. Σε ποια περιοχή του άξονα ταλάντωσης χ΄χ πρέπει να βρίσκεται η πηγή ώστε η ακτινοβολία που στέλνει προς το Κ να διαθλάται προς τον αέρα.

γ2. Τα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα της 1ης περιόδου ταλάντωσης της πηγής για την οποία έχουμε διάθλαση της ανωτέρω ακτινοβολίας.

γ3. Τη γωνία διάθλασης της ακτινοβολίας που εκπέμπει η πηγή προς το Κ όταν είναι στη θέση $x = -2\sqrt{3}cm$. Για τον αέρα θεωρείστε δείκτη διάθλασης η΄=1.

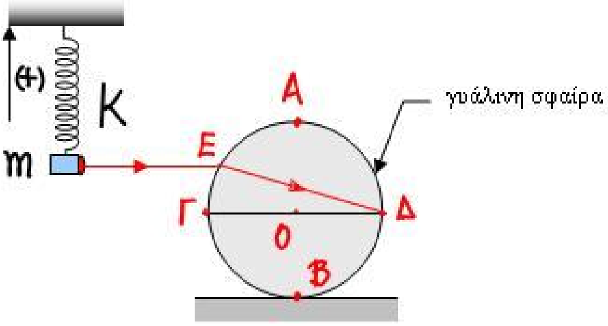
281. Σε οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ένα γυάλινο ημισφαίριο κέντρου Ο, όπως στο αριστερό σχήμα. Από μια φωτεινή πηγή εκπέμπεται μια μονοχρωματική ακτίνα με κατεύθυνση προς το κέντρο Ο του ημισφαιρίου, η διεύθυνση της οποίας σχηματίζει γωνία $\theta=30^o$ με την οριζόντια διεύθυνση. Δίνεται ότι ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού αυτού, για την συγκεκριμένη ακτίνα, είναι ίσος με $n_1 = 1{,}5$.



α. Αφού σχεδιάστε την πορεία της ακτίνας, μέχρι και την έξοδό της από το ημισφαίριο, να υπολογίστε τη γωνιακή εκτροπή της ακτίνας (τη γωνία που σχηματίζει η αρχική διεύθυνση της ακτίνας με την τελική διεύθυνση διάδοσής της).

β. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα τόσο το ημισφαίριο, όσο και η φωτεινή πηγή, είναι τοποθετημένα σε δοχείο, το οποίο έχουμε γεμίσει με υγρό, δείκτη διάθλασης n_2=1,4. Να βρεθεί ξανά η γωνιακή εκτροπή της ακτίνας, μέχρι την έξοδό της από το γυαλί.
γ. Αντικαθιστούμε το παραπάνω υγρό με άλλο, το οποίο έχει δείκτη διάθλασης n_3=1,5. Να βρεθεί τώρα η εκτροπή της ακτίνας, μέχρι την έξοδό της από το γυαλί.
Δίνονται ημ60°≈0,86 και ημ68°≈0,93.
Απ: α. 60^o β. 8^o γ. 0

282. Στο ακόλουθο σχήμα φαίνεται μια πηγή μονοχρωματικής ακτινοβολίας μάζας m=4Kg , στερεωμένη στο άκρο κατακόρυφου και ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=100N/m το οποίο κρέμεται από την οροφή.



Η πηγή εκπέμπει οριζόντια λεπτή ακτίνα ορατής μονοχρωματικής ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας η οποία πέφτει πάνω σε ακίνητη γυάλινη σφαίρα ακτίνας R , που ισορροπεί όπως ακριβώς δείχνει το σχήμα. Όταν το σύστημα ελατήριο – φωτεινή πηγή ισορροπεί , η οριζόντια ακτίνα διέρχεται από το κέντρο της σφαίρας Ο ενώ όταν το σύστημα διέρχεται από την πάνω και κάτω ακραία θέση , η ακτίνα διέρχεται από τις θέσεις Α και Β αντίστοιχα δηλ εφάπτεται της σφαίρας στα σημεία Α και Β. Τη χρονική στιγμή t=0 s η πηγή βρίσκεται στη θέση που δείχνει το σχήμα κινούμενη προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου υ=1m/s και η ακτίνα της εισέρχεται από το σημείο Ε και εξέρχεται από το σημείο Δ της οριζόντιας διαμέτρου ΓΔ. Αν γνωρίζετε ότι κατά τη διάθλαση της ακτίνας , ως κάθετος στο σημείο προσπτώσεως της σφαιρικής επιφάνειας είναι η διεύθυνση της ακτίνας της σφαίρας στο σημείο προσπτώσεως και ότι το σύστημα ελατηρίου – πηγής αλλά και η εκπεμπόμενη ακτίνα ανήκουν στο κατακόρυφο επίπεδο το οποίο διέρχεται από το κέντρο της σφαίρας να βρείτε:
α. Τη γωνία προσπτώσεως θ και τη γωνία διαθλάσεως δ κατά τη διέλευση της ακτίνας μέσα από τη σφαίρα τη χρονική στιγμή 0
β. Την ακτίνα της σφαίρας
γ. Τη γωνία εκτροπής σαν συνάρτηση της γωνίας προσπτώσεως και της γωνίας διαθλάσεως και την τιμή της τη χρονική στιγμή 0 και να προσδιορίσετε τη μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει
δ. Την γωνία θ σαν συνάρτηση του χρόνου και να την παραστήσετε γραφικά από τη στιγμή t=0s μέχρι την χρονική στιγμή που θα ξανασυναντήσει η ακτίνα τη σφαίρα στο Ε
ε. Το μέτρο της ταχύτητας του σημείου πρόσπτωσης Ε της μονοχρωματικής ακτίνας πάνω στη σφαίρα.
Δίνεται ότι:
1) ο δείκτης διάθλασης του γυλιού από το οποίο είναι κατασκευασμένη η σφαίρα είναι n= $3^{0.5}$ και ο δείκτης διάθλασης του αέρα είναι 1. 2) ως θετική φορά θεωρείται η προς τα πάνω. 3) το ελατήριο είναι ιδανικό 4) η φωτεινή πηγή θεωρείται ως σημειακό αντικείμενο και δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας κατά την ταλάντωση 5) ημ60= $3^{0,5}$ /2 και ημ2α=2ημα.συνα (για οποιαδήποτε γωνία α)

283. Κυλινδρική πισίνα ακτίνας R=3m περιέχει νερό μέχρι ύψους h=1,5m. Στο κέντρο του πυθμένα της πισίνας υπάρχει φωτεινή πηγής εκπομπής μονοχρωματικής ακτινοβολίας συχνότητας $f_0 = 375\sqrt{2}.10^{12}Hz$ και για την οποία ο δείκτης διάθλασης του νερού είναι $n = \sqrt{2}$. Στην επιφάνεια του νερού επιπλέει αδιαφανές κυκλικό στρώμα ακτίνας r=2m με το κέντρο του ακριβώς πάνω από την φωτεινή πηγή.

α. Ποια η κρίσιμη γωνία εξόδου της ακτινοβολίας από το νερό στον αέρα.

β. Εξηγείστε ότι δεν υπάρχουν ακτίνες της ακτινοβολίας που να εξέρχονται στον αέρα.

γ. Αρχίζουμε να ρίχνουμε και άλλο νερό στη πισίνα…

γ1. Ποιο το ελάχιστο ύψος του νερού πέρα από το οποίο αρχίζει η έξοδος της ακτινοβολίας από το νερό.

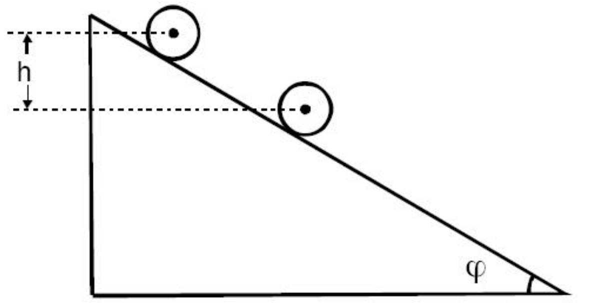
γ2. Για ποιο ύψος του νερού όλες οι ακτίνες που προσπίπτουν πέραν του κυκλικού στρώματος στη διαχωριστική επιφάνεια νερού-αέρα θα εξέρχονται στον αέρα.

δ. Αν η μέγιστη ένταση του ηλεκτρικού πεδίου της ακτινοβολίας είναι $E_0 = 1500\sqrt{2}\dfrac{V}{m}$ να γραφεί η εξίσωση Β(χ,t) της έντασης του μαγνητικού πεδίου της ανωτέρω ακτινοβολίας στο νερό.

Για τον αέρα θεωρείστε ότι ο δείκτης διάθλασης είναι η΄=1 και η ταχύτητα του φωτός $c=3\cdot10^8 m/s$.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ: ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ

284. Ένας ομογενής και συμπαγής κύλινδρος μάζας M=2kg και ακτίνας R=0,2m αφήνεται να κυλήσει κατά μήκος ενός πλάγιου επιπέδου γωνίας κλίσης φ, με ημφ=0,6, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου καθώς αυτός κυλίεται.

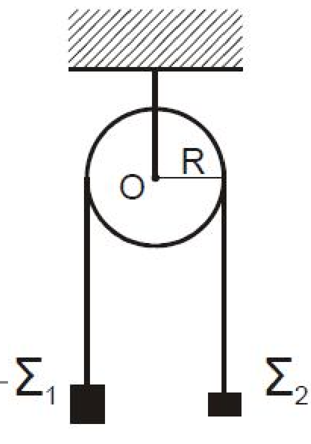
β. το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής που ασκείται στον κύλινδρο από το πλάγιο επίπεδο.

γ. το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου κατά τον άξονά του, όταν η κατακόρυφη μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου από το σημείο που αυτός αφέθηκε ελεύθερος είναι h_1=4,8 m.

δ. το πλήθος των περιστροφών που εκτελεί ο κύλινδρος από τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερος μέχρι τη στιγμή που το κέντρο μάζας του έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά h_2=2,4π m.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I=\frac{1}{2}MR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\frac{m}{s^2}$.

Ομογ. 2007



285. Η ομογενής τροχαλία του σχήματος έχει μάζα M=6 kg και ακτίνα R=0,3 m. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ έχουν αντίστοιχα μάζες m_1=5 kg και m_2=2 kg. Η τροχαλία και τα σώματα $Σ_1$, $Σ_2$ είναι αρχικά ακίνητα και τα κέντρα μάζας των $Σ_1$, $Σ_2$

βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0 το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί. Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία θα κινηθούν τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$.

β. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας.

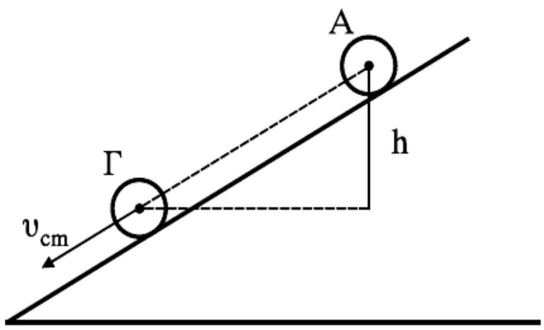
γ. το μέτρο της στροφορμής της τροχαλίας, ως προς τον άξονα περιστροφής της, τη χρονική στιγμή t_1=2s.

δ. τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία η κατακόρυφη απόσταση των κέντρων μάζας των $Σ_1$, $Σ_2$ θα είναι h = 3m.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της $I=\frac{1}{2}MR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\frac{m}{s^2}$. Σημείωση: Η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση. Να θεωρήσετε ότι τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ δεν φτάνουν στο έδαφος ούτε συγκρούονται με την τροχαλία.

Ομογ. 2008

286. Ομογενής και συμπαγής κύλινδρος μάζας m=5kg και ακτίνας R = 0.2m αφήνεται από την ηρεμία (θέση Α) να κυλήσει κατά μήκος πλάγιου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Τη στιγμή που το κέντρο μάζας του κυλίνδρου έχει κατακόρυφη μετατόπιση h (θέση Γ), η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι $υ_{cm}=8\frac{m}{s}$.



Να υπολογίσετε:

α. Τη γωνιακή ταχύτητα ω του κυλίνδρου στη θέση Γ.

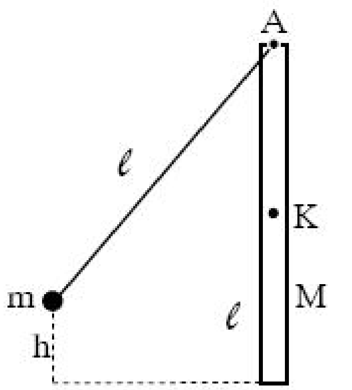
β. Τη στροφορμή του κυλίνδρου στη θέση Γ.

γ. Την κατακόρυφη μετατόπιση h.

δ. Τον λόγο της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου σε κάποια χρονική στιγμή, κατά τη διάρκεια της κίνησης του.

Δίνεται: $g=10\frac{m}{s^2}$, Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I=\frac{1}{2}MR^2$.

287. Ομογενής ράβδος μήκους ℓ=2 m και μάζας M=3 kg είναι αναρτημένη από οριζόντιο άξονα Α, γύρω από τον οποίο μπορεί να περιστραφεί σε κατακόρυφο επίπεδο. Στον ίδιο άξονα Α είναι δεμένο αβαρές νήμα με το ίδιο μήκος ℓ, στο άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σφαιρίδιο μάζας m=0,5kg. Αρχικά το νήμα είναι τεντωμένο στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και το σφαιρίδιο βρίσκεται σε ύψος h=0,8 m πάνω από το κατώτερο σημείο της ράβδου. Στη συνέχεια το σφαιρίδιο αφήνεται ελεύθερο και προσκρούει στο άκρο της ράβδου. Μετά την κρούση το σφαιρίδιο ακινητοποιείται. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες.

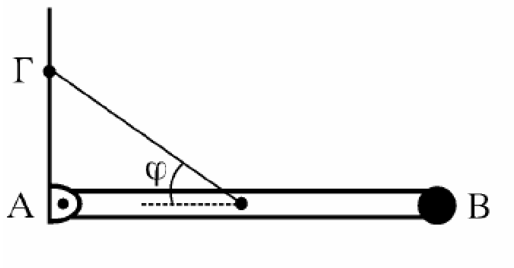


Να βρείτε:

α. Την ταχύτητα του σφαιριδίου λίγο πριν την κρούση.
β. Τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.
γ. Τη γραμμική ταχύτητα του κέντρου μάζας Κ της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.
δ. Το ποσό της μηχανικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική κατά την κρούση.
ε. Τη μέγιστη ανύψωση του κέντρου μάζας της ράβδου.
Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της: $I_{cm}=\frac{1}{12}M\ell^2$ Επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\frac{m}{s^2}$.

Εσπερ. 2006

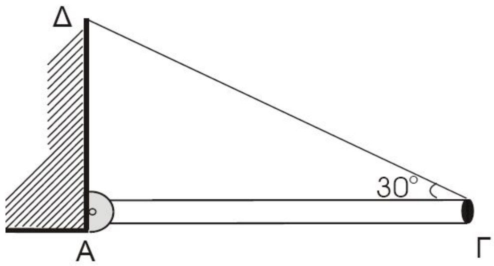
288. Μια ομογενής ράβδος ΑΒ που έχει μήκος ℓ =1m και μάζα M=6kg, έχει στο άκρο της Β μόνιμα στερεωμένο ένα σώμα μικρών διαστάσεων με μάζα m =2kg. Η ράβδος στηρίζεται με το άκρο της Α μέσω άρθρωσης και αρχικά διατηρείται οριζόντια με τη βοήθεια νήματος, το ένα άκρο του οποίου είναι δεμένο στο μέσο της ράβδου και το άλλο στον κατακόρυφο τοίχο, όπως στο σχήμα. Η διεύθυνση του νήματος σχηματίζει γωνία $\varphi=30^o$ με την διεύθυνση της ράβδου στην οριζόντια θέση ισορροπίας.



Να υπολογίσετε:
α. Το μέτρο της τάσης του νήματος.
β. Τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου– σώματος ως προς άξονα που διέρχεται από το Α και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος.
Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και η ράβδος μαζί με το σώμα που είναι στερεωμένο στο άκρο της, αρχίζει να περιστρέφεται στο επίπεδο του σχήματος. Θεωρώντας τις τριβές αμελητέες να υπολογίσετε το μέτρο:
γ. Της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος ράβδου-σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής, μόλις κόβεται το νήμα.
δ. Της ταχύτητας του σώματος στο άκρο της ράβδου, όταν αυτή φτάνει στην κατακόρυφη θέση.
Δίνονται: 1. Για τη ράβδο η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας και είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής της: $I_{cm}=\frac{1}{12}M\ell^2$, 2. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10\frac{m}{s^2}$.

Εσπερ. 2005

289. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ με μήκος 1m και βάρος 30N ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο της Γ συνδέεται με τον τοίχο με αβαρές νήμα ΔΓ που σχηματίζει γωνία 30° με τη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο από το νήμα και την άρθρωση.
Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο Γ και η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από την άρθρωση σε κατακόρυφο επίπεδο.

Να υπολογίσετε:

β. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου μόλις κοπεί το νήμα.

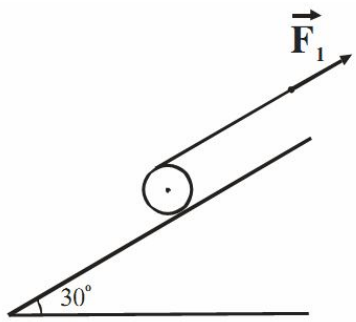
γ. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, τη στιγμή που αυτή σχηματίζει γωνία 60° με την αρχική της θέση.

δ. Την κινητική ενέργεια της ράβδου, τη στιγμή που διέρχεται από την κατακόρυφη θέση.

Δίνονται : η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α και είναι κάθετος σε αυτή είναι $I_A=1kg\cdot m^2$.

Ομογ. 2004

290. Ομογενής δίσκος μάζας m=4kg και ακτίνας R=0,1m είναι ακίνητος πάνω σε πλάγιο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^0$ με τον άξονά του οριζόντιο. Γύρω από το δίσκο είναι τυλιγμένο λεπτό, αβαρές και μη ελαστικό νήμα. Στην ελεύθερη άκρη του νήματος ασκείται σταθερή δύναμη μέτρου F_1 με διεύθυνση παράλληλη προς την επιφάνεια του πλάγιου επιπέδου και με φορά προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο σχήμα



α. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται ο δίσκος από το πλάγιο επίπεδο.

Αντικαθιστούμε τη δύναμη F_1 με δύναμη F_2 ίδιας κατεύθυνσης με την F_1 και μέτρου F_2 =7N, με αποτέλεσμα ο δίσκος να αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει προς τα κάτω. Το νήμα τυλίγεται γύρω από το δίσκο χωρίς να ολισθαίνει.

β. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου, καθώς και τη νέα τιμή της στατικής τριβής.

γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σημείου εφαρμογής της F_2 τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία ο δίσκος έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_1 =10 rad/s.

δ. Να υπολογίσετε το διάστημα που διάνυσε το κέντρο μάζας του δίσκου από τη στιγμή που άρχισε να κινείται μέχρι τη χρονική στιγμή t_1.

Δίνονται: $\eta\mu 30^0=\frac{1}{2}$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\ m/s^2$ και η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I=\frac{1}{2}mR^2$.

Ομογ. 2011

Επιμέλεια: Δ. Τσάτσης

291. Οριζόντιος ομογενής και συμπαγής δίσκος, μάζας M=3kg και ακτίνας R=0,2m, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Τη χρονική στιγμή t=0 ασκούμε στο δίσκο δύναμη F σταθερού μέτρου 3N που εφάπτεται στην περιφέρειά του, οπότε ο δίσκος αρχίζει να περιστρέφεται. Κάποια χρονική στιγμή t1 ο δίσκος έχει κινητική ενέργεια K=75J.

Να υπολογίσετε :

α. τη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του.

β. τη γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου.

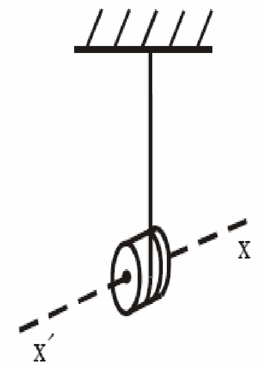
γ. τη γωνιακή του ταχύτητα τη χρονική στιγμή t_1.

δ. τη ροπή αδράνειας του δίσκου, αν η περιστροφή του γινόταν γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνάει από το μέσον μιας ακτίνας του.

Η ροπή αδράνειας του παραπάνω δίσκου, ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του, δίνεται από τη σχέση $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$.

Ομογ. 2002

292. Το γιο-γιο του σχήματος αποτελείται από ομογενή συμπαγή κύλινδρο που έχει μάζα m=0,12kg και ακτίνα $R=1,5\cdot 10^{-2}$ m. Γύρω από τον κύλινδρο έχει τυλιχτεί νήμα.



Τη χρονική στιγμή t=0 αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει. Το νήμα ξετυλίγεται και ο κύλινδρος περιστρέφεται γύρω από νοητό οριζόντιο άξονα x΄x, ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας του. Το νήμα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του κυλίνδρου παραμένει κατακόρυφο και τεντωμένο και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου. Τη στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους ℓ=20R, η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι $υ_{cm}=2\frac{m}{s}$.

α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του.

(Ο τύπος που μας δίνει τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, δεν θεωρείται γνωστός).

β. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου, καθώς αυτός κατέρχεται.

γ. Τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι $υ_{cm}=2\frac{m}{s}$, το νήμα κόβεται.

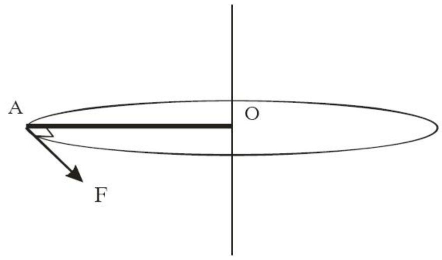
Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του μετά την πάροδο χρόνου 0,8 s από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

δ. Να κάνετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της στροφορμής σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή t=0, μέχρι τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί σε χρόνο 0,8 s από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Δίνεται: $g=10\frac{m}{s^2}$.

Επαν. Ημερ. 2005

293. Η ράβδος ΟΑ του σχήματος με μήκος L = 1m και μάζα M = 6kg είναι οριζόντια και περιστρέφεται υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης F που έχει σταθερό μέτρο και είναι διαρκώς κάθετη στη ράβδο, στο άκρο της Α. Η περιστροφή γίνεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το Ο.



Αρχικά η ράβδος είναι ακίνητη. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες. Να υπολογιστούν:

α. Η τιμή της δύναμης F, αν γνωρίζουμε ότι το έργο που έχει προσφέρει η δύναμη στη διάρκεια της πρώτης περιστροφής είναι 30π J.

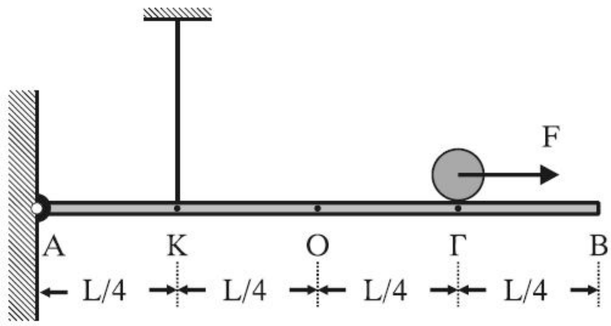
β. Η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου.

γ. Ο ρυθμός με τον οποίο η δύναμη μεταφέρει ενέργεια στη ράβδο στο τέλος της πρώτης περιστροφής.

Δίνονται: $\sqrt{30\pi}=9,7$. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στη ράβδο $I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2$.

Επαν. Ημερ. 2007

294. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος μήκους L=4m και μάζας M=2kg ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Σε σημείο Κ της ράβδου έχει προσδεθεί το ένα άκρο κατακόρυφου αβαρούς νήματος σταθερού μήκους, με το επάνω άκρο του συνδεδεμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Στο σημείο Γ ισορροπεί ομογενής σφαίρα μάζας m=2,5kg και ακτίνας r=0,2m.

Δίνονται $AK=\frac{L}{4}$, $A\Gamma=\frac{3L}{4}$.

α. Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στη ράβδο.

Τη χρονική στιγμή t=0 ασκείται στο κέντρο μάζας της σφαίρας με κατάλληλο τρόπο, σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=7N, με φορά προς το άκρο Β. Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

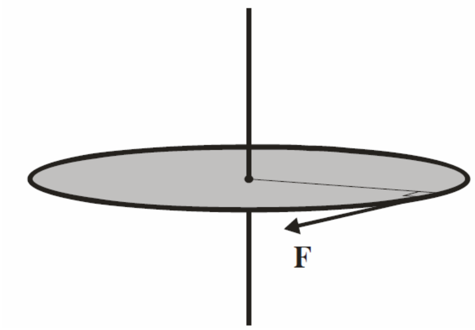
β. Να υπολογισθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της σφαίρας κατά την κίνησή της.

γ. Να υπολογισθεί το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο Β.

δ. Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο Β.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας μάζας m ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I=\frac{2}{5}mr^2$ και $g=10\frac{m}{s^2}$.

Ημερ. 2008



295. Οριζόντιος ομογενής δίσκος με μάζα M=2Kg και ακτίνα R=0,5m μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Ο δίσκος αρχικά είναι ακίνητος. Κάποια στιγμή $t_0 = 0$, ασκείται σε σημείο της περιφέρειας του δίσκου δύναμη σταθερού μέτρου F=10N, συνεχώς εφαπτόμενη σε αυτόν.

α. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης F από τη στιγμή $t_0=0$ έως τη στιγμή που η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου έχει γίνει ω=8 rad/s.

β. Να υπολογίσετε τη γωνία που έχει διαγράψει ο δίσκος μέχρι εκείνη τη στιγμή.

γ. Να υπολογίσετε την ισχύ της δύναμης F την ίδια στιγμή.

Τη στιγμή που η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου είναι ω = 8 rad/s, η δύναμη F καταργείται και ο δίσκος συνεχίζει να στρέφεται με την ταχύτητα αυτή. Από κάποιο ύψος αφήνεται να πέσει ένα κομμάτι λάσπης μάζας m=1Kg αμελητέων διαστάσεων, που κολλάει στον δίσκο σε σημείο της περιφέρειάς του.

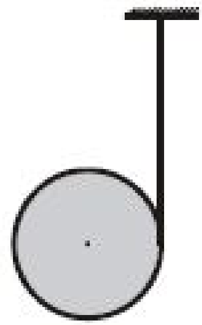
δ. Να υπολογίσετε τη νέα γωνιακή ταχύτητα που θα αποκτήσει το σύστημα δίσκος – λάσπη.

Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I =\frac{1}{2}MR^2$.

Επαν. Εσπερ. 2011

296. Στο γιο γιό του σχήματος που έχει μάζα M=6kg και ακτίνα R=0,1m, έχει τυλιχτεί πολλές φορές γύρω του λεπτό αβαρές νήμα. Με σταθερό το ένα άκρο του νήματος αφήνουμε το γιογιό να κατεβαίνει. Όταν αυτό έχει κατέβει κατά $h = \frac{5}{3}$ m αποκτά μεταφορική ταχύτητα $υ_{cm}$=5m/s.

Να βρείτε:



α. Τη μεταφορική επιτάχυνση του κέντρου μάζας του σώματος.

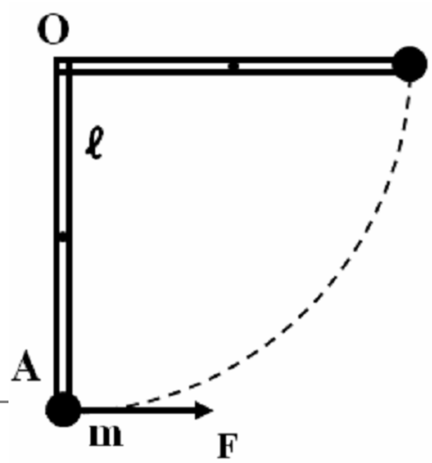
β. Τη γωνιακή επιτάχυνση του σώματος και την τάση του νήματος.

γ. Το λόγο της στροφικής κινητικής ενέργειας προς τη μεταφορική κινητική ενέργεια του σώματος, χωρίς να θεωρήσετε γνωστό τον τύπο της ροπής αδράνειας του γιογιό.

δ. Τη σχέση που περιγράφει πώς μεταβάλλεται η στροφική κινητική ενέργε του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνονται: $g = 10\frac{m}{s^2}$.

Εσπερ. 2007



297. Ομογενής και ισοπαχής δοκός (ΟΑ), μάζας M=6 kg και μήκους ℓ =0,3 m, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το ένα άκρο της Ο. Στο άλλο της άκρο Α υπάρχει στερεωμένη μικρή σφαίρα μάζας $m = \frac{M}{2}$.

α. Βρείτε την ροπή αδράνειας του συστήματος δοκού -σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Ασκούμε στο άκρο Α δύναμη, σταθερού μέτρου $F = \frac{120}{\pi}$ N, που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα .

β. Βρείτε το έργο της δύναμης F κατά την περιστροφή του συστήματος μέχρι την οριζόντια θέση της.

γ. Βρείτε την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος δοκού - σφαίρας στην οριζόντια θέση.

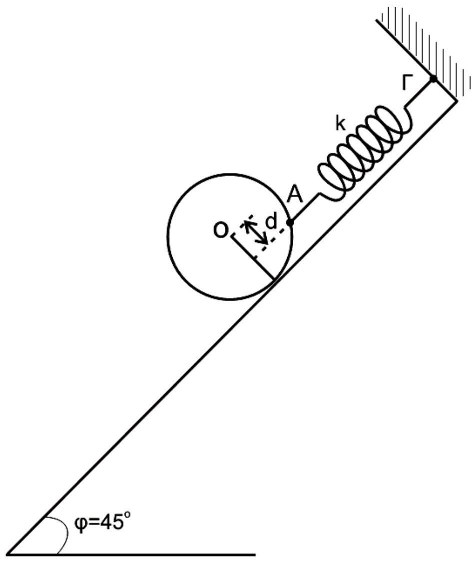
Επαναφέρουμε το σύστημα δοκού - σφαίρας στην αρχική κατακόρυφη θέση του. Ασκούμε στο ά-κρο Α δύναμη, σταθερού μέτρου $F' = 30\sqrt{3}$ N, που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό.

δ. Βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η δοκός με την κατακόρυφο τη στιγμή που η κινητική της ενέρ-γεια γίνεται μέγιστη.

Δίνονται: $g=10\frac{m}{s^2}$, ροπή αδράνειας ομογενούς δοκού μάζας Μ και μήκους ℓ, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτήν $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$,

Ημερ. 2012

298. Συμπαγής ομογενής δίσκος, μάζας $M = 2\sqrt{2}$ kg και ακτίνας R =0,1m, είναι προσδεδεμένος σε ιδανικό ελατήριο, σταθεράς $k=100\frac{N}{m}$ στο σημείο Α και ισορρο-πεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο, που σχηματίζει γωνία $\varphi = 45^o$ με το οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα. Το ελατήριο είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο και ο άξονας του ελατηρίου απέχει απόσταση $d=\frac{R}{2}$ από το κέντρο (Ο) του δίσκου. Το άλλο άκρο του ελατηρί-ου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο σημείο Γ.



α. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου.

β. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.

Κάποια στιγμή το ελατήριο κόβεται στο σημείο Α και ο δίσκος αμέσως κυλίεται, χωρίς να ολι-σθαίνει, κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.

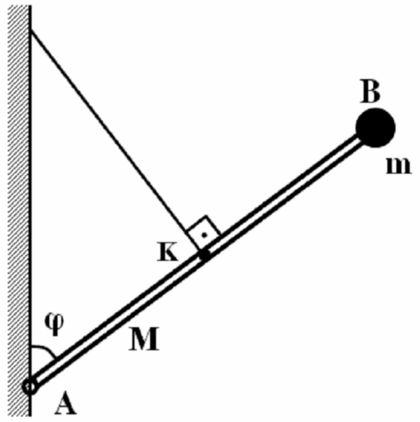
γ. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου.

δ. Να υπολογίσετε τη στροφορμή του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, όταν το κέντρο μά-ζας του έχει μετακινηθεί κατά διάστημα $s = 0{,}3\sqrt{2}$ m στη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας ομογενούς συμπαγούς δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται κάθετα από το κέντρο του $I = \frac{1}{12}ML^2$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$, ημ$45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Επαν. Ημερ

299. Μια ομογενής ράβδος ΑΒ που έχει μήκος ℓ=3 m και μάζα M=6 kg έχει στο ένα άκρο της Β μόνιμα στερεωμένο ένα σώμα μικρών διαστάσεων μάζας m=1 kg. Η ράβδος στηρίζεται με το άλλο άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης. Η ράβδος συγκρατείται σε θέση ισορροπίας, σχηματίζοντας γωνία φ με την κατακόρυφο, με νήμα το οποίο είναι συνδεδεμένο στον τοίχο και στο μέσο (Κ) της ράβδου και είναι κάθετο σε αυτή, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Να υπολογίσετε:

α. Τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου-σώματος ως προς άξονα που διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετος στη ράβδο.

β. Το μέτρο της τάσης του νήματος.

Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και η ράβδος μαζί με το σώμα αρχίζει να περιστρέφεται στο επίπεδο του σχήματος, χωρίς τριβές.

Να υπολογίσετε:

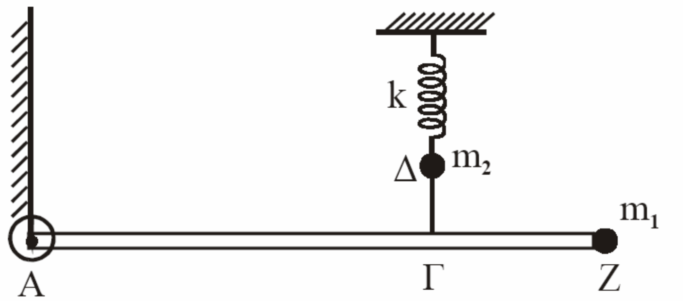
γ. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου μόλις κοπεί το νήμα.

δ. Το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Β της ράβδου όταν αυτή γίνει οριζόντια για πρώτη φορά.

Δίνονται: συνφ=0,8, ημφ=0,6, η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής $I_A = \frac{1}{3}ML^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$.

Ομογ. 2012

300. Ομογενής άκαμπτη ράβδος ΑΖ έχει μήκος L = 4m, μάζα M = 3kg και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο της Α υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, ενώ στο άλλο άκρο της Ζ υπάρχει στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας m_1 = 0,6kg και αμελητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές τεντωμένο νήμα ΔΓ συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας m_2 = 1kg, το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\frac{N}{m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο.



Η απόσταση ΑΓ είναι ίση με 2,8m. Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις.

Να υπολογίσετε:

α. τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου – σφαιριδίου m_1 ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετος στο επίπεδο της διάταξης

β. το μέτρο της τάσης του νήματος ΔΓ.

Αν κόψουμε το νήμα ΔΓ, το σφαιρίδιο m_2 εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση, ενώ η ράβδος μαζί με το σώμα m_1, υπό την επίδραση της βαρύτητας, περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από το σημείο Α. Να υπολογίσετε:

γ. το χρόνο που χρειάζεται το σφαιρίδιο m_2 από τη στιγμή που κόβεται το νήμα μέχρι τη στιγμή που θα φθάσει στην ψηλότερη θέση του για πρώτη φορά

δ. το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Ζ, τη στιγμή που η ράβδος περνάει από την κατακόρυφη θέση.

Δίνονται: $g = 10\frac{m}{s^2}$, ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της: $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$, π = 3,14.

Ημερ. 2003

301. Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας m=10 kg και ακτίνας R=0,1 m κυλίεται ευθύγραμμα χωρίς ολίσθηση ανερχόμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ με ημφ=0,56. Τη χρονική στιγμή t=0 το κέντρο μάζας της σφαίρας έχει ταχύτητα με μέτρο $υ_0=8\frac{m}{s}$. Να υπολογίσετε για τη σφαίρα:

α. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της τη χρονική στιγμή t=0.

β. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της.

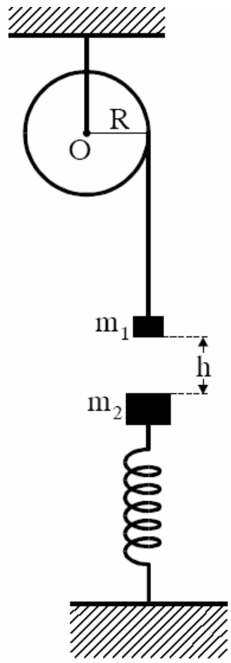
γ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής κατά τη διάρκεια της κίνησής της.

δ. το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της καθώς ανεβαίνει, τη στιγμή που έχει διαγράψει $\frac{30}{π}$ περιστροφές.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας περί άξονα διερχόμενο από το κέντρο της: $I=\frac{2}{5}mR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\frac{m}{s^2}$.

Ημερ. 2004

302. Η ομογενής τροχαλία του σχήματος ακτίνας R=0,2m και μάζας M=3kg μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο της Ο και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=1kg είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος το οποίο είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια της τροχαλίας. Αρχικά το σύστημα είναι ακίνητο.



Κάτω από το σώμα $Σ_1$ και σε απόσταση h βρίσκεται σώμα $Σ_2$ μάζας m_2 = 3kg το οποίο ισορροπεί στερεωμένο στη μια άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200\frac{N}{m}$ η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη στο έδαφος. Αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα τροχαλίας–σώματος $Σ_1$ να κινηθεί. Μετά από χρόνο t = 1s το σώμα $Σ_1$ συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το σώμα $Σ_2$, ενώ το νήμα κόβεται. Το συσσωμάτωμα εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση στην κατακόρυφη διεύθυνση. Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα $Σ_1$ μέχρι την κρούση.

β. την κινητική ενέργεια της τροχαλίας μετά την κρούση.

γ. το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα.

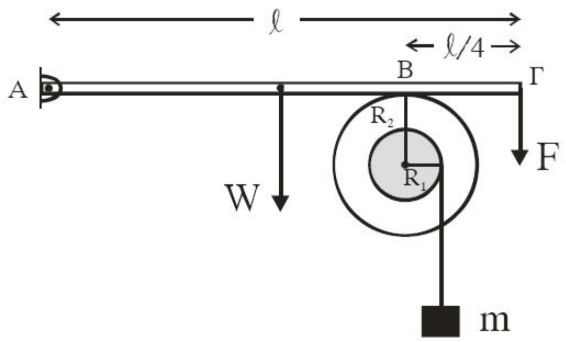
δ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος, τη στιγμή που απέχει από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης απόσταση x = 0,1 m.

Να θεωρήσετε ότι το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της: $I=\frac{1}{2}MR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\frac{m}{s^2}$.

Επαν. Ημερ. 2004

303. Άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος ℓ και μάζα M=3kg έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Στο άλλο άκρο Γ ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη F μέτρου 9N, με φορά προς τα κάτω. Η ράβδος ΑΓ εφάπτεται στο σημείο Β με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R_1=0,1m και R_2=0,2m, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η απόσταση του σημείου επαφής Β από το άκρο Γ της ράβδου είναι $\frac{\ell}{4}$. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του. Ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων.

Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής είναι $I=0,09\ kgm^2$. Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας R_1 είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα μάζας m=1kg.

α. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο σημείο Β από το στερεό.

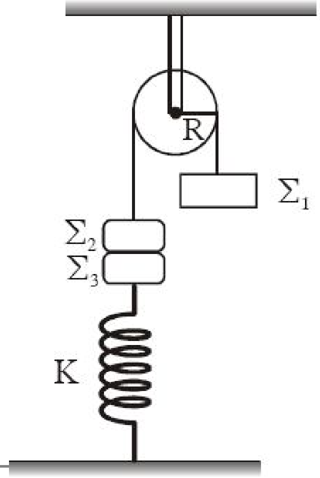
β. Αν το σώμα μάζας m ισορροπεί, να βρείτε το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του στερεού.

γ. Στο σημείο επαφής Β μεταξύ ράβδου και στερεού ρίχνουμε ελάχιστη ποσότητα λιπαντικής ουσίας έτσι, ώστε να μηδενιστεί η τριβή χωρίς να επιφέρει μεταβολή στη ροπή αδράνειας του στερεού. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m, όταν θα έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους 0,5m. Να θεωρήσετε ότι το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στον εσωτερικό κύλινδρο.

δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό παραγωγής έργου στο στερεό τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους 0,5m. Δίνεται $g=10\frac{m}{s^2}$.

Ημερ. 2006

304. Τροχαλία μάζας M = 6kg και ακτίνας R = 0,25m μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της. Γύρω από την τροχαλία υπάρχει αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στα άκρα του νήματος υπάρχουν σε κατακόρυφη θέση τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες m_1 = 4kg και m_2 = 1kg αντίστοιχα. Το σώμα $Σ_2$ είναι κολλημένο με σώμα $Σ_3$ μάζας m_3 = 1kg, το οποίο συγκρατείται από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k=100\frac{N}{m}$. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα. Κάποια



χρονική στιγμή, την οποία θεωρούμε ως χρονική στιγμή μηδέν ($t_0 = 0$), τα σώματα $Σ_2$ και $Σ_3$ αποκολλώνται και το $Σ_3$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κατά τη διεύθυνση της κατακορύφου.

α. Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος $Σ_3$.

β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος $Σ_3$ σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική φορά, τη φορά προς τα επάνω.

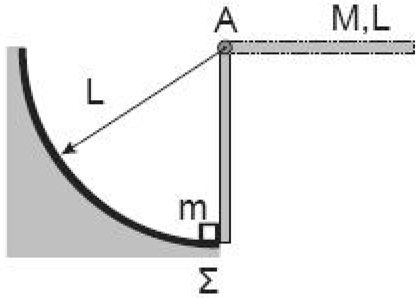
γ. Να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας μετά την αποκόλληση των σωμάτων $Σ_2$ και $Σ_3$.

δ. Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας τη χρονική στιγμή t=0,1 s.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I = \frac{1}{2}MR^2$, η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση και $g = 10\frac{m}{s^2}$.

Επαν. Ημερ. 2006

305. Ομογενής ράβδος μήκους L=0,3m και μάζας M=1,2kg μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α. Αρχικά την κρατούμε σε οριζόντια θέση και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.



α. Να βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη.

β. Να βρείτε τη στροφορμή της ράβδου όταν φθάσει σε κατακόρυφη θέση.

Τη στιγμή που η ράβδος φθάνει στην κατακόρυφη θέση το κάτω άκρο της ράβδου συγκρούεται ακαριαία με ακίνητο σώμα Σ αμελητέων διαστάσεων που έχει μάζα m=0,4 kg. Μετά την κρούση το σώμα κινείται κατά μήκος κυκλικού τόξου ακτίνας L, ενώ η ράβδος συνεχίζει να κινείται με την ίδια φορά. Δίνεται ότι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση είναι $\frac{ω}{5}$, όπου ω η γωνιακή ταχύτητά της αμέσως πριν την κρούση.

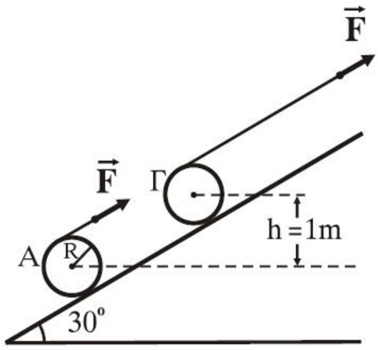
γ. Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος Σ αμέσως μετά την κρούση.

δ. Να βρείτε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα Α $I = \frac{1}{3}ML^2$ και $g = 10\frac{m}{s^2}$.

Ημερ. 2007

306. Στην επιφάνεια ενός ομογενούς κυλίνδρου μάζας M = 40kg και ακτίνας R = 0,2m, έχουμε τυλίξει λεπτό σχοινί αμελητέας μάζας, το ελεύθερο άκρο του οποίου έλκεται με σταθερή δύναμη F παράλληλη προς την επιφάνεια κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως 30^o, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το σχοινί ξετυλίγεται χωρίς ολίσθηση, περιστρέφοντας ταυτόχρονα τον κύλινδρο. Ο κύλινδρος κυλίεται πάνω στην επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου χωρίς ολίσθηση.

α. Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης F, ώστε ο κύλινδρος να ανεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα.

Αν αρχικά ο κύλινδρος είναι ακίνητος με το κέντρο μάζας του στη θέση Α και στο ελεύθερο άκρο του σχοινιού ασκηθεί σταθερή δύναμη F = 130N, όπως στο σχήμα:

β. Να υπολογισθεί η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

γ. Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του όταν το κέντρο μάζας του περνάει από τη θέση Γ του σχήματος, η οποία βρίσκεται h = 1m ψηλότερα από τη θέση Α.

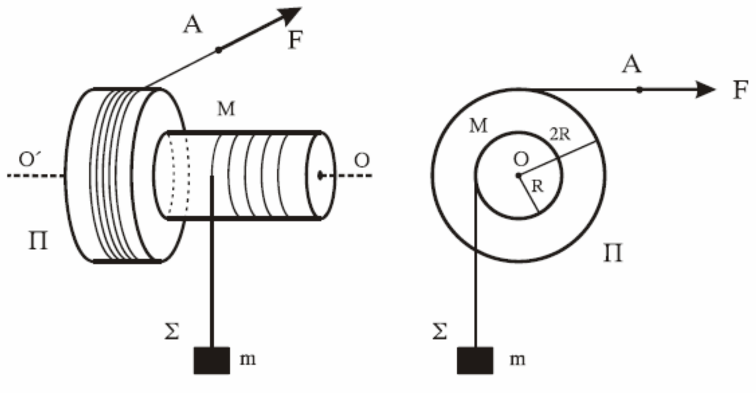
δ. Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης F κατά τη μετακίνηση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου από τη θέση Α στη θέση Γ και να δείξετε ότι αυτό ισούται με τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του κυλίνδρου κατά τη μετακίνηση αυτή.

Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I = \frac{1}{2}MR^2$, ημ30$= \frac{1}{2}$.

Επαν. Ημερ. 2009

307. Στερεό Π μάζας M = 10kg αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και 2R, όπου R = 0,2m, όπως στο σχήμα. Η ροπή αδράνειας του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I = MR^2$. Το στερεό Π περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα Ο'Ο, που συμπίπτει με τον άξονά του. Το σώμα Σ μάζας m = 20kg κρέμεται από το ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας R.

Γύρω από το τμήμα του στερεού Π με ακτίνα 2R είναι τυλιγμένο πολλές φορές νήμα, στο ελεύθερο άκρο Α του οποίου μπορεί να ασκείται οριζόντια δύναμη F.



Επιμέλεια: Δ. Τσάτσης

α. Να βρείτε το μέτρο της αρχικής δύναμης F_0 που ασκείται στο ελεύθερο άκρο Α του νήματος, ώστε το σύστημα που εικονίζεται στο σχήμα να παραμένει ακίνητο.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ που το σύστημα του σχήματος είναι ακίνητο, αυξάνουμε τη δύναμη ακαριαία, έτσι ώστε να γίνει $F = 115N$.

β. Να βρείτε την επιτάχυνση του σώματος Σ.

Για τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ έχει ανέλθει κατά $h = 2m$, να βρείτε:

γ. Το μέτρο της στροφορμής του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του.

δ. Τη μετατόπιση του σημείου Α από την αρχική του θέση.

ε. Το ποσοστό του έργου της δύναμης F που μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια του στερεού Π κατά τη μετατόπιση του σώματος Σ κατά h.

Δίνεται: $g = 10\frac{m}{s^2}$. Το συνολικό μήκος κάθε νήματος παραμένει σταθερό.

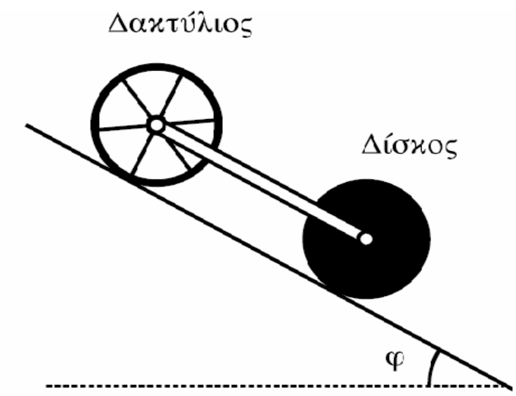
Ημερ. 2009

308. Θέλουμε να μετρήσουμε πειραματικά την άγνωστη ροπή αδράνειας δίσκου μάζας $m = 2kg$ και ακτίνας $r = 1m$. Για το σκοπό αυτό αφήνουμε τον δίσκο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\varphi = 30°$ ξεκινώντας από την ηρεμία. Διαπιστώνουμε ότι ο δίσκος διανύει την απόσταση $x = 2m$ σε χρόνο $t = 1s$.

α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

β. Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου αφήνονται να κυλίσουν ταυτόχρονα δίσκος και δακτύλιος ίδιας μάζας Μ και ίδιας ακτίνας R. Η ροπή αδράνειας του δίσκου είναι $I_1 = \frac{1}{2}MR^2$ και του δακτυλίου $I_2 = MR^2$ ως προς τους άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας τους και είναι κάθετοι στα επίπεδά τους. Να υπολογίσετε ποιο από τα σώματα κινείται με τη μεγαλύτερη επιτάχυνση.

Συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τα κέντρα μάζας των δύο στερεών, όπως φαίνεται και στο σχήμα, με ράβδο αμελητέας μάζας, η οποία δεν εμποδίζει την περιστροφή τους και δεν ασκεί τριβές. Το σύστημα κυλίεται στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.



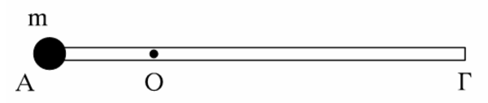
γ. Να υπολογίσετε το λόγο των κινητικών ενεργειών $\frac{K_1}{K_2}$ όπου K_1 η κινητική ενέργεια του δίσκου και K_2 η κινητική ενέργεια του δακτυλίου.

δ. Αν η μάζα κάθε στερεού είναι M =1,4kg, να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκεί η ράβδος σε κάθε σώμα.
Να σχεδιάσετε τις πιο πάνω δυνάμεις.

Δίνονται: $g=10\frac{m}{s^2}$, $ημ30°=\frac{1}{2}$.

Ημερ. 2010

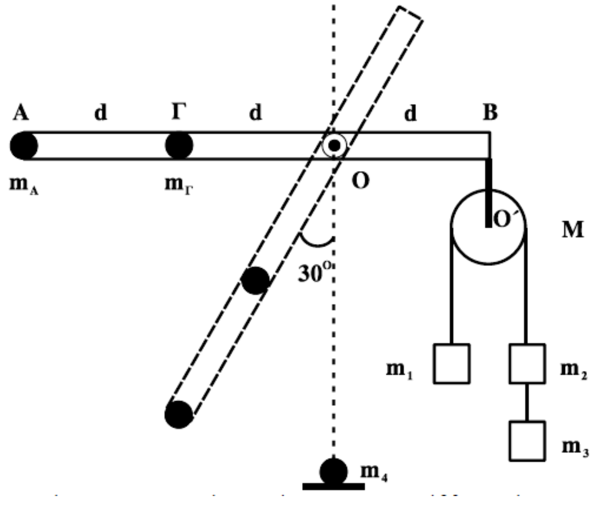
309. Λεπτή ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους ℓ και μάζας Μ μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο χωρίς τριβές, ο οποίος διέρχεται από το σημείο Ο της ράβδου. Η απόσταση του σημείου Ο από το Α είναι $\frac{\ell}{4}$. Στο άκρο Α της ράβδου στερεώνεται σημειακή μάζα m, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και δέχεται από τον άξονα δύναμη μέτρου F = 20N.
α. Να υπολογιστούν οι μάζες m και Μ.
Στη συνέχεια τοποθετούμε τον άξονα περιστροφής της ράβδου στο άκρο Γ, ώστε να παραμένει οριζόντιος και κάθετος στη ράβδο, και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να περιστραφεί από την οριζόντια θέση. Να υπολογίσετε:
β. το μήκος ℓ της ράβδου, αν τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη έχει γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $α_{γων} = 3,75\frac{rad}{s^2}$.
γ. το λόγο της κινητικής ενέργειας της μάζας m προς τη συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος, κατά τη διάρκεια της περιστροφής του συστήματος των δύο σωμάτων.
δ. το μέτρο της στροφορμής του συστήματος των δύο σωμάτων, όταν η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία φ ως προς την οριζόντια διεύθυνση τέτοια, ώστε ημφ = 0,3.
Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$, ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα κάθετο στη ράβδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$.

Επαν. Ημερ. 2010

310. Αβαρής ράβδος μήκους 3d (d=1m) μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το Ο. Στο άκρο Α που βρίσκεται σε απόσταση 2d από το Ο υπάρχει σημειακή μάζα m_A=1 kg και στο σημείο Γ, που βρίσκεται σε απόσταση d από το Ο έχουμε επίσης σημειακή μάζα $m_Γ$=6 kg. Στο άλλο άκρο της ράβδου, στο σημείο Β, είναι αναρτημένη τροχαλία μάζας Μ=4 kg από την οποία κρέμονται οι μά-



ζες m_1=2 kg, m_2=m_3=1 kg. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα Ο΄.

α. Αποδείξτε ότι το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο στην οριζόντια θέση.

Κόβουμε το Ο΄Β, που συνδέει την τροχαλία με τη ράβδο στο σημείο Β.

β. Βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου, όταν αυτή σχηματίζει γωνία 30^o με την κατακόρυφο.

Όταν η σημειακή μάζα m_A φτάνει στο κατώτατο σημείο, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητη σημειακή μάζα m_4=5 kg.

γ. Βρείτε τη γραμμική ταχύτητα του σημείου Α αμέσως μετά τη κρούση.

Στην αρχική διάταξη, όταν η τροχαλία με τα σώματα είναι δεμένη στο Β, κόβουμε το νήμα που συνδέει μεταξύ τους τα σώματα m_2 και m_3 και αντικαθιστούμε την m_A με μάζα m.

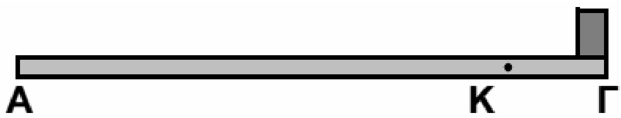
δ. Πόση πρέπει να είναι η μάζα m, ώστε η ράβδος να διατηρήσει την ισορροπία της κατά τη διάρκεια περιστροφής της τροχαλίας;

Τα νήματα είναι αβαρή, τριβές στους άξονες δεν υπάρχουν και το νήμα δεν ολισθαίνει στη τροχαλία.

Δίνεται: g=10 m/s^2, ημ30°=1/2, ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της I=MR^2/2.

Ημερ. 2011

311. Λεπτή ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους ℓ= 1,5 m και μάζας Μ μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβή γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο σε αυτή, ο οποίος διέρχεται από σημείο Κ της ράβδου και απέχει από το άκρο Γ απόσταση $d = \frac{\ell}{6}$. Στο άκρο Γ τοποθετούμε σώμα μάζας m = 3,2 kg αμελητέων διαστάσεων και το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο σε οριζόντια θέση.



Να υπολογίσετε:

α. τη μάζα Μ της ράβδου και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από τον άξονα.

β. τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος - σώμα ως προς τον άξονα περιστροφής.

Απομακρύνουμε το σώμα μάζας m και τη στιγμή t = 0 αφήνουμε τη ράβδο ελεύθερη να περιστραφεί από την οριζόντια θέση. Να υπολογίσετε:

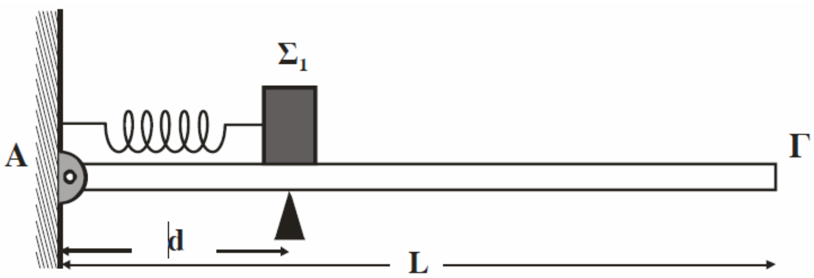
γ. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου τη στιγμή t = 0.

δ. το μέτρο της στροφορμής της ράβδου, όταν αυτή σχηματίζει με την αρχική της οριζόντια θέση γωνία φ (ημφ= 0,7) για πρώτη φορά.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στη ράβδο $I_{cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας: g = 10 m/s^2.

Ομογ. 2013

312. Λεία οριζόντια σανίδα μήκους L=3m και μάζας M=0,4Kg αρθρώνεται στο άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο. Σε απόσταση d=1m από τον τοίχο, η σανίδα στηρίζεται ώστε να διατηρείται



οριζόντια. Ιδανικό αβαρές ελατήριο σταθεράς K=100N/m συνδέεται με το ένα άκρο του στον τοίχο και το άλλο σε σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=1Kg. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, ο άξονάς του είναι οριζόντιος και διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος $Σ_1$.

Το κέντρο μάζας του σώματος $Σ_1$ βρίσκεται σε απόσταση d από τον τοίχο. Στη συνέχεια, ασκούμε στο σώμα $Σ_1$ σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=40N με κατεύθυνση προς το άλλο άκρο Γ της σανίδας. Όταν το σώμα $Σ_1$ διανύσει απόσταση s=5cm, η δύναμη παύει να ασκείται στο σώμα και, στη συνέχεια, το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

α. Να υπολογίσετε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα $Σ_1$.

β. Να εκφράσετε το μέτρο της δύναμης F_A που δέχεται η σανίδα από τον τοίχο σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος $Σ_1$ και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

Κατά μήκος της σανίδας από το άκρο Γ κινείται σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=1Kg με ταχύτητα $υ_2 = 2\sqrt{3}\frac{m}{s}$. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, όταν η απομάκρυνση του σώματος $Σ_1$ είναι x_1, όπου $x_1 \geq 0$. Το σώμα $Σ_1$ μετά την κρούση ταλαντώνεται με το μέγιστο δυνατό πλάτος.

γ. Να βρείτε την απομάκρυνση x_1.

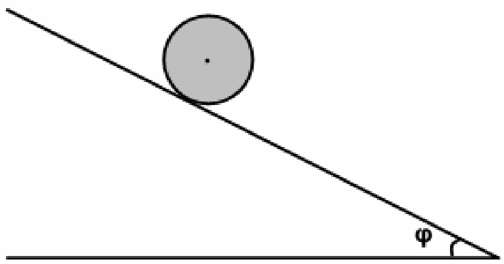
δ. Να βρείτε μετά από πόσο χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης τα δύο σώματα θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά.

Θεωρούμε θετική τη φορά της απομάκρυνσης προς το Γ. Τριβές στην άρθρωση και στο υποστήριγμα δεν υπάρχουν.

Δίνεται: επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

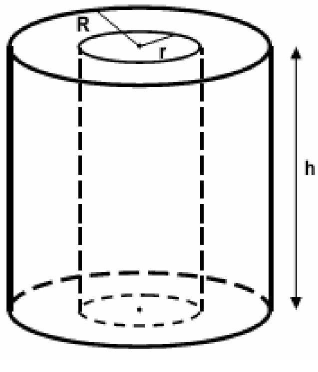
Επαν. Ημερ. 2011

313. Δίνεται συμπαγής, ομογενής κύλινδρος μάζας M και ακτίνας R. Αφήνουμε τον κύλινδρο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση, υπό την επίδραση της βαρύτητας (με επιτάχυνση της βαρύτητας g), πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα:



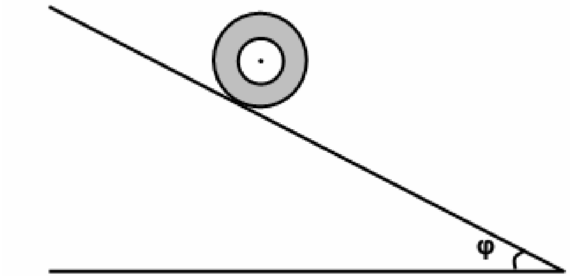
α. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου. Ο άξονας του κυλίνδρου διατηρείται οριζόντιος.

β. Από το εσωτερικό αυτού του κυλίνδρου, που έχει ύψος h, αφαιρούμε πλήρως ένα ομοαξονικό κύλινδρο ακτίνας $r = \frac{R}{2}$ και μάζας $m = \frac{M}{4}$, όπως απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα.



Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του κοίλου κυλίνδρου, ως προς τον άξονά του, που προκύπτει μετά την αφαίρεση του εσωτερικού κυλινδρικού τμήματος.

Ο κοίλος κύλινδρος που προκύπτει αφήνεται να κυλίσει χωρίς ολίσθηση, υπό την επίδραση της βαρύτητας (με επιτάχυνση βαρύτητας g), στο ίδιο κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



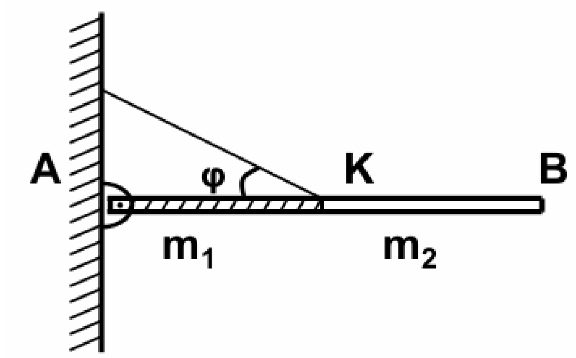
γ. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κοίλου κυλίνδρου. Ο άξονας του κυλίνδρου διατηρείται πάντα οριζόντιος.

δ. Να υπολογίσετε, σε κάθε χρονική στιγμή της κύλισης στο κεκλιμένο επίπεδο, το λόγο της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του κοίλου κυλίνδρου. Ο άξονας του κυλίνδρου διατηρείται πάντα οριζόντιος.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας I συμπαγούς και ομογενούς κυλίνδρου μάζας M και ακτίνας R, ως προς τον άξονα γύρω από τον οποίο στρέφεται: $I = \frac{1}{2}MR^2$.

Ημερ. 2013

314. Μια ισοπαχής δοκός AB αποτελείται από δύο ομογενή τμήματα AK και KB, μήκους $\frac{L}{2}$ το καθένα, με μάζες $m_1 = 5.m_2$ και $m_2 = 0,5$ kg, αντίστοιχα. Τα κομμάτια αυτά είναι κολλημένα μεταξύ τους στο σημείο K, ώστε να σχηματίζουν τη δοκό AB μήκους L = 1 m. Η δοκός ισορροπεί σε οριζόντια θέση, με το άκρο της A να στηρίζεται στον τοίχο μέσω άρθρωσης, ενώ το μέσο της K συνδέεται με τον τοίχο με σχοινί που σχηματίζει γωνία φ= 30° με τη δοκό.



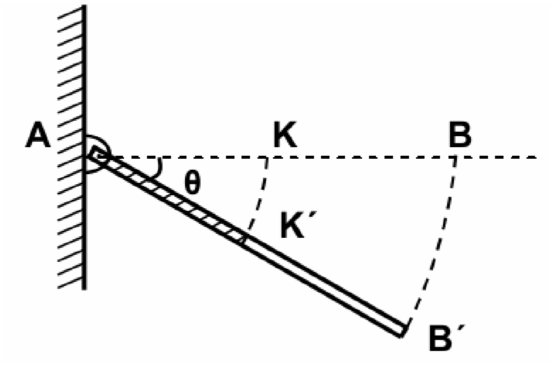
α. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που δέχεται η δοκός από το σχοινί και την άρθρωση.

Κάποια στιγμή το σχοινί κόβεται και η ράβδος αρχίζει να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το άκρο της A σε κατακόρυφο επίπεδο.

β. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου σε συνάρτηση με τη γωνία θ, που σχηματίζει αυτή με την αρχική της θέση (0° ≤ θ< 90°).

γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του άκρου B΄ της ράβδου ($υ_{B'}$) σε συνάρτηση με τη γωνία θ.

Τη στιγμή που η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία θ=30°, συγκρούεται πλαστικά με αρχικά ακίνητο σφαιρίδιο αμε-



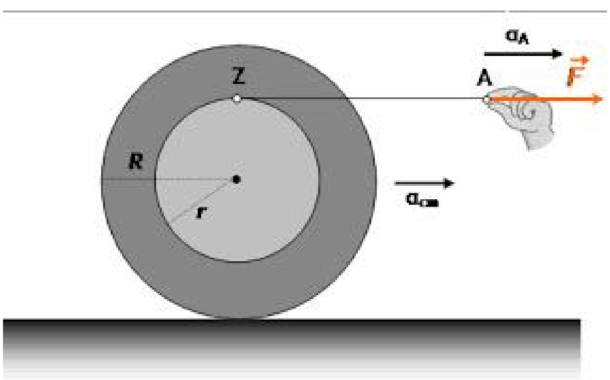
λητέων διαστάσεων και μάζας $m=m_2$, το οποίο σφηνώνεται στο μέσο Κ΄ της ράβδου.

δ. Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$, ροπή αδράνειας ομογενούς και ισοπαχούς ράβδου μάζας m και μήκους L ως προς άξονα κάθετο στο μέσο της $I = \frac{1}{12}mL^2$,

Επαν. Ημερ. 2013

315. Δύο ομογενείς δίσκοι, ένας μεγάλος μάζας M=3kg και ακτίνας R=40cm και ένας μικρός μάζας m=2kg και ακτίνας r=10cm, ενώνονται έτσι ώστε να συμπίπτουν τα κέντρα τους. Ο δίσκος ακτίνας r διαθέτει αυλάκι στο οποίο είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα. Ασκώντας οριζόντια δύναμη μέτρου F=21N στο ελεύθερο άκρο Α του νήματος τραβάμε το σύστημα των δίσκων, οπότε το νήμα ξετυλίγεται, χωρίς να γλιστρά στο αυλάκι του μικρού δίσκου και το σύστημα αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.



α. Να βρεθεί η ροπή αδράνειας του συστήματος των δύο δίσκων ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κοινό κέντρο τους.

β. Να βρεθεί η γωνιακή και η μεταφορική επιτάχυνση.

γ. Να βρεθεί το μέτρο της τριβής που δέχεται το σύστημα των δίσκων από το δάπεδο.

δ. Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το ελεύθερο άκρο του νήματος έχει μετατοπιστεί κατά 62,5m.

ε. Να βρεθεί την χρονική στιγμή t_1 η ταχύτητα ενός σημείου Κ της περιφέρειας του μικρού δίσκου και έχει 30cm από το δάπεδο.

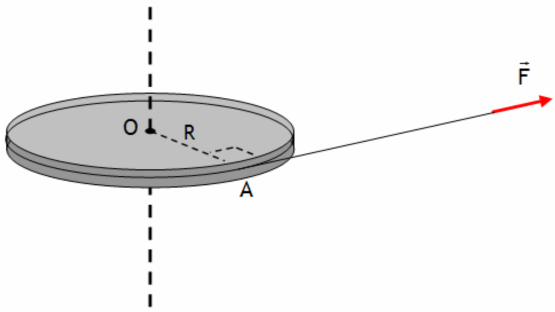
στ. Να βρεθεί η επιτάχυνση ενός σημείου Ζ της περιφέρειας του μεγάλου δίσκου απέχει από το Κ απόσταση 50cm τη χρονική στιγμή t_1.

ζ. Να βρεθεί το ποσοστό του έργου της δύναμης που έχει γίνει κινητική ενέργεια περιστροφής του συστήματος των δίσκων την χρονική στιγμή t_1.

η. Αν το δάπεδο έχει συντελεστή στατικής τριβής μs=0,2, για ποια τιμή της δύναμης F το σύστημα αρχίζει να ολισθαίνει στο δάπεδο;

Απ: α. 0,25 kgm^2 β. 10 rad/s^2 γ. 1 N δ. 5 sec ε. 15 m/s στ. 1000 m/s^2 ζ. 23,8% ζ. 20 N

316. Ο ομογενής και ισοπαχής δίσκος του σχήματος έχει ακτίνα R=10 cm και μάζα M=2 kg, είναι οριζόντιος και μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από κατακόρυφο ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Ο δίσκος είναι αρχικά ακίνητος και στην περιφέρειά του είναι τυλιγμένο αβαρές, μη εκτατό σχοινί μήκους l=4m. Τη χρονική στιγμή t=0 ασκούμε στην ελεύθερη άκρη του σχοινιού σταθερή, οριζόντια δύναμη F=2 N και ο δίσκος ξεκινά να περιστρέφεται. Το σχοινί δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του δίσκου.



Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης $α_{γων}$ του δίσκου.

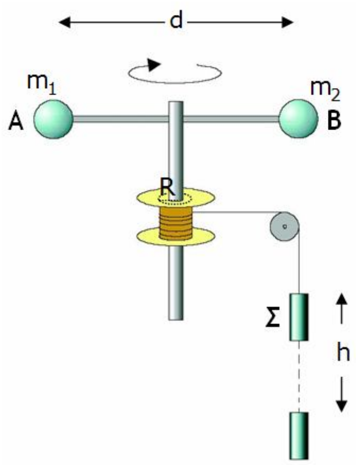
β. τη χρονική στιγμή t_1 που ξετυλίγεται όλο το σχοινί.

γ. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω του δίσκου τη στιγμή κατά την οποία έχει ξετυλιχθεί όλο το σχοινί.

δ. το έργο της δύναμης στη διάρκεια του δεύτερου δευτερολέπτου της κίνησης.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του: $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$.

317. Η οριζόντια και ομογενής ράβδος ΑΒ του σχήματος έχει μήκος d=2 m μάζα Μ=3 kg και μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο σωλήνα που περνά από το κέντρο της. Στο σωλήνα έχει προσαρμοστεί, σταθερά, ένας μικρός κύλινδρος ακτίνας R=0,1 m. Γύρω από τον κύλινδρο είναι τυλιγμένο πολλές φορές λεπτό νήμα, στην ελεύθερη άκρη του οποίου αναρτάται, μέσω τροχαλίας, ένα σώμα Σ. Στα άκρα Α και Β της ράβδου έχουν στερεωθεί δύο μικρές σφαίρες με μάζες m_1=1 kg και m_2=2 kg αντίστοιχα. Ο σωλήνας, ο κύλινδρος, η τροχαλία και το νήμα θεωρούνται αβαρή. Το νήμα δεν ολισθαίνει στον κύλινδρο.



Αρχικά όλη η διάταξη είναι ακίνητη. Τη στιγμή t=0 το σώμα Σ αφήνεται να κινηθεί και η ράβδος ξεκινά να περιστρέφεται. Το νήμα ασκεί στον κύλινδρο σταθερή ροπή μέτρου τ=16Nm.

Να βρείτε:

α. Τη συνολική ροπή αδράνειας Ιολ του συστήματος της ράβδου και των δύο σφαιριδίων ως προς τον άξονα περιστροφής της ράβδου.

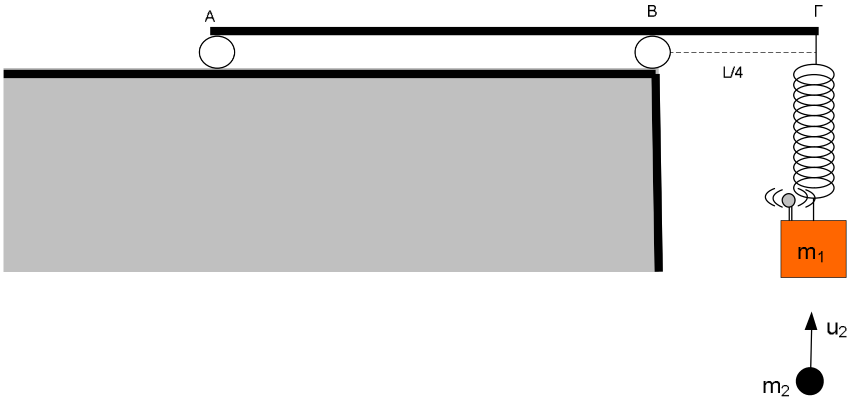
β. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης $α_{γων}$ του παραπάνω συστήματος.

γ. Το ύψος h κατά το οποίο έχει κατέλθει το σώμα Σ από τη χρονική στιγμή t=0 μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = \sqrt{10π}s$.

δ. Τον αριθμό των περιστροφών Νστρ της ράβδου στο ίδιο χρονικό διάστημα.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I_{cm} = \frac{1}{12}mD^2$, g=10 m/s^2.

318. Η ομογενής σανίδα ΑΓ, έχει μήκος L=2 m, μάζα Μ=8 kg και ισορροπεί οριζόντια ακουμπώντας σε δύο μικρούς λείους κυλίνδρους στα σημεία Α και Β. Στο άκρο Γ της σανίδας έχει δεθεί το ένα άκρο ελατηρίου σταθεράς k=100 N/m, ενώ στο άλλο άκρο του ελατηρίου ισορροπεί σώμα μάζας m_1=3 kg, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα σημεία Β και Γ απέχουν απόσταση L/4. Επίσης, στο σώμα μάζας m_1 είναι εγκατεστημένη συσκευή παραγωγής ηχητικών κυμάτων συχνότητας fs=680 Hz, η οποία έχει αμελητέα μάζα.



Σώμα μάζας m_2=1 kg συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας m_1. Η ταχύτητα του σώματος m_2 είναι $u_2 = 2\sqrt{3}$ m/s με φορά προς τα άνω. Ως χρονική στιγμή t=0 θεωρείται αυτή της κρούσης.

Δίνεται, επίσης, η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10 m/s^2 και η ταχύτητα του ήχου $u_{ηχ}$=340 m/s. Θεωρήστε θετική φορά την άνω. Επίσης, μην λάβετε υπόψη τις ανακλάσεις του ήχου.

Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:

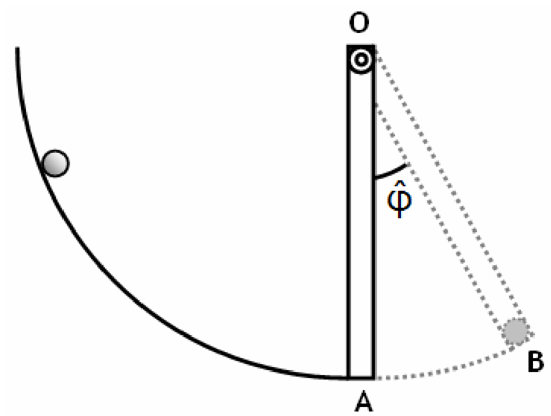
α. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκούν οι κύλινδροι στη σανίδα πριν την πραγματοποίηση της κρούσης.

β. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα.

γ. Να βρεθεί αν θα ανατραπεί η σανίδα.

δ. Την ελάχιστη και τη μέγιστη δύναμη που ασκεί ο κύλινδρος του σημείου Β στη σανίδα.

319. Μια λεπτή ομογενής ράβδος μήκους L=0,3 m και μάζας m=1 kg μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα, που περνά από το άκρο της Ο, όπως στο σχήμα. Η ράβδος ισορροπεί ακίνητη στη θέση ΟΑ. Ένα μικρό σφαιρίδιο μάζας m=1 kg αφήνεται να κινηθεί εντός τεταρτοκυκλίου που έχει κέντρο του το σημείο Ο και συναντά τη ράβδο στο σημείο Α, έχοντας ταχύτητα μέτρου u=2 m/s. Το σφαιρίδιο συγκρούεται με τη ράβδο και προσκολλάται στο άκρο της Α δημιουργώντας το σύστημα ράβδος – σφαιρίδιο το οποίο έχει ροπή αδράνειας που δίνεται από τη σχέση $I = \frac{4}{3}mL^2$. Το σύστημα ράβδος – σφαιρίδιο ξεκινά να περιστρέφεται γύρω από το άκρο Ο της ράβδου.



Να βρείτε:

α. Τη ροπή αδράνειας Ιρ της ράβδου, ως προς τον άξονα περιστροφής που περνά από το άκρο Ο.

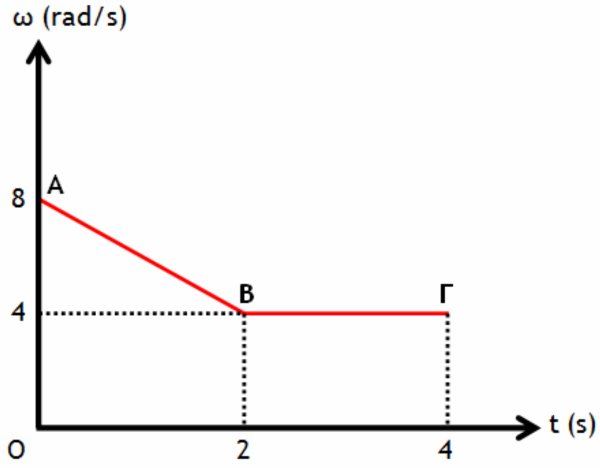
β. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω του συστήματος ράβδος – σφαιρίδιο αμέσως μετά την κρούση.

γ. Τη μείωση της μηχανικής ενέργειας του συστήματος λόγω της κρούσης.

δ. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος ράβδος – σφαιρίδιο dL/dt όταν βρίσκεται στη θέση ΟΒ, η οποία σχηματίζει γωνία φ=30^o με την αρχική της θέση.

Δίνονται: g=10 m/s^2

320. Ένα στερεό Σ περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα ως προς τον οποίο παρουσιάζει ροπή αδράνειας $I=0,2\ kgm^2$. Η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας του στερεού Σ ως προς το χρόνο δίνεται στο διάγραμμα:



Να βρείτε:

α. την αλγεβρική τιμή της γωνιακής επιτάχυνσης του στερεού τις χρονικές στιγμές $t_1=1s$ και $t_3=3s$.

β. τον αριθμό των περιστροφών που εκτέλεσε το στερεό από $t_A=0$ μέχρι $t_Γ=4$ s.

γ. την ισχύ της δύναμης που ασκείται στο στερεό τη χρονική στιγμή $t_1=1$ s.

δ. το μέτρο της στροφορμής του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής του τη χρονική στιγμή $t_B=2s$.

321. Ένας οριζόντιος δίσκος μπορεί να στρέφεται στο οριζόντιο επίπεδο γύρω από ακλόνητο κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Αρχικά ο δίσκος είναι ακίνητος. Τη χρονική στιγμή t=0 ασκείται στο δίσκο σταθερή ροπή, με αποτέλεσμα ο δίσκος να αποκτήσει γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $α_{γων}=10\ rad/s^2$. Να βρείτε:

α. το μέτρο της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας Δω σε χρονικό διάστημα Δt=4 s.

β. τη ροπή αδράνειας I του δίσκου, αν στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt=4 s η μεταβολή του μέτρου της στροφορμής του δίσκου είναι $ΔL=0,8\ kgm^2/s$.

γ. Τη στιγμιαία ισχύ P_1 της ροπής που στρέφει το δίσκο, τη χρονική στιγμή $t_1=2s$.

δ. Τον αριθμό των στροφών N_1 που έχει εκτελέσει ο δίσκος από τη χρονική στιγμή t=0 μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1=2$ s.

322. Οι τροχοί ενός ποδηλάτου έχουν ακτίνα R=0,3 m και μάζα m=2kg ο καθένας. Το ποδήλατο κινείται στην κατεύθυνση από το νότο προς το βορρά με ταχύτητα 6m/s Ο ποδηλάτης φρενάρει ομαλά και το σύστημα σταματά μετά από 3s. Σε όλη τη διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης οι τροχοί κυλίονται. Για τον κάθε τροχό:

α. να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειάς του, αν θεωρήσετε ότι όλη η μάζα του είναι συγκεντρωμένη στην περιφέρεια.

β. να βρείτε πώς μεταβάλλεται η γωνιακή ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο.

γ. να γράψετε τη σχέση που συνδέει το μέτρο της στροφορμής του σε συνάρτηση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε.

δ. να υπολογίσετε τη ροπή που τον επιβράδυνε και να σχεδιάσετε το διάνυσμά της, καθώς και το διάνυσμα της αρχικής γωνιακής ταχύτητας.

323. Η λεπτή, ομογενής ράβδος ΟΑ του σχήματος έχει μήκος L, μάζα M και μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα (άρθρωση) που διέρχεται από το άκρο της Ο. Στο άλλο άκρο Α της ράβδου είναι δεμένο ένα αβαρές νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου είναι αναρτημένο, μέσω τροχαλίας α-κτίνας R, ένα σώμα Σ μάζας $m_1 = 0,1\sqrt{5}kg$.

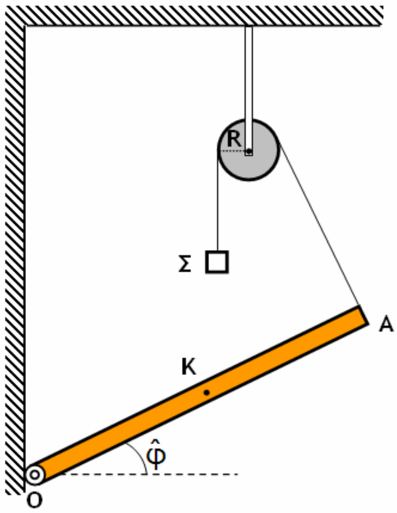
Το νήμα είναι κάθετο στη ράβδο ΟΑ στο άκρο της Α. Η ράβδος, το σώμα Σ και η τροχαλία ισορροπούν ακίνητα, με τη ράβδο να σχηματίζει γωνία φ=45^o με το οριζόντιο δάπεδο. Να βρείτε:

α. το μέτρο της τάσης T_1 του νήματος στο σημείο Α.

β. τη μάζα Μ της ράβδου.

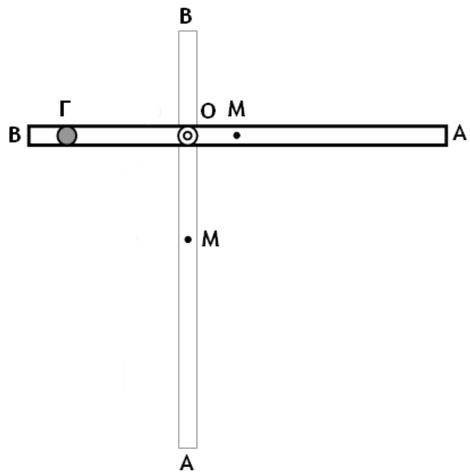
γ. το μήκος L της ράβδου, αν η ροπή αδράνειάς της ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο είναι $I_o = 15\sqrt{10}\cdot 10^{-4} kg\cdot m^2$.

δ. Το μέτρο της δύναμης F που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο.



Δίνονται: Η επιτάχυνση βαρύτητας g=10 m/s^2 και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται απο το κέντρο μάζας είναι $I_{cm} = \frac{1}{12}mL^2$.

324. Λεπτή ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΒΑ με μήκος $L = 0,6\sqrt{3}m$ και μάζα Μ=5 kg ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο σημείο της Ο υπάρχει ακλόνητη οριζόντια άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται στο κατακόρυφο επίπεδο χωρίς τριβές, ενώ στο σημείο Γ υπάρχει στερεωμένο αμελητέων διαστάσεων σφαιρίδιο μάζας m_1. Η απόσταση (ΓΟ) είναι ίση με 30 cm, ενώ η απόσταση (ΟΜ) είναι ίση με 10 cm, όπου Μ είναι το μέσο της ράβδου ΒΑ.



α. Να υπολογίσετε τη μάζα m_1.

β. Ενώ το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία προσκολλάμε στο σημείο Μ σημειακή μάζα m_2=65/99 kg με συνέπεια η ράβδος υπό την επίδραση της βαρύτητας να περιστραφεί χωρίς τριβές γύρω από το σημείο Ο.

Να υπολογίσετε:

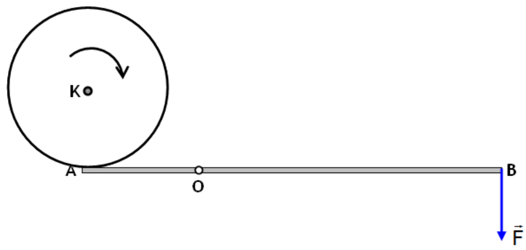
β1. Τη ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο Ο.

β2. Τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος ράβδου-μαζών στην οριζόντια θέση αμέσως μετά την προσκόλληση της μάζας m_2.

β3. Τη στροφορμή συστήματος ράβδου-μαζών στην κατακόρυφη θέση.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{12}mL^2$, g=10 m/s^2

325. Ο τροχός του σχήματος έχει ακτίνα R=0,1 m και στρέφεται γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του με στροφορμή μέτρου Lo=20 kgm^2/s. Η ράβδος ΑΟΒ του σχήματος έχει μήκος d=0,4m, είναι αβαρής και μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα που περνά από το σημείο Ο και είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής του τροχού. Τη



χρονική στιγμή to=0 ασκείται στο άκρο Β της ράβδου κατακόρυφη δύναμη μέτρου F=400 N με αποτέλεσμα η ράβδος να εφάπτεται στον τροχό στο άκρο της Α. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια, ενώ ο τροχός, λόγω τριβών στο σημείο επαφής με τη ράβδο, επιβραδύνεται και τελικά σταματά. Η τριβή ολίσθησης που ασκεί η ράβδος στον τροχό, όσο αυτός περιστρέφεται, έχει μέτρο $T_{ολ}$=10 N.

Να βρείτε:

α. Την απόσταση (ΑΟ).

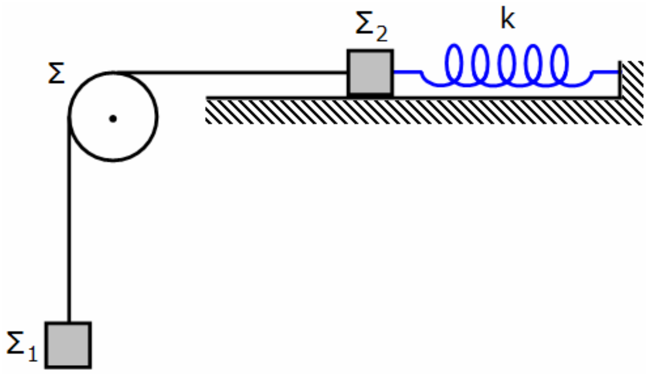
β. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του τροχού, dL/dt, κατά τη διάρκεια της στροφικής του κίνησης.

γ. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του τροχού, dK/dt, τη στιγμή που το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας είναι το μισό από το αρχικό.

δ. Τη χρονική στιγμή t1 κατά την οποία ο τροχός ακινητοποιείται καθώς και τη μέση ισχύ Pμ της ροπής που τον ακινητοποίησε (σε απόλυτη τιμή).

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του I=2 kgm^2 και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ τροχού και της ράβδου μ=0,1.

326. Η τροχαλία Σ του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα της, είναι I=0,01 kgm^2 και η ακτίνα της είναι R=0,1 m. Γύρω από την τροχαλία είναι τυλιγμένο πολλές φορές λεπτό αβαρές και μη εκτατό νήμα, το οποίο δεν ολισθαίνει πάνω στην τροχαλία. Στη μία άκρη του νήματος έχει αναρτηθεί το σώμα $Σ_1$. Στην άλλη άκρη του νήματος έχει προσδεθεί το σώμα $Σ_2$, το οποίο βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σύστημα ισορροπεί ακίνητο με τη βοήθεια ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100 N/m, στο οποίο έχει προσδεθεί στο ένα άκρο του το σώμα $Σ_2$ και το άλλο άκρο του σε ακλόνητο στήριγμα. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ έχουν μάζα m=1 kg το καθένα.



α. Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης $F_{ελ}$ που ασκεί το ελατήριο στο σώμα $Σ_2$, όταν το σύστημα ισορροπεί.

β. Τη χρονική στιγμή t=0 κόβουμε το νήμα στο σημείο που συνδέει το σώμα $Σ_2$ με την τροχαλία, με αποτέλεσμα η τροχαλία να ξεκινήσει να περιστρέφεται και το σύστημα ελατήριο – $Σ_2$ να ξεκινήσει απλή αρμονική ταλάντωση.

Να βρείτε:

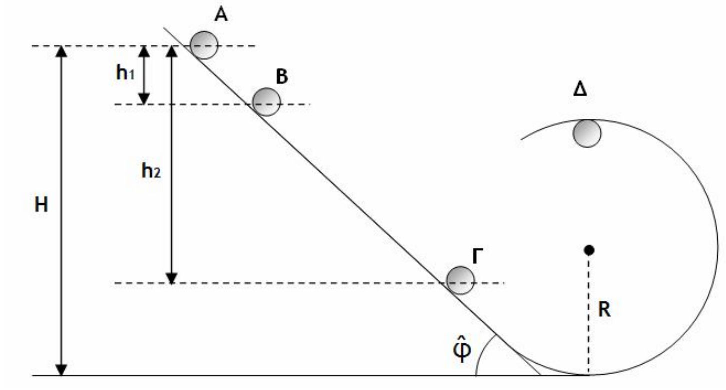
β1. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης $α_{γων}$ της τροχαλίας.

β2. Πόσο έχει κατέβει το σώμα $Σ_1$ από τη χρονική στιγμή t=0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της τροχαλίας γίνεται αριθμητικά ίσο με τη γωνιακή συχνότητα της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συστήματος ελατήριο – $Σ_2$.

β3. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας dK/dt τη χρονική στιγμή t_1 όπως αυτή καθορίζεται στο προηγούμενο ερώτημα.

Δίνεται: g=10 m/s^2.

327. Μια συμπαγής ομογενής σφαίρα μάζας m=0,7 kg και ακτίνας r , αφήνεται από το σημείο Α ενός πλάγιου επιπέδου που σχηματίζει γωνία φ με το οριζόντιο δάπεδο. Το σημείο Α βρίσκεται σε ύψος Η=84 ψμ από το οριζόντιο δάπεδο. Η σφαίρα καθώς κατέρχεται κυλιόμενη διέρχεται από τα σημεία Β και Γ που απέχουν από το σημείο Α κατακόρυφη απόσταση h_1και h_2 αντίστοιχα, με $h_2=4h_1$. Μόλις η σφαίρα φτάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου, μπαίνει σε κυκλική στεφάνη ακτίνας R=28 cm. Η σφαίρα κυλιόμενη εντός της κυκλικής στεφάνης εκτελεί ανακύκλωση.



α. Να βρείτε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας, acm , της σφαίρας κατά την κίνησή της στο πλάγιο επίπεδο.

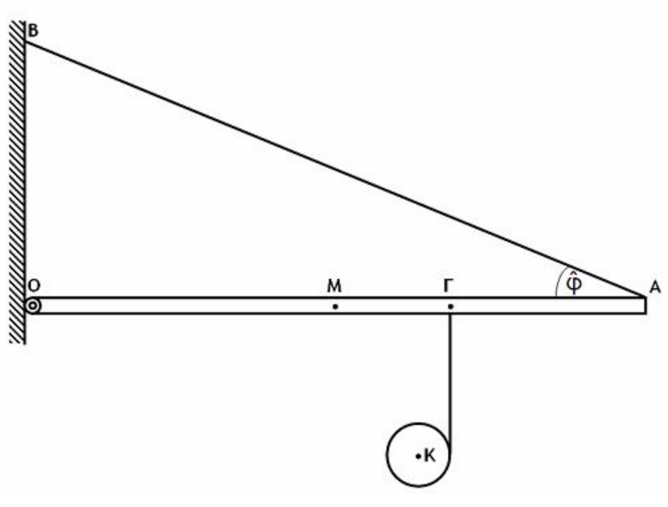
β. Να βρείτε το λόγο των μέτρων $L_B/L_Γ$ των στροφορμών της σφαίρας στις θέσεις Β και Γ.

γ. Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας u_{cm} στο ανώτερο σημείο της στεφάνης (σημείο Δ στο σχήμα).

δ. Να βρείτε το μέτρο της δύναμης Ν που δέχεται η σφαίρα από τη στεφάνη στο σημείο Δ.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της: $I_{cm}=\frac{2}{5}mr^2$, ημφ=0,7. Η ακτίνα της σφαίρας r είναι πολύ μικρή σε σχέση με την ακτίνα R της στεφάνης, $g=10\ m/s^2$.

328. Η ομογενής ράβδος ΟΑ του σχήματος έχει μάζα Μ=4 kg και μήκος L=2 m. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια άρθρωσης στο άκρο Ο και νήματος που είναι δεμένο στο άκρο Α και σχηματίζει γωνία 30^o με τη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Από ένα σημείο Γ της ράβδου έχει δεθεί μέσω αβαρούς σχοινιού ένα γιο-γιο μάζας m=12 kg, ο κύλινδρος του οποίου έχει ακτίνα R=0,1 m. Το γιο-γιο ελευθερώνεται και κατέρχεται διαγράφοντας κατακόρυφη τροχιά, χωρίς ποτέ το σχοινί να γλιστρά. Καθώς το γιο-γιο κατέρχεται το νήμα ΑΒ ασκεί στη ράβδο δύναμη μέτρου Τ=100 Ν.



Να βρείτε:

α. το μέτρο της επιτάχυνσης $α_{cm}$ του κέντρου μάζας Κ του γιο-γιο.

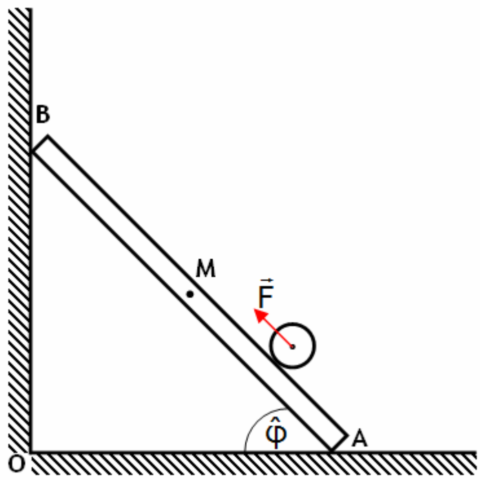
β. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του γιο-γιο ως προς τον ελεύθερο άξονα περιστροφής του, που περνά από το κέντρο του Κ.

γ. την απόσταση (ΟΓ).

δ. τη δύναμη F που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο (μέτρο και διεύθυνση ως προς τον οριζόντιο άξονα).

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του γιο-γιο ως προς τον ελεύθερο άξονα περιστροφής του $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$, g=10 m/s^2.

329. Η λεπτή ομογενής δοκός ΑΒ του σχήματος μήκους $L = 7{,}5\sqrt{2}m$ και μάζας Μ=20 kg ακουμπά σε λείο κατακόρυφο τοίχο ΟΒ και ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία φ =45^o με το οριζόντιο δάπεδο. Ένας ομογενής, λεπτός δίσκος μάζας m=1 kg και ακτίνας R κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει) κατά μήκος της δοκού προς το άκρο Β, υπό την επίδραση δύναμης μέτρου $F = 20\sqrt{2}m$, παράλληλης στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Να βρείτε:

α. το μέτρο της επιτάχυνσης a_{cm} του κέντρου μάζας του δίσκου.

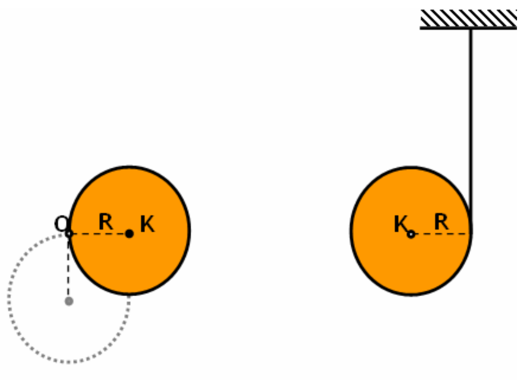
β. το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας u_{cm} του δίσκου τη στιγμή που φτάνει στο ανώτερο σημείο Β της δοκού, αν ο δίσκος ξεκίνησε να κινείται από τη βάση Α χωρίς ταχύτητα.

γ. Το μέτρο και τη διεύθυνση της δύναμης Α που ασκεί ο δίσκος στη ράβδο.

δ. Τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής μεταξύ δοκού και δαπέδου ώστε ο δίσκος να φτάσει στο άκρο Β της δοκού, χωρίς η δοκός να ολισθήσει στο δάπεδο.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς το κέντρο μάζας του $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$, g=10 m/s^2.

330. Ο λεπτός ομογενής δίσκος του σχήματος (α) έχει μάζα Μ=9 kg, ακτίνα R=1/30 m και μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο της περιφέρειάς του.
Αρχικά ο δίσκος βρίσκεται σε τέτοια θέση, ώστε η ακτίνα ΟΚ που συνδέει το σημείο Ο με το κέντρο μάζας Κ του δίσκου (που συμπίπτει με το κέντρο του δίσκου), να είναι οριζόντια. Από αυτή τη θέση αφήνουμε το δίσκο να στραφεί. Η γωνιακή επιτάχυνση με την οποία ο δίσκος ξεκινά τη στροφική του κίνηση έχει μέτρο α_γ=200 rad/s^2.



(α) (β)

Να βρείτε:

α. Τη ροπή αδράνειας $I_{(O)}$ του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του που διέρχεται από το σημείο Ο.

β. Τυλίγουμε πολλές φορές ένα αβαρές, μη εκτατό νήμα γύρω από έναν ίδιο δίσκο και την ελεύθερη άκρη του νήματος τη στερεώνουμε στην οροφή, σχηματίζοντας ένα γιο-γιο, όπως φαίνεται στο σχήμα (β). Αφήνουμε ελεύθερο το δίσκο και αυτός ξεκινά να κατέρχεται με το νήμα διαρκώς κατακόρυφο και χωρίς αυτό να γλιστρά ως προς το δίσκο.

γ. Να βρείτε τη ροπή αδράνειας I_{cm} του δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

δ. Να δείξετε ότι η τάση του νήματος που ασκείται στο δίσκο δε μεταβάλλει την συνολική κινητική του ενέργεια.

ε. Να βρείτε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω του δίσκου όταν έχει ξετυλιχθεί νήμα με μήκος ίσο με την ακτίνα του δίσκου.

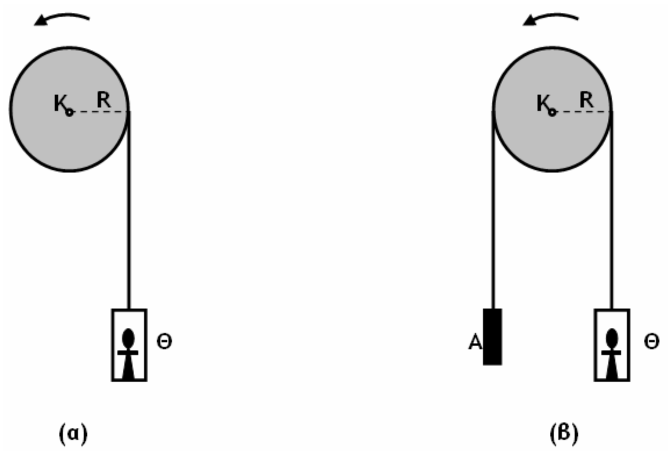
ζ. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της στροφικής κινητικής ενέργειας του δίσκου όταν έχει ξετυλιχθεί νήμα με μήκος ίσο με την ακτίνα του δίσκου.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g=10\ m/s^2$. Επίσης δεν θεωρείται γνωστός ο τύπος της ροπής αδράνειας ομογενή δίσκου για άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του.

331. Ο ανελκυστήρας του σχήματος (α) αποτελείται από το θάλαμο επιβατών συνολικού βάρους $ω_θ=2000$ N και το τύμπανο περιέλιξης του συρματόσχοινου ακτίνας R=0,25m, στο οποίο έχει προσαρμοστεί ο κινητήρας του ανελκυστήρα. Ο θάλαμος ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα μέτρου u=1 m/s.

α. Να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τυμπάνου.

β. Να υπολογίσετε την ισχύ του κινητήρα.

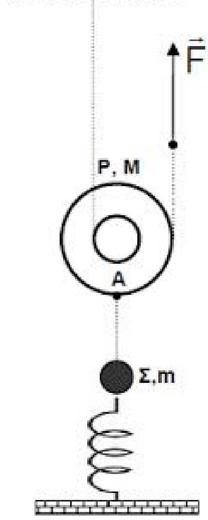


γ. Στο σχήμα (β) δείχνεται ο ίδιος ανελκυστήρας στον οποίο έχει προσαρμοστεί ένα αντίβαρο Α βάρους $w_A=1800$ N. Ο θάλαμος ανεβαίνει πάλι με σταθερή ταχύτητα μέτρου u=1m/s.

γ1. Να υπολογίσετε τη νέα ροπή του κινητήρα, που ασκείται στο τύμπανο.

γ2. Να υπολογίσετε τη νέα ισχύ του κινητήρα.

332. Στερεό Ρ μάζας Μ=8Kg αποτελείται από ομόκεντρους ομογενείς δίσκους δ και Δ, με ακτίνες r και R=2r αντίστοιχα, στις περιφέρειες των οποίων έχουν τυλιχθεί πολλές φόρες αβαρή μη εκτατά νήματα. Η ροπή αδρανείας του στέρεου Ρ ως προς κάθετο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του είναι $I=Mr^2$.

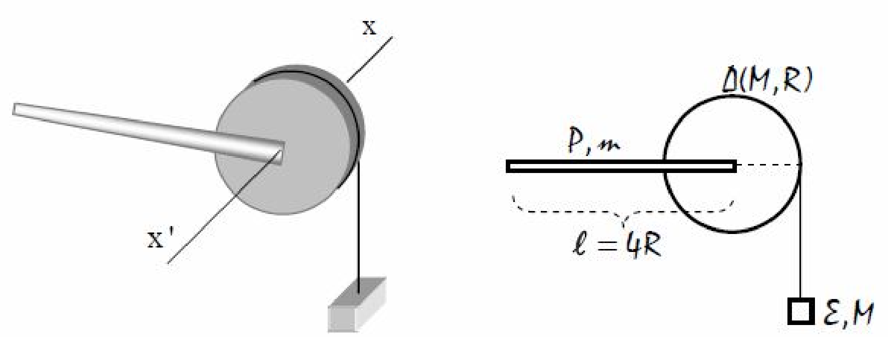


Υλικό σημείο Σ μάζας m=1Kg είναι κολλημένο στο άνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς Κ=100N/m, το κάτω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο. Ο άξονας του ελατηρίου διέρχεται από το κέντρο του στερεού Ρ. Το κατώτατο σημείο Α του στερεού Ρ έχει δεθεί μέσω αβαρούς νήματος με το υλικό σημείο Σ.

α. Το νήμα του δίσκου δ έχει δεθεί σε οροφή, ενώ αυτό του δίσκου Δ έλκεται από κατακόρυφη δύναμη F ώστε η διάταξη να ισορροπεί, όπως φαίνεται στο

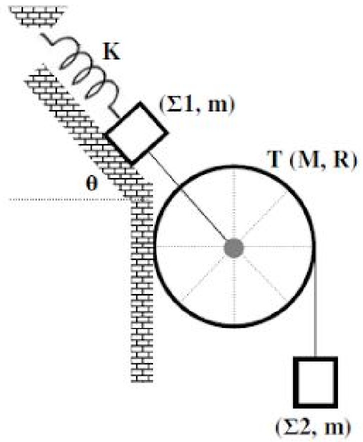
σχήμα, με τα νήματα κατακόρυφα και τεντωμένα και το ελατήριο στο φυσικό του μήκος. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F.
Τη χρονική στιγμή t_0=0 κόβουμε το νήμα ΑΣ.
β. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση απομάκρυνσης ταλάντωσης του υλικού σημείου Σ, θεωρώντας την αρχική απομάκρυνση θετική.
γ. Να υπολογίστε τη μεταφορική επιτάχυνση του στερεού Ρ. Τα νήματα δε γλιστρούν στις περιφέρειες των δίσκων.
δ. Να βρείτε τη χρονική στιγμή που κινητική ενέργεια του στερεού Ρ ισούται με την ενέργεια ταλάντωσης του υλικού σημείου Σ.
Όλες οι κινήσεις γίνονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Αγνοήστε την αντίσταση του αέρα.
Δίνεται $g=10m/s^2$.
Απ: α. 30 Ν β. x= 0,1 ημ(10t +π/2) (S.I) γ. 0,625 m/s^2 δ. 0,4 s

333. Στερεό Π αποτελείται από ομογενή δίσκο Δ μάζας M=10kg και ακτίνας R=1m στο επίπεδο του οποίου, είναι κολλημένη λεπτή ομογενής ράβδος Ρ, μάζας m=3Kg, και μήκους l=4R.Το άκρο της ράβδου Ρ ταυτίζεται με το κέντρο του δίσκου Δ. Το στερεό Π μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές περί ακλόνητου οριζοντίου άξονα x'x που διέρχεται από το κέντρο του δίσκου Δ. Υλικό σημείο Σ, μάζας M=10Kg κρέμεται από αβαρές μη εκτατό νήμα το όποιο είναι πολλές φόρες τυλιγμένο στην περιφέρεια του δίσκου Δ.



α. Να υπολογίσετε τα χαρακτηριστικά της ελάχιστης απαιτούμενης δύναμης F, στο στερεό Π, ώστε η διάταξη να συγκρατείται ακίνητη, με τη ράβδο Ρ σε οριζόντια θέση, όπως στο σχήμα.
Αφήνουμε τη διάταξη να κινηθεί, οπότε το νήμα αρχίζει να ξετυλίγεται κατακόρυφα χωρίς να γλιστρά στην επιφάνεια του δίσκου Δ.
β. Όταν το στερεό Π έχει στραφεί κατά Δφ=60°, για πρώτη φορά, να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της ράβδου Ρ, ως προς τον άξονα x'x.
γ. Να υπολογίσετε το κλάσμα της ολικής κινητικής ενέργειας της διάταξης που αντιστοιχεί στη ράβδο Ρ, κατά την κίνησή της.
δ. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια της ράβδου Ρ όταν περνά από την κατακόρυφη θέση για πρώτη φορά.
Η ροπή αδράνειας της ράβδου Ρ και του δίσκου Δ, ως προς τον άξονα x'x, είναι I_P= 1/3 $mℓ^2$ και $I_Δ$= ½ MR^2 αντίστοιχα. Η διάταξη βρίσκεται διαρκώς στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Δίνεταιg=$10m/s^2$

334. Ιδανικό ελατήριο σταθεράς K=100N/m έχει τον άξονά του παράλληλα σε λείο πλάγιο επίπεδο κλίσης θ. Το άνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ενώ στο κάτω άκρο είναι δεμένο μικρό σώμα $Σ_1$ μάζας m=1Kg.



Ομογενής κυκλικός τροχός Τ μάζας M=2m έχει τον άξονά του δεμένο στο σώμα $Σ_1$ μέσω αβαρούς νήματος που δεν επηρεάζει την περιστροφή του και είναι παράλληλο στο πλάγιο επίπεδο. Στην περιφέρεια του τροχού Τ έχει τυλιχθεί αβαρές μη εκτατό νήμα από το οποίο κρέμεται μικρό σώμα $Σ_2$μάζας m=1kg. Ο τροχός Τ εφάπτεται σε κατακόρυφο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ.

Το σώμα $Σ_1$ και άξονας του τροχού ισορροπούν. Το σώμα $Σ_2$ επιταχύνεται κατακόρυφα προς τα κάτω με επιτάχυνση μέτρου $α=2m/s^2$ περιστρέφοντας τον τροχό. Το νήμα δε γλιστρά στην επιφάνεια του τροχού.

Η ροπή αδρανείας του τροχού ως προς τον άξονά του είναι $I=MR^2$. Όλες οι κινήσεις γίνονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Αγνοήστε την αντίσταση του αέρα. Δίνεται: $g=10m/s^2$, ημθ=0,8, συνθ=0,6

α. Να υπολογίσετε το μέτρο και τη φορά της δύναμης τριβής μεταξύ του τροχού Τ και του κατακόρυφου επιπέδου.

β. Να υπολογίσετε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μ.

γ. Να υπολογίσετε την αύξηση της κινητικής ενέργειας του συστήματος τροχός Τ-σώμα $Σ_2$για κάθε μέτρο νήματος που ξετυλίγεται.

δ. Κόβουμε το νήμα που συνδέει τον άξονα του τροχού με το σώμα $Σ_1$. Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης του σώματος $Σ_1$.

Απ: α. 8 N β. 1/6 γ. 6 J/m δ. 0,08 m

335. Δύο ομογενείς δίσκοι στρέφονται γύρω από κοινό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από τα κέντρα τους και είναι κάθετος στο επίπεδό τους. Μεταξύ των δίσκων και του άξονα περιστροφής δεν υπάρχουν τριβές. Ο κάτω δίσκος έχει ροπή αδράνειας $I_1=10kg \cdot m^2$ και γωνιακή ταχύτητα μέτρου $ω_1=20rad/s$. Ο πάνω δίσκος έχει ροπή αδράνειας $I_2=5kg \cdot m^2$ και γωνιακή ταχύτητα μέτρου $ω_2=16rad/s$. Οι γωνιακές ταχύτητες των δίσκων είναι αντίρροπες όπως στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή t=0 φέρουμε τους δίσκους σε επαφή χωρίς να συμβεί αναπήδηση και παρατηρούμε ότι οι γωνιακές ταχύτητες αρχίζουν να μεταβάλλονται λόγω των τριβών που εμφανίζονται στις επιφάνειές τους και κάποια στιγμή οι δίσκοι αποκτούν κοινή γωνιακή ταχύτητα. Μια χρονική στιγμή t_1, πριν αποκτηθεί η κοινή γωνιακή ταχύτητα, μηδενίζεται στιγμιαία η γωνιακή ταχύτητα του ενός δίσκου.

α. Να υπολογίσετε το μέτρο και τη κατεύθυνση της γωνιακής ταχύτητας του άλλου δίσκου τη στιγμή t1.

β. Να υπολογίσετε την αύξηση της θερμικής ενέργειας των δίσκων από 0 μέχρι t_1.

γ. Να υπολογίσετε το έργο της τριβής που ασκείται σε κάθε δίσκο μέχρι τη στιγμή t_1. Τι μετράει το καθένα από αυτά τα έργα;

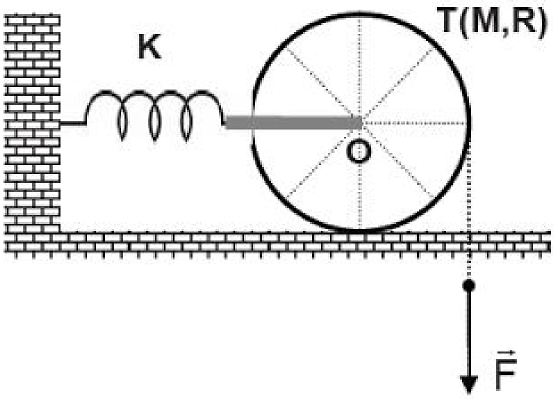
δ. Να εξηγήσετε γιατί τα παραπάνω έργα δεν είναι αντίθετα παρά το γεγονός ότι οι δυνάμεις των τριβών έχουν σχέση δράσης-αντίδρασης.

Τη χρονική στιγμή t_2 οι δίσκοι αποκτούν κοινή γωνιακή ταχύτητα.

α. Να υπολογίσετε το μέτρο και την κατεύθυνση της κοινής γωνιακής ταχύτητας.

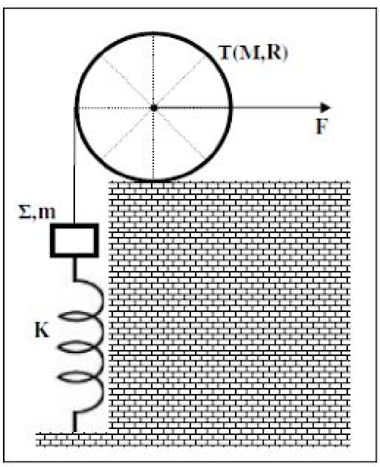
β. Να υπολογίσετε την αύξηση της θερμικής ενέργειας των δίσκων από t1 μέχρι t_2.
γ. Να υπολογίσετε το έργο της τριβής που ασκείται σε κάθε δίσκο από t_1 έως t_2. Τι μετράει το καθένα από αυτά τα έργα;

336. Ομογενής κυκλικός τροχός Τ ακτίνας R και μάζας M=10Kg εφάπτεται σε οριζόντιο επίπεδο. Στην περιφέρεια του τροχού Τ είναι τυλιγμένο αβαρές μη εκτατό νήμα μεγάλου μήκους. Οάξονας Ο του τροχού είναι συνδεδεμένος μέσω οριζόντιας άκαμπτης αβαρούς ράβδου με το ελεύθερο άκρο ιδανικού οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς K=100N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο. Η διάταξη αρχικά ηρεμεί.



Στο ελεύθερο άκρο του νήματος εφαρμόζουμε σταθερή κατακόρυφη δύναμη μέτρου F=10N όπως φαίνεται στο σχήμα. Το νήμα ξετυλίγεται κατακόρυφα χωρίς να γλιστρά ενώ τροχός Τ κυλίεται χωρίς ολίσθηση.
α. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του άξονα του τροχού Τ σε συνάρτηση με την επιμήκυνση του ελατηρίου.
β. Αν ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ τροχού και δαπέδου είναι μ_S=0,5 να υπολογίσετε τη μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου για την οποία ο τροχός Τ δεν ολισθαίνει.
γ. Να υπολογίσετε το ποσοστό της ενέργειας που παρέχει η δύναμη F, το οποίο μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια περιστροφής του τροχού Τ, αν το ελατήριο υποστεί επιμήκυνση Δx=0,1m.
δ. Να δείξετε ότι αν καταργηθεί η δύναμη F, ενώ το ελατήριο έχει υποστεί επιμήκυνση, ο άξονας του τροχού Τ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς.
Μεταξύ της ράβδου και του τροχού δεν εμφανίζονται τριβές. Θεωρήστε ότι η μάζα του τροχού είναι συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του. Η διάταξη βρίσκεται διαρκώς στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Δίνεται $g=10m/s^2$.
Απ: α. a_{cm}=0,5-5Δx (SI) β. 1 m γ. 25% δ. 50 N/m

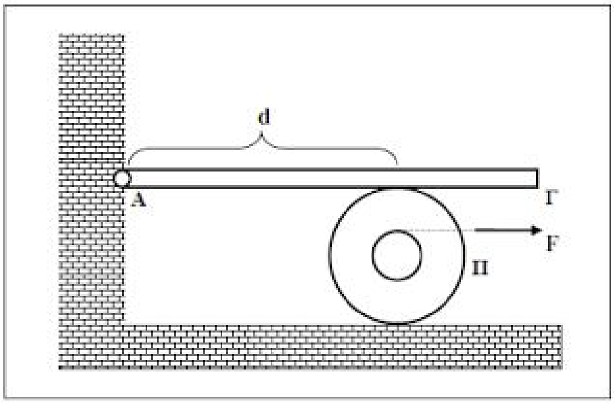
337. Ομογενής άκαμπτος κυκλικός τροχός Τ μάζας M=10kg εφάπτεται σε οριζόντιο επίπεδο. Η περιφέρεια του τροχού Τ είναι τυλιγμένη με αβαρές νήμα το ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε μικρό σώμα Σ μάζας m=1kg. Το σώμα Σ είναι κολλημένο στο άνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=100N/m το κάτω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο. Το κέντρο του τροχού έλκεται από σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=20N. Η διάταξη ισορροπεί με το νήμα τεντωμένο στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η διάταξη βρίσκεται συνεχώς στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Η μάζα του τροχού Τ είναι συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του. Αντίσταση αέρα δεν υπάρχει. Δίνεται $g=10m/s^2$.π^2=10.



α. Να υπολογίσετε την παραμόρφωση του ελατηρίου.
Τη χρονική στιγμή t_0=0 κόβουμε το νήμα. Τροχός Τ κυλίεται χωρίς ολίσθηση ενώ το σώμα Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε
β. το πλάτος ταλάντωσης του σώματος Σ.
γ. τη μετατόπιση του κέντρου του τροχού Τ όταν το σώμα Σ φτάνει στην

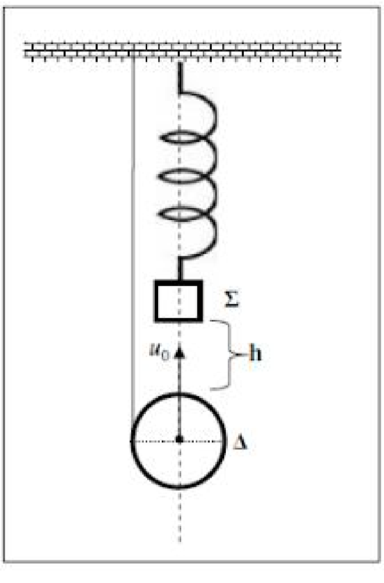
κατώτατη θέση του για πρώτη φορά.
Απ: α.0,1 m β. 0,2 m γ. 0,2 m

338. Λεπτή άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους L και μάζας M=3kg έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και στηρίζεται σε στερεό Π, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σημείο επαφής απέχει από την άρθρωση d=0,8L. Το στερεό Π αποτελείται από ομόκεντρους δίσκους με ακτίνες R και 2R και εφάπτεται σε οριζόντιο επίπεδο. Ο δίσκος ακτίνας R είναι τυλιγμένος με αβαρές μη εκτατό νήμα μεγάλου μήκους το ελεύθερο άκρο του οποίου έλκεται από σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=10N.



Η διάταξη ισορροπεί με τη ράβδο ΑΓ σε οριζόντια θέση. Να υπολογίσετε
α. το μέτρο της στατικής τριβής μεταξύ στερεού Π και ράβδου ΑΓ.
β. την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος ΑΓ από το στερεό Π.
Εφαρμόζουμε στη ράβδο σταθερή ροπή ως προς την όρθωση μέτρου τ=(15/π)N.m και αυτή στρέφεται χωρίς τριβή. Το στερεό Π κυλίεται χωρίς ολίσθηση καθώς το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογίσετε
γ. τη μεταφορική ταχύτητα του στερεού Π όταν έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους ℓ=1m.
δ. το μήκος L της ράβδου αν τη στιγμή που έχει στραφεί κατά θ_1=30° έχει κινητική ενέργεια K_1=10J.
Όλες οι κινήσεις γίνονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Η ροπή αδρανείας του στερεού Π ως προς άξονα που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδο του είναι $I=MR^2$. Αντίσταση αέρα δεν υπάρχει. Δίνεται $g=10m/s^2$.
Απ: α. 7,5 N β. 18,75 N γ. 4 m/s δ. 1 m

339. Μικρό σώμα (Σ) μάζας m=1kg ηρεμεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=100N/m το άνω άκρο του οποίου είναι δέσμιο. Γιογιό αποτελείται από κυκλική λεπτή ομογενή άκαμπτη στεφάνη (Δ), μάζας M=3kg, τυλιγμένη με αβαρές μη εκτατό νήμα.Το ελεύθερο άκρο του νήματος είναι δεμένο. Προσδίδουμε στη στεφάνη (Δ) κατακόρυφη μεταφορική ταχύτητα u_0 και αυτή ανέρχεται περιστρεφόμενη περί του κέντρου της καθώς το νήμα τυλίγεται χωρίς ολίσθηση παραμένοντας κατακόρυφο. Το κέντρο της κινείται στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Όλες οι κινήσεις γίνονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Αντίσταση αέρα δεν υπάρχει. Δίνεται $g=10m/s^2$.



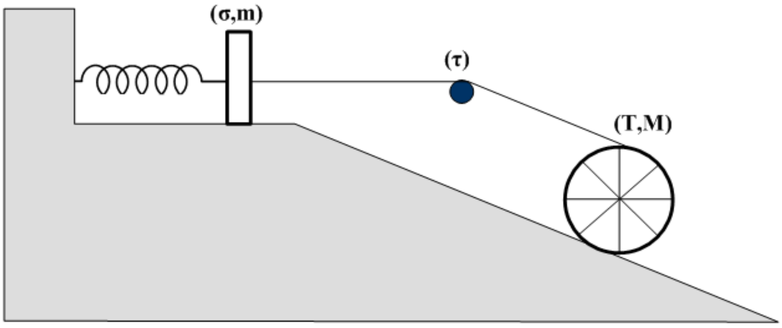
α. Η στεφάνη (Δ) έχει μηδενική ταχύτητα τη στιγμή που φτάνει στο σώμα (Σ).Αν η διάρκεια της ανοδικής κίνησής της είναι Δt=2s να υπολογίσετε την αρχική κατακόρυφη απόσταση h μεταξύ στεφάνης (Δ) και σωματος (Σ).

β. Να υπολογίσετε την ακτίνα R της στεφάνης (Δ) αν το μέτρο της στροφορμής είναι L_1=15 Kgm^2 όταν η κινητική της ενέργεια είναι K_1=75J.

γ. Η στεφάνη (Δ) προσκολλάται στο σώμα (Σ) και την ίδια στιγμή κόβουμε το νήμα. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης ταλάντωσης θεωρώντας t_0=0 τη στιγμή επαφής. Θεωρήστε τον ημιάξονα Oy προσανατολισμένο κατακόρυφα προς τα επάνω και το συσσωμάτωμα σημειακό αντικείμενο.

Απ: α.10 m β. 1 m γ. y=0,3ημ(5t+π/2) (SI)

340. Ομογενής κυκλικός τροχός (Τ) ακτίνας R=1m εφάπτεται σε πλάγιο επίπεδο που σχηματίζει γωνία θ=30° με το οριζόντιο επίπεδο. Το ανώτατο σημείο του τροχού είναι δεμένο μέσω αβαρούς νήματος με μικρό σώμα (σ) μάζας m=1kg. Το σώμα (σ) εφάπτεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=100N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι δέσμιο. Το νήμα έχει περαστεί από αβαρή τροχαλία (τ) ώστε το τμήμα που συνδέει το σώμα (σ) με την τροχαλία (τ) έχει διεύθυνση που συμπίπτει με τον άξονα του ελατηρίου ενώ το τμήμα του που συνδέει τον τροχό (Τ) με την τροχαλία (τ) είναι παράλληλο με το πλάγιο επίπεδο. Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται κατακόρυφη επίπεδη διατομή της διάταξης, παράλληλα στην οποία γίνονται όλες οι κινήσεις. Αντίσταση αέρα δεν υπάρχει. Δίνεται $g=10m/s^2$.

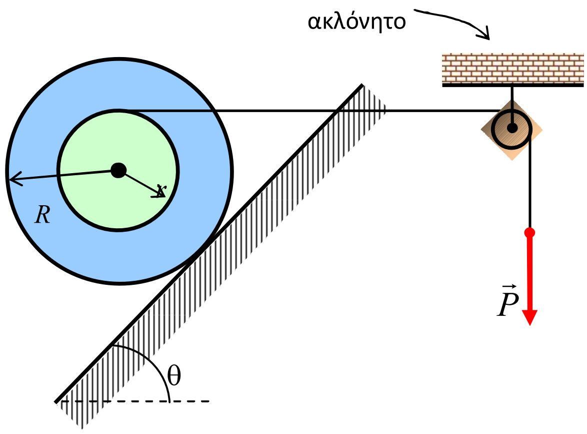


α. Η διάταξη ισορροπεί και το ελατήριο έχει υποστεί επιμήκυνση Δℓ=0,1m. Να υπολογίσετε τη μάζα του τροχού (Τ).

β. Τη χρονική στιγμή t_0=0 κόβουμε και απομακρύνουμε το νήμα. Ο τροχός (Τ) κυλίεται χωρίς ολίσθηση ενώ το σώμα (σ) εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή t_1=2s το κέντρο του τροχού (Τ) έχει μετατοπιστεί κατά x_1=5m. Να δείξετε ότι η μάζα του τροχού είναι συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του.

γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος (σ) τη χρονική στιγμή t_2= που η στροφορμή σπίν του τροχού (Τ) έχει μέτρο: $L_2=\pi/4\ kg\cdot m^2/s$

Απ: α.4 kg β. 4 kgm^2 γ. $\sqrt{2}/2\,m/s$



341. Ένα καρούλι μάζας $m=2kg$ ηρεμεί σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσεως $\theta=60^\circ$ όπως φαίνεται στο σχήμα με τη βοήθεια αβαρούς νήματος στο ελεύθερο άκρο του οποίου ασκείται κατακόρυφη δύναμη $\vec{P}$. Το καρούλι έχει εσωτερική ακτίνα $r=200mm$ και εξωτερική ακτίνα $R=500mm$. Ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ καρουλιού και κεκλιμένου επιπέδου είναι $\mu=0,4$. Ο άξονας της μικρής τροχαλίας κρέμεται από σταθερό σημείο.

α. Κατά ποια κατεύθυνση ενεργεί η δύναμη της στατικής τριβής;

β. Ποια είναι η απαιτούμενη τιμή της δύναμης P για να ισορροπεί το καρούλι;

γ. Ποιο είναι το μέτρο της στατικής τριβής;

δ. Το καρούλι είναι στα πρόθυρα ολίσθησης;

342. Οριζόντιος δίσκος μπορεί να στρέφεται περί σταθερού κατακόρυφου άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Για την περιστροφή του δίσκου χρησιμοποιείται μεταβλητή ροπή ζεύγους τ. Η γραφική παράσταση της ροπής αυτής σε συνάρτηση με τη γωνία στροφής θ, κατά τη διάρκεια μίας πλήρης περιστροφής του δίσκου φαίνεται στο διάγραμμα.

α. Να υπολογιστεί το έργο της ροπής ζεύγους για κάθε πλήρη περιστροφή του δίσκου.

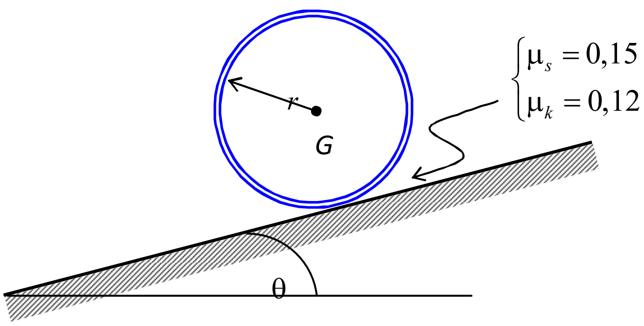
β. Να υπολογιστεί η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του δίσκου μετά από τρεις πλήρεις περιστροφές αυτού.

γ. Να υπολογιστεί η μέση ροπή ζεύγους κατά τη διάρκεια μίας πλήρης περιστροφής του δίσκου.

δ. Να υπολογιστεί ο μέσος ρυθμός προσφοράς ενέργειας (ισχύς) που απαιτείται εάν ο δίσκος περιστρέφεται με ρυθμό 30 στροφές το λεπτό.

Κατά τις πράξεις να λάβετε $\pi = 3,14$.

343. Ένας ομογενής δακτύλιος ακτίνας r=1 m και μάζας m=10 kg αφήνεται ελεύθερος πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσεως $\theta=30^o$. Εάν οι συντελεστές οριακής στατικής τριβής και τριβής ολισθήσεως είναι $\mu_s = \frac{1}{3}$ και $\mu_k = \frac{1}{4}$ αντιστοίχως να προσδιορίσετε:



α. Την γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{γων}$ του δακτυλίου.

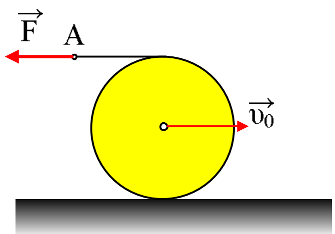
β. Μετά από πόσο αφότου αφέθηκε ελεύθερος, ο δακτύλιος θα έχει μετατοπιστεί κατά $0,3m$;

γ. Ποια είναι η ταχύτητα του κέντρου μάζας εκείνη την χρονική στιγμή;

δ. Τη δύναμη που δέχεται ο δακτύλιος από το επίπεδο.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 m/s^2$.

344. Σε οριζόντιο επίπεδο κυλίεται (χωρίς ολίσθηση) ένας βαρύς κύλινδρος μάζας M=100kg και ακτίνας R=0,4m με σταθερή ταχύτητα κέντρου μάζας υ_{0cm}=6m/s. Γύρω από τον κύλινδρο έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα και ασκώντας, στο άκρο του Α, τη στιγμή t=0, μια σταθερή οριζόντια δύναμη F, τον ακινητοποιούμε, μετά από λίγο. Το «φρενάρισμα» αυτό διαρκεί χρονικό διάστημα Δt=10s, στη διάρκεια του οποίου ο κύλινδρος κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει). Να βρεθούν:

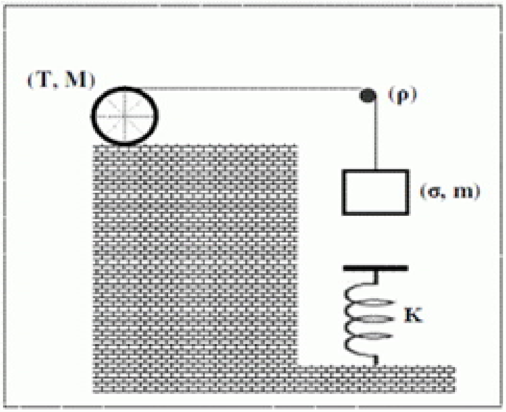


α. Η επιτάχυνση (επιβράδυνση) του κυλίνδρου και η απόσταση που διανύει, μέχρι να σταματήσει.

β. Το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F, καθώς και η τριβή που ασκείται στον κύλινδρο από το έδαφος.

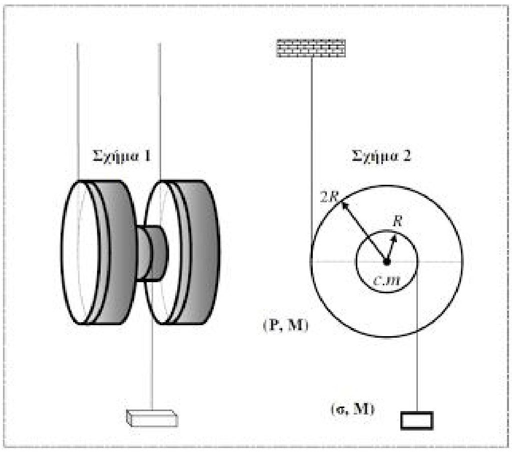
γ. Η ισχύς της δύναμης F και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής (μέτρο και κατεύθυνση) του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του, τη χρονική στιγμή t_2=5s
Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του I_{cm}= ½ MR^2 .

345. Ομογενής κυκλικός τροχός (Τ) μάζας Μ=8kg εφάπτεται σε οριζόντιο δάπεδο και είναι τυλιγμένος με αβαρές μη εκτατό νήμα μεγάλου μήκους. Το νήμα έχει περαστεί από αβαρή τροχαλία (ρ) και στο ελεύθερο άκρο του έχουμε κρεμάσει μικρό σώμα (σ) μάζας m=4kg. Το σύστημα τροχός (Τ)-σώμα (σ) συγκρατείται ακίνητο και το νήμα είναι τεντωμένο. Το τμήμα του νήματος που συνδέει τον τροχό (Τ) με την τροχαλία (ρ) είναι οριζόντιο. Ιδανικό ελατήριο σταθεράς Κ=100N/m ισορροπεί έχοντας το κάτω άκρο του στερεωμένο. Ο άξονάς του ταυτίζεται με τη διεύθυνση του νήματος από το οποίο κρέμεται το σώμα (σ).



Απελευθερώνουμε το σύστημα τροχός (Τ)-σώμα (σ). Ο τροχός κυλίεται χωρίς ολίσθηση καθώς το νήμα ξετυλίγεται από την επιφάνειά του χωρίς να ολισθαίνει. Το σώμα (σ) κατέρχεται κατακόρυφα. Να υπολογίσετε
α. τη μεταφορική επιτάχυνση του τροχού (Τ).
β. την αύξηση της μεταφορικής κινητικής ενέργειας του τροχού (Τ) όταν η συνολική η συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος τροχός (Τ)-σώμα (σ), είναι 100J.
γ. Το σώμα (σ) συναντά το ελατήριο έχοντας ταχύτητα u_0=1,5m/s και προσκολλάται ακαριαία στο ελεύθερο άκρο του, χωρίς απώλεια ενέργειας. Την ίδια στιγμή κόβουμε το νήμα. Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης.
Η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονά του είναι $I=MR^2$. Όλες οι κινήσεις γίνονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Αντίσταση αέρα δεν υπάρχει. Δίνεται g=10m/s^2.
Απ: α.2,5 m/s^2 β. 25 J γ. 0,5 m

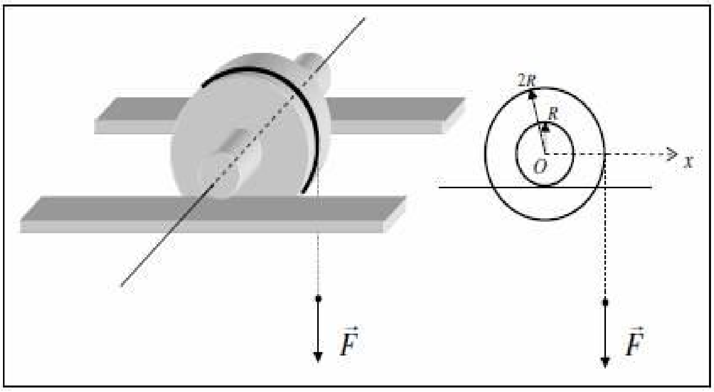
346. Στερεό (Ρ) συνολικής μάζας Μ=1Kg αποτελείται από ομογενείς ομοαξονικούς κυλίνδρους. Ο εσωτερικός κύλινδρος έχει ακτίνα R=1m και είναι τυλιγμένος με νήμα από το οποίο κρέμεται μικρό σώμα (σ) μάζας Μ=1Kg. Οι εξωτερικοί κύλινδροι έχουν ακτίνες 2R και είναι τυλιγμένοι με νήματα, τα ελεύθερα άκρα των οποίων είναι δεμένα σε οροφή. Τα νήματα είναι αβαρή μη εκτατά και έχουν μεγάλο μήκος. Στα παρακάτω σχήματα εικονίζεται η διάταξη (σχήμα 1) και μια κατακόρυφη επίπεδη διατομή της (σχήμα 2), παράλληλα στην οποία γίνεται η κίνηση. Το κέντρο μάζας του στερεού (Ρ) βρίσκεται στο μέσον του άξονά του και η ροπή αδράνειάς του ως προς αυτόν είναι $I=4MR^2$.



α. Εφαρμόζουμε στο στέρεο (Ρ) ζεύγος δυνάμεων στο επίπεδο του σχήματος 2, ώστε η διάταξη να συγκρατείται ακίνητη με τα νήματα κατακόρυφα και τεντωμένα. Να υπολογίσετε την ελάχιστη τιμή του μέτρου της κάθε δύναμης του ζεύγους.

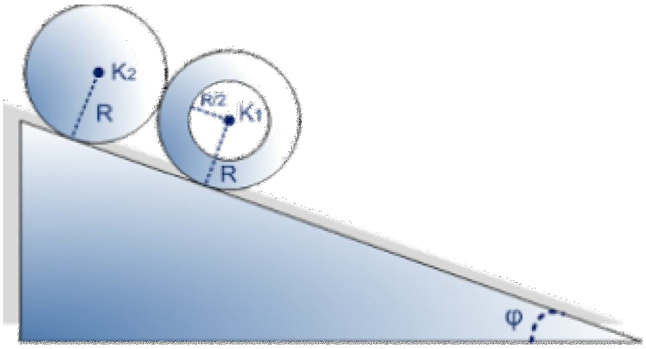
β. Καταργούμε το ζεύγος δυνάμεων και τα νήματα ξετυλίγονται χωρίς ολίσθηση παραμένοντας κατακόρυφα. Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του σώματος (σ) για κάθε μέτρο νήματος που ξετυλίγεται από τους εξωτερικούς κυλίνδρους.
γ. Να υπολογίσετε τη μεταφορική επιτάχυνση του στερεού (Ρ).
Αντίσταση αέρα δεν υπάρχει. Δίνεται $g=10m/s^2$.
Απ: α.25 Ν β. 1,5 γ. $100/17\ m/s^2$

347. Στερεό (Π) συνολικής μάζας $M=5kg$ αποτελείται από ομογενείς ομοαξονικούς κυλίνδρους. Οι εξωτερικοί κύλινδροι έχουν ακτίνα $R=1m$ και εφάπτονται σε παράλληλες ακλόνητες σιδηροτροχιές που βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Ο εσωτερικός κύλινδρος έχει ακτίνα $2R$ και είναι τυλιγμένος με αβαρές μη εκτατό νήμα μεγάλου μήκους. Ενώ το στερεό (Π) ηρεμεί, εφαρμόζουμε στο ελεύθερο άκρο του νήματος σταθερή κατακόρυφη δύναμη F, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να γλιστράει παραμένοντας κατακόρυφο και οι εξωτερικοί κύλινδροι κυλίονται χωρίς ολίσθηση επάνω στις σιδηροτροχιές.



Η ροπή αδράνειας του στερεού (Π) ως προς τον άξονά του είναι $I=MR^2$. Ο εσωτερικός κύλινδρος δεν εφάπτεται στις σιδηροτροχιές. Να υπολογίσετε
α. την μετατόπιση του κέντρου μάζας του στερεού (Π) για κάθε ένα μέτρο νήματος που ξετυλίγεται.
β. τη φορά της στατικής τριβής και να περιγράψετε το ρόλο της στο ενεργειακό ισοζύγιο του προβλήματος. Το μέτρο της δύναμης F δε θεωρείται γνωστό.
γ. τη μεταφορική επιτάχυνση του στερεού (Π) αν η δύναμη έχει μέτρο $F=10N$.
δ. το μέτρο της στροφορμής σπίν του στερεού (Π), τη χρονική στιγμή που η παρεχόμενη ισχύς σε αυτό έχει τιμή $P=40W$.
Απ: α.1/2 m γ. $2\ m/s^2$ δ. 10 kgm/s

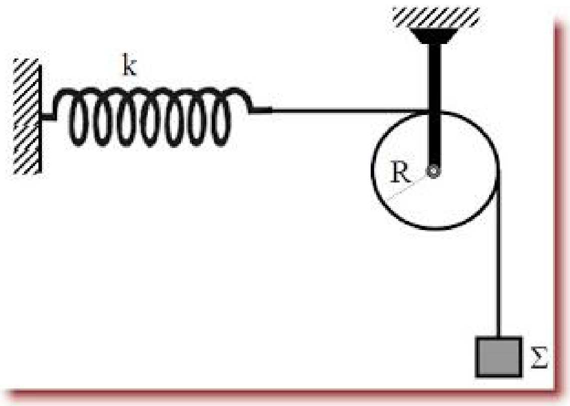
348. Δύο σφαίρες ίδιας ακτίνας R και ίδιας πυκνότητας ρ, συγκρατούνται σε ισορροπία επί κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Τα δύο σώματα των οποίων οι επιφάνειες είναι λείες, βρίσκονται αρχικά σε επαφή. Η άνω σφαίρα είναι πλήρης και έχει μάζα m2 ενώ η κάτω είναι κοίλη με εσωτερική ακτίνα R/2.



Αν την χρονική στιγμή t=0 αφήνουμε ταυτόχρονα ελεύθερες τις δυο σφαίρες και κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν:

α. να προσδιορίστε την ροπή αδράνειας της κοίλης σφαίρας.
β. να δείξετε ότι βρίσκονται διαρκώς σε επαφή.
γ. να προσδιορίσετε την κοινή τους επιτάχυνση.
δ. να προσδιορίσετε τη μεταξύ τους δύναμη.
ε. να προσδιορίσετε την ελάχιστη τιμή του συντελεστή στατικής τριβής (μ)
Δίνονται: $I_{c(σφαίρας)}=(2/5)MR^2$, g
Απ: α. $31m_1R^2/70$ γ. 50gημφ/71 δ. m_2gημφ/71 ε. 155εφφ/497

349. Στο δοσμένο σχήμα το ελατήριο είναι ιδανικό και έχει σταθερά k=250 N/m. Η τροχαλία θεωρείται ομογενής δίσκος ακτίνας R=20cm και μάζας M=3kg και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Το σώμα Σ έχει μάζα m=1kg. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Κατεβάζουμε το σώμα προς τα κάτω κατά 5cm και το αφήνουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή t=0.

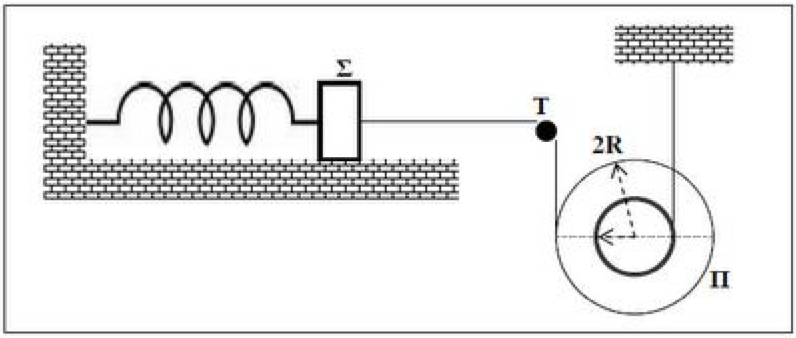


α. Να αποδειχθεί ότι το σώμα Σ θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο της.
β. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος.
γ. Πόση ενέργεια ξοδέψαμε για να πραγματοποιηθεί η ταλάντωση αυτή;
δ. Να υπολογιστεί η μέγιστη τιμή του μέτρου της στροφορμής της τροχαλίας.
ε. Να υπολογιστεί το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας την χρονική στιγμή t1=0,1π s, ως προς τον άξονα περιστροφής της.
στ. Να βρεθεί το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης του σώματος ώστε το νήμα να μην χαλαρώσει. Να θεωρήσετε ότι η δύναμη του ελατηρίου είναι πάντα ίση με την τάση του νήματος που είναι δεμένο το ελατήριο.
Για το σώμα να λάβετε σαν θετική την φορά κίνησης προς τα κάτω. Το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας της οποίας η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής είναι $MR^2/2$ και g=10 m/s^2.
Απ: α. 0,2π s β. 0,125 J δ. 0,15 kgm^2/s ε. 1,5 kgm^2/s^2 στ. 0,1 m

350. Ξύλινη ομογενής ράβδος μάζας M=1,2Kg και μήκους l=2m ισορροπεί κατακόρυφη με την βοήθεια οριζόντιου καρφιού που υπάρχει στο ανώτερο άκρο της ράβδου. Για να ανοίξουμε μία μικρή σημειακή οπή και να αφαιρέσουμε όλη τη μάζα του ξύλου που περιέχει η οπή χρειάζεται να δαπανήσουμε ελάχιστη ενέργεια E_{min}= 30/7 J. Η μάζα του ξύλου που θα αφαιρεθεί για να ανοίξει η οπή είναι Δm=0,2Kg. Ειδικό βλήμα μάζας m=0,8Kg κινείται με οριζόντια ταχύτητα υο μόλις και διαπερνά την ξύλινη ράβδο συμπαρασέρνοντας και όλη τη μάζα που βρίσκει μπροστά του. Η δημιουργία της οπής δεν αλλάζει θέση στο κέντρο μάζας της ράβδου ενώ η μάζα του βλήματος μετά την διέλευσή του μέσα από την ξύλινη ράβδο γίνεται m΄=1Kg. Αν η ράβδος που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το οριζόντιο καρφί μόλις και καταφέρνει να φτάσει σε οριζόντια θέση να βρεθούν:
α. Η απόσταση του βλήματος από τον άξονα περιστροφής την στιγμή της κρούσης.
β. Η ροπή αδράνειας της ξύλινης ράβδου μετά την κρούση με το βλήμα αν η οπή θεωρηθεί σημειακή.

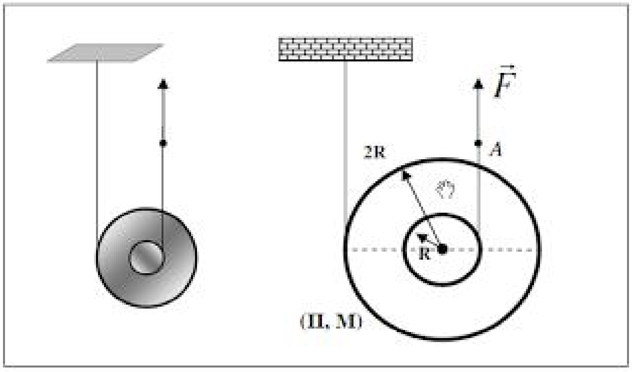
γ. Η αρχική ταχύτητα του ειδικού βλήματος πριν την κρούση με την ξύλινη ράβδο.
δ. Την θερμότητα που θα παραχθεί κατά την παραπάνω κρούση.
Δίνεται για την ράβδο $I_o=1/3\cdot M\cdot L^2$.
Απ: α. 1m β. 1,4 $kg\cdot m^2$ γ. 30√7 m/s δ. 30 J

351. Μικρό σώμα Σ μάζας m=1kg εφάπτεται σε λείο οριζόντιο δάπεδο δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=100N/m το άλλο άκρο του οποίου είναι δέσμιο.
Στερεό Π αποτελείται από κολλημένους ομόκεντρους ομογενείς δίσκους με ακτίνες R και 2R,R=1m.Οι περιφέρειες των δίσκων είναι τυλιγμένες με αβαρή μη εκτατά νήματα μεγάλου μήκους. Το νήμα της εσωτερικής περιφέρειας έχει το ελεύθερο άκρο του δεμένο σε οροφή. Το νήμα της εξωτερικής περιφέρειας συνδέει το σώμα Σ με το στερεό Π μέσω αβαρούς τροχαλίας Τ, όπως στο σχήμα.



α. Η διάταξη ισορροπεί. Τα τμήματα των νημάτων που συγκρατούν το στερεό Π είναι κατακόρυφα και το τμήμα του νήματος που συγκρατεί το σώμα Σ είναι οριζόντιο. Το ελατήριο έχει υποστεί επιμήκυνση Δℓ-10cm.Να υπολογίσετε τη μάζα του στερεού Π.
Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ κόβουμε τα άκρα του νήματος της εξωτερικής περιφέρειας. Το στερεό Π κατέρχεται περιστρεφόμενο περί του κέντρου του, καθώς το νήμα ξετυλίγεται χωρίς ολίσθηση παραμένοντας κατακόρυφο. Το σώμα Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.
β. Να υπολογίσετε το μήκος νήματος που έχει ξετυλιχθεί από το στερεό Π τη στιγμή που το σώμα Σ αποκτά μέγιστη ταχύτητα δεύτερη φορά.
γ. Να υπολογίσετε την αύξηση της στροφορμής σπίν του στερεού Π για κάθε μια πλήρη ταλάντωση του σώματος Σ.
Η διάταξη βρίσκεται συνεχώς στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Η ροπή αδράνειας του στερεού Π ως προς άξονα που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του είναι $I=MR^2$. Αντίσταση αέρα δεν υπάρχει. Για τις πράξεις θεωρήστε: $g=10m/s^2$..
Απ: α.3 kg β. 9/16 m γ. 3π kgm^2/s

352. Στερεό μάζας M=3kg αποτελείται από δυο κολλημένους ομόκεντρους ομογενείς δίσκους με ακτίνες R και 2R.Οι περιφέρειες των δίσκων είναι τυλιγμένες με αβαρή μη εκτατά νήματα μεγάλου μήκους. Το νήμα του μεγάλου δίσκου έχει το ελεύθερο άκρο του δεμένο σε οροφή.
Σταθερή κατακόρυφη δύναμη F ξετυλίγει το νήμα του μικρού δίσκου ενεργώντας στο ελεύθερο άκρο του Α, οπότε το στερεό ανέρχεται τυλίγοντας το νήμα του μεγάλου δίσκου, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Τα νήματα δεν ολισθαίνουν επί του στερεού και η διάταξη βρίσκεται συνεχώς στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς άξονα που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του είναι $I=MR^2$. Αντίσταση αέρα δεν υπάρχει. Για τις πράξεις θεωρήστε: $g=10m/s^2$.

α. Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του ελεύθερου άκρου Α του νήματος για μια τυχαία άνοδο του στερεού κατά $\Delta y=2m$.

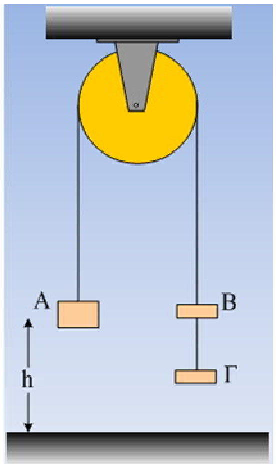
β. Να υπολογίσετε το μέτρο τη δύναμης F ώστε το στερεό να ανέρχεται με σταθερή ταχύτητα.

γ. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ η δύναμη F καταργείται και το στερεό ακινητοποιείται στιγμιαία τη χρονική στιγμή $t_1=10s$. Να υπολογίσετε την μεταφορική ταχύτητα του στερεού πριν την κατάργηση της δύναμης F.

δ. Να υπολογίσετε τη μείωση μεταφορικής κινητικής ενέργειας του στερεού, για κάθε μέτρο νήματος που τυλίγεται ($t_0<t<t_1$)

Απ: α.3 m β. 20 N γ. 80 m/s δ. -24 J/m

353. Ένας κύλινδρος μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, που περνά από τα κέντρα των δύο βάσεών του, ο οποίος απέχει 4m από το έδαφος. Γύρω από τον κύλινδρο έχουμε τυλίξει **δύο ανεξάρτητα αβαρή νήματα** ικανού μήκους, στα άκρα των οποίων δένονται τα σώματα Α, Β και Γ, όπως στο σχήμα. Το σύστημα ισορροπεί, ενώ είναι γνωστές οι μάζες των σωμάτων Α και Β, $m_1=2kg$ και $m_2=1kg$ αντίστοιχα, τα οποία βρίσκονται σε ύψος h=2m, από το έδαφος. Δίνεται η ακτίνα του κυλίνδρου R=0,2m, η ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονά του $I=½ MR^2$και $g=10m/s^2$.



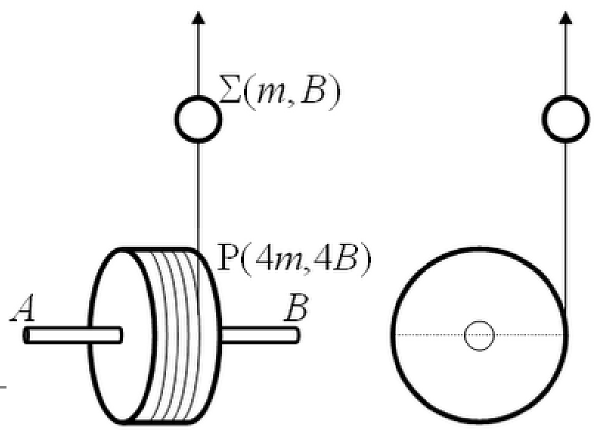
α. Να αποδείξτε ότι η μάζα του σώματος Γ είναι 1kg.

β. Σε μια στιγμή t=0 κόβουμε το νήμα που συνδέει τα σώματα Β και Γ και παρατηρούμε ότι το σώμα Α φτάνει στο έδαφος τη στιγμή $t_1=2s$, όπου και ακινητοποιείται. Να αποδείξτε ότι η κίνησή του ήταν ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη και να υπολογίσετε την μάζα του κυλίνδρου.

γ. Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της, τη χρονική στιγμή $t_2=1s$.

δ. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της στροφορμής του κυλίνδρου σε συνάρτηση με το χρόνο από 0-4s.

354. Ομογενές στερεό σώμα P κυλινδρικής συμμετρίας με βάρος W=4B και ακτίνα R δύναται να στρέφεται περί οριζοντίου άξονα ΑΒ, που συμπίπτει με τον άξονά του. Αβαρές μη εκτατό νήμα είναι πολλές φορές τυλιγ-



μένο στην επιφάνεια του στερεού Ρ, επί της οποίας δεν ολισθαίνει. Στο ελεύθερο άκρο του νήματος είναι δεμένο σώμα Σ αμελητέων διαστάσεων και βάρους Β.

α. Τα άκρα του άξονα ΑΒ είναι ακλόνητα. Αρχικά τα σώματα ηρεμούν και το νήμα είναι κατακόρυφο. Στη συνέχεια ασκούμε στο σώμα Σ κατακόρυφη σταθερή δύναμη μέτρου F=2B. Λόγω ελλιπούς λίπανσης, μεταξύ άξονα και στερεού Ρ εμφανίζεται τριβή. Το μέτρο της ροπής της ως προς τον άξονα περιστροφής δίνεται από τη σχέση τ=(2/π)·θ (S.I.), όπου θ η γωνία στροφής περί αυτού. Να υπολογίσετε

α1. το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του στερεού Ρ όταν έχει εκτελέσει δέκα πλήρεις περιστροφές.

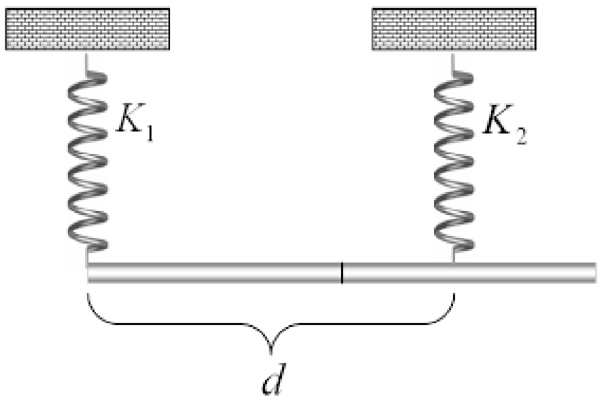
α2. το συνολικό μήκος του νήματος που θα ξετυλιχθεί.

β. Ενώ η διάταξη βρίσκεται σε ηρεμία, αυξάνουμε ακαριαία το μέτρο της δύναμης στην τιμή F=λ·B λ>2 και ταυτόχρονα αφαιρούμε ακαριαία τον άξονα ΑΒ, χωρίς να αλλάξει η θέση του στερεού Ρ. Να υπολογίσετε για ποιες τιμές της σταθεράς λ ο άξονας στερεού Ρ του κινείται ανοδικά.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του στερεού Ρ ως προς τον άξονά του, $I=0{,}75MR^2$. Οι κινήσεις γίνονται παράλληλα σε δοθέν κατακόρυφο επίπεδο, η αντίσταση αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση βαρύτητας ίση προς $g=10m/s^2$.Για τις πράξεις δίνεται Β=100Ν, R=1m, π=3,14.

Απ: α.45 Nm β. 314 m γ. >19/3 m

355. Ομογενής λεπτή ράβδος, μάζας M=3kg και μήκους L, ισορροπεί σε οριζόντια θέση δεμένη στα ελεύθερα άκρα δυο κατακόρυφων ιδανικών ελατηρίων με σταθερές K_1=100N/m και K_2=300N/m αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα άνω άκρα των ελατηρίων είναι στερεωμένα στην ίδια οριζόντια οροφή. Τα ελατήρια έχουν επιμηκυνθεί κατά Δℓ0 και οι άξονες τους απέχουν d=2m. Οι άξονες των ελατηρίων και η ράβδος βρίσκονται συνεχώς στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g=10m/s^2$. Αντίσταση αέρα δεν υπάρχει.



α. Να υπολογίσετε το μήκος L της ράβδου και την επιμήκυνση $\Delta\ell_0$ των ελατηρίων.

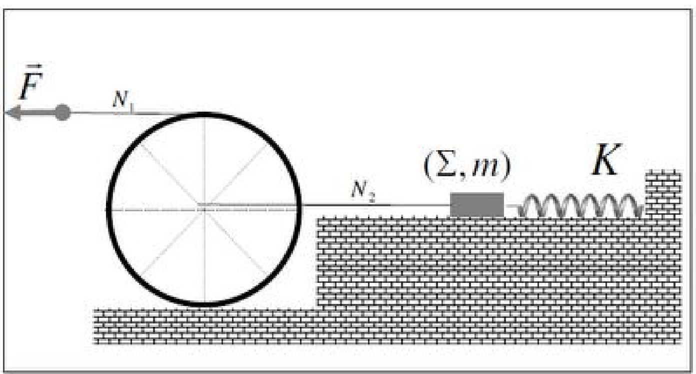
β. Μετατοπίζουμε τη ράβδο κατά y_0=6/40m προς τα κάτω διατηρώντας τη σε οριζόντια θέση. Την χρονική στιγμή t_0=0, η ράβδος αφήνεται ελεύθερη.

β1. Να δείξετε ότι η ράβδος κινείται μεταφορικά και το κέντρο της εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

β2. Κάποια χρονική στιγμή που η ράβδος βρίσκεται στην κατώτατη θέση της τοποθετούμε επάνω στο κέντρο της σώμα (Σ), μάζας m=1kg και αμελητέων διαστάσεων. Να δείξετε ότι σώμα (Σ) χάνει την επαφή του με την ράβδο και να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος που αποκτά, πάνω το από το σημείο απώλειας επαφής.

Απ: α.3/40 m β. 400 N/m γ. 9/320

356. Ομογενής λεπτός κυκλικός τροχός, μάζας M=3Kg και ακτίνας R=1m, εφάπτεται σε οριζόντιο δάπεδο. Στο ανώτατο σημείο του τροχού εφαρμόζουμε σταθερή οριζόντια δύναμη, μέτρου F_0=1,5N, μέσω αβαρούς μη



εκτατού νήματος N1 που είναι τυλιγμένο πολλές φορές στην περιφέρειά του επί της οποίας δεν ολισθαίνει. Το κέντρο του τροχού είναι δεμένο μέσω οριζοντίου αβαρούς μη εκτατού νήματος N_2 με σώμα (Σ) μάζας m=1kg και αμελητέων διαστάσεων. Το σώμα (Σ) εφάπτεσαι σε λείο οριζόντιο δάπεδο και είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού οριζοντίου ελατηρίου, σταθεράς K=10N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι δέσμιο.

Τα σώματα της διάταξης βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, όπου γίνονται και όλες οι κινήσεις. Η μάζα του τροχού είναι συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του. Το σώμα (Σ) δεν εγκαταλείπει το οριζόντιο δάπεδο. Αντίσταση αέρα δεν υπάρχει.

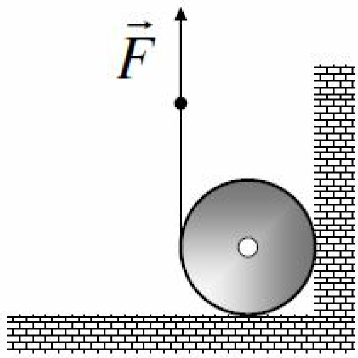
α. Τα νήματα είναι τεντωμένα και η διάταξη ισορροπεί. Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του ελατήριου.

β. Έστω ότι τη χρονική στιγμή t_0=0 κόβουμε το νήμα N_2 διατηρώντας τη δύναμη F_0. Αν ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος (Σ), τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχθεί μέρος του νήματος, μήκους L=1m. Θεωρείστε √10=π.

γ. Έστω ότι δεν υφίσταται η εξωτερική δύναμη (F0=0). Το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και η διάταξη βρίσκεται σε ισορροπία, με τα νήματα χαλαρά και οριζόντια. Τη χρονική στιγμή t_0=0 αυξάνεται ακαριαία το μέτρο της δύναμης στην τιμή $_{F1}$=1,5N, όποτε η διάταξη τίθεται σε κίνηση. Ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογίσετε τη μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου.

Απ: α. 0,45 J β. – 3 m/s^2 γ. 0,6 m

357. Αβαρές μη εκτατό νήμα είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια ομογενούς κυκλικού δίσκου ακτίνας R=1m και αγνώστου βάρους, μέτρου W. Ο δίσκος εφάπτεται σε λείο κατακόρυφο ακλόνητο τοίχο και σε τραχύ οριζόντιο ακλόνητο δάπεδο. Ενώ ο δίσκος ηρεμεί, στο ελεύθερο άκρο του νήματος ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη, μέτρου F. Το νήμα παραμένει συνεχώς κατακόρυφο και τεντωμένο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α. Έστω F_{MAX} η μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης F, για την οποία ο δίσκος παραμένει ακίνητος. Να υπολογίσετε τον λόγο F_{MAX}/W των μέτρων των αντιστοίχων δυνάμεων. Δίνεται ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ δίσκου και δαπέδου, $μ_s$=0,5

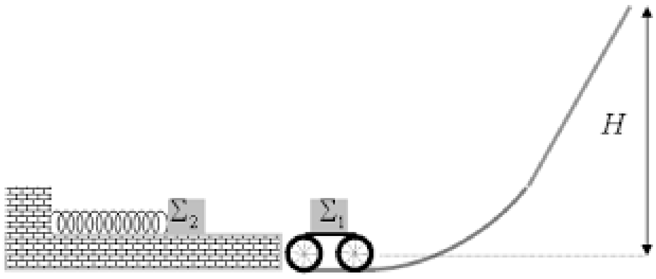
β. Ενώ ο δίσκος είναι ακίνητος, το μέτρο της δύναμης F αυξάνεται ακαριαία στην τιμή F_1=W/2. Να δείξετε ότι ο δίσκος εκτελεί στροφική κίνηση περί του κέντρου μάζας του και να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης. Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ δίσκου και δαπέδου, μ=0,5.

γ. Ενώ ο δίσκος είναι ακίνητος, το μέτρο της δύναμης F αυξάνεται ακαριαία στην τιμή F_2=3W. Να υπολογίσετε την ανύψωση του κέντρου μάζας του δίσκου, τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχθεί μέρος του νήματος, μήκους ℓ=2m.

Το νήμα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του δίσκου και ξετυλίγεται κατακόρυφα παραμένοντας τεντωμένο. Η διάταξη βρίσκεται συνεχώς στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο του, I^{CM}=0,75 MR^2. Η επιτάχυνση βαρύτητας ισούται με g=10m/s^2.Αντίσταση αέρα δεν υπάρχει.

Απ: α. 1/3 β. 10/3 rad/s2 γ. 1 m

358. Το βαγόνι του σχήματος αποτελείται από βάση αμελητέας μάζας και δυο πανομοιότυπους λεπτούς κυκλικούς τροχούς. Οι άξονες των τροχών είναι ακλόνητα κολλημένοι στη βάση. Σε κανένα σημείο του βαγονιού δεν εμφανίζεται τριβή ολίσθησης. Σώμα $Σ_1$, άγνωστης μάζας m και αμελητέων διαστάσεων έχει προσαρμοστεί ακλόνητα στη βάση του βαγονιού. Η μάζα του σώματος $Σ_1$ ισούται με τη μάζα του κάθε τροχού. Το σύστημα σώμα-βαγόνι αφήνεται από την κορυφή καμπύλου δαπέδου και οι τροχοί κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν στο δάπεδο. Μόλις το κέντρο μάζας του συστήματος κατέλθει κατά H=12m, το βαγόνι κινούμενο σε οριζόντια διεύθυνση συγκρούεται με ακλόνητο λείο οριζόντιο δάπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα $Σ_1$ αποκολλάται από το βαγόνι και διατηρώντας την κινητική του ενέργεια κινείται πάνω στο οριζόντιο δάπεδο.



α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα κέντρου μάζας του συστήματος βαγόνι-σώμα στην κατώτατη θέση, πριν την κρούση με το δάπεδο.

β. Σώμα $Σ_2$, άγνωστης μάζας Μ και αμελητέων διαστάσεων ισορροπεί δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατήριου το άλλο του οποίου είναι ακλόνητο. Να υπολογίσετε τον λόγο μαζών m/M ώστε

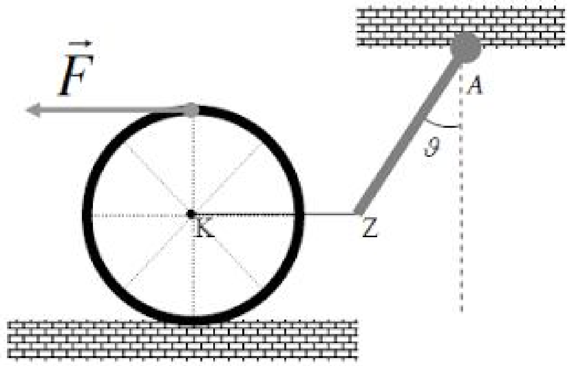
β1. η ενέργεια ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά από πλαστική κρούση να ισούται με το 1/4 της κινητικής ενέργειας που είχε το σώμα $Σ_1$ αμέσως πριν την κρούση.

β2. το πλάτος ταλάντωσης του σώματος $Σ_2$, μετά από ελαστική κρούση, να ισούται με το αντίστοιχο πλάτος ταλάντωσης που θα προέκυπτε αν η κρούση των ιδίων σωμάτων ήταν πλαστική.

Τα σώματα της διάταξης βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις. Οι κρούσεις διαρκούν αμελητέο χρόνο. Η αντίσταση του αέρα και η ενέργεια ηχητικών κυμάτων λόγω κρούσης θεωρούνται αμελητέα. Η μάζα των τροχών είναι συγκεντρωμένη στην περιφέρειά τους. Η επιτάχυνση βαρύτητας ισούται με g=10m/s_2.

Απ: α. 12 m/s β. 3 γ. 3

359. Ομογενής λεπτή ράβδος ΑΖ έχει μήκος L=1,5m, μάζα m=8kg και σχηματίζει γωνία θ=37° με την κατακόρυφη διεύθυνση. Στο άκρο της Α υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές. Αβαρές οριζόντιο νήμα ΚΖ συνδέει το άκρο Ζ της ράβδου με το κέντρο Κ ομογενούς λεπτού κυκλικού τροχού. Ο τροχός έχει μάζα Μ=15kg και εφάπτεται σε οριζόντιο δάπεδο. Στο ανώτατο σημείο του ασκείται οριζόντια δύναμη F, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα στέρεα σώματα της διάταξης βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις.

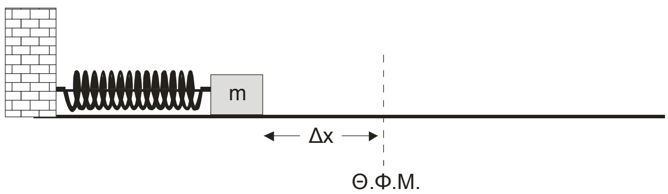


α. Το νήμα είναι τεντωμένο και η διάταξη βρίσκεται σε ισορροπία. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F.

β. Τη χρονική στιγμή t_0=0κόβουμε το νήμα, οπότε ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει υπό την επίδραση της δύναμης F, ενώ η ράβδος περιστρέφεται υπό την επίδραση της βαρύτητας. Να υπολογίσετε:

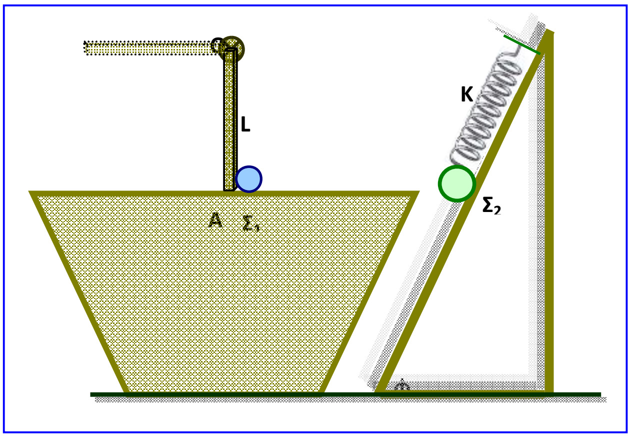
β1. το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Ζ, τη χρονική στιγμή που η ράβδος περνάει από την κατακόρυφη θέση.
β2. το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του ανώτατου σημείου του τροχού, τη χρονική στιγμή t_1=10s.
β3. το ρυθμό με τον οποίο η δύναμης F προσφέρει ενέργεια στον τροχό, τη χρονική στιγμή t_1=10s.
Δίνεται η ροπή αδρανείας της ράβδου, ως προς το σημείο της Α, I_A= 1/3 mL^2.Η μάζα του τροχού είναι συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του. Για την επιτάχυνση βαρύτητας και τη γωνία θ=37° δίνονται α-ντίστοιχα: g=10m/s^2, ημ37°=0,6, συν37°=0,8
Απ: α. 15 N β. 3 m/s γ. 20 m/s δ. 300 W

360. Μια λεπτή και ομογενής ράβδος ΟΓ μάζας M=5Kg και μήκους L=1,2m έχει το άκρο της Ο στερεωμένο σε άρθρωση, γύρω από την οποία μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο χωρίς τριβές. Το μικρό σώμα Σ μάζας m=10Kg είναι δεμένο σε οριζόντιο ελατήριο σταθεράς k=1000N/m και βρίσκεται συσπειρωμένο κατά Δx=1m από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου με τη βοήθεια νήματος. Φέρνουμε τη ράβδο στην οριζόντια θέση που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα και την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί χωρίς αρχική ταχύτητα.



Ταυτόχρονα κόβουμε το νήμα που συγκρατεί το σώμα Σ και τη χρονική στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη το άκρο της Γ συγκρούεται με το σώμα Σ, το οποίο εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση περνάει από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου για πρώτη φορά. Αν μετά τη κρούση το σώμα Σ κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2 = 8m/s$ ίδιας κατεύθυνσης με αυτή που είχε πριν τη κρούση και το οριζόντιο επίπεδο θεωρηθεί λείο, να υπολογίσετε:
α. Τη ροπή αδράνειας της ράβδου ΟΓ ως προς τον άξονα που διέρχεται από το άκρο Ο και είναι κάθετος σε αυτή καθώς και το μέτρο της ταχύτητας υ_1 με την οποία κινείται το σώμα Σ ελάχιστα πριν την κρούση.
β. Τη μέγιστη ανύψωση του κέντρου μάζας της ράβδου ΟΓ μετά την κρούση με το σώμα Σ.
γ. Τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του συστήματος ράβδος ΟΓ και σώματος Σ τη στιγμή που η ράβδος ακινητοποιείται στιγμιαία για πρώτη φορά, θεωρώντας ως θετική φορά ταλάντωσης την προς τα αριστερά.
δ. Το ελάχιστο πλάτος της ταλάντωσης που θα έπρεπε να έχει το σώμα Σ ώστε μετά τη κρούση με τη ράβδο ΟΓ, αυτή να εκτελέσει ανακύκλωση. Δίνεται ότι $\left(1+\sqrt{2}\right) \approx 2,5$.
Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας της ομογενούς ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το μέσο της και είναι κάθετος σε αυτή υπολογίζεται από τη σχέση $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$. Η επιτάχυνση της βαρύτητας ισούται με g=10m/s^2. Θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα, καθώς και τις διαστάσεις του σώματος Σ όπως και τη χρονική διάρκεια της κρούσης.

361. Μια ράβδος ΟΑ μάζας M=0,625 kg και μήκους L=1,2 m είναι αρθρωμένη από το άκρο της Ο και διατηρείται κατακόρυφη έτσι ώστε το άλλο άκρο της Α μόλις να εφάπτεται σε λείο οριζόντιο τραπέζι και να είναι σε επαφή με ακίνητο σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=0,5 Kg που ηρεμεί. Πολύ λίγο μετά το τραπέζι υπάρχει λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσεως φ (ημφ=0,8 και συνφ=0,6). Πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο υπάρχει σώμα μάζας $Σ_2$ μάζας m_2=1,5 Kg δεμένο στο κάτω άκρο ελατηρίου σταθεράς K=50 N/m που ηρεμεί και είναι στη ίδια οριζόντια ευθεία με το σώμα $Σ_1$. Το ελατήριο είναι ακλόνητα στερεωμένο στο άλλο άκρο του από σημείο του κεκλιμένου επιπέδου. Εκτρέπουμε τη ράβδο από τη θέση ισορροπίας κατά 90^o και την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί χωρίς τριβές. Η ράβδος κτυπάει στο σώμα $Σ_1$ το οποίο με τη σειρά του έχοντας οριζόντια ταχύτητα κτυπάει πλαστικά στο σώμα $Σ_2$. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η ταχύτητα του μηδενίζεται στιγμιαία για πρώτη φορά αφού διανύσει διάστημα s=2 cm από τη θέση που έγινε η κρούση.



α. Ποιο το πλάτος της ταλάντωσης.

β. Ποια η ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ αμέσως μετά την κρούση με τη ράβδο.

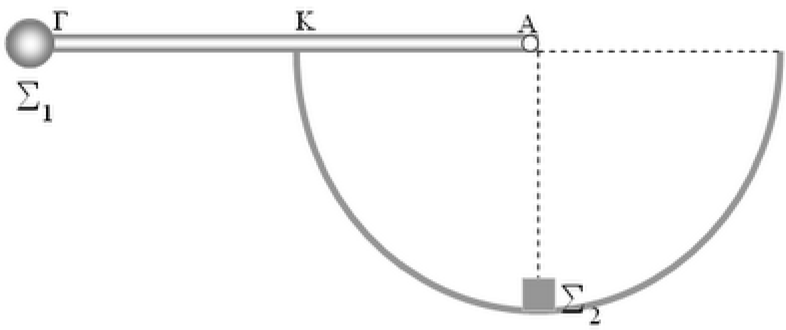
γ. Ποια η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση με το $Σ_1$

δ. Ποιο ο ρυθμός μεταβολής της ορμής και της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος αμέσως μετά τη δημιουργία του.

ε. Ποια η δύναμη της άρθρωσης που δέχεται η ράβδος λίγο πριν την κρούση της με το σώμα $Σ_1$.

Δίδεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής $I=\frac{1}{3}ML^2$ και g=10m/s^2.

362. Η αβαρής ράβδος ΑΓ έχει μήκος L=2m και είναι αρθρωμένη στο άκρο της Α, γύρω από το οποίο μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές. Στο άκρο της Γ είναι συνδεδεμένο σημειακό σώμα $Σ_1$, μάζας M=1kg. Το κέντρο της Κ είναι συνεχώς σε επαφή με ημικυκλικό σύρμα με το οποίο παρουσιάζει τριβή ολίσθησης μέτρου T=10N. Η διάταξη βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο.



α. Η ράβδος αφήνεται από την οριζόντια θέση χωρίς αρχική ταχύτητα.

α1. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος $Σ_1$ τη στιγμή που η ράβδος αφήνεται.

α2. Να υπολογίσετε τη γωνία στροφής της ράβδου στη θέση που έχει μέγιστη γωνιακή ταχύτητα.

α3. Να υπολογίσετε την γωνιακή ταχύτητα της ράβδου στην κατακόρυφη θέση.

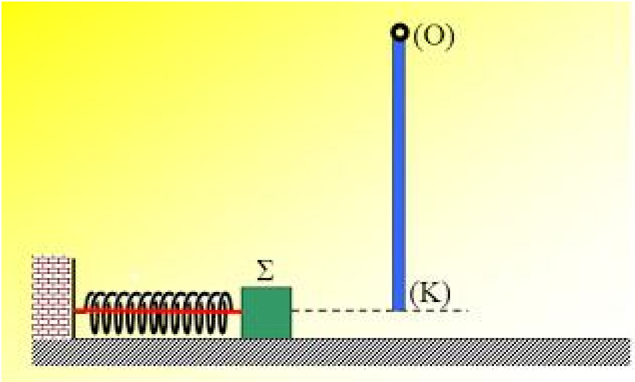
β. Όταν η ράβδος φτάσει στην κατακόρυφη θέση συγκρούεται με αρχικά ακίνητο σημειακό σώμα Σ2, μάζας m=4kg, και ακινητοποιείται ενώ το σώμα $Σ_2$ κινείται επί του ημικυκλικού σύρματος μετά την κρούση.

β1. Να δείξετε ότι η κρούση ήταν ελαστική.

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g=10m/s^2$.

Απ: α. 5 m/s^2 β. 60^o γ. 1,47 rad/s

363. Σώμα Σ μάζας m=1kg είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=400N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα με τη βοήθεια νήματος ισορροπεί και η τάση του νήματος έχει μέτρο 200N. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα αρχίζει να κινείται. . Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου συγκρούεται ελαστικά με το κάτω άκρο Κ λεπτής και ομογενούς ράβδου, το οποίο βρίσκεται στην διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου. Η ράβδος μάζας M=2kg και μήκους L=1,2m έχει το άλλο άκρο της O στερεωμένο σε άρθρωση και μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο χωρίς τριβές.



Να υπολογίσετε:

α. Να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει Α.Α.Τ και να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης και την γωνιακή συχνότητα.

β. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ αμέσως μετά την κρούση

γ. Να υπολογίσετε την γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.

<u>Για την ράβδο αμέσως μετά την κρούση, να υπολογίσετε:</u>

δ. το μέτρο της δύναμης από τον άξονα περιστροφής αμέσως μετά την κρούση

ε. την μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της γωνιακής της ταχύτητας

στ) Να ελέγξετε εάν εκτελεί ανακύκλωση

<u>Για την ταλάντωση του σώματος μετά την κρούση:</u>

ζ. να γράψετε την χρονική εξίσωση απομάκρυνσης θεωρώντας ως t=0 τη στιγμή της κρούσης και θετική την φορά προς τα δεξιά.

η. Για την χρονική στιγμή T/12,όπου T η περίοδος ταλάντωσης αμέσως μετά την κρούση, να υπολογίσετε:

i) την στροφορμή του σώματος Σ κατά τον άξονα περιστροφής της ράβδου

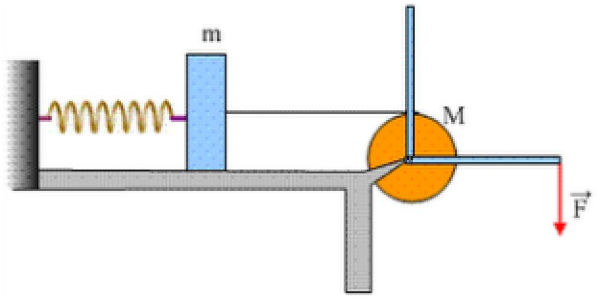
ii) τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του σώματος Σ κατά τον άξονα περιστροφής της ράβδου

iii) τον ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ελατηρίου

θ. την τιμή του λόγου m/M, ώστε να μεταφερθεί στην ράβδο το 100% της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ πριν την κρούση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το άκρο O: $I_{(O)}=(1/3)ML^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

364. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα έχει μάζα $m=1/\pi$ kg ο κύλινδρος που έχει μάζα $M_1=2kg$ και ακτίνα $R_1=1m$ είναι στερεωμένος με κατάλληλο υποστήριγμα έτσι ώστε να μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα. Πάνω στον κύλινδρο είναι κολλημένη ράβδος μήκους $L=2m$ και μάζας $M_2=3Kg$ με το ένα της άκρο να βρίσκεται στο κέντρο του κυλίνδρου.



Η ράβδος ισορροπεί κατακόρυφα .Το ελατήριο έχει σταθερά $K=100/\pi$ N/m και βρίσκεται στο φυσικό του μήκος με το νήμα να είναι τεντωμένο και δεμένο στο ανώτερο σημείο του κυλίνδρου. Με την βοήθεια κατάλληλης δύναμης αρχίζουμε να περιστρέφουμε το σύστημα επιμηκύνοντας το ελατήριο με το νήμα να τυλίγεται στον κύλινδρο μέχρι η ράβδος να περιστραφεί κατά 90^o .

Να βρεθούν:

α. Το μέτρο της δύναμης που πρέπει ασκούμε κάθετα στην ράβδο αν το σύστημα ισορροπεί μετά από την διαγραφή των 90^o .

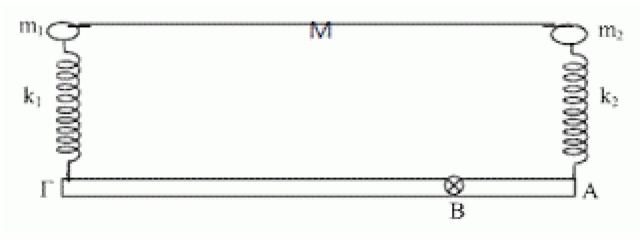
Όταν το σύστημα έχει διαγράψει γωνία 90^o και το σύστημα ισορροπεί το νήμα κόβεται και η εξωτερική δύναμη καταργείται.

β. Πόση μέγιστη ταχύτητα θα αποκτήσει το σώμα m και πόση μέγιστη γωνιακή ταχύτητα που θα αποκτήσει το σύστημα κυλίνδρου-ράβδου;

γ. Ποιο από τα δύο συστήματα θα αποκτήσει πρώτο την μέγιστη κινητική ενέργεια.

Δίνονται για τον κύλινδρο $I=0,5M_1R_1^2$ για την ράβδο $I=1/3M_2L^2$ και $\pi=3,14$

365. Η αβαρής ράβδος ΑΓ του παρακάτω σχήματος έχει μήκος $L=\pi/5m$ μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο καρφί που σταθερά στερεωμένο στο σημείο Β με την απόσταση ΑΒ=ΑΓ/5.Στα άκρα Α και Γ της ράβδου ισορροπούν κατακόρυφα δύο ελατήρια με το ίδιο φυσικό μήκος και σταθερές $K_1=100N/m$ και $K_2=400N/m$ και πάνω στα ελατήρια τοποθετούνται δύο σημειακά σώματα με μάζες m1=1Kg και m2=4Kg. Συνδέουμε τα δύο σώματα με αβαρή οριζόντια ελαστική χορδή.

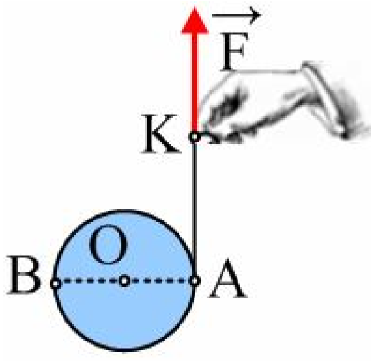


Την χρονική στιγμή t=0 εκτοξεύουμε τα δύο σώματα με κατάλληλη αρχική ταχύτητα και φορά προς τα πάνω έτσι ώστε τα ελατήρια μόλις και να μην ξεπερνούν το φυσικό τους μήκος. Στην ελαστική χορδή μπορούν να διαδοθούν αρμονικά κύματα με ταχύτητα u=0,5 m/sec .

α. Να αποδειχθεί ότι το σύστημα ισορροπεί και να βρεθεί το μέτρο της δύναμης που δέχεται το καρφί σε συνάρτηση με το χρόνο.

β. Να σχεδιασθεί η μορφή της ελαστικής χορδή την χρονική στιγμή που αρχίζει να ταλαντώνεται το μέσο Μ της χορδής. Ποια η ταχύτητα του μέσου της χορδής εκείνη τη στιγμή. Πόσα ακόμη σημεία έχουν εκείνη τη στιγμή την ίδια ταχύτητα.

366. Γύρω από έναν ομογενή κύλινδρο μάζας 400g και ακτίνας R=4cm, έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, το άκρο του οποίου κρατάμε με το χέρι μας, με τεντωμένο το νήμα, ενώ συγκρατούμε τον κύλινδρο, με το άλλο χέρι μας. Σε μια στιγμή, αφήνουμε ελεύθερο τον κύλινδρο, ενώ ασκώντας σταθερή δύναμη στο άκρο Κ του νήματος μετακινούμε κατακόρυφα προς τα κάτω το χέρι μας κατά 0,5m σε χρονικό διάστημα 0,5s.



α. Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο και να εφαρμόστε το 2^o νόμο του Νεύτωνα για τη μεταφορική και για τη στροφική κίνησή του.

β. Το άκρο του νήματος Κ (άρα και το χέρι μας) κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Μπορείτε να το δικαιολογήσετε;

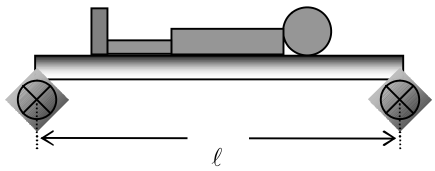
γ. Να υπολογίστε το μέτρο της δύναμης F που ασκούμε με το χέρι μας.

δ. Να υπολογιστεί η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονά τη χρονική στιγμή t_1=0,5s.

ε. Ποιο το ελάχιστο ύψος από το έδαφος, στο οποίο πρέπει να αφεθεί ο κύλινδρος για να μπορέσουμε να πραγματοποιήσουμε το παραπάνω πείραμα;

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, ενώ η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του δίνεται από τη σχέση $I= ½ MR^2$.

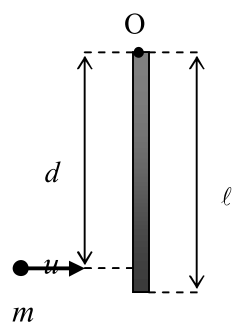
367. Στην κινησιολογία (μελέτη της ανθρώπινης κίνησης) είναι συχνά χρήσιμη η γνώση της θέσης του κέντρου μάζας του ανθρώπου. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται η διάταξη του σχήματος. Ο άνθρωπος ξαπλώνει σε μία ομογενή σανίδα βάρους $w_\sigma = 40N$ η οποία είναι τοποθετημένη πάνω σε δύο ζυγαριές που απέχουν απόσταση $\ell = 2m$ μεταξύ τους.



Ένας άνθρωπος ξάπλωσε στην σανίδα και η αριστερή ζυγαριά δείχνει ένδειξη $314N$ ενώ η δεξιά δείχνει ένδειξη $216N$.

Να βρεθεί το βάρος του ανθρώπου αυτού καθώς και η θέση του κέντρου μάζας του.

368. Ομογενής ράβδος μήκους $\ell = 1m$ και μάζας $M = 3kg$, η οποία μπορεί να περιστραφεί ελεύθερα γύρω από οριζόντιο άξονα στο ένα άκρο της (Ο), αναρτάται στην κατακόρυφη θέση. Ένα βλήμα μάζας $m = 1kg$ και ταχύτητας $u = 10m/s$ χτυπάει την ράβδο σε απόσταση $d = 90cm$ από το Ο και σφηνώνεται σε αυτή.



α. Να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.

β. Να υπολογιστεί η γωνία εκτροπής της ράβδου από την κατακόρυφη μετά την κρούση.

γ. Να υπολογιστεί το κλάσμα της κινητικής ενέργειας του βλήματος που μετασχηματίστηκε σε θερμότητα λόγω της πλαστικής κρούσης με τη ράβδο.

δ. Να υπολογιστεί η ορμή του συστήματος πριν την κρούση και αμέσως μετά την κρούση. Τι παρατηρείτε; Να ερμηνεύσετε την διαφορά στα αποτελέσματα που προέκυψαν.

ε. Πόση πρέπει να είναι η απόσταση d για να ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής;

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$ και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονά της $I=\frac{1}{3}M\ell^2$.

369. Ο ομογενής κύλινδρος(γιο-γιό) έχει μάζα M=5kg και ακτίνα R=0,2m. Γύρω από τον κύλινδρο είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα, το ελεύθερο άκρο του οποίου τραβάμε προς τα πάνω τη χρονική στιγμή t=0, ασκώντας κατακόρυφη δύναμη. Η δύναμη αυτή προσδίδει στο σημείο εφαρμογής Α, κατακόρυφη επιτάχυνση $\alpha_A=8m/s^2$ προς τα πάνω. Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του γιο-γιό

β. το μέτρο της δύναμης που ασκούμε στο νήμα

γ. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του γιο-γιο

δ. το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του γιο-γιό τη χρονική στιγμή t_1=2s

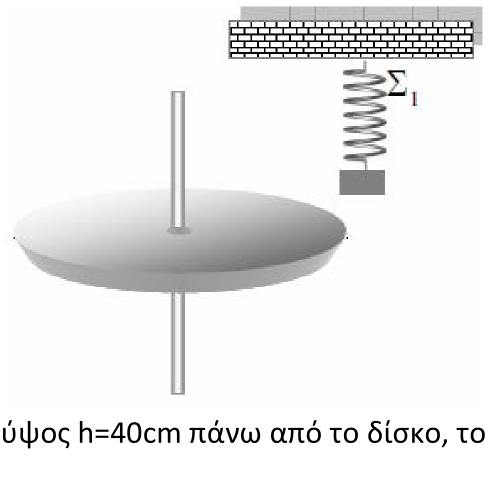
ε. την μεταβολή του μήκους νήματος που ανήκει στο ευθύγραμμο τμήμα του από τη χρονική στιγμή t=0 μέχρι την χρονική στιγμή t_1.

στ. Να περιγράψετε τις ενεργειακές μεταβολές από την χρονική στιγμή t=0 μέχρι τη στιγμή t_1. Την χρονική στιγμή t_1 κόβεται το νήμα.

ζ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας που έχει ένα σημείο του κυλίνδρου το οποίο βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με το κέντρο Κ του γιο-γιό και απέχει από αυτό απόσταση r=0,1m, την χρονική στιγμή t_2=2,8s.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του γιο-γιό ως προς τον άξονα περιστροφής του Icm= MR2 και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

370. Το σημειακό σώμα Σ_1 έχει μάζα m=1kg και συνδέεται με την οροφή μέσω κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς Κ=100N/m.Ο ομογενής δίσκος του σχήματος έχει άγνωστη ακτίνα, μάζα M=2kg και μπορεί να περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο, χωρίς τριβές, περί ακλόνητου κατακόρυφου άξονα που περνά από το κέντρο του.



α. Ενώ το σώμα Σ_1 ισορροπεί σε ύψος h=40cm πάνω από το δίσκο, το εκτοξεύουμε με αρχική ταχύτητα μέτρου u_0.

α1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_0 ώστε το σώμα Σ_1 να ακουμπήσει στην περιφέρεια του δίσκου με μηδενική ταχύτητα.

Α2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_0 ώστε το σώμα Σ_1 να ακουμπήσει στην περιφέρεια του δίσκου με ταχύτητα μέτρου u_1=3m/s.

β. Το σώμα Σ_1 ακουμπά στην περιφέρεια του δίσκου με μηδενική ταχύτητα ενώ αυτός στρεφόταν με συχνότητα f=2Hz. Το σώμα Σ1 αποκολλάται από το ελατήριο και προσκολλάται στο δίσκο.

β1. Να υπολογίσετε την νέα συχνότητα περιστροφής του δίσκου.

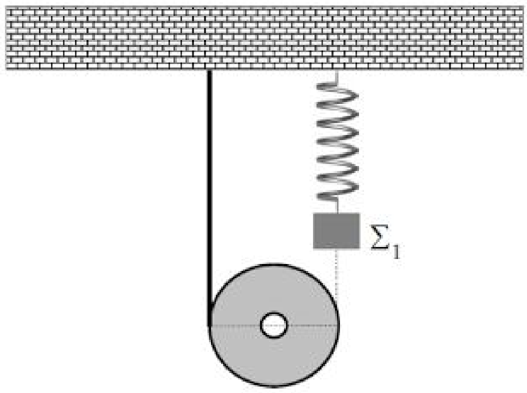
β2. Να υπολογίσετε το ποσοστό μεταβολής κινητής ενέργειας εξαιτίας της προσκόλλησης.

Για το δίσκο δίνεται η ροπή αδρανείας για τον άξονα περιστροφής $I_Δ = ½ MR^2$.

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g=10m/s^2$.

Απ: α. 4 m/s β. 5 m/s γ. 1 Hz δ. – 50%

371. Ο ομογενής δίσκος του σχήματος έχει μάζα M=4kg, ακτίνα R=1m και συνδέεται με την ακλόνητη οροφή μέσω κατακόρυφου αβαρούς μη εκτατού νήματος N_2 που είναι τυλιγμένο στην περιφέρειά του. Ένα δεύτερο κατακόρυφο αβαρές νήμα N_1 συνδέει σημείο της περιφέρειας του δίσκου, που βρίσκεται στο ύψος του κέντρου, με το σημειακό σώμα $Σ_1$.Το σώμα $Σ_1$ έχει μάζας $m={}_1kg$ και συνδέεται με την οροφή μέσω κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=100N/m.



α. Τα νήματα είναι τεντωμένα και η διάταξη ισορροπεί.

α1. Να υπολογίσετε τις τάσεις των νημάτων

β. Τη χρονική στιγμή t=0 το νήμα N_1 κόβεται. Το νήμα N_2 ξετυλίγεται παραμένοντας συνεχώς κατακόρυφο και τεντωμένο χωρίς να ολισθαίνει στην επιφάνεια του δίσκου ενώ το σώμα $Σ_1$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

β1. Να υπολογίσετε το διάστημα κίνησης του σώματος $Σ_1$ μέχρι το ανώτατο σημείο της τροχιάς του.

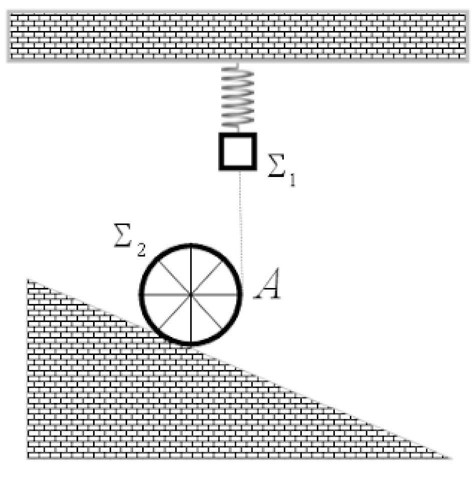
β2. Να υπολογίσετε τον αριθμό περιστροφών του δίσκου όταν το σώμα $Σ_1$ αποκτά μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα για δεύτερη φορά.

β3. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής κινητικής ενέργειας του δίσκου όταν η ταχύτητα του κέντρου μάζας γίνει ίση κατά μέτρο με τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης.

Για το δίσκο δίνεται η ροπή αδρανείας για άξονα που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του $I_{cm}=2/3MR^2$.Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g=10m/s^2$.

Απ: α1. 20 N β1. 0,4 m β2. 0,1 β3. 80 W

372. Ο τροχός $Σ_2$ έχει μάζας M=8kg, ακτίνα R=1m και εφάπτεται στο πλάγιο δάπεδο που σχηματίζει γωνία θ=37° με την οριζόντια διεύθυνση. Το σημείο Α της περιφέρειάς του, που βρίσκεται στο ύψος του κέντρου, συνδέεται μέσω αβαρούς κατακόρυφου νήματος με το σημειακό σώμα $Σ_1$.Το σώμα $Σ_1$ έχει μάζας m=1kg και συνδέεται με την οροφή μέσω κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=100N/m.Το νήμα είναι τεντωμένο και η διάταξη βρίσκεται σε ισορροπία.



α. Να σχεδιάσετε το διάνυσμα της στατικής τριβής στο σημείο επαφής του τροχού με το δάπεδο και να υπολογίσετε το μέτρο του

β. Τη χρονική στιγμή t=0 το νήμα κόβεται όποτε ο τροχός κυλίεται χωρίς ολίσθηση ενώ το σώμα Σ1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

β1. Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης του σώματος $Σ_1$

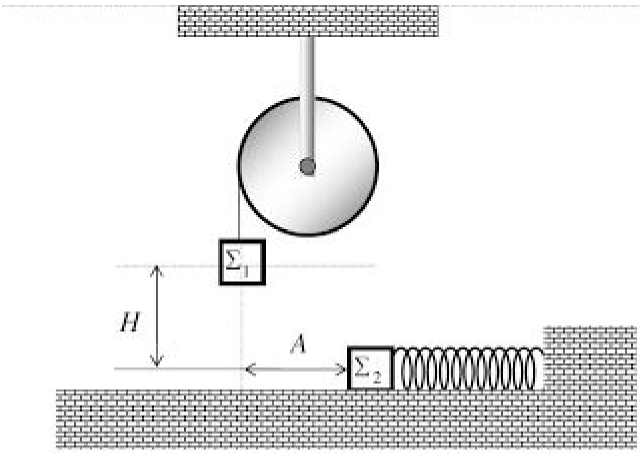
β2. Να υπολογίσετε τη στροφορμή του τροχού όταν το σώμα $Σ_1$ φτάσει για πρώτη φορά στο ανώτατο σημείο της τροχιάς του

γ. Κάποια χρονική στιγμή το σώμα Σ1 αποκολλάται από το ελατήριο και συγκρούεται ελαστικά με το πλάγιο δάπεδο κινούμενο κατακόρυφα. Να υπολογίσετε την γωνία της ταχύτητάς του με την οριζόντια διεύθυνση αμέσως μετά την κρούση

Για τον τροχό δίνεται η ροπή αδρανείας για άξονα που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του $I_{cm}=MR^2$. Για τις πράξεις θεωρείστε $g=10m/s^2$, ημ37°=0,6, συν37° =0,8.

Απ: α. 30 N β1. 4,5 J β2. 2,4π kgm^2/s γ. 16^o

373. Η ομογενής τροχαλία του σχήματος μάζας M= 4kg και ακτίνας R = 2m μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές περί ακλόνητου άξονα που περνά από το κέντρο της. Σημειακό σώμα μάζας m_1= 3kg συνδέεται με αυτήν μέσω αβαρούς μη εκτατού νήματος που είναι τυλιγμένο στην περιφέρειά της. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί και το σώμα $Σ_1$ απέχει ύψος Η από το έδαφος. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ιδανικό ελατήριο με το ένα άκρο ακλόνητα στερεωμένο, στο ελεύθερο άκρο του συνδέεται σημειακό σώμα $Σ_2$ άγνωστης μάζας. Η διάταξη κρατιέται σε ισορροπία ενώ το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά A από τη θέση φυσικού μήκους.



α. Αφήνουμε ελεύθερο το σώμα $Σ_1$ και το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στην επιφάνεια της τροχαλίας.

α1. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του συστήματος τροχαλία-σημειακό σώμα $Σ_1$

α2. Αν το σώμα $Σ_1$ συναντά το οριζόντιο δάπεδο σε χρονικό διάστημα Δt=1s να υπολογίσετε το ύψος H .

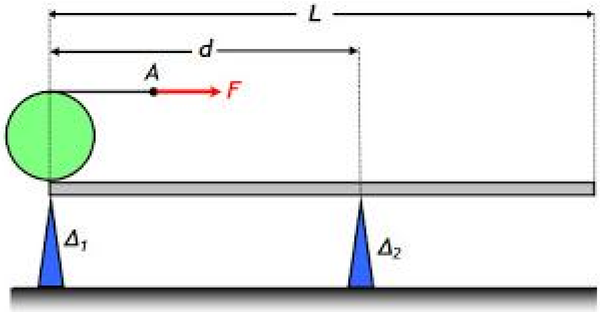
β. Μόλις το σώμα $Σ_1$ συναντά το οριζόντιο δάπεδο ακινητοποιείται στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Αφήνουμε ελεύθερο το σώμα $Σ_2$ και όταν συναντήσει το σώμα $Σ_1$ συγκρούεται ελαστικά με αυτό. Μετά την κρούση το πλάτος ταλάντωσης υποδιπλασιάζεται.

β1. Να υπολογίσετε τις πιθανές τιμές της μάζας του σώματος $Σ_2$.

β2. Αν η κρούση των σωμάτων είναι πλαστική, το πλάτος ταλάντωσης επίσης υποδιπλασιάζεται. Να υπολογίσετε την μάζα του σώματος $Σ_2$.

Η ροπή αδρανείας της τροχαλίας περί του άξονα περιστροφής είναι $I_{cm}=½ MR^2$. Για τις πράξεις θεωρείστε $g=10m/s^2$.
Απ: α1. 60 kgm2/s2 α2. 3 m β1. 9 kg, 1 kg β2. 1 kg

374. Μία ομογενής ράβδος μάζας M=10kg και μήκους L=16m ισορροπεί πάνω σε δύο δοκούς $Δ_1$ και $Δ_2$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Η $Δ_1$ βρίσκεται αριστερό άκρο της ράβδου και η $Δ_2$ απέχει απόσταση d=10m από αυτή. Ένα μηχανικό στερεό μάζας m=4kg και ακτίνας R=0,2m γύρω από το οποίο έχουμε τυλίξει αβαρές και μη εκτατό νήμα αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει τη χρονική στιγμή t=0, ξεκινώντας από το αριστερό άκρο της ράβδου με την επίδραση δύναμης F=12N, η οποία ασκείται στο άκρο Α του νήματος. Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του είναι $I_{cm}=λmR^2$, όπου λ σταθερά.



α. Να βρεθεί η σταθερά λ, αν δίνεται ότι σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του στερεού στην ράβδο οι δυνάμεις που ασκούνται σε αυτή από τις δοκούς είναι κάθετες σ' αυτήν.
β. Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού.
γ. Η κινητική ενέργεια του στερεού τη στιγμή που φτάνει στο μέσο της ράβδου.
δ. Οι σχέσεις που δίνουν τις δυνάμεις F_1 και F_2 που δέχεται η ράβδος από τις δύο δοκούς σε συνάρτηση με την απόσταση x του στερεού από το άκρο της ράβδου.
ε. Η χρονική στιγμή που θα ανατραπεί η ράβδος και η μετατόπιση του άκρου Α του νήματος.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g=10m/s^2$.

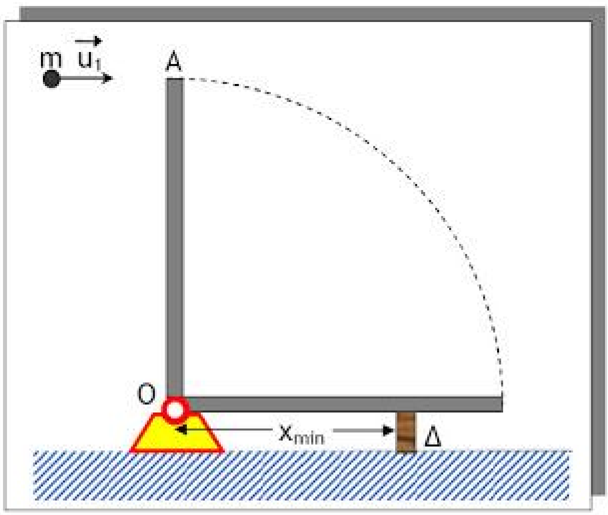
375. Ένα λεπτό δαχτυλίδι μάζας M και ακτίνας R μία σφαίρα μάζας M και ακτίνας R και ένας κύλινδρος μάζας M και ακτίνας R συνδέονται μέσω αβαρών ράβδων μεταξύ τους σχηματίζοντας «τραινάκι» με το δαχτυλίδι να παίζει το ρόλο του «μηχανοδηγού» και την σφαίρα με τον κύλινδρο να ακολουθούν διαδοχικά το δαχτυλίδι. Το σύστημα αφήνεται ελεύθερο από κάποιο ύψος ενός αρκετά μεγάλου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ και το σύστημα αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
Να βρεθεί η επιτάχυνση του συστήματος.
Δίνονται οι ροπές αδράνειας του κάθε στερεού $I=λMR^2$ με λ=1 για το δαχτυλίδι λ=0,4 για την σφαίρα και λ=0,5 για τον κύλινδρο ενώ για το κεκλιμένο επίπεδο ημφ=0,49.

376. Στρίβουμε ένα νόμισμα μάζας m και ακτίνας R στον αέρα. Τη στιγμή t=0 που το νόμισμα εγκαταλείπει το χέρι μας κινούμενο κατακόρυφα προς τα πάνω είναι οριζόντιο, το ένα άκρο Α μιας διαμέτρου του ΑΓ έχει μηδενική ταχύτητα και στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στην ΑΓ που διέρχεται από το κέντρο μάζας του.
Αν το κέντρο μάζας του νομίσματος κινηθεί κατακόρυφα προς τα πάνω και φθάσει σε ύψος h, να βρείτε:
α. Τη ταχύτητα του σημείου Γ τη στιγμή t=0 και τον αριθμό των στροφών που θα εκτελέσει το νόμισμα μέχρι τη στιγμή που το κέντρο μάζας του νομίσματος θα ξαναπεράσει από το σημείο εκτόξευσης.
β. Την ενέργεια που καταναλώσαμε γι' αυτή τη ρίψη.

Δίνονται: η ροπή αδρανείας νομίσματος ως προς τον άξονα περιστροφής του, I=(1/4)mR^2 και τα m, g, R, h.
Η αντίσταση του αέρα παραλείπεται.
(Θέμα Πανελ. Διαγ. Φυσικής 2003)
Πρόσθετο ερώτημα
Αν η ρίψη του νομίσματος γίνεται με απότομο (δηλ. πολύ μικρής χρονικής διάρκειας) κατακόρυφο χτύπημα προς τα πάνω, σε σημείο Λ της διαμέτρου ΑΓ, να βρεθεί η απόσταση του σημείου Λ από το κέντρο Κ του νομίσματος.
Το βάρος του νομίσματος κατά τη πολύ μικρή χρονική διάρκεια του χτυπήματος να θεωρηθεί αμελητέο.

377. Στην καρότσα ενός ημιφορτηγού που κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα V βρίσκεται τροχός μάζας M και ακτίνας R σε κατακόρυφο επίπεδο (σε ακλόνητη βάση πάνω στην καρότσα) που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές. Ο τροχός αρχικά δεν περιστρέφεται μέχρι που ένα κομμάτι πλαστελίνης μικρής μάζας m (πολύ μικρότερη από τη μάζα του τροχού και τη μάζα του ημιφορτηγού) πέφτει κατακόρυφα από κάποιο ύψος και συγκρούεται πλαστικά με τον τροχό στο ανώτερο σημείο του (δηλ. πάνω στην κατακόρυφη που περνά από το κέντρο του τροχού). Θεωρείστε ότι η ταχύτητά του ημιφορτηγού δεν μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια της κρούσης.
α. Πόση είναι η στροφορμή του συστήματος λίγο πριν την κρούση ως προς το κέντρο του τροχού;
β. Θα στραφεί ο δίσκος; Αν ναι ποια είναι η γωνιακή ταχύτητα αμέσως μετά την κρούση;

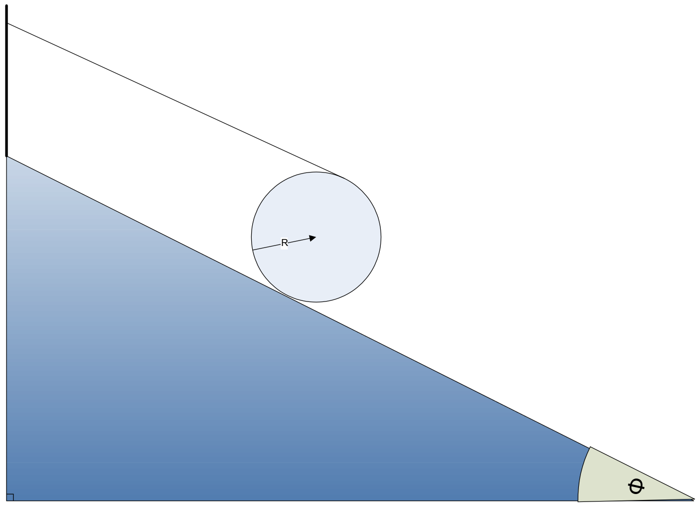
378. Η ομογενής ράβδος του σχήματος έχει μάζα M=3kg, μήκος ℓ=7,5m και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα που διέρχεται από το άκρο της Ο και είναι κάθετος σ’ αυτή. Αρχικά η ράβδος ισορροπεί ακίνητη σε κατακόρυφη θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ένα βλήμα μάζας m=√2 kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u_1=60m/s, συγκρούεται ακαριαία με τη ράβδο στο άλλο άκρο της Α και τη διαπερνά, με αποτέλεσμα η ταχύτητά του να μειώνεται κατά 50% και η ράβδος να αρχίσει να περιστρέφεται.



Να υπολογίσετε:
α. Την γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.
β. Την γωνία κατά την οποία έχει περιστραφεί η ράβδος στη θέση όπου το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου είναι ίσο με το μισό της μέγιστης τιμής του.
γ. Την δύναμη που δέχεται η ράβδος από τον άξονα περιστροφής στη θέση του ερωτήματος (β).
δ. Τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου, όταν αυτή φθάνει στην οριζόντια θέση.
ε. Όταν η ράβδος φθάνει στην οριζόντια θέση κτυπά στο δοκάρι Δ και ακινητοποιείται σε χρόνο Δt=0,2s. Αν ξέρουμε ότι η μέγιστη δύναμη που μπορεί να αντέξει η ράβδος είναι 400N, να βρεθεί ποια είναι η ελάχιστη απόσταση xmin που μπορεί να απέχει το δοκάρι Δ από το άκρο Ο, ώστε όταν κτυπήσει η ράβδος να η σπάσει.

Δίνεται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και εί-ναι κάθετος σ' αυτή είναι και g=10m/s2.
Απ: α. 4√2 rad/s β. 30^o γ. 339,77 N δ. 675 J/s ε. 4,5 m

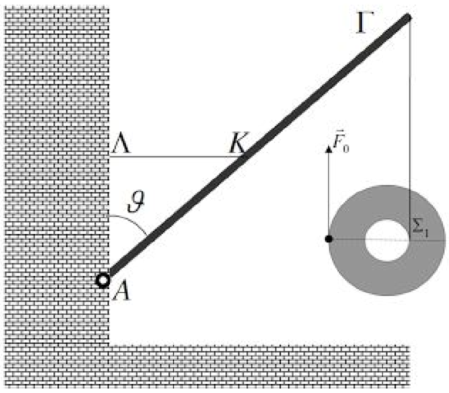
379. **α.** Ο ομογενής κύλινδρος μάζας m=10kg και ακτίνας R=0,5m ισορροπεί σε ύψος h=10m από το έδαφος , πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο με τη βοήθεια του νήματος που είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο όπως φαίνεται στο σχή-μα. Να βρείτε την τάση του νήματος και τη στατική τριβή.



β. Τη στιγμή t=0 κόβουμε το νήμα οπότε ο κύ-λινδρος αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Να βρείτε: **ι)** την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου **ιι)** Το χρόνοι καθόδου **ιιι)** Την γωνιακή του ταχύτητα όταν φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου **ιυ)** τον αριθμό των στροφών που έχει κάνει τότε **υ)** το ρυθμό μεταβολής της ολικής κινητικής ενέργειας και το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας λόγω μεταφορικής κίνησης τη στιγμή που φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου **υι)** Τον ελάχιστο συντελεστή ορια-κής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου

Δίνονται : g= $10m/s^2$, για τον κύλινδρο $I_{cm}= \frac{1}{2} m R^2$, γωνία κλίσης κεκλιμένου επιπέδου φ=30^0

380. Στη διάταξη του σχήματος η λεπτή αβαρής δοκός ΑΓ ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία θ=37° με την κατακόρυφη διεύθυνση. Το άκρο Α και το κέντρο Κ συνδέονται με ακλόνητο τοίχο μέσω άρθρω-σης και αβαρούς οριζοντίου νήματος ΚΛ αντιστοίχως. Το στερεό σώμα $Σ_1$ είναι ομογενής δίσκος μάζας Μ, εξωτερικής ακτίνας R=2m και εσωτερικής ακτίνας r=1m. Η διάταξη βρίσκεται σε κατακόρυφο επί-πεδο.



Το στερεό σώμα Σ1 είναι συνδεδεμένο στο άκρο Γ της δοκού μέσω κατακόρυφου αβαρούς νήματος που είναι τυλιγμένο στην εσωτερική επιφάνειά του. Ισορροπεί δεχόμενο κατακόρυφη δύναμη F0=10N εφαπτόμενη σε αυτό, σε απόσταση r=1m από το κέντρο του όπως φαίνεται στο σχήμα.

α.. Να υπολογίσετε τη μάζα Μ του στέρεου σώματος $Σ_1$

β.. Να υπολογίσετε την τάση του νήματος ΚΛ

Τη χρονική στιγμή t=0 η δύναμη F0 καταργείται και το νήμα ξετυλίγεται παραμένοντας συνεχώς κατακόρυφο και τεντωμένο χωρίς να ολισθαίνει στην επιφάνεια του στέρεου σώματος $Σ_1$.

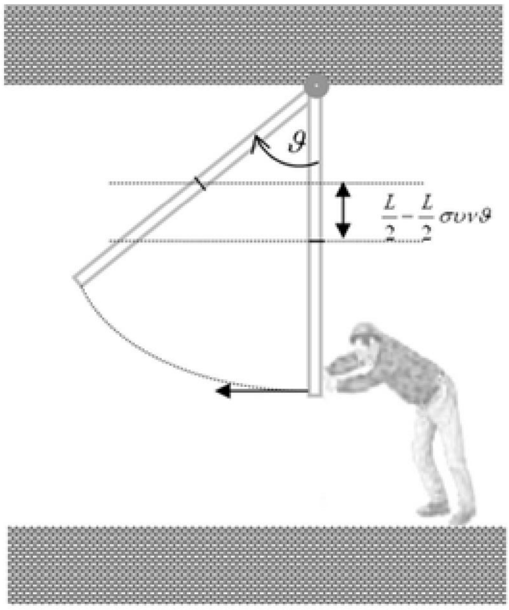
γ. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής λόγω περιστροφής του στέρεου σώματος $Σ_1$.

δ. Να υπολογίσετε την αύξηση της περιστροφικής κινητικής ενέργειας του στερεού σώματος μεταξύ δυο τυχαίων σημείων της τροχιάς του κέντρου του που απέχουν Δh=1m.

Για στερεό σώμα $Σ_1$ δίνεται η ροπή αδρανείας για άξονα που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του $I_{cm}=5/8·MR^2$. Για τις πράξεις θεωρείστε $g=10m/s^2$, ημ37°=0,6, συν37°=0,8.

Απ: α. 20 N, 3 kg β. 30 N γ. 21,4 kgm^2/s^2 δ. 300/14 J

381. Η γραμμική ομογενής ράβδος μάζας M και μήκους L του παρακάτω σχήματος μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο χωρίς τριβές περί ακλόνητης άρθρωσης. Ένας εργάτης εφαρμόζει σταθερή δύναμη στο κατώτατο άκρο της, συνεχώς κάθετη σε αυτή και στο επίπεδο κίνησής της, οπότε η ράβδος στρέφεται. Η μέγιστη γωνία στροφής που μπορεί να επιτύχει ο εργάτης είναι θ=π/3 rad.



Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας g και ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς την άρθρωση $I= 1/3\ ML^2$.

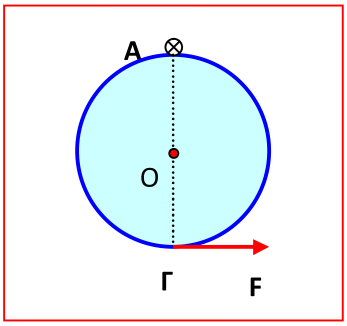
α. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης του εργάτη κατά τη διάρκεια της κίνησης της ράβδου προς την ανωτάτη θέση

β. Αν η ράβδος ισορροπούσε με την επίδραση της παραπάνω δύναμης να υπολογίσετε τη γωνία που θα σχημάτιζε με την κατακόρυφο

γ. Κατά τη διάρκεια της κίνησης προς την ανώτατη θέση να υπολογίσετε τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα που αποκτά η ράβδος

Απ: α. 3Mg/(4π) β. ημφ=3/(2π)

382. Ένας κυκλικός λεπτός δίσκος μάζας M=4Kg και ακτίνας R=0,475m ηρεμεί σε κατακόρυφο επίπεδο εξαρτώμενος από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το ανώτερο σημείο του A. Ασκούμε στο κατώτερο σημείο Γ του δίσκου δύναμη σταθερού μέτρου $F=\frac{Mg}{2}$ η οποία είναι συνεχώς εφαπτομενική στο δίσκο .



α. Μόλις ασκούμε την δύναμη F με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου.

β. Εξετάστε αν ο δίσκος με τη δράση της F μπορεί να στραφεί κατά 180^o.

γ. Καθώς ο δίσκος ανέρχεται να βρείτε:

γ1. Σε ποια γωνιακή απόκλιση θ της διαμέτρου ΑΟΓ ως προς την αρχική της κατακόρυφη θέση της ο δίσκος αποκτά τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα.

γ2. Στη θέση αυτή της μέγιστης γωνιακής ταχύτητας να υπολογισθούν:

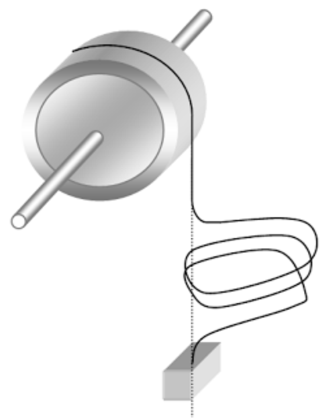
i. Η ταχύτητα του σημείου Γ του δίσκου.

ii. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής.

iii. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του δίσκου.

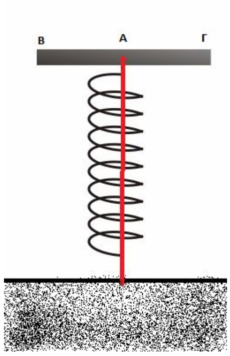
Δίδονται:
Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα κάθετο στον δίσκο που διέρχεται από το κέντρο του $I=\frac{1}{2}MR^2$. Στην κίνηση του δίσκου δεν υπάρχου τριβές. $g=10m/s^2$ και π=3,14

383. Η ομογενής κυλινδρική τροχαλία μάζας M=4m του παρακάτω σχήματος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές. Σημειακό σώμα μάζας m συνδέεται μέσω νήματος με αυτή όπως φαίνεται στο σχήμα. Δίνεται η ροπή αδρανείας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής I= ½ MR2. Το νήμα είναι αβαρές, μη έκτατο και χαλαρό επιτρέποντας στο σημειακό σώμα να πέφτει ελευθέρα ενώ η τροχαλία ηρεμεί. Όταν το σώμα αποκτήσει ταχύτητα υ, το νήμα τεντώνεται και κόβεται ακαριαία ακινητοποιώντας στιγμιαία το σημειακό σώμα. Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας μηχανικής ενέργειας από τη θραύση του νήματος.

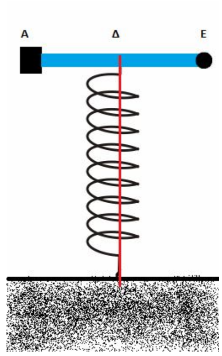


Η διάταξη βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο, ο άξονας είναι ακλόνητος, κάθετος στο επίπεδο της τροχαλίας και περνά από το κέντρο της. Δεν υπάρχει ολίσθηση στο αυλάκι της τροχαλίας. Ο φορέας κίνησης του σημειακού σώματος είναι κάθετος στην οριζόντια διάμετρο τη τροχαλίας.
Απ: 50%

384. Αβαρής ράβδος ΑΕ είναι συνδεδεμένη με ελατήριο, φυσικού μήκους d=1,15 m και σταθεράς K=200 N/m, σε σημείο Δ, έτσι ώστε να ισχύει ΑΔ=ΔΕ. Στο άκρο Ε της ράβδου είναι κολλημένο σώμα αμελητέων διαστάσεων με μάζα M=1 kg. Στο άκρο Α είναι συνδεδεμένη, στο κέντρο μάζας της, ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΒΓ, μάζας M=1 kg και μήκους L=2m, έτσι ώστε, η ράβδος ΒΓ, να μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το κέντρο μάζας της, σε επίπεδο κάθετο στο επίπεδο που σχηματίζει η ράβδος ΑΕ και το ελατήριο. Συμπιέζουμε το ελατήριο και στερεώνουμε νήμα μήκους l στο σημείο Δ της ράβδου ΑΕ και στο έδαφος όπως στο σχήμα. Κόβουμε το νήμα και το σύστημα εκτελεί Α.Α.Τ.



"πρόσοψη"



"πλάγια όψη"

Αν το πλάτος της ταλάντωσης είναι Α=0.1m

α. Να υπολογίσετε το μήκος l του νήματος.

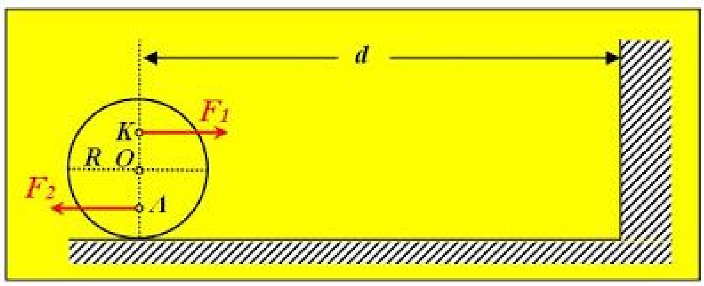
β. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης χ συναρτήσει του χρόνου. (Θεωρήστε θετική φορά προς τα πάνω)

γ. Αν στο σημείο Δ υπήρχε ηχητική πηγή, αμελητέας μάζας, η οποία εκπέμπει ήχο συχνότητας f=680 Hz, ενώ στο σημείο που είναι συνδεδεμένο το ελατήριο με το έδαφος υπήρχε ανιχνευτής ήχου, να υπολογίσετε τη μέγιστη συχνότητα που αναγνωρίζει ο ανιχνευτής. Δίνεται η ταχύτητα του ήχου 341m/s.

δ. Στην αρχική διάταξη, όταν η ταχύτητα του συστήματος γίνει μηδενική για πρώτη φορά, συγκρατούμε τη ράβδο ΑΕ ακλόνητα, ώστε η ράβδος ΒΓ να μπορεί να περιστρέφεται. Σώμα μάζας m=0,1 kg κινείται κατακόρυφα και συγκρούεται με το άκρο Β της ράβδου ΒΓ με ταχύτητα U=100/3 m/s. Μετά την κρούση το σώμα m έχει μηδενική ταχύτητα και απομακρύνεται. Αμέσως μετά την κρούση αφήνουμε ελεύθερη τη ράβδο ΑΕ. Να αποδείξετε ότι η ράβδος ΒΓ δεν συγκρούεται με το έδαφος.

Απ: α. 0.95 m β. x=0.1ημ(10t+π/2) (S.I.) γ. 682Hz δ. 0,2π sec, δεν συγκρούεται με το έδαφος.

385. Ομογενής σφαίρα μάζας M=2kg και ακτίνας R=0,5m ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο, με την κατακόρυφη διάμετρό της να απέχει απόσταση s=60,5m από λείο κατακόρυφο τοίχωμα. Από την χρονική στιγμή t=0 και μετά ασκούνται σε σημεία της κάθε φορά κατακόρυφης διαμέτρου που ισαπέχουν κατά x από το κέντρο, δύο οριζόντιες σταθερές δυνάμεις F1 και F2 , οι οποίες έχουν ίσα μέτρα(F1=F2=F) και αντίθετες κατευθύνσεις, προκαλώντας συνολική ροπή ως προς το κέντρο Ο μέτρου 2N.m.



α. Να υπολογιστούν το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας και της γωνιακής επιτάχυνσης της σφαίρας.

β. Να βρεθεί το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας την χρονική στιγμή t=2s.

Την χρονική στιγμή t1=2s, η δύναμη F2 καταργείται και ταυτόχρονα εκτοξεύεται η σφαίρα με ταχύτητα υο,cm ώστε αμέσως μετά να αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, υπό την επίδραση μόνον της F1.

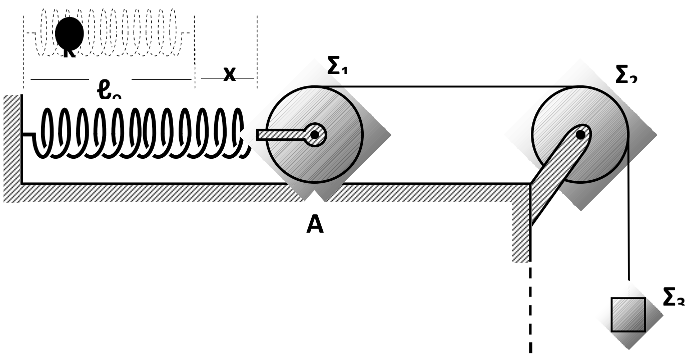
γ. Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας υο,cm.

δ. Να υπολογιστεί η απόσταση των φορέων των δυνάμεων και το μέτρο των δυνάμεων αυτών.

Η δύναμη F_1 ασκείται μέχρι και λίγο πριν η σφαίρα συγκρουστεί με το λείο τοίχωμα. Να βρεθούν:

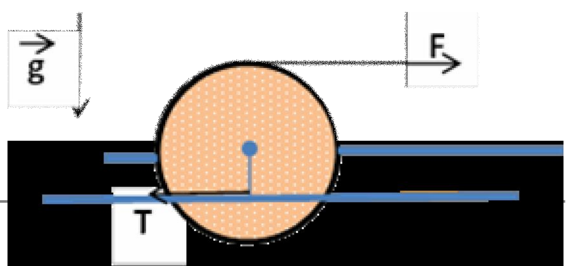
ε. η χρονική στιγμή t_2 της σύγκρουσης της σφαίρας με το τοίχωμα
στ) το έργο της F_1 δύναμης από την χρονική στιγμή t=0 μέχρι την κατάργησή της.
ζ. τα μέτρα των ταχυτήτων του σημείου επαφής της σφαίρας με το δάπεδο και του ανώτερου σημείου της περιφέρειας της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.
Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της $I_{cm}=(2/5)MR^2$
Απ: α. 0, 10 rad/s2 β. 20 rad/s γ. 10 m/s δ. 0,4 m, 5 N ε. 6 s στ. 440 J ζ. 40 m/s, 0

386. Ο τροχός $Σ_1$ στο διπλανό σχήμα είναι συμπαγές, ομογενές σώμα μάζας M, ακτίνας R και ροπής αδράνειας $I=½·M·R^2$ ως προς τον άξονά του.



Η τροχαλία $Σ_2$ είναι αβαρής και έχει ίδια ακτίνα R. Και τα δύο σώματα μπορούν να στρέφονται ελεύθερα χωρίς τριβές γύρω από τους άξονές τους.
Ο άξονας του τροχού $Σ_1$ είναι στερεωμένος με κατάλληλο αβαρή σύνδεσμο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, που το άλλο του άκρο είναι ακλόνητο, ώστε να μπορεί να κυλάει στο δάπεδο. Η τροχαλία $Σ_2$ είναι στερεωμένη όπως φαίνεται στο σχήμα και οι άξονες των δύο σωμάτων βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.
Γύρω από τον τροχό $Σ_1$ και μέσα σε λεπτό αυλάκι του έχουμε τυλίξει αρκετές φορές λεπτό μη εκτατό νήμα, που τυλίγεται ή ξετυλίγεται χωρίς να γλιστράει, περνάει πάνω από την τροχαλία και συγκρατεί σώμα $Σ_3$ μάζας m που είναι δεμένο στο άλλο του άκρο. Το νήμα δεν ολισθαίνει στην τροχαλία και παραμένει τεντωμένο.
Το σύστημα ισορροπεί όταν ο τροχός $Σ_1$ βρίσκεται στην εικονιζόμενη θέση Α. Το ελατήριο στη θέση αυτή έχει υποστεί επιμήκυνση x.
α. Να εξηγήσετε γιατί είναι απαραίτητη η τριβή για την ισορροπία του τροχού και να υπολογίσετε για ποιες τιμές του οριακού συντελεστή στατικής τριβής με το δάπεδο είναι δυνατή αυτή η ισορροπία. Να δείξετε ακόμα ότι η επιμήκυνση του ελατηρίου στη θέση αυτή είναι $x=\frac{2 \cdot m \cdot g}{k}=0{,}08m$.
β. Μετακινούμε τώρα τον τροχό κυλώντας τον προς τα αριστερά κατά x και τον συγκρατούμε στη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Στη συνέχεια τον αφήνουμε ελεύθερο, οπότε αρχίζει να κυλίεται προς τα δεξιά χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογίσετε την ταχύτητα υ με την οποία κατεβαίνει το σώμα $Σ_3$ τη στιγμή που ο τροχός διέρχεται από την προηγούμενη θέση Α.
γ. Να υπολογίσετε ακόμα την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του τροχού $Σ_1$ τη στιγμή που διέρχεται από τη θέση Α.
δ. Υποθέτουμε τέλος ότι, καθώς διέρχεται από τη θέση Α ο τροχός $Σ_1$, το νήμα κόβεται. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του και τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής του ενέργειας αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος.
Δίνονται: m=0,4kg , M=4m=1,6kg , R=0,15m, k=100N/m , $g=10m/s^2$

387. Σφαίρα μάζας M και ακτίνας R=0,4m φέρει εγκοπή όπου τυλίσομε λεπτό αβαρές νήμα και την τοπο-



θετούμε πάνω σε δύο παράλληλες και οριζόντιες ράγες που απέχουν απόσταση $\mathbf{d = 0,4\sqrt{3}}$ m και με τις οποίες ο συντελεστής τριβής είναι 0,1.
Ασκούμε στο νήμα σταθερή οριζόντια δύναμη F=6,5N επί χρόνο t=2s. Να βρεθούν:

α. Η τριβή

β. Αν η σφαίρα κυλά, ολισθαίνει ή κυλά και ολισθαίνει.

γ. Το διάστημα που θα διανύσει η σφαίρα σε χρόνο t.

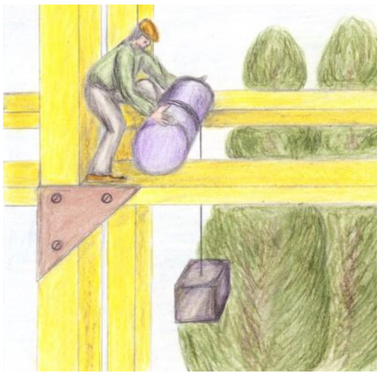
δ. Το έργο της δύναμης F.

ε. Το ποσοστό του έργου της δύναμης F που έγινε κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης της σφαίρας.

$$\mathbf{I_{cm} = S\ MR}$$

(Ροπή αδράνειας της σφαίρας: , g=10m/s^2)
Απ: α. 1 N γ. 3,75 m δ. 73,125 J ε. 38,46 %

388. Ομογενής κύλινδρος μάζας M στηρίζεται στα άκρα του πάνω σε δύο οριζόντιες σανίδες, μεταξύ των οποίων υπάρχει κενό. Η όλη κατασκευή βρίσκεται σε μεγάλο ύψος από το έδαφος. Στο μέσον του κυλίνδρου έχουμε τυλίξει σχοινί μεγάλου μήκους, το ελεύθερο άκρο του οποίου κρέμεται στο κενό μεταξύ των σανίδων. Στο ελεύθερο άκρο του σχοινιού δέσαμε ένα σώμα Σ μάζας m_1, αφήσαμε το σχοινί να κρέμεται κατακόρυφα και αρχικά συγκρατούμε τον κύλινδρο να μην κυλίσει όπως στην εικόνα.



Τη στιγμή t = 0 αφήσαμε τον κύλινδρο ελεύθερο. Τα άκρα του κυλίνδρου εμφανίζουν με τις σανίδες αρκετά μεγάλο συντελεστή τριβής και αμέσως αρχίζει κύλιση χωρίς ολίσθηση. Το σχοινί ξεδιπλώνεται από τον κύλινδρο χωρίς να γλιστράει πάνω του. Οι δύο σανίδες είναι εντελώς όμοιες.
Να θεωρήσετε ότι (σχεδόν) αμέσως (τη στιγμή t=0) το σχοινί παίρνει την τελική του διεύθυνση εκτελώντας πλέον μεταφορική κίνηση, σε διεύθυνση τέτοια ώστε η επαφή μεταξύ σχοινιού και κυλίνδρου να χάνεται σε ύψος h = 0,4R από τις σανίδες, όπου R η ακτίνα του κυλίνδρου.
Να θεωρήσετε επίσης ότι το σχοινί θα ξετυλίγετε πάντα από το μέσον του κυλίνδρου, ώστε η κύλισή του να γίνεται χωρίς να αλλάζει προσανατολισμό ο νοητός άξονας που περνάει από το κέντρο του και είναι κάθετος στις βάσεις του. Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα αυτό δίνεται I = MR^2/2. Να θεωρήσετε επομένως ότι το κέντρο του σώματος Σ και το κέντρο μάζας του κυλίνδρου Κ κινούνται συνεχώς στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.
Το σχοινί θεωρείτε αβαρές και η επιτάχυνση βαρύτητας δίνεται g=10 m/s^2.

α. Να υπολογίσετε το λόγο M/m_1 των μαζών του κυλίνδρου Κ και του σώματος Σ.

β. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το σχοινί στο σώμα Σ αν η μάζα του κυλίνδρου είναι M= 800 g και ισχύουν όλα τα παραπάνω για την κίνηση του συστήματος.

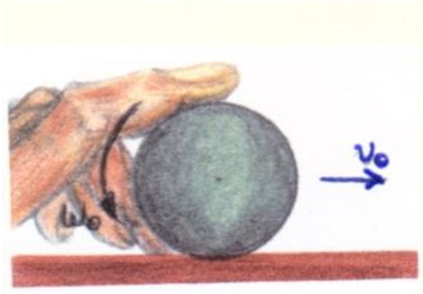
γ. Ποιος είναι ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και σανίδων, για να μην ολισθήσει ο κύλινδρος.

δ. Αν υποθέσουμε ότι τη στιγμή t = 0 το κέντρο μάζας του κυλίνδρου και του σώματος που κρέμεται είναι στην ίδια κατακόρυφη ευθεία, να υπολογίσετε την οριζόντια απόσταση των δύο κέντρων μετά από 2 s.

ε. Πόσο σχοινί έχει ξετυλιχτεί ως τότε και πόσο έχει πέσει κατακόρυφα το σώμα;

Απ: α. $M/m_1 = 8/45$ β. F = 22,5 N γ. $\mu_{min} = 0,75$ δ. Δx = 9 m ε. 15 m, 12 m

389. Σε μια μπαλίτσα μάζας m,ακτίνας R=2 cm και ροπής αδράνειας ως προς τον άξονά της $I_{cm}= 0,4mR^2$, δίνουμε αρχική γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω0 και αρχική οριζόντια ταχύτητα μέτρου $υ_0$=40 cm/s, με το χέρι μας, όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα,πάνω σε οριζόντιο δάπεδο.



α. Να υπολογίσετε το μέτρο ω0 της αρχικής γωνιακής ταχύτητας, ώστε σε λίγο η μπαλίτσα να μείνει για πάντα ακίνητη σε σημείο του οριζόντιου δαπέδου.

Η μπαλίτσα με το δάπεδο εμφανίζει τριβή, με συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=2/7. ($g=10\ m/s^2$).

β. Πόσες περιστροφές έχει εκτελέσει από τότε που έφυγε από το χέρι μας μέχρι να ακινητοποιηθεί;

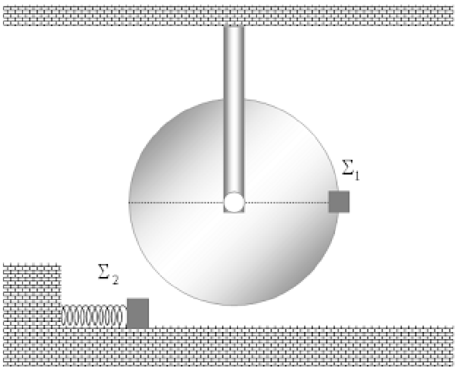
γ. Να υπολογίσετε το μέτρο ω0 που έπρεπε να δώσουμε στην αρχική γωνιακή ταχύτητα, ώστε η μπαλίτσα να αρχίζει κύλιση χωρίς ολίσθηση κάποια στιγμή και αυτό να συμβαίνει ακριβώς στην αρχική θέση από την οποία η μπαλίτσα έφυγε από το χέρι μας. Να δείξετε ότι σε αυτή την περίπτωση δεν άλλαξε η φορά περιστροφής της μπάλας, απο την έναρξη της κίνησης μέχρι να αρχίζει η κύλιση χωρίς ολίσθηση.

δ. Να υπολογίσετε την μέγιστη απομάκρυνση της μπαλίτσας από το χέρι μας (που θεωρείται ακίνητο), για την $ω_0$ του προηγούμενου ερωτήματος.

ε. Για μέτρο $ω_0$=30 rad/s της αρχικής γωνιακής ταχύτητας, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή κατά την οποία θα αρχίσει η μπαλίτσα να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και να δείξετε ότι πριν συμβεί αυτό έχει αντιστραφεί η φορά της περιστροφής της.

Απ: α. $ω_0$=50 rad/s β. 3,5/2π περιστροφές. γ. $ω_0$ = 120 rad/s δ. Δx=2,8 cm ε. t=0,1 s

390. Ο ομογενής δίσκος του σχήματος, ακτίνας R=2m, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές περί ακλόνητου άξονα που περνά από το κέντρο του. Στο λείο οριζόντιο δάπεδο ισορροπεί σημειακό σώμα Σ2 μάζας m2=3Kg που συνδέεται με ακλόνητο τοίχο μέσω ιδανικού ελατήριου σταθεράς K=300N/m.Η διάταξη βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο.



α. Ενώ ο δίσκος ηρεμεί κολλάμε σημειακό σώμα $Σ_1$, μάζας m_1=1Kg, στην περιφέρειά του και στο ύψος του κέντρου του. Όταν στο σημειακό σώμα $Σ_1$ φτάσει στο κατώτατο σημείο έχει ταχύτητα μέτρου u_1=2m/s.

Επιμέλεια: Δ. Τσάτσης

α1. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του συστήματος σώμα $Σ_1$ - δίσκος όταν έχει στραφεί κατά φ=60°

α2. Να υπολογίσετε την ροπή αδράνειας του δίσκου για τον άξονα περιστροφής του

β. Όταν το σώμα Σ1 φτάσει στο κατώτατο σημείο, διατηρώντας την ταχύτητά του αποκολλάται και κινείται ευθύγραμμα στο οριζόντιο δάπεδο. Αφού διανύσει διάστημα S=2m συγκρούεται ελαστικά με το σώμα $Σ_2$.

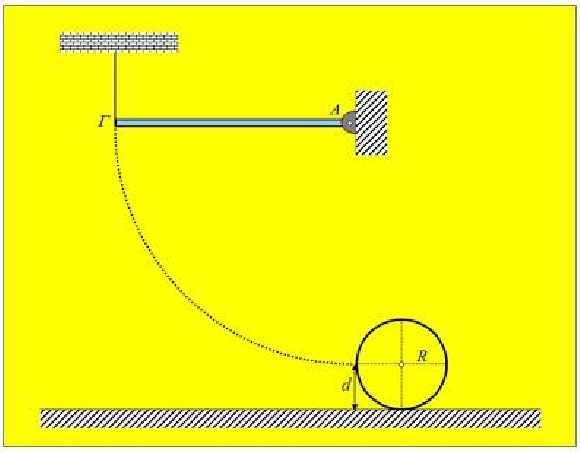
β1. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από την αποκόλληση του σώματος $Σ_1$ μέχρι αυτό να συναντήσει ξανά τον δίσκο

β2. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συμπίεση του ελατήριου

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g=10m/s^2$.

Απ: α. 10 kgm2/s2 β. 36 kgm2 γ. 3 s δ. 0,1 m

391. Η ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ του διπλανού σχήματος έχει μήκος L=1,2m και μάζα M=4kg και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφον επίπεδο με τη βοήθεια άρθρωσης που βρίσκεται στο δεξιό άκρο της. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια καθώς το αριστερό της άκρο Γ είναι δεμένο με αβαρές και μη εκτατό σχοινί όπως φαίνεται στο σχήμα. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα και η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται. Να υπολογιστούν:



α. Το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση λίγο πριν και αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος,

β. η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου όταν γίνεται η ράβδος γίνεται για $1^η$ φορά κατακόρυφη.

Ομογενής σφαίρα μάζας m=2kg και ακτίνας R=2/7m ισορροπεί ακίνητη σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=6/70. Τη στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη, η οποία θεωρείται ως t=0, το άκρο της Γ της ράβδου συγκρούεται ελαστικά με σημείο της περιφέρειας της ομογενούς σφαίρας, το οποίο απέχει από το έδαφος απόσταση d=R.

γ. Να υπολογιστούν τα μέτρα της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου αμέσως μετά την κρούση και της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

δ. Να μελετηθεί η κίνηση της σφαίρας.

ε. Το συνημίτονο της μέγιστης γωνίας σε σχέση με την κατακόρυφη που θα διαγράψει η ράβδος μετά την ελαστική της κρούση με την σφαίρα.

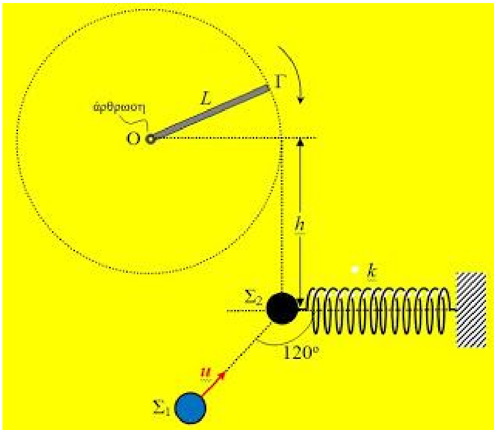
στ) Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1 που σταματάει η ολίσθηση της σφαίρας στο οριζόντιο επίπεδο.

ζ. Να γίνει η γραφική παράσταση ω=f(t) της γωνιακή ταχύτητας της σφαίρας σε συνάρτηση με τον χρόνο από την χρονική στιγμή t=0 έως την χρονική στιγμή t_2=3,3s, και να βρεθεί ο αριθμός των περιστροφών στην παραπάνω χρονική διάρκεια.

Δίνεται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το άκρο της και είναι κάθετος σε αυτή $I_ρ=(1/3)ML^2$ και η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της $I_{σφ}=(2/5)mR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

Απ: α. 20 N και 10 N β. 5 rad/sec γ. -1 rad/sec και 4,8 m/sec ε. 0,96 στ. 1,6 sec ζ. 15/π περιστροφές

392. Σφαίρα $Σ_2$ μάζας m_2=m=2kg ηρεμεί στερεωμένη στο αριστερό άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=150N/m το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Μια λεπτή και ομογενής ράβδος ΟΑ μάζας M=6kg και μήκους L=1mέχει το άκρο της Ο στερεωμένο σε άρθρωση, γύρω από την οποία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές και σε κατακόρυφη απόστασηh=1,6m από τον άξονα του ελατηρίου. Κατά την διάρκεια της περιστροφής, το άκρο Γ της ράβδου διέρχεται από την ίδια κατακόρυφη με το αριστερό άκρο του ελατηρίου. Σφαίρα $Σ_1$ μάζας m_1=m κινείται σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία 120^o με τον άξονα του ελατηρίου και συγκρούεται ελαστικά αλλά όχι κεντρικά με την ακίνητη σφαίρα $Σ_2$ έχοντας λίγο πριν την κρούση ταχύτητα μέτρου u=4√3 m/s, με αποτέλεσμα αμέσως μετά η $Σ_2$ να αρχίσει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωσης κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου. Οι σφαίρες $Σ_1$ και $Σ_2$, το ελατήριο και η ράβδος βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, ενώ οι σφαίρες μπορούν να θεωρηθούν υλικά σημεία.



α. Να αποδείξετε ότι αμέσως μετά την κρούση η σφαίρα $Σ_1$ θα κινηθεί κατακόρυφα.

β. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιρών αμέσως μετά την κρούση και το πλάτος ταλάντωσης της $Σ_2$.

Καθώς η σφαίρα κινείται κατακόρυφα καρφώνεται στο άκρο Γ της ράβδου, η οποία περιστρέφεται κατά την φορά των δεικτών του ρολογιού και την στιγμή της σύγκρουσης βρίσκεται σε οριζόντια θέση έχοντας γωνιακή ταχύτητα μέτρου $ω_1$=8rad/s. Να υπολογίσετε:

γ. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος ράβδος-σφαίρα αμέσως μετά την πλαστική σύγκρουση της σφαίρας με το άκρο της ράβδου.

δ. το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από τη σφαίρα $Σ_1$ τη στιγμή που η ράβδος – σφαίρα γίνεται κατακόρυφη για $1^η$ φορά μετά την σύγκρουση.

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το μέσο της και είναι κάθετος σε αυτή υπολογίζεται από τη σχέση Icm=(1/12)ML_2. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g=10m/s^2 ενώ η σύγκρουση ράβδου -σφαίρας $Σ_1$ έχει αμελητέα χρονική διάρκεια.

Απ: β. u_1=6 m/sec, u_2=2√3 m/sec, A=0,4 m γ. 3 rad/sec δ. 88 N

393. Μια ράβδος ΟΑ μάζας M=0,625kg και μήκους L=1,2m είναι αρθρωμένη από το άκρο της Ο και διατηρείται κατακόρυφη έτσι ώστε το άλλο άκρο της Α μόλις να εφάπτεται σε λείο οριζόντιο τραπέζι και να είναι σε επαφή με ακίνητο σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=0,5Kg που ηρεμεί. Πολύ λίγο μετά το τραπέζι υπάρχει λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσεως φ (ημφ=0,8 και συνφ=0,6). Πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο υπάρχει σώμα μάζας $Σ_2$ μάζας m_2=1,5Kg δεμένο στο κάτω άκρο ελατηρίου σταθεράς K=50N/m που ηρεμεί και είναι στη ίδια οριζόντια ευθεία με το σώμα $Σ_1$. Το ελατήριο είναι ακλόνητα στερεωμένο στο άλλο άκρο του από σημείο του κεκλιμένου επιπέδου. Εκτρέπουμε τη ράβδο από τη θέση ισορροπίας κατά 90^o και την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί χωρίς τριβές. Η ράβδος κτυπάει στο σώμα $Σ_1$ το οποίο με τη σειρά του έχοντας οριζόντια ταχύτητα κτυπάει πλαστικά στο σώμα $Σ_2$. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η ταχύτητα του μηδενίζεται στιγμιαία για πρώτη φορά αφού διανύσει διάστημα s=2cm από τη θέση που έγινε η κρούση.

α. Ποιο το πλάτος της ταλάντωσης.

β. Ποια η ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ αμέσως μετά την κρούση με τη ράβδο.

γ. Ποια η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση με το $Σ_1$

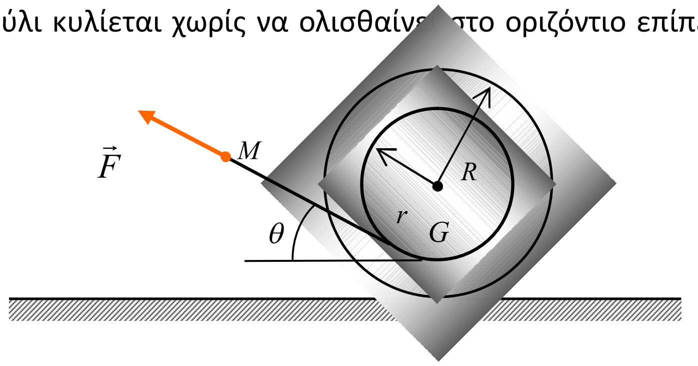
δ. Ποιο ο ρυθμός μεταβολής της ορμής και της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος αμέσως μετά τη δημιουργία του.

ε. Ποια η δύναμη της άρθρωσης που δέχεται η ράβδος λίγο πριν την κρούση της με το σώμα $Σ_1$.

Δίδεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής $I=\frac{1}{3}ML^2$ και $g=10m/s^2$.

394. Λεπτό νήμα έχει τυλιχθεί σε ένα καρούλι (κουβαρίστρα) εσωτερικής ακτίνας $r=5\sqrt{2}cm$ και εξωτερικής ακτίνας $R=10cm$, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα. Το καρούλι έχει μάζα $m=2kg$ και ροπή αδράνειας ως προς τον γεωμετρικό του άξονα $I_G=0.01kgm^2$. Στο ελεύθερο άκρο Μ του νήματος ασκείται δύναμη $\vec{F}$, που σχηματίζει γωνία θ, με την οριζόντια διεύθυνση.

Α. α. Για ποιες τιμές της γωνίας θ, το καρούλι κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει στο οριζόντιο επίπεδο μετατοπιζόμενο προς τα αριστερά και για ποιες προς τα δεξιά;



β. Για ποια τιμή της γωνίας θ ο φορέας της δύναμης $\vec{F}$ τέμνει την ευθεία επαφής του καρουλιού με το οριζόντιο επίπεδο; Τι συμβαίνει τότε στην κίνηση του καρουλιού;

Β. Εάν $F=20N$ και $\theta=0$, ποιος είναι ο ελάχιστος συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ καρουλιού και οριζόντιου επιπέδου ο οποίος εξασφαλίζει ότι το καρούλι δεν ολισθαίνει στο οριζόντιο επίπεδο;

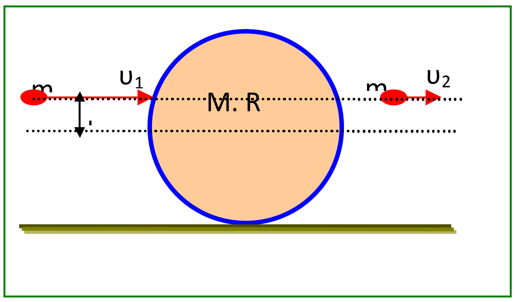
Επίσης σε τούτη την περίπτωση να προσδιορίσετε δύο δευτερόλεπτα μετά την εφαρμογή της δύναμης:

α. Τα σημεία της περιφέρειας του καρουλιού που έχουν την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα με αυτή του κέντρου μάζας του G.

β. Τον ρυθμό με τον οποίο το νήμα τυλίγεται ή ξετυλίγεται.

γ. Τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του καρουλιού.

395. Μια σφαίρα μάζας M=1Kg και ακτίνας R=0,1m ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,2. Ένα βλήμα μάζας m=0,07 Kg κινείται με ταχύτητα $υ_1$=100m/s σε οριζόντια ευθεία που ανήκει στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με το κέντρο της σφαίρας και πιο ψηλά από αυτό κατά $h=1,5cm$. Το βλήμα διαπερνά σε απειροστό χρόνο τη σφαίρα έχοντας στην ίδια διεύθυνση ταχύτητα $υ_2=20m/s$. Να βρείτε:



α. την ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

β. τη γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

γ. το ποσοστό της ενέργειας του βλήματος πριν την κρούση που έγινε θερμική ενέργεια κατά τη διάρκεια της κρούσης.

δ. Μετά την κρούση και ύστερα από κάποιο χρόνο t η σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση. Να βρείτε τον απαιτούμενο χρόνο t.

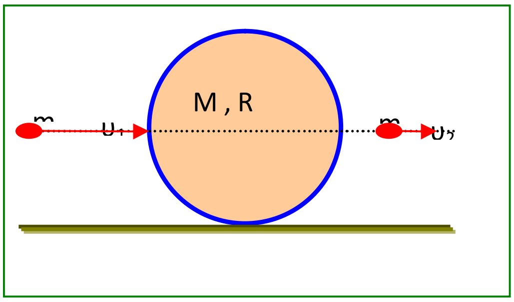
ε. Ποια η ταχύτητα του κέντρου μάζας και ποια η γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας στην κύλιση χωρίς ολίσθηση.

ζ. Σε ποιο ύψος h έπρεπε να κτυπήσει το βλήμα ώστε η σφαίρα αμέσως μετά την κρούση να κυλίεται χωρίς ολίσθηση;

Δίδονται: Ροπή αδράνειας σφαίρας ως προς άξονα περιστροφής $I=\frac{2}{5}MR^2$.

Κατά τη διάρκεια της κρούσης θεωρούμε ότι δεν αναπτύσσονται τριβές. $g=10m/s^2$

396. Μια σφαίρα μάζας M=1Kg και ακτίνας R=0,1m ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,2. Ένα βλήμα μάζας m=0,07Kg κινείται με ταχύτητα $υ_1$=100m/s οριζόντια σε ευθεία που διέρχεται από το κέντρο της σφαίρας . Το βλήμα διαπερνά τη σφαίρα σε απειροστό χρόνο και αμέσως μετά την κρούση έχει κινητική ενέργεια ίση με το 4% της κινητικής ενέργειας που είχε αμέσως πριν την κρούση. Να βρείτε:



α. την ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

β. το ποσοστό της ενέργειας του βλήματος πριν την κρούση έγινε θερμική ενέργεια κατά τη διάρκεια της κρούσης.

γ. Μετά την κρούση και ύστερα από κάποιο χρόνο t η σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση. Να βρείτε τον απαιτούμενο χρόνο t.

δ. Ποια η ταχύτητα του κέντρου μάζας και ποια η γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας στην κύλιση χωρίς ολίσθηση.

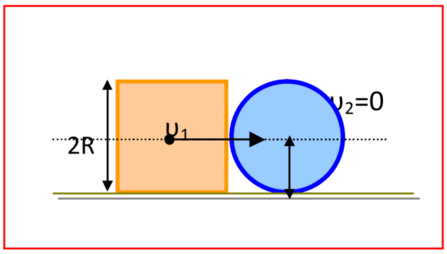
ε. Μέσα στον χρόνο t που απαιτήθηκε για να αποκτήσει η σφαίρα κύλιση χωρίς ολίσθηση να βρείτε:

ε1. Την μετατόπιση του κέντρου μάζας της σφαίρας.

ε2. Την γωνία στροφής Δφ.

Δίδονται: Ροπή αδράνειας σφαίρας ως προς άξονα περιστροφής $I=\frac{2}{5}MR^2$. Κατά τη διάρκεια της κρούσης η τριβή θεωρείται αμελητέα. $g=10m/s^2$

397. Ένας κύβος μάζας M=2Kg κινείται σε οριζόντιο δάπεδο και συγκρούεται ελαστικά με ταχύτητα $υ_1$=7m/s με ακίνητη σφαίρα ίδιας μάζας M. Η ακμή του κύβου είναι διπλάσια της ακτίνας R=0,2m της σφαίρας (H=2R) έτσι ώστε η κρούση να είναι μετωπική.
Ύστερα από κάποιο χρόνο μετά την κρούση η σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση. Αν ο συντελεστής της τριβής ολίσθησης σφαίρας – δαπέδου είναι μ=0,2 και $g=10m/s^2$ να βρείτε:



α. Την ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας u_o αμέσως μετά την κρούση.

β. Τη δύναμη κρούσης F μεταξύ κύβου και σφαίρας αν ο χρόνος κρούσης είναι Δt=10-3s.

γ. Το χρονικό διάστημα αμέσως μετά την κρούση μέσα στο οποίο η σφαίρα αποκτά κύλιση χωρίς ολίσθηση.

δ. Το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας

δ1. Μέχρι να αποκτήσει κύλιση χωρίς ολίσθηση.

δ2. Μετά την απόκτηση κύλισης χωρίς ολίσθηση.

ε. Τη στροφορμή της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής την t=0,3s

στ. Το κλάσμα της αρχικής ενέργειας του κύβου που γίνεται θερμότητα σε όλη τη διάρκεια του φαινομένου.

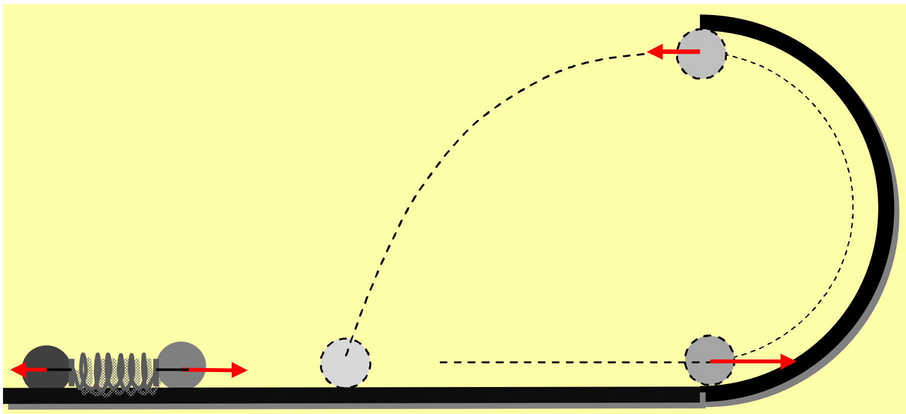
Θεωρείστε: - απειροστό το χρόνο κρούσης - ότι κατά την διάρκεια της κρούσης δεν αναπτύσσεται τριβή μεταξύ σωμάτων και δαπέδου - ότι μεταξύ κύβου και σφαίρας δεν υπάρχουν τριβές.

Απ: α. $\upsilon_0=\upsilon_1=7m/s$. β. $\bar{F}=14.10^3 N$. γ. $t=1s$. δ.1. $\frac{dL}{dt}=0,8Kgm^2/s^2$ δ.2. $\frac{dL}{dt}=0$ ε. $L=0,24Kgm^2/s$

στ. $\frac{Q}{K_0}=\frac{2}{7}$.

398. Οι, ίδιας ακτίνας r , σφαίρες μπορούν να στρέφονται χωρίς τριβές γύρω από πραγματικούς ελεύθερους άξονες που διέρχονται από τα κέντρα τους και είναι κάθετοι στο επίπεδο του σχήματος. Τα άκρα του ελατηρίου που έχει σταθερά k είναι κατάλληλα προσαρμοσμένα ώστε να ωθούν τους άξονες περιστροφής των σφαιρών χωρίς όμως να είναι προσδεμένα σε αυτούς.

Η μάζα της σφαίρας στα δεξιά του σχήματος είναι m ενώ της άλλης είναι $M=\mu\cdot m$. Κάποια στιγμή οι σφαίρες ελευθερώνονται, η σφαίρα μάζας m εισέρχεται στην κατακόρυφη ημικυκλική ράμπα ακτίνας R και κινείται ευρισκόμενη σε συνεχή επαφή με αυτή φτάνοντας οριακά στο ανώτερο σημείο με τρόπο ώστε αν υπήρχε και συνέχεια στη ράμπα αυτή (η σφαίρα) να εκτελούσε ανακύκλωση οριακά.



Από το σημείο αυτό και εντεύθεν η σφαίρα κινείται, με μόνη δύναμη να δρα επ' αυτής το βάρος της, και κτυπά το έδαφος αφού διανύσει οριζόντια απόσταση L . Έχει ληφθεί πρόνοια ώστε όσο το ελατήριο βρίσκεται σε επαφή με τις σφαίρες οι δυνάμεις που αυτό ασκεί επί των σφαιρών να έχουν φορέα την ευθεία που ορίζεται από τα κέντρα των σφαιρών και επίσης να μην αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής δαπέδου - ελατηρίου. <u>Το οριζόντιο δάπεδο εμφανίζει ικανό συντελεστή τριβής</u> ώστε να αποκλείεται η ολίσθηση των σφαιρών κατά την κίνηση τους πάνω σε αυτό ενώ <u>η ράμπα είναι εντελώς λεία</u> στο εσωτερικό της.

Με δεδομένα τα μεγέθη m , μ k , r , R και την επιτάχυνση της βαρύτητας g βρείτε:

α. Την αρχική συσπείρωση d του ελατηρίου

β. Την οριζόντια απόσταση L

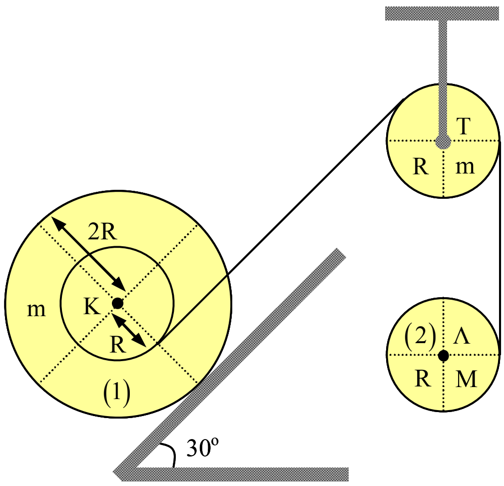
γ. Πόσες περιστροφές θα εκτελέσει η σφαίρα από τη στιγμή που εγκαταλείπει τη ράμπα μέχρι τη στιγμή που κτυπά το έδαφος;

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας ομογενούς σφαίρας μάζας M και ακτίνας r ως προς άξονα διερχόμενο από το κέντρο της ισούται με .

L = 2 R r

Απ: α. β. γ.

399. Στο σχήμα ο κύλινδρος (1) έχει μάζα m, ακτίνα 2R και στο μέσον της παράπλευρης επιφάνειάς του υπάρχει λεπτή εγκοπή βάθους R, η τροχαλία έχει μάζα m, ακτίνα R και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και ο κύλινδρος (2) έχει μάζα M και ακτίνα R. Το νήμα είναι αβαρές μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στις επιφάνειες των στερεών που έρχεται σε επαφή.



α. Αρχικά κρατούμε τα τρία στερεά ακίνητα και κάποια χρονική στιγμή τα αφήνουμε.
Αν ο κύλινδρος (1) παραμένει ακίνητος να υπολογιστεί η μάζα M του κυλίνδρου (2).

β. Αντικαθιστούμε τον κύλινδρο (2) με κύλινδρο (3) ακτίνας R και μάζας M′ > M. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ αφήνουμε τα τρία στερεά να κινηθούν από την ηρεμία. Αν ο κυλίνδρος (1) ανέρχεται εκτελώντας κύλιση χωρίς ολίσθηση με σταθερή επιτάχυνση κέντρου μάζας ίση με g να υπολογίσετε τη μάζα M′ του κυλίνδρου (3).

γ. Τη χρονική στιγμή t=3s να υπολογίσετε:

γ1. Τις ταχύτητες και τις μετατοπίσεις των κέντρων των κυλίνδρων (1) και (3).

γ2. Το ποσοστό του έργου του βάρους του κυλίνδρου (3) που έχει μετατραπεί σε κινητική ενέργεια του κυλίνδρου (1).

γ3. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου (3).

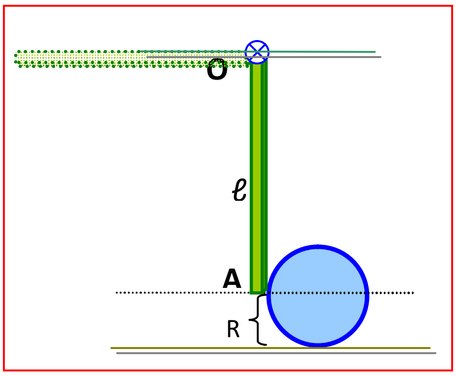
γ4. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου (1) ως προς τον άξονά του.

δ. Να υπολογίσετε τον ελάχιστο συντελεστή στατικής τριβής μεταξύ του κυλίνδρου (1) και του κεκλιμένου δαπέδου για να μην υπάρχει ολίσθηση καθώς ο κύλινδρος (1) ανέρχεται.

Δίνονται: m=2 kg, R=1m, $g=10m/s^2$, $ημ30^o=0,5$, $συν30^o=0,8$ και $I_κ=m_κR^2/2$.

Απ: α. $α_Λ=\frac{2}{3}g=\frac{20}{3}\,m/s^2$. β. $M'=\frac{51}{2}m=51\,kg$. γ1. $x_K=\frac{1}{2}α_K t^2=45\,m$, $u_K=α_K t=30\,m/s$, $x_Λ=\frac{1}{2}α_Λ t^2=37{,}5\,m$, $u_Λ=α_Λ t=25\,m/s$. γ2. $π=\frac{K_1}{W_{B_3}}100\%=7{,}05\%$. γ3. $\frac{dK_3}{dt}=11.475\,J$. γ4. $\left|\frac{dL_1}{dt}\right|=20\,N{\cdot}m$. δ. $μ_{min}=3{,}125$.

400. Μια ράβδος ΟΑ μάζας M1=3Kg και μήκους ℓ=1,2m είναι αρθρωμένη από το άκρο της Ο και αφήνεται ελεύθερη από οριζόντια θέση. Όταν η ράβδος γίνει κατακόρυφη κτυπάει μετωπικά και ελαστικά σε σφαίρα μάζας M2=2,4Kg και ακτίνας R=0,2m που ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Κατά τη διάρκεια της κρούσης το άκρο Α της ράβδου βρίσκεται στο ύψος του κέντρου μάζας της σφαίρας. Μετά την κρούση η ράβδος αποκλίνει προς τα πίσω κατά $\theta=32,85^o$ (ημθ=0,54 και συνθ=0,84).



Για τη ράβδο να υπολογισθεί

α. Η ταχύτητα του άκρου της Α με την οποία κτυπάει τη σφαίρα.

β. Η γωνιακή επιτάχυνσή της και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής όταν μετά την κρούση είναι στη μέγιστη απόκλιση κατά γωνία θ.

γ. Ποια η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

Η σφαίρα μετά την κρούση και ύστερα από κάποιο χρόνο t_1 αποκτά κύλιση χωρίς ολίσθηση

δ. Ποια η γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας μετά το χρόνο t_1.

ε. Ποιο ποσοστό της αρχικής ενέργειας της ράβδου έγινε θερμότητα σε όλη τη διάρκεια του φαινομένου.

Δίδονται: Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης της σφαίρας με το δάπεδο μ=0,2 και g=10m/s2 . Ροπή αδράνειας της ράβδου ως τον άξονα περιστροφής $I_1 = \frac{1}{3}M_1\ell^2$. Ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής της $I_2 = \frac{2}{5}M_2R^2$. Θεωρείστε : Την τριβή σφαίρας–δαπέδου κατά την διάρκεια της κρούσης αμελητέα.Στην κίνηση της ράβδου δεν υπάρχουν τριβές.

401. Στα άκρα ομογενούς ράβδου μήκους $L = 0,8m$ και μάζας $M = 1,5Kg$ βρίσκονται στερεωμένες δυο ίδιες σφαίρες μικρών διαστάσεων με μάζα $m = 0,5Kg$ η καθεμία. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο που περνά από το κέντρο μάζας της και αρχικά ισορροπεί σε οριζόντια θέση. Από σημείο που βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με τη μια σφαίρα και από ύψος $h = 0,8m$ πάνω απ΄ αυτήν αφήνεται να πέσει ελεύθερα μια τρίτη ίδια σφαίρα με τις άλλες δυο. Αν κρούση μεταξύ των δυο σφαιρών είναι πλαστική, να βρείτε:

α. Την αρχική γωνιακή ταχύτητα του συστήματος όλων των σωμάτων μετά την κρούση .

β. Το ποσοστό απωλειών της μηχανικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.

Αμέσως μετά την κρούση να βρεθεί για το σύστημα ο ρυθμός μεταβολής:

γ. της κινητικής ενέργειας.

δ. της στροφορμής.

ε. της γωνιακής ταχύτητας

ζ. της ταχύτητας του μέσου της ράβδου.

η. Τη γωνία που διέγραψε η ράβδος μέχρι να σταματήσει στιγμιαία

θ. Σε ποια θέση το σύστημα όλων των σωμάτων έχει την μέγιστη στροφορμή ως προς τον άξονα περιστροφής η οποία και να υπολογισθεί.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής $I = \frac{1}{12}ML^2$ και $g = 10m/s^2$

402. Ένας κυκλικός λεπτός δίσκος μάζας M=4Kg και ακτίνας R=0,475m ηρεμεί σε κατακόρυφο επίπεδο εξαρτώμενος από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το ανώτερο σημείο του Α. Ασκούμε στο κατώτερο σημείο Γ του δίσκου δύναμη σταθερού μέτρου $F=\frac{Mg}{2}$ η οποία είναι συνεχώς εφαπτομενική στο δίσκο .

α. Μόλις ασκούμε την δύναμη F με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου.

β. Εξετάστε αν ο δίσκος με τη δράση της F μπορεί να στραφεί κατά 180ο.

Καθώς ο δίσκος ανέρχεται να βρείτε:

γ. Σε ποια γωνιακή απόκλιση θ της διαμέτρου ΑΟΓ ως προς την αρχική της κατακόρυφη θέση της ο δίσκος αποκτά τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα.

δ. Στη θέση αυτή της μέγιστης γωνιακής ταχύτητας να υπολογισθούν:

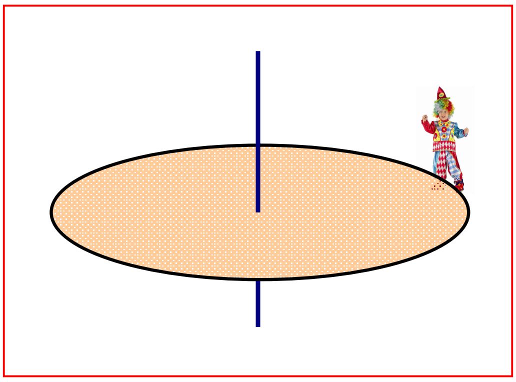
i. Η ταχύτητα του σημείου Γ του δίσκου.

ii. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής.

iii. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του δίσκου.

Δίδονται: Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα κάθετο στον δίσκο που διέρχεται από το κέντρο του $I=\frac{1}{2}MR^2$.Στην κίνηση του δίσκου δεν υπάρχου τριβές. g=10m/s2 και π=3,14

403. Ένας οριζόντιος δίσκος μάζας M1=20Kg και ακτίνας R=2m στρέφεται χωρίς τριβές με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω_0=12rad/s περί σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Ένα παιδί μάζας M_2=20kg πέφτει κατακόρυφα και ακινητοποιείται στην άκρη του δίσκου.



α. Ποια η νέα γωνιακή ταχύτητα του δίσκου.

Το παιδί αρχίζει να βαδίζει σταθερά και αργά κατά μήκος μιας ακτίνας του δίσκου προς το κέντρο αυτού.

β. Να βρείτε σε ποια απόσταση r από το κέντρο του δίσκου το σύστημα αποκτά διπλάσια γωνιακή ταχύτητα.

γ. Πόση ενέργεια δαπάνησε το παιδί στην ακτινική του μετακίνηση μέχρι να διπλασιασθεί η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου.

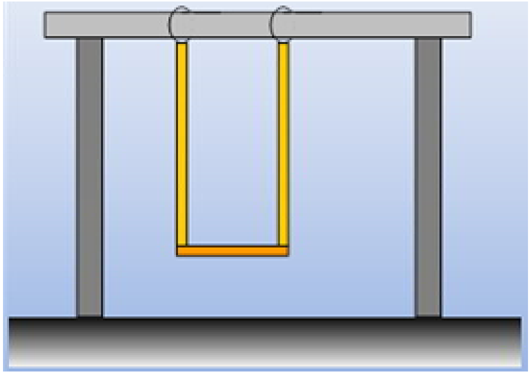
δ. Αν το παιδί την κίνηση αυτή την έκανε σε χρόνο Δt=8s ποια η μέση ροπή (ως προς τον άξονα περιστροφής) της τριβής που ασκήθηκε από το δίσκο στο παιδί.

ε. Για ποιες τιμές της μάζας του παιδιού στην ανωτέρω ακτινική μετακίνηση είναι εφικτός ο διπλασιασμός της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου.

ζ. Αν το φαινόμενο επαναλαμβάνεται με παιδιά διαφόρων μαζών να γίνει η γραφική παράσταση σε χαρτί millimetre της απόσταση r από το κέντρο του δίσκου που ο δίσκος αποκτά διπλάσια γωνιακή ταχύτητα σε συνάρτηση με την μάζα m των παιδιών. Όταν η μάζα m του παιδιού γίνει πολύ μεγάλη $(m\rightarrow\infty)$ ποια η οριακή τιμή απόστασης r στην οποία επιτυγχάνεται ο διπλασιασμός της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου.

Δίδονται: Ροπή αδράνειας του δίσκου $I_1=\frac{1}{2}M_1R^2$. Το παιδί για τη ροπή αδράνειας να θεωρηθεί υλικό σημείο.

404. Η παραπάνω κούνια που ισορροπεί κατακόρυφα αποτελείται από δύο λεπτά δαχτυλίδια ακτίνας $R=5cm$ και μάζας $M=100g$ δύο κατακόρυφους λεπτούς και ομογενείς ράβδους μήκους $L=0,9m$ και μάζας $m=1kg$ και μία οριζόντια ράβδο μήκους $l=0,3m$ και μάζας $m_1=0,4kg$. Όλα τα παραπάνω σώματα είναι συγκολλημένα μεταξύ τους και τα δαχτυλίδια μπορούν να περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από το οριζόντιο άξονα νοητό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του κάθε δαχτυλιδιού και είναι κάθετος στο επίπεδο του κάθε δαχτυλιδιού. Να βρεθούν:



α. Η ροπή αδράνειας της κούνιας γύρω από τον υποθετικό άξονα περιστροφής της.

β. Η ελάχιστη χημική ενέργεια που πρέπει να ξοδέψει ένας πιτσιρικάς ώστε μόλις η κούνια να εκτελέσει ανακύκλωση.

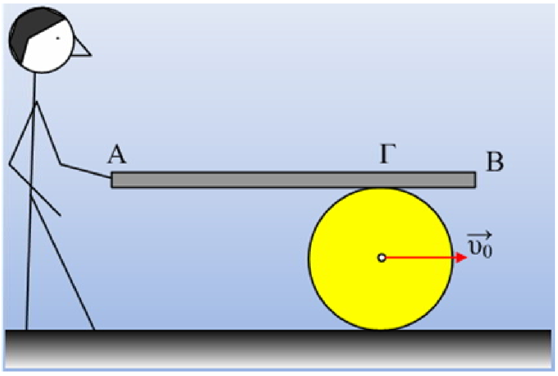
Μόλις το σύστημα φτάσει στο ανώτερο σημείο δίνουμε στην κούνια μία στιγμιαία οριζόντια ταχύτητα μέτρου $u=1m/s$ δίνοντας και ελάχιστη ώθηση ώστε να φύγει από τη θέση κατακόρυφης ισορροπίας της.

γ. Μπορεί το αριστερό δαχτυλίδι να βρεθεί στην αρχική θέση του δεξιού δαχτυλιδιού όταν η κούνια φτάσει για πρώτη φορά στην αρχική της θέση;

$I_{cm}=1/12ML^2$.

Απ: α. $0,9965\ kgm^2$ β. 27,6 J γ. ναι

405. Σε οριζόντιο επίπεδο κυλίεται (χωρίς ολίσθηση) ένας βαρύς κύλινδρος μάζας $M=200kg$ και ακτίνας $R=0,4m$ με σταθερή ταχύτητα κέντρου μάζας $υ_{0cm}=4m/s$. Προκειμένου να ακινητοποιήσουμε τον κύλινδρο, τοποθετούμε πάνω του μια δοκό μήκους 4m και μάζας $m=30kg$, συγκρατώντας την με το χέρι μας στο ένα της άκρο Α, φροντίζοντας να είναι διαρκώς σε οριζόντια θέση και να στηρίζεται στον κύλινδρο σε απόσταση (ΓΒ)= d=1m από το άλλο της άκρο Β, όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ δοκού και κυλίνδρου είναι μ=0,3, ενώ ο κύλινδρος επιβραδύνεται χωρίς να ολισθαίνει, μέχρι τη θέση που ακινητοποιείται.



α. Να υπολογιστεί η κάθετη δύναμη στήριξης καθώς και η τριβή ολίσθησης που ασκείται στη δοκό στο σημείο Γ από τον κύλινδρο.

β. Να βρεθεί η επιτάχυνση (επιβράδυνση) του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

γ. Να υπολογιστεί η στατική τριβή που ασκείται στον κύλινδρο από το έδαφος κατά τη διάρκεια της επιβράδυνσης.

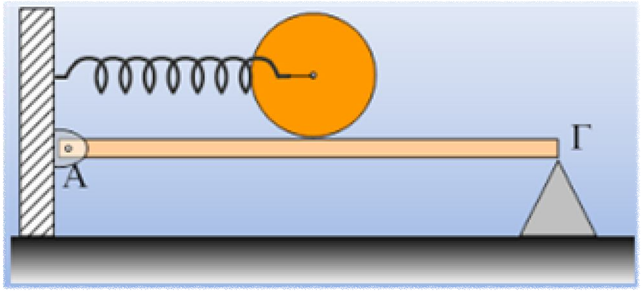
δ. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του (μέτρο και κατεύθυνση).

ε. Να υπολογιστούν η οριζόντια συνιστώσα της δύναμης που ασκούμε στο άκρο Α της ράβδου, στη διάρκεια της παραπάνω επιβράδυνσης του κυλίνδρου.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I_{cm}= ½\ MR^2$ και και $g=10m/s^2$.

Απ: α. 60N. β. $0,4m/s^2$ - επιβραδύνεται γ. 20N δ. $16kg\cdot m^2/s^2$ ε. 72N

406. Ομογενής ράβδος ΑΓ έχει μάζα M_1=3kg και μήκος L=3m μπορεί να ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια άρθρωσης στο σημείο Α και με λείο κατακόρυφο υποστήριγμα στο σημείο Γ. Πάνω στη ράβδο ισορροπεί δίσκος μάζας M_2=1kg και ακτίνας R=0,2m.Στο κέντρο μάζας του δίσκου έχουμε περάσει το άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου φυσικού μήκους L_o=1,5m και σταθεράς K=150N/m έτσι ώστε ο δίσκος να μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές ενώ το άλλο άκρο του ελατηρίου βρίσκεται ακλόνητα στερεωμένο στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με το σημείο Α της ράβδου όπως φαίνεται στο σχήμα.



Απομακρύνουμε το κέντρο μάζας του δίσκου κατά x_1=0,3m και την χρονική στιγμή t=0 αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο οπότε ο δίσκος κυλίεται συνεχώς χωρίς να ολισθαίνει πάνω στην ράβδο. Να βρεθούν:

α. Τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στα σημεία Α και Γ πριν απομακρυνθεί ο δίσκος.

β. Η εξίσωση της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου σαν συνάρτηση του χρόνου καθώς και η εξίσωση της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης σαν συνάρτηση του χρόνου.

γ. Να βρεθεί η εξίσωση του μέτρου της δύναμης που ασκείται στην άρθρωση σε συνάρτηση του χρόνου μετά την χρονική στιγμή 0.

Για τον δίσκο $I_{cm}=0,5MR^2$.

Απ: Α. 20 Ν Β. 4,5ημ^2(10t+π/2)

407. Ομογενής σιδερένιος δίσκος έχει μάζα M=4kg και ακτίνα R=0,4m. Ο Μπάρπα-Γιάννης ο σιδεράς θέλει να αφαιρέσει από τον δίσκο ένα άλλον ομόκεντρο δίσκο ακτίνας R/2 έτσι ώστε αν εφαρμόσει οριζόντια σταθερή δύναμη F=39N στο ανώτερο σημείου του κοίλου δίσκου ώστε αυτός να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή τριβής ολίσθησης μ>0,3.

Να βρεθούν:

α. Η ροπή αδράνειας του κοίλου δίσκου

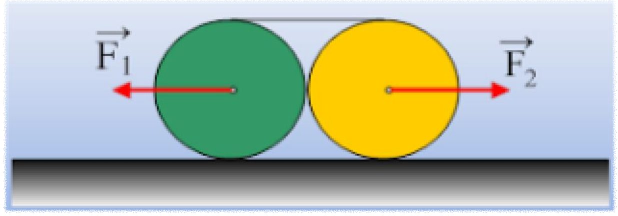
β. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κοίλου δίσκου.

γ. Σε ποια απόσταση από το κέντρο και πάνω στην κατακόρυφη διάμετρο του κοίλου δίσκου μπορεί να εφαρμοσθεί οποιαδήποτε οριζόντια σταθερή δύναμη έτσι ώστε ο κοίλος δίσκος να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει είτε σε λείο οριζόντιο επίπεδο είτε σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο

$I_{cm}=0,5MR^2$

Απ: Α. 0,3 kgm^2 Β. 16 m/s^2 Γ. 0,25 m

408. Δύο ομογενείς δίσκου μάζας M_1=2kg και M_2=1kg έχουν ίδια ακτίνα R=0,2m και έχουν περασμένο σε ένα λεπτό αυλάκι αβαρές μη εκτατό νήμα που μπορεί να ξετυλίγεται χωρίς τριβές. Οι δίσκοι είναι σε επαφή και το νήμα είναι οριζόντιο στην πάνω μεριά των δίσκων όπως στο παρακάτω σχήμα



Την χρονική στιγμή t=0 ασκώ στο κέντρο του κάθε δίσκου σταθερή δύναμη F_1=10N καιF_2=3,5N αντίστοιχα έτσι ώστε το ανώτερο σημείο του κάθε δίσκου να είναι συνεχώς ακίνητο και το νήμα να ξετυλίγεται. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο κάθε δίσκο και στο έδαφος είναι μ=0,1 να βρεθούν:

α. Το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κάθε δίσκου

β. Το ποσοστό του έργο των δύο δυνάμεων που έχει μετατραπεί σε θερμότητα λόγω τριβής μετά από χρόνο t=1s για όλο το σύστημα

Αν την χρονική στιγμή t=1s νήμα κοπεί και καταργηθούν ταυτόχρονα οι δυνάμεις F_1 και F_2 να βρεθούν:

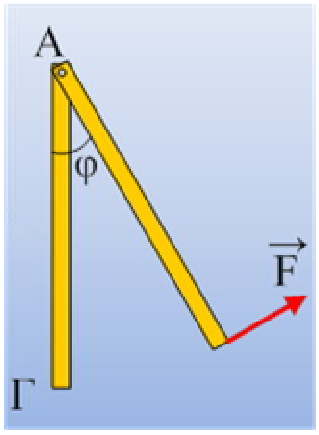
γ. Ποια χρονική στιγμή μετά το κόψιμο του νήματος θα πάψει η τριβή προσφέρει ενέργεια στο περιβάλλον

δ. Ποιες οι τελικές ταχύτητες των κέντρων μάζας του κάθε δίσκου.

$I_{cm}=0,5MR^2$.

Απ: Α. 2 m/s^2, 1 m/s^2 Β. 42,55% Γ. 2/3 s Δ. 1/3 m/s

409. Ράβδος ΑΓ μάζας Μ=1Kg και μήκους L=0,6m μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το ένα της άκρο Α γύρω από οριζόντιο άξονα χωρίς τριβές. Την στιγμή t=0 και ενώ η ράβδος ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση αποκτά αρχική γωνιακή ταχύτητα ω_0=10r/s και ταυτόχρονα εφαρμόζεται πάνω της μεταβλητή δύναμη F συνεχώς κάθετη στη ράβδο στο άκρο της Γ και με εξίσωση F=5ημφ (S.I.) όπου φ η γωνία που σχηματίζει η ράβδος με την αρχική κατακόρυφη θέση της ράβδου όπως στο παρακάτω σχήμα



Η δύναμη F καταργείται μόλις μηδενιστεί το μέτρο της για πρώτη φορά μετά την εφαρμογής της.

Να βρεθούν:

α. Ο χρόνος που ασκήθηκε η δύναμη F

β. Η γραφική παράσταση του μέτρου της ροπής της δύναμης F σε συνάρτηση της γωνίας και μέχρι το μηδενισμό αυτής. Τι εκφράζει το περικλειόμενο εμβαδόν μεταξύ της καμπύλης και του άξονα των γωνιών; Μπορεί να υπολογιστεί το εμβαδόν; Αν ναι πόσο είναι αυτό το εμβαδόν;

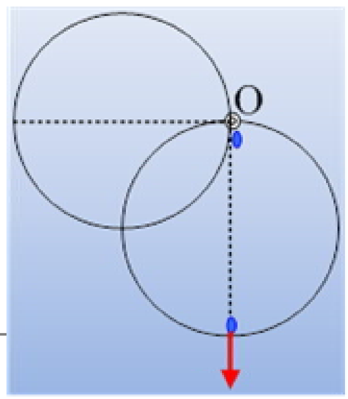
γ. Η μέγιστη ισχύς της δύναμης

δ. Η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου

Για την ράβδο $I_{cm}=1/12ML^2$.

Απ: Α. π/10 s Β. 6 J Γ. 30 J/s Δ. 10√2 r/s

410. Δαχτυλίδι μάζας M=2kg και ακτίνας R=1m μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνάει από άκρο Ο της περιφέρειας του λεπτού δαχτυλιδιού. Εκτρέπουμε το δαχτυλίδι κατά γωνία $\theta=90^o$ από την θέση ισορροπίας του και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο.



Την στιγμή που το δαχτυλίδι έχει αποκτήσει την μέγιστη κινητική ενέργεια του συγκρούεται στιγμιαία και πλαστικά με αυτό ένα δεύτερο σημειακό σώμα μάζας m=1 kg που έχει αφεθεί ελεύθερο από το άξονα Ο όπως στο παρακάτω σχήμα

Να βρεθούν:

α. Η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα του δαχτυλιδιού πριν την πλαστική κρούση

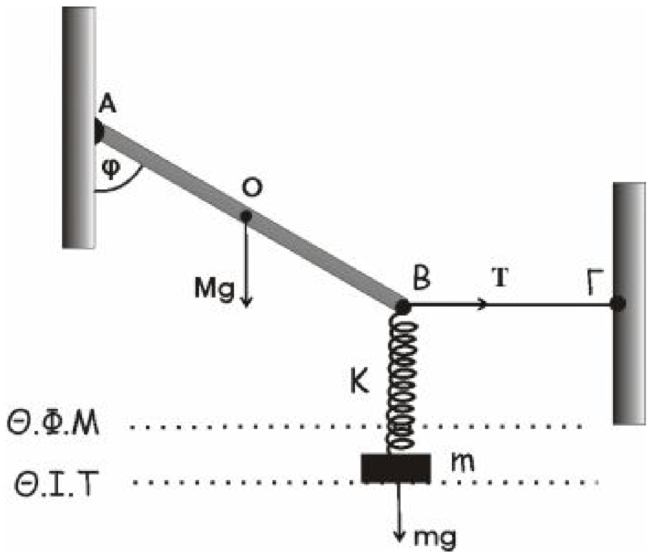
β. Την απώλεια της ενέργειας του συστήματος δαχτυλίδι-σημειακό σώμα εξαιτίας της κρούσης

γ. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σημειακού σώματος εξαιτίας της κρούσης

δ. Την μέγιστη γωνία που θα διαγράψει το σημειακό σώμα μετά την κρούση

Απ: Α. √10 r/s Β. 30 J Γ. 5√2 m/s Δ. 0,75

411. Η ομογενής ράβδος (ΑΒ) του σχήματος, έχει μάζα M=3Kg και μήκος L=1m. Το ένα άκρο της Α το αρθρώνουμε σε κατακόρυφο τοίχο, ενώ το άλλο άκρο της Β το δένουμε με ένα σχοινί που τεντώνεται οριζόντια και κρατά τη ράβδο σε γωνία φ με ημφ=0,6, όπως στο σχήμα. Ελατήριο σταθεράς K=100N/m είναι κολλημένο στο άκρο Β της ράβδου. Στο άλλο άκρο του ελατηρίου δένουμε σώμα μάζας m=1Kg. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Στη συνέχεια μετατοπίζουμε τη μάζα m κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d=5cm. Τότε:



α. Να βρείτε πως μεταβάλλεται με το χρόνο η τάση του νήματος. Να θεωρήσετε την προς τα κάτω φορά θετική.

β. Ποιες χρονικές στιγμές η τάση του νήματος γίνεται μέγιστη;

γ. Να βρείτε μεταξύ ποιών τιμών μεταβάλλεται το μέτρο της αντίδρασης από την άρθρωση.

δ. Κάποια στιγμή απομακρύνουμε το ελατήριο με τη μάζα m. Αν το όριο θραύσης του νήματος είναι Tθρ=40N, τότε ποια είναι η ελάχιστη δύναμη που πρέπει να εφαρμόσουμε στο άκρο Β της ράβδου και κάθετα σε αυτή όπως φαίνεται στο σχήμα ώστε να σπάσει το νήμα;

ε. Για τη δύναμη που υπολογίσατε πόση είναι η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου τη στιγμή που σπάει το νήμα;

στ. Να υπολογίσετε το έργο του βάρους της ράβδου μέχρι αυτή να γίνει κατακόρυφη.

Δίνεται για τη ράβδο $I_A=1/3ML^2$ και $g=10m/s^2$.

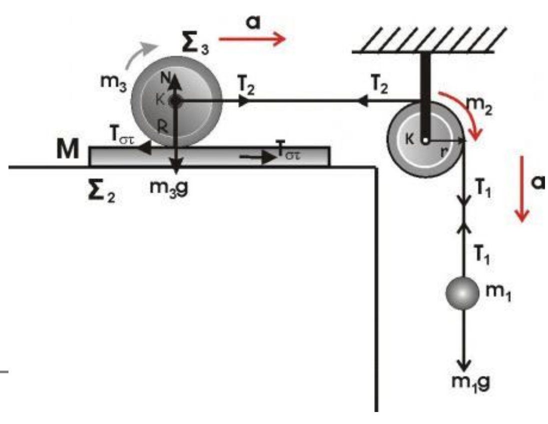
Απ: α. T=18,75+3,75συν(10t) β. κπ/5 γ. 38 N δ. 23 N ε. 32 rad/s^2 στ. 3 J

412. Πάνω στο $Σ_2$ βρίσκεται ομογενής κύλινδρος Σ3 που έχει μάζα m_3=4Kg. Το Κ.Μ του $Σ_3$ δένεται μέσω αβαρούς σχοινιού το οποίο περνά από τροχαλία μάζας m_2=Kg και έχει δεμένο στο άλλο του άκρο σώμα μάζας m_1=2Kg.

Όταν αφήσουμε το σώμα μάζας m_1, ελεύθερο τότε το σώμα $Σ_3$ κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο $Σ_2$.

α. Να βρείτε την επιτάχυνση του άξονα περιστροφής του κυλίνδρου

β. Να βρείτε το συνολικό έργο των εξωτερικών δυνάμεων για μετατόπιση του Κ.Μ του κυλίνδρου κατά x=1,2m,



Επιμέλεια: Δ. Τσάτσης

γ. Πόση είναι τότε η κινητική ενέργεια του κάθε σώματος;

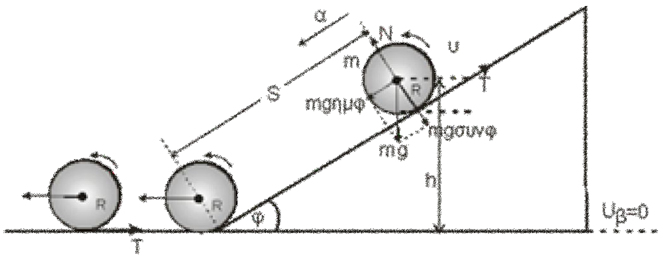
δ. Πόσο μετακινήθηκε τότε το $Σ_3$ πάνω στο $Σ_2$;

ε. Πόσος είναι ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος;

Δίνεται $g=10m/s^2$ και ακόμη $I=1/2mR^2$.

Απ: α. 2,4 m/s^2 β. 24 J γ. $K_{ολ}$=24 J δ. 0,4 m ε. 48 J/s

413. Στερεός κύλινδρος μάζαςm=4Kg και ακτίνας R=0,2mκατέρχεται υπό την επίδραση του βάρους του σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ με ημφ=0,6 και συνφ=0,8. Αν ο κύλινδρος καθώς κατεβαίνει κυλίεται ενώ ταυτόχρονα ολισθαίνει και η κίνησή του διαρκεί t=2s, τότε:



α. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του Κ.Μ του και η γωνιακή του ταχύτητα όταν φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

β. Να υπολογιστεί το έργο της τριβής ολίσθησης κατά την κίνηση του κυλίνδρου στο κεκλιμένο επίπεδο.

γ. Όταν φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου συναντάει οριζόντιο επίπεδο με τον ίδιο συντελεστή τριβής. Τι κίνηση θα κάνει ο κύλινδρος στο οριζόντιο επίπεδο και σε πόσο χρόνο θα αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει;

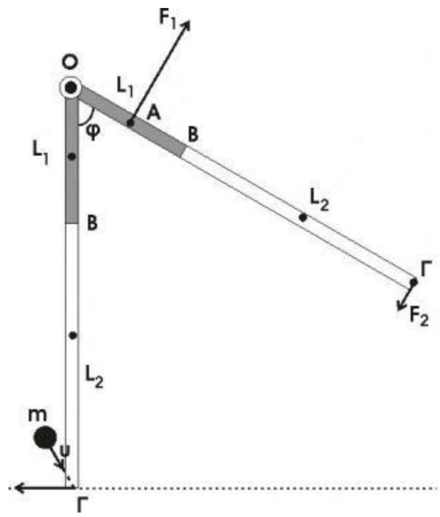
δ. Πόση είναι η απώλεια της μηχανικής του ενέργειας στο οριζόντιο επίπεδο, μέχρι να αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει;

ε. Για ποιες γωνίες του κεκλιμένου επιπέδου, έχουμε στο κεκλιμένο επίπεδο κύλιση χωρίς ολίσθηση;

Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης που τον θεωρούμε ίσο με το συντελεστή στατικής τριβής με τις επιφάνειες μ=0,2 και ακόμη $I=0,5mR^2$ και $g=10m/s^2$.

Απ: α. 8,8 m/s, 32 rad/s β. -15,36 Jhttp://users.sch.gr/mix-mix/fisikiglikio/kilisi_olisthisi.pdf

414. Το στερεό του σχήματος αποτελείται από δυο ράβδους. Την (ΟΒ)=L_1=0,2m με μάζα m_1=3Kg και την (ΒΓ)=L_2=0,6m με μάζα m_2=1Kg, που συγκολλούνται στο κοινό τους άκρο Β. Κάθετα στις δυο ράβδους ασκούνται οι δυνάμεις F_1=16N και F_2=2N με τη φορά που φαίνεται στο σχήμα. Η F_1 εφαρμόζεται στο άκρο Γ της ΒΓ και η F_2 στο μέσο Α της ΟΒ. Λόγω τριβών με τον άξονα περι-στροφής το σύστημα ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία $φ=60^0$ με την κατακόρυφο.



α. Ποια είναι η συνολική ροπή που ασκείται στη ράβδο από την τριβή με τον άξονα περιστροφής;

β. Ποια είναι η συνολική δύναμη που ασκείται από τον άξονα περιστροφής στη ράβδο όταν αυτή ισορροπεί;

γ. Ρίχνουμε λίγο λαδάκι και μηδενίζουμε τις τριβές με τον άξονα περιστροφής οπότε το σύστημα ξεκινά να περιστρέφεται από την ηρεμία. Τότε να υπολογιστεί το έργο όλων των δυνάμεων και η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος μόλις αυτό γίνει κατακόρυφο για πρώτη φορά.

δ. Αν εκείνη τη στιγμή που γίνεται κατακόρυφο, συγκρούεται ελαστικά στο κατώτερο άκρο του, με σημειακή μάζα m=1Kg που κινείται με σταθερή ταχύτητα υ=10m/s σχηματίζοντας με την κατακόρυφο, γωνία 30^0, και αν θεωρήσουμε τις επιφάνειες λείες, τότε:

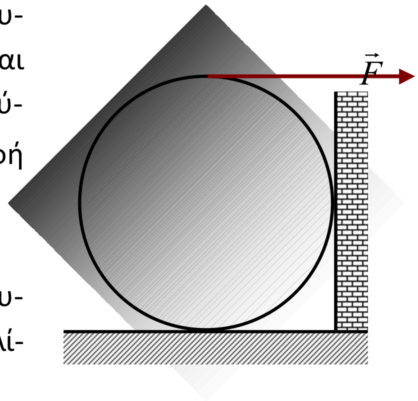
δ1. Να υπολογιστούν η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου καθώς και η ταχύτητα της μάζας m αμέσως μετά την κρούση.

δ2. Πόση είναι η μέγιστη ενέργεια παροδικής παραμόρφωσης;

ε. Πόση είναι η αντίδραση από τον άξονα στήριξης αμέσως μετά την κρούση;

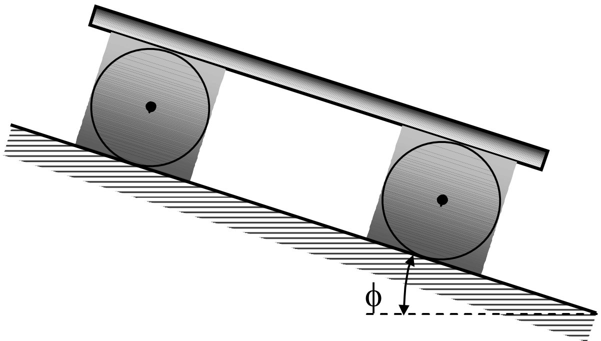
Δίνεται 3^1/2=1,7 και η ροπή αδράνειας ράβδου ως προς το Κ.Μ της είναι $I=1/12mL^2$

415. **Α.** Ο ομογενής κύλινδρος του σχήματος έχει μάζα 100 *kg*. Ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ όλων των επιφανειών είναι $\mu = 0{,}25$. Στον κύλινδρο ασκείται κάποια στιγμή μία εφαπτομενική δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 180 *N*. Η δύναμη αυτή θα προκαλέσει την περιστροφή του κυλίνδρου;



Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 m/s^2$.

Β. Πρισματική ράβδος μάζας Μ φέρεται σε επαφή με δύο όμοιους κυλίνδρους. Το σύστημα τοποθετείται σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\phi = \frac{\pi}{6} rad$ όπως φαίνεται στο σχήμα και αφήνεται ελεύθερο. Η μάζα κάθε κυλίνδρου είναι m=10 kg και η ακτίνα τους είναι R=1 m. Υποθέτοντας ότι δεν υπάρχει ολίσθηση ούτε μεταξύ κυλίνδρων και κεκλιμένου επιπέδου, ούτε μεταξύ ράβδου και κυλίνδρων:



α. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση της ράβδου και η γωνιακή επιτάχυνση των κυλίνδρων.

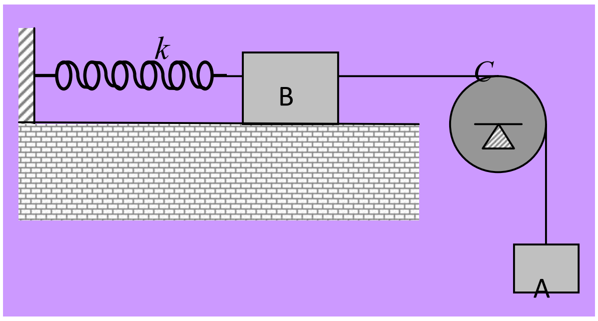
β. Ποια είναι η γωνιακή ταχύτητα των κυλίνδρων την χρονική στιγμή $\frac{11}{2} s$;

γ. Ποια είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση των σημείων της περιφέρειας των κυλίνδρων την ίδια χρονική στιγμή;

δ. Να προσδιοριστούν οι ελάχιστοι συντελεστές οριακής στατικής τριβής μεταξύ των επιφανειών επαφής ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας κάθε κυλίνδρου $I_{cm} = \frac{1}{2} mR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 m/s^2$.

416. Η τροχαλία C του διπλανού σχήματος έχει ακτίνα R και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον ακλόνητο άξονά της. Το ιδανικό ελατήριο έχει ελαστική σταθερά k. Ο συντελεστής τριβής ολισθήσεως μεταξύ του σώματος Β και του οριζόντιου επιπέδου είναι μ. Στη φάση που φαίνεται, το σώμα Α έχει ταχύτητα υ_1 με φορά προς τα κάτω και το ελατήριο είναι συμπιεσμένο κατά d.



Να υπολογιστούν:

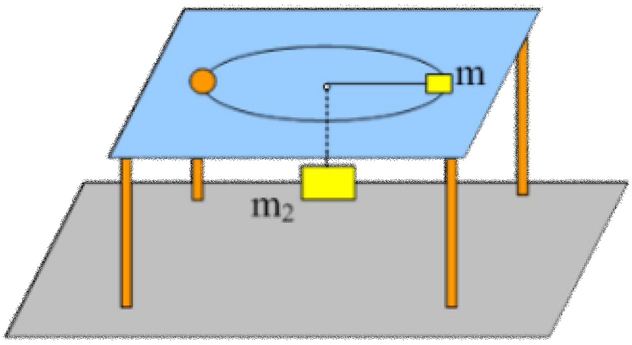
α. Η ταχύτητα του σώματος Α όταν αυτό έχει κατέλθει h.

β. Η μεταβολή της στροφορμής του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας όταν το σώμα Α κατέλθει κατά h.

γ. Η κεντρομόλος επιτάχυνση ενός σημείου της περιφέρειας της τροχαλίας όταν το σώμα Α έχει κατέλθει κατά h.

Θεωρείστε γνωστή τη ροπή αδράνειας I της τροχαλίας ως προς άξονα περιστροφής της και τη επιτάχυνση της βαρύτητας g καθώς και τα βάρη των σωμάτων Α και Β w_A και w_B. Το νήμα θεωρείται αβαρές και μη εκτατό. Η τροχαλία περιστρέφεται χωρίς το νήμα να ολισθαίνει στο αυλάκι αυτής.

417. Το κιβώτιο του παρακάτω σχήματος είναι κύβος πλευράς 2R μάζας m=1kg και μπορεί να κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι ύψους H=1,25m εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας R_1=2m με την βοήθεια οριζόντιου τεντωμένου σκοινιού η άλλη άκρη του οποίου βρίσκεται δεμένη με δεύτερο σώμα μάζας m_2=5kg που ισορροπεί κατακόρυφα.



Σφαίρας μάζας M=3kg και ακτίνας R=0,1m τοποθετείτε σε ένα σημείο της περιφέρειας της κυκλικής τροχιάς που εκτελεί το σώμα μάζας m_1 με κατάλληλη αρχική γωνιακή ταχύτητα παράλληλη προς το επίπεδο του τραπεζιού και με φορά προς το κέντρο του κύκλου. Κάποια στιγμή τα δύο σώματα συγκρούονται ακαριαία κεντρικά και ελαστικά. Αν μετά την κρούση των δύο σωμάτων η σφαίρα κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει και το νήμα είναι συνεχώς τεντωμένο να βρεθούν:

α. Το μέτρο της αρχικής ταχύτητας του κύβου.

β. Το μέτρο της αρχικής γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας

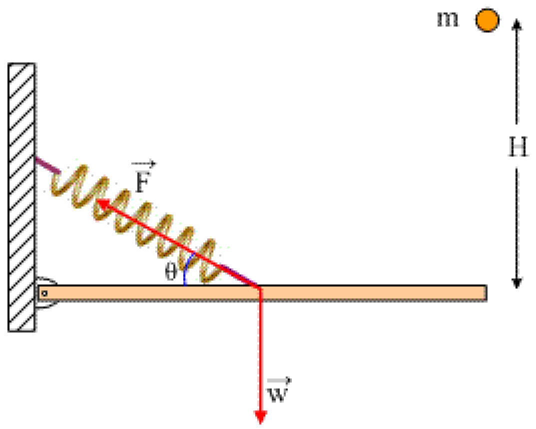
γ. Το μέγιστο ύψος που θα κατέβει το σώμα μάζας m_2

δ. Ποια η τελική κινητική ενέργεια της σφαίρας λίγο πριν χτυπήσει στο έδαφος.

Για την σφαίρα $I_{cm}=0,4MR^2$.

Απ: Α. 10 m/s Β. 50 r/s Γ. 1,15 m Δ. 90 J

418. Ομογενής ράβδος μάζας M=2Kg και μήκους L=2m ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια άρθρωσης και ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=200N/m όπως στο παρακάτω σχήμα.



Το ελατήριο σχηματίζει γωνία $θ=30^o$ με τον ορίζοντα στερεώνεται στο μέσο της ράβδου και η άλλη άκρη του βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με την άρθρωση. Από ύψος Η πάνω από ένα άκρο της ράβδου αφήνεται σημειακό σώμα μάζας m=0,2Kg. Μετά την πλαστική κρούση του σώματος m με την ράβδο η ράβδος μόλις και φτάνει να γίνει κατακόρυφη.

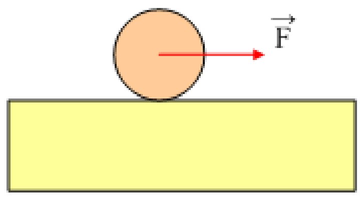
α. Να βρεθεί το μέτρου του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος ράβδου-m αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

β. Το ύψος πάνω από την ράβδο που αφέθηκε το μικρό σώμα m.

γ. Πόση ελάχιστη μάζα θα μπορούσαμε να κολλήσουμε χωρίς αρχική ταχύτητα στο άκρο της ράβδου έτσι ώστε η ράβδος μόλις να διαγράψει γωνία 90^o ;

Δίνεται το $Iα=1/3ML^2$ και $\sqrt{3}≈1,7$

419. Στο χωριό του Αι-Βασίλη υπήρχε μία παγωμένη οριζόντια μπανιέρα που παρουσίαζε συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,08-0,1x (S.I.). Πάνω στη μπανιέρα και στην θέση x=0 υπάρχει κύλινδρος με μάζα M=1kg. Ασκούμε στο κέντρο του κυλίνδρου οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου F=1,5N και ο κύλινδρος αρχίζει να κυλίεται.



Να βρεθούν :

α. Η θέση στην οποία ο κύλινδρος είναι έτοιμος να ολισθήσει.

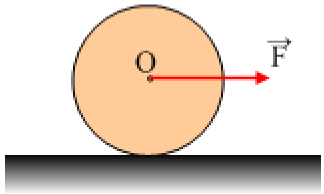
β. Να βρεθεί η ολική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου σε εκείνη τη θέση.

γ. Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου στη θέση όπου το επίπεδο γίνεται λείο.

Για τον κύλινδρο $Icm=0,5MR^2$.

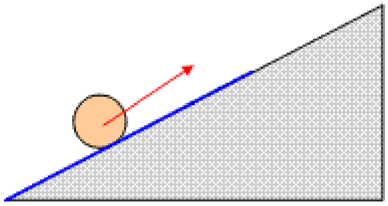
Χωριό του Αι-Βασίλη δεν υπάρχει όπως φυσικά και η παραπάνω μπανιέρα.

420. Πάνω σε ένα οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή στατικής-οριακής τριβής μs=μ=0,5 ισορροπεί κύλινδρος μάζας M=4kg και ακτίνας R=0,1m. Στο κέντρο του κυλίνδρου αρχίζει να εφαρμόζεται μεταβλητή οριζόντια δύναμη F=100-10x (S.I) όπου x η μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου αν την στιγμή t=0 βρισκόταν στην θέση x=0.



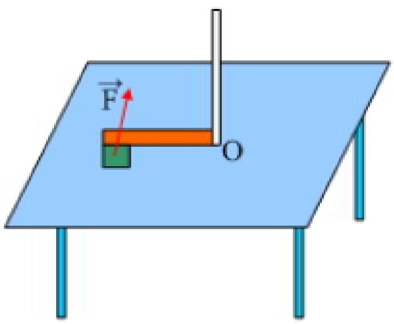
α. Να εξηγηθεί η κίνηση που θα εκτελέσει το σώμα.
β. Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν αρχίζει η καθαρή κύλιση.
γ. Να βρεθεί το συνολικό έργο της τριβής μέχρι ο κύλινδρος να αρχίσει την καθαρή κύλιση.
δ. Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν η δύναμη θα μηδενισθεί.
Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου γύρω από το κέντρο μάζας του είναι $I_{cm}=0,5MR^2$.

421. Σφαίρα μάζας M=1kg και ακτίνας R=0,1m ανέρχεται κυλιόμενη χωρίς να ολισθαίνει σε ένα παράξενο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\phi=30^0$ που στην αρχή του παρουσιάζει συντελεστή τριβής $\mu=\sqrt{3}/3$ και στην συνέχεια είναι εντελώς λείο. Η σφαίρα την χρονική στιγμή t=0 έχει αρχική ταχύτητα Uo=30m/sec.Την στιγμή t=7sec η σφαίρα μπαίνει στο λείο μέρος του κεκλιμένου επιπέδου.



Να βρεθούν:
α. Το μέγιστο ύψος του κέντρου μάζας της σφαίρας.
β. Την τελική ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας την στιγμή που αυτή θα περάσει από την αρχική θέση της εκτόξευσής της.
γ. Γιατί η τελική ταχύτητα δεν είναι πάλι 30m/sec;
Η ροπή αδράνειας της σφαίρας δίνεται από την σχέση $I_{cm}=0,4MR^2$.
$g=10m/s^2$.
Απ: α. 62,5 m β. περίπου 29,5 m/s

422. Πάνω σε οριζόντιο τραπέζι βρίσκεται ράβδος μάζας M=3Kg και μήκους l=1m.Το ένα άκρο της ράβδου O είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο άξονα ενώ στο άλλο άκρο της ράβδου έχουμε στερεώσει σώμα μάζας m=1kg που ακουμπάει στο τραπέζι. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται παράλληλα με το τραπέζι χωρίς να βρίσκεται σε επαφή με αυτό γύρω από τον κατακόρυφο άξονα περιστροφής της O.



O συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος m και τραπεζιού είναι μ=0,4. Ασκούμε στο σώμα μεταβλητή δύναμη F=100-10θ (S.I.) κάθετη συνεχώς στην ράβδο και παράλληλη προς το τραπέζι. Η γωνία θ είναι η γωνιακή μετατόπιση της ράβδου πάνω στο τραπέζι. Η δύναμη F παύει να ασκείται μετά τον μηδενισμό της. Να βρεθούν:

α. Η μέγιστη κινητική ενέργεια του συστήματος

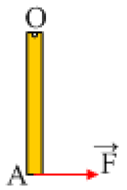
β. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας την στιγμή που μηδενίζεται η δύναμη

γ. Ο ολική γωνιακή μετατόπιση της ράβδου μέχρι αυτή να σταματήσει.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου γύρω από τον άξονα περιστροφής της $I=1/3Ml^2$. Τοσώμα m να θεωρηθεί σημειακό.

Απ: α. K_{max}=405 J β. -200 J/s γ. 50 rad

423. Μία κατακόρυφη ομογενής ράβδος ΟΑ έχει μήκος L=1m και μάζα M=4Kg μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο της Ο.



Η ράβδος αρχικά ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση. Κάποια στιγμή εφαρμόζουμε στο άκρο της ράβδου Α κάθετη στη ράβδο μεταβλητή δύναμη που η σχέση της είναι $F=100-160\theta/\pi$ (S.I.) όπου θ η γωνία που διαγράφει η ράβδος σε σχέση με την αρχική της κατακόρυφη θέση. Η δύναμη καταργείται μόλις η ράβδος έχει διαγράψει γωνία 90^o. Να βρεθούν:

α. Η μέγιστη κινητική ενέργεια της ράβδου για το χρονική διάστημα που υπήρχε η δύναμη F.

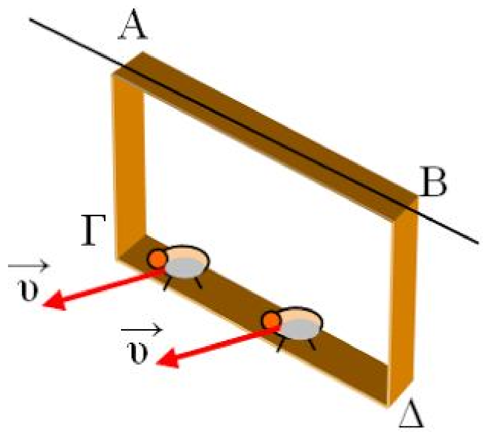
β. Θα καταφέρει η ράβδος να κάνει ανακύκλωση;

γ. Ποια η μέγιστη κινητική ενέργεια της ράβδου μετά την κατάργηση της δύναμης.

π=3,14

Απ: α. 74,2 J β. 54,2 J γ. 30π J

424. Δύο πουλιά με ίδια μάζα m= 0,05kg το καθένα που μπορούμε να τα θεωρήσουμε σημειακά κάθονται στις δύο άκρες μιας ράβδου ΓΔ. Η ράβδος ΓΔ αποτελεί την κατώτερη οριζόντια πλευρά κατακόρυφου τετραγώνου ΑΒΓΔ που μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα xx΄ ο οποίος ταυτίζεται με την πλευρά ΑΒ. Η κάθε ράβδος του τετραγώνου έχει μάζα M=0,3 Kg και μήκος L=0,1m.



Επιμέλεια: Δ. Τσάτσης

Ένας ξαφνικός θόρυβος τρομάζει τα πουλιά που φεύγουν ταυτόχρονα από τη ράβδο ΓΔ με οριζόντια ταχύτητα υ και κάθετα προς την ράβδο ΓΔ.

α. Να βρεθεί η οριζόντια ταχύτητα υ του κάθε πουλιού αν είναι γνωστό ότι το τετράγωνο μόλις και εκτελεί ανακύκλωση γύρω από τον άξονα περιστροφής του.

β. Να βρεθεί το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του τετραγώνου.

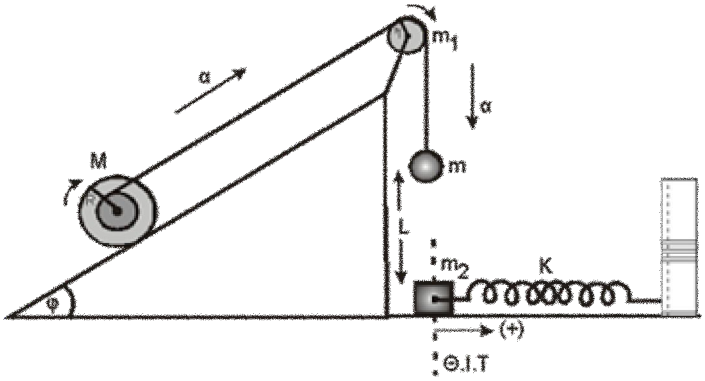
γ. Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος όταν ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής είναι μέγιστος.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου γύρω από το κέντρο μάζας της ότι είναι $Icm=1/12ML^2$.

Απ: α. 2√30 m/s β. 0,6 Nm γ. 4√15 rad/s

425. Πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ=300 βρίσκεται ένας κύλινδρος μάζας M=2Kgακτίνας R=0,4m. Σε απόσταση r=R/2 από το κέντρο του κυλίνδρου και πάνω σε αυτόν βρίσκεται τυλιγμένο κατάλληλα ένα αβαρές σχοινί που μπορεί να ξετυλίγεται χωρίς να γλιστρά.

Το σχοινί περνάει από το αυλάκι μιας σταθερής τροχαλίας μάζας m_1=2Kg και ακτίνας r_1=0,1m, στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο σώμα μάζαςm=1Kg. Αν αφήσουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί και αν ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει τότε να υπολογιστούν:



Α. α. η επιτάχυνση της μάζας m

β. η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου και της τροχαλίας

γ. Η τάση στα άκρα του σχοινιού

δ. Η σταθερή στατική τριβή που δέχεται ο κύλινδρος από το κεκλιμένο επίπεδο

Β. Να υπολογιστούν:

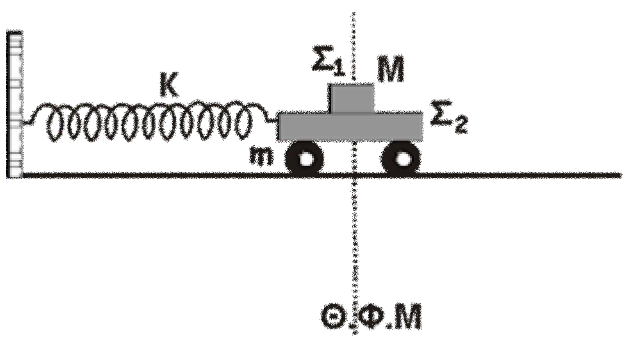
α. ο ρυθμός αύξησης της στροφορμής της τροχαλίας και του κυλίνδρου

β. η ταχύτητα του σώματος μάζας m, τη στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους L=0,32m . Ποιος είναι τότε ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου της τροχαλίας καθώς και της μάζας m;

Γ. Αν τη στιγμή εκείνη κόβεται το νήμα και η μάζα m, συγκρούεται πλαστικά με τη μάζα m_2=1Kgπου πραγματοποιεί α.α.τ με εξίσωση x=ημ(5t) (S.I) και εκείνη τη στιγμή βρίσκεται στη θέση ισορροπίας της, κινούμενη προς τη θετική κατεύθυνση, τότε να βρείτε την εξίσωση της α.α.τ του συσσωματώματος μετά την πλαστική κρούση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας ως προς το Κ.Μ του κυλίνδρου $I_K=1/2MR^2$ και της τροχαλίας $Iτ=1/2m_1r_1^2$.

426. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ του σχήματος αρχικά ισορροπούν. Το $Σ_1$ έχει μάζα M=2Kg και βρίσκεται πάνω στο $Σ_2$. Το επίπεδο επαφής των δυο σωμάτων είναι οριζόντιο και ο συντελεστής τριβής μεταξύ τους είναι μ=0,5. Το $Σ_2$ βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Ακόμη το $Σ_2$ αποτελείται από τέσσερις τροχούς μάζας m=1Kg και ακτίνας r ο καθέ-



νας και είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς K=800N/m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η συνολική μάζα του $Σ_2$ θεωρούμε ότι είναι όση η μάζα των τεσσάρων τροχών του. Κάποια στιγμή και ενώ το σύστημα των δυο σωμάτων ισορροπεί, το απομακρύνουμε κατά Δℓ και το αφήνουμε ελεύθερο. Θεωρούμε ότι ο κάθε τροχός του $Σ_2$ κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

α. Να αποδείξετε ότι για το σύστημα των δυο μαζών έχουμε α.α.τ.

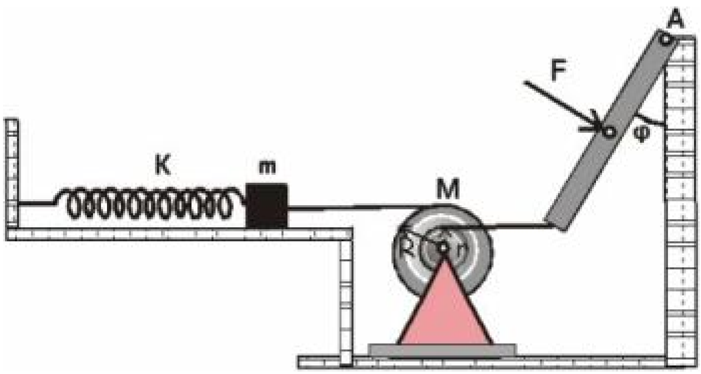
β. Αν θέλουμε τα δυο σώματα να ταλαντώνονται χωρίς να παρατηρείται ολίσθηση μεταξύ τους τότε ποιο είναι το μεγαλύτερο πλάτος της ταλάντωσης;

γ. Για το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης που υπολογίσατε στο προηγούμενο ερώτημα να γράψετε την εξίσωση της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συστήματος, αν για t=0 το σύστημα των $Σ_1$και $Σ_2$ βρίσκεται στη θέση x=+A/2 από τη θέση ισορροπίας του και κινείται με αρνητική ταχύτητα.

δ. Αν η ακτίνα του κάθε τροχού είναι r=2cm, τότε πως μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του κάθε τροχού;

ε. Να γράψετε την εξίσωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος σε συνάρτηση με το χρόνο tκαι να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

Δίνεται $g=10m/s^2$ και ότι η ροπή αδράνειας του κάθε τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I=0{,}5mr^2$.



427. Στη διάταξη του σχήματος ο τροχός έχει μάζα M=0,6Kg και ακτίνα R=10cm. Στην περιφέρεια του τροχού είναι τυλιγμένο γύρω της, αβαρές νήμα στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο σώμα μάζας m=0,1Kg. Το σώμα μάζας m είναι επίσης δεμένο στο οριζόντιο ελατήριο του σχήματος σταθεράς K=90N/m. Επίσης σε απόσταση r=R/2 από το κέντρο του τροχού είναι δεμένο ένα δεύτερο νήμα, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο στο άκρο ράβδου μάζας $M_ρ$=3 Kg και μήκους L=1m. Στο μέσο της ράβδου ασκείται κάθετα σε αυτή και με τη φορά που φαίνεται στο σχήμα δύναμη F=30N και η ράβδος ισορροπεί σχηματίζοντας με την κατακόρυφο γωνία φ=rad με ημφ=0,6.

α. Αν αρχικά όλο το σύστημα ισορροπεί τότε να υπολογιστεί η τάση στα άκρα των δυο νημάτων.

β. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει τη ράβδο με τον τροχό. Πόση είναι τότε η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου;

γ. Μόλις η ράβδος γίνει κατακόρυφη συγκρούεται με κατακόρυφο τοίχο. Ποια είναι η απώλεια κινητικής ενέργειας κατά την κρούση της ράβδου με τον τοίχο αν τελικά η ράβδος σταματά να περιστρέφεται;

δ. Μόλις η μάζα m τη χρονική στιγμή t_0=0, φτάσει στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, κόβεται και το νήμα που τη συνδέει με τον τροχό.

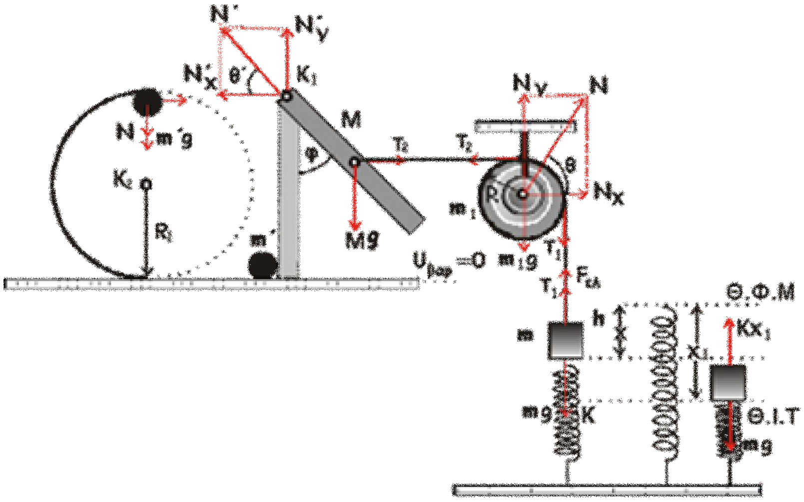
δ1. Ποια είναι η εξίσωση της α.α.τ που θα πραγματοποιήσει η μάζα m; Θεωρείστε την προς τα δεξιά φορά θετική.

δ2. Ποια είναι η γωνιακή ταχύτητα του τροχού όταν η μάζα m πραγματοποιήσει μια ταλάντωση; Τριβές δεν υπάρχουν. Δίνεται για τον τροχό $I=1/2MR^2$ και για τη ράβδο $Iρ=1/3M_ρL^2$ ακόμη $g=10m/s^2$.

Απ: α. 15 N β. 24 rad/s^2 γ. 3(1+π) J δ1. (1/12)ημ(30t+π) δ2. 25 rad/s

428. Η τροχαλία του σχήματος έχει μάζα m_1=0,2Kg και ακτίνα R. Στην περιφέρεια της τροχαλίας είναι τυλιγμένο γύρω της, αβαρές νήμα στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο σώμα μάζας m=0,8Kg. Το σώμα μάζας m είναι επίσης δεμένο στο κατακόρυφο ελατήριο του σχήματος σταθεράς K=80N/m. Το άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο στο μέσο ράβδου μάζας M=0,6Kg και μήκους L=1m που αρχικά ισορροπεί σχηματίζοντας με την κατακόρυφο γωνία $\phi=45^0$.

Το σύστημα αρχικά ισορροπεί.



α. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου, για την αρχική ισορροπία του συστήματος,

β. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις N και N΄ που ασκούνται στην τροχαλία και στη ράβδο αντίστοιχα από τους άξονες περιστροφής

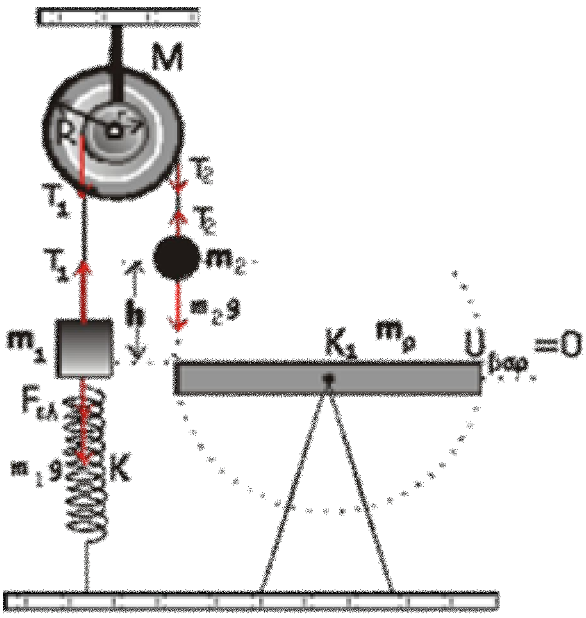
γ. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα **γ1.** Να υπολογίσετε την αρχική επιτάχυνση της μάζας m και

γ2. Να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου μόλις αυτή γίνει κατακόρυφη,

δ. Μόλις η ράβδος γίνει κατακόρυφη το κατώτερο σημείο της συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητη σημειακή μάζα m΄=0,2Kg. Η m΄ τότε αρχίζει να ολισθαίνει και συναντάει κυκλική στεφάνη ακτίνας R_1. Ποια μπορεί να είναι η μέγιστη ακτίνα της στεφάνης, ώστε η m΄ να κάνει ασφαλή ανακύκλωση; Τριβές δεν υπάρχουν. Δίνεται για την τροχαλία $I=1/2m_1R^2$ και για τη ράβδο $I_\rho=1/12ML^2$ ακόμη $g=10m/s^2$ και sqr2=1,4.

Απ: α. 0,025 m β. 45^o γ1. 20/3 m/s^2 γ2. 3 rad/s δ. 18 cm

429. Η τροχαλία του σχήματος έχει μάζα M=2Kg και ακτίνα R=20cm. Σε απόσταση r= από το κέντρο της υπάρχει ένα αυλάκι το οποίο είναι τυλιγμένο με αβαρές νήμα, στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο σώμα μάζας m_1=1Kg. Το σώμα μάζας m1 είναι επίσης δεμένο στο κατακόρυφο ελατήριο του σχήματος σταθεράς K=100N/m. Στην περιφέρεια της τροχαλίας είναι επίσης τυλιγμένο γύρω της, αβαρές νήμα στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο σώμα μάζας m_2=1Kg.



Το σύστημα αρχικά ισορροπεί.

α. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου, για την αρχική ισορροπία του συστήματος,

β. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει τη m1 με την τροχαλία, τότε:

β1. Να γράψετε την εξίσωση της ταλάντωσης που πραγματοποιεί η m_1 και

β2. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της m_2,

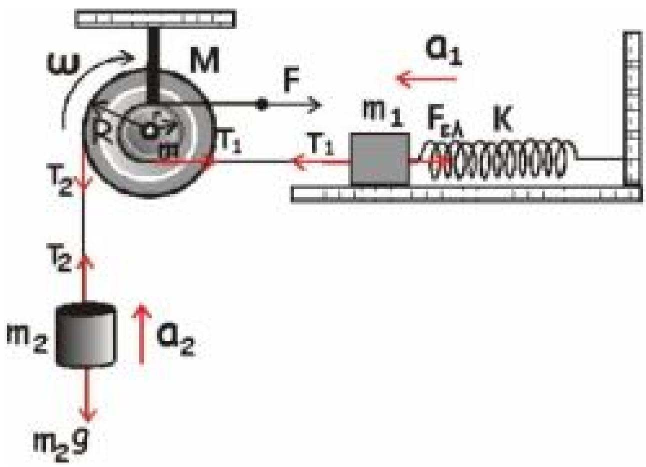
γ. Η m2 αφού διανύσει απόσταση h=0,4m σπάει το νήμα που τη συνδέει με την τροχαλία και συγκρούεται πλαστικά, χτυπώντας στο άκρο οριζόντιας ράβδου. Η ράβδος έχει μάζα m_ρ=3 Kg, μήκος L=1m. Ακόμη στηρίζεται στο κέντρο της K_1, σε τριγωνική βάση ενώ μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα χωρίς τριβές. Τότε,

γ1. Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση όταν το σύστημα ράβδος – m2, έχει περιστραφεί κατά 180^0 και

γ2. Να υπολογιστεί η γωνία στροφής για την οποία το σύστημα ράβδος–m_2 ηρεμεί στιγμιαία.

Απ: α. x=0,1m β1. 0,2ημ(10t+π/2) β2. α=5m/s^2 γ1. $\alpha_{γων}$=-10rad/s^2 γ2. 191,5^o

430. Η τροχαλία του σχήματος αποτελείται από δυο συγκολλημένους δίσκους με ακτίνες R=20cm και r=10cm που έχουν κοινό άξονα. Οι δίσκοι περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από τον κοινό τους άξονα και έχουν συνολική ροπή αδράνειας I=$4\cdot10^{-2}$Kgm^2. Τα αβαρή σχοινιά που είναι τυλιγμένα στους δίσκους, έχουν στα ελεύθερα άκρα τους δεμένα τα σώματα με μάζες m_1=4Kg και m_2=2Kg. Το σώμα μάζας m_1, είναι επίσης δεμένο σε οριζόντιο αβαρές ελατήριο K=100N/m και μπορεί να κινείται στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές.



Κάποια στιγμή εξασκούμε στο σύστημα την οριζόντια δύναμη F=80N που φαίνεται στο σχήμα. Τότε:

α. Για ποια επιμήκυνση του ελατηρίου η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της τροχαλίας γίνεται μέγιστη;

β1. Πόση είναι τότε η κινητική ενέργεια του κάθε σώματος;

β2. Ποιος είναι τότε ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος των μαζών;

Αν εκείνη τη στιγμή που η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της τροχαλίας γίνεται μέγιστη κοπεί το νήμα που συνδέει τη μάζα m_1 με την τροχαλία, τότε

γ1. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση α_2 της μάζας m_2 καθώς και η τάση του νήματος που συνδέει την m2 με την τροχαλία

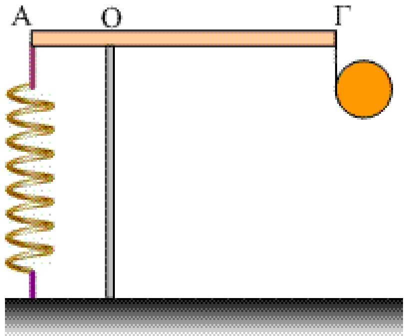
γ2. Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος τροχαλία – m_2;

δ1. Ποια είναι η ενέργεια ταλάντωσης της μάζας m_1 και

δ2. Ποιος είναι ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της m_1 καθώς αυτή ταλαντώνεται; Δίνεται g=10m/s^2.

Απ: α. x_1=0,4m. β1. 2J 4J 2J β2. 0 γ1. 100/3 N γ2. 40 J/s δ1. 10 J δ2. 50 J/s

431. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ μήκος l=4m και μάζας m=1kg ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια καρφιού στο σημείο Ο ενός υποστηρίγματος που απέχει από το άκρο Α απόσταση 1m. Το άκρο Α δένεται με ελατήριο φυσικού μήκους lo=1,4 m σταθεράς Κ= 200 N/m ενώ στο άλλο άκρο Γ δένεται αβαρές σκοινί που είναι τυλιγμένο σε κύλινδρο μάζας Μ=1kg και ακτίναςR=0,3 m όπως φαίνεται στο παρακάτω στο σχήμα.



Την στιγμή t=0 ο κύλινδρος αφήνεται από το σημείο Γ. Κατά την πτώση του κυλίνδρου το σύστημα ισορροπεί οριζόντιο. Την χρονική στιγμή $t_1= \sqrt{0,3}$sec το νήμα κόβεται και ταυτόχρονα ο σύνδεσμος του ελατηρίου με την ράβδο στο άκρο Α σπάει.

Να βρεθούν :

α. Η κατακόρυφη απόσταση της ράβδου από το έδαφος.

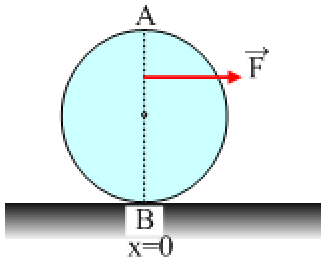
β. Την ολική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου όταν χτυπάει για πρώτη φορά στο έδαφος.

γ. Να εξεταστεί αν η ράβδος μπορεί να χτυπήσει πρώτη στο έδαφος πριν ο κύλινδρος φτάσει στο έδαφος.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου γύρω από το άξονα περιστροφής του $Icm=0,5MR^2$ και η ροπή αδράνειας της ράβδου γύρω από το κέντρο μάζας της είναι $Icm=1/12ML^2$.

Απ: α. 1,5 m β. 12 J

432. Ένας συμπαγής και ομογενής κύλινδρος ακτίνας R=0,3m και μάζας m=4kg ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Πάνω στην κατακόρυφη διάμετρο ΑΒ και σε απόσταση ψ από το κατώτερο σημείο Β εφαρμόζουμε την στιγμή t=0 μεταβλητή οριζόντια δύναμη F=20 + 8x (S.I) όπου x η οριζόντια μετατόπιση του κυλίνδρου από το σημείο x=0 όπου βρίσκεται την χρονική στιγμή t=0.



Ο κύλινδρος αρχίζει να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει.

Να βρεθούν:

α. Η κατακόρυφη απόσταση ψ

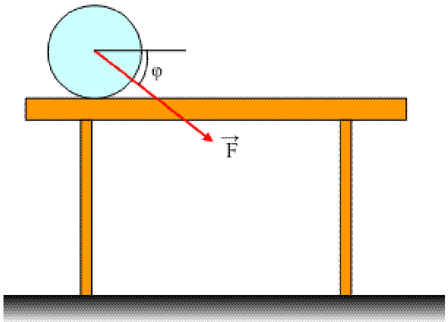
β. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου στη θέση x=10m

γ. Την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι $υ_{cm}$=20m/s.

Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου γύρω από το κέντρο μάζας του είναι $I_{cm}= ½ MR^2$.

Απ: α. 0,45 m β. 10√3 m/s γ. 28,72 m/s^2

433. Συμπαγής ομογενής κύλινδρος μάζας M=4Kg ισορροπεί πάνω σε οριζόντιο τραπέζι ύψους H=1,25m και στο ένα άκρο του στην θέση x =0. Ασκούμε στο κέντρο του κυλίνδρου μεταβλητή δύναμη μέτρου $F=10\sqrt{2}+\sqrt{2}x$ (S.I.) όπου x η οριζόντια μετατόπιση του κυλίνδρου πάνω στο τραπέζι. Η δύναμη σχηματίζει γωνία 45^o με το οριζόντιο άξονα και έχει φορά προς τα κάτω.



Ο κύλινδρος αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο τραπέζι. Τη στιγμή που χάνεται η επαφή με το τραπέζι ο κύλινδρος φτάνει στην άλλη άκρη του τραπεζιού.

Να βρεθούν:

α. Το μήκος του τραπεζιού

β. Την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν αυτός φτάνει στην άκρη του τραπεζιού

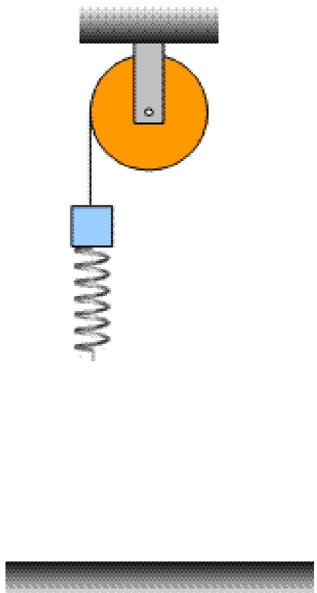
γ. Την ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν αυτός φτάνει στην άκρη του τραπεζιού

δ. Το έργο της ροπής της στατικής τριβής .

ε. Τον κλάσμα της κινητικής ενέργειας λόγω της περιστροφής του κυλίνδρου προς την ολική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου όταν αυτός φτάνει στο έδαφος αν την στιγμή που χάνει την επαφή του με το τραπέζι η δύναμη F καταργείται.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς το άξονα περιστροφής του $I_{cm}=0,5MR^2$ και $g=10m/sec^2$.

434. Σώμα μάζας m=1 kg που έχει στερεωμένο στο κάτω μέρος του αβαρές ελατήριο σταθεράς K=75 N/m και φυσικού μη-κους lo=0,5 m αφήνεται ελεύθερο από ύψος H=1,5 m πάνω από το έδαφος. Το πάνω μέρος του σώματος είναι δεμένο με αβαρές μη εκτατό νήμα μεγάλου μήκους που είναι τυλιγμένο σε μία τροχαλία μάζας M=8 Kg.



Στο κάτω μέρος του ελατηρίου υπάρχει καρφί που μόλις έρθει σε επαφή με το έδαφος στερεώνει το ελατήριο στο έδαφος και το διατηρεί κατακόρυφο χωρίς απώλειες ενέργειας. Την στιγμή που το ελατήριο κολλάει στο έδαφος το νήμα κόβεται.

α. Να βρεθεί η μέγιστη κινητική ενέργεια της τροχαλίας

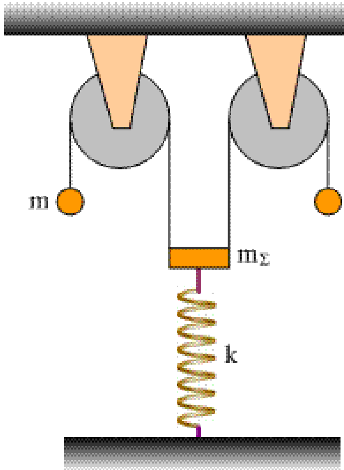
β. Να βρεθεί η μέγιστη κινητική ενέργεια του σώματος m.

γ. Να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος από την θέση ισορροπίας θεωρώντας θετική φορά προς τα πάνω.

δ. Να βρεθεί η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου.

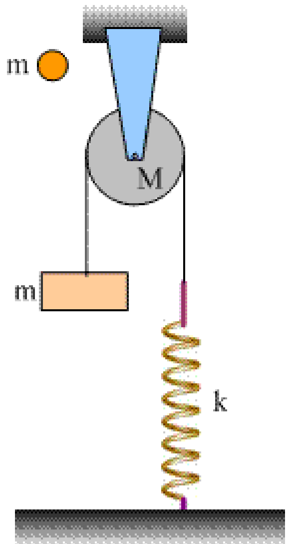
Δίνεται για την τροχαλία το $Icm=0.5M.R^2$.Δίνεται το $g=10m/sec^2$.

435. Δίνεται το παρακάτω σχήμα. Οι τροχαλίες και τα σώματα m είναι πανομοιότυπα και έχουν μάζες Mτ=4kg και m=1Kg βρίσκονται δε στο ίδιο ύψος από το οριζόντιο έδαφος. Το σώμα Σ έχει μάζα M=2Kg και όλο το σύστημα ισορροπεί. Ανεβάζουμε το σώμα Σ κατά Δh=0,1m και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο.



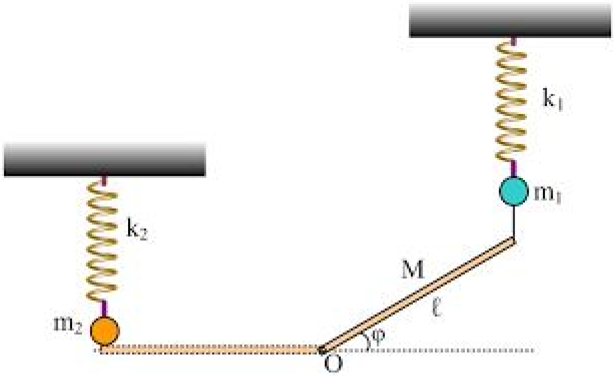
α. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ θα εκτελέσει γ.α.τ. και να βρείτε την περίοδό του.
β. Να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης για το σώμα Σ αν θεωρηθεί θετική φορά η φορά προς τα πάνω.
γ. Να βρεθεί η χρονική στιγμή που οι δύο τροχαλίες έχουν μέγιστη κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής.
δ. Να βρεθεί η μέγιστη κινητική ενέργεια της κάθε τροχαλίας
Δίνεται η σταθερά του ελατηρίου K=800N/m και για την τροχαλία η ροπή αδράνειας $Icm=0,5M_τR^2$.

436. Τροχαλία μάζας M=4Kg και ακτίνας R=0,5m ισορροπεί όπως στο παρακάτω σχήμα την βοήθεια ενός κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς K=100N/m που συνδέεται με μη εκτατό σχοινί με σώμα μάζας m=1Kg.



Από ύψος H=0,8m πάνω στην ίδια κατακόρυφο με το σώμα m αφήνουμε δεύτερο σώμα επίσης μάζας m που συγκρούεται πλαστικά με το σώμα m. Να βρεθούν:
α. Η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου
β. Η μέγιστη ταχύτητα του συστήματος 2m κατά την κάθοδό του.
Το $Icm=0,5MR^2$.

437. Δίνεται το παρακάτω σχήμα. Η ράβδος έχει μάζα M=10Kg και ισορροπεί με την βοήθεια νήματος και οριζόντιου καρφιού που βρίσκεται στο σημείο O. Το μήκος της ράβδου είναι L=0,6m και η γωνία που σχηματίζει η ράβδος με το οριζόντιο επίπεδο είναι $\varphi=30^o$.Το ελατήριο έχει σταθερά $K_1=500N/m$ και είναι δεμένο με το σώμα μάζας $m_1=5Kg$ και το σύστημα ισορροπεί κατακόρυφα.



Στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Ο ισορροπεί άλλο σώμα μάζας $m_2=10Kg$ δεμένο από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $K_2=1000N/m$. Η απόσταση του m_2 από το Ο είναι $L=0,6m$. Κόβουμε το νήμα που συνδέει την ράβδο με το m_1. Η ράβδος όταν φτάνει στην οριζόντια θέση συγκρούεται με την μάζα m_2 και μετά την κρούση τους η ράβδος σταματάει στιγμιαία. Αν θεωρηθεί θετική φορά προς τα πάνω να βρεθούν:

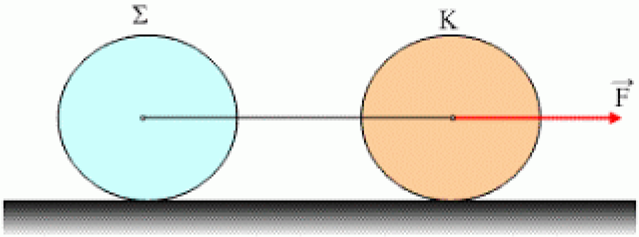
α. Οι εξισώσεις απομάκρυνσης ταλάντωσης των m_1 και m_2.Να θεωρηθεί t=0 η στιγμή που αρχίζει το κάθε σώμα την ταλάντωσή του.

β. Να βρεθεί η απώλεια της ενέργειας του συστήματος κατά την διάρκεια της κρούσης της ράβδου με το σώμα m_2.

γ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης που θα εκτελούσε ένα σώμα αν εκτελούσε ταυτόχρονα δύο ταλαντώσεις με εξισώσεις απομάκρυνσης τις δύο παραπάνω του ερωτήματος α).

Δίνεται για την ράβδο $I_o=1/3ML^2$. Το σώμα m_2 να θεωρηθεί σημειακό.

438. Κύλινδρος μάζας $M_1=2kg$ είναι δεμένος με σκοινί με σφαίρα μάζας $M_2=5kg$ ίδιας ακτίνας με τον κύλινδρο. Το σχοινί είναι με τέτοιο τρόπο περασμένο στο κέντρο της σφαίρας και του κυλίνδρου ώστε και η σφαίρα και ο κύλινδρος να μπορούν να περιστρέφονται γύρω από το κέντρο τους και το σχοινί να είναι συνεχώς οριζόντιο και τεντωμένο. Στο κέντρο της σφαίρας έχουμε στερεώσει σημειακή ηχητική πηγή που μπορεί να παράγει ήχο συχνότητας fs=660Hz ενώ στο κέντρο του κυλίνδρου έχουμε στερεώσει σημειακό ανιχνευτή ήχων. Το σύστημα ισορροπεί σε οριζόντιο δάπεδο με το σχοινί να είναι τεντωμένο.

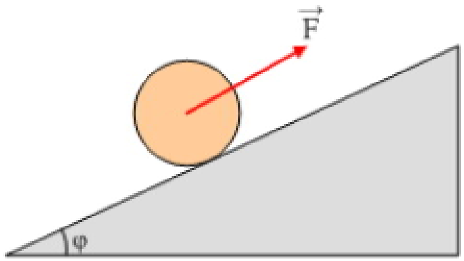


Την χρονική στιγμή t=0 εφαρμόζουμε οριζόντια σταθερή δύναμη F=10N στο κέντρο του κυλίνδρου με αποτέλεσμα και ο κύλινδρος αλλά και σφαίρα να αρχίζουν να κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν. Την στιγμή t=10s το πειραχτήρι ο μικρός Θανάσης (που γιορτάζει σήμερα) βάζει φωτιά στο σκοινί με αποτέλεσμα αυτό να κοπεί ακαριαία. Η δύναμη F συνεχίζει να ασκείται στον κύλινδρο και μετά το κόψιμο του σχοινιού και ο κύλινδρος συνεχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

α. Να βρεθεί η επιτάχυνση του συστήματος πριν το κόψιμο και μετά το κόψιμο του σχοινιού.

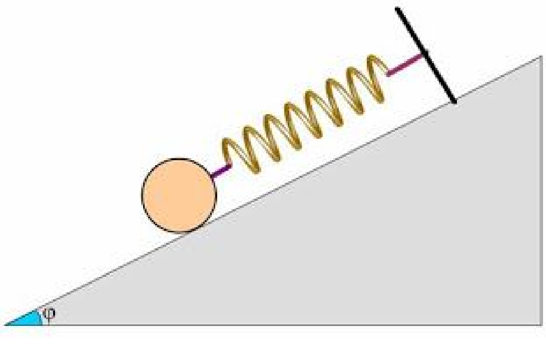
β. Να γίνει η γραφική παράσταση της συχνότητας που ανιχνεύει ο ανιχνευτής ήχων σε συνάρτηση με τον χρόνο.
γ. Να βρεθεί το ποσοστό του έργου της δύναμης F που μεταφέρθηκε στην σφαίρα μέχρι την στιγμή που κάηκε το νήμα.
Για την σφαίρα $I_{cm}=0,4MR^2$ και για τον κύλινδρο $I_{cm}=0,5MR^2$.
Δίνεται η ταχύτητα του ήχου $υ_{ηχ}=340m/s$.

439. Κύλινδρος μάζας m=2Kg αρχίζει να ανέρχεται κυλιόμενος χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $φ=30^o$ με την βοήθεια μεταβλητής δύναμης της μορφής F=20-10x (S.I.) όπου x η μετατόπιση του κέντρου μάζας πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Η δύναμη ασκείται στο κέντρο του κυλίνδρου στην θέση x=0 την στιγμή t=0 και είναι παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο. Η δύναμη παύει να ασκείται στον κύλινδρο μετά τον μηδενισμό της.



Να βρεθούν:
α. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου την στιγμή που η δύναμη που δέχεται ο κύλινδρος από το κεκλιμένο επίπεδο είναι κάθετη προς το κεκλιμένο επίπεδο. Είναι κάποια ειδική ταχύτητα η ταχύτητα του κέντρου μάζας εκείνη την στιγμή;
β. Να αποδειχθεί ότι τη στιγμή που μηδενίζεται η δύναμη ο κύλινδρος φτάνει στο μέγιστο ύψος από την αρχική του θέση και να βρεθεί το μέγιστο ύψος που θα φτάσει το κέντρο μάζας του κυλίνδρου σε σχέση με την αρχική θέση του.
γ. Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν αυτός επιστρέψει στην θέση όπου βρισκόταν την στιγμή t=0.
Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου είναι $I_{cm}=0,5MR^2$.

440. Πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $φ=30^o$ και με την βοήθεια ελατηρίου σταθεράς K=700N/m μπορεί να ισορροπεί σφαίρα μάζας M=5Kg. Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο ενώ το κάτω άκρο είναι στερεωμένο σε άξονα που περνάει από το κέντρο της σφαίρας και είναι συνεχώς παράλληλος με το κεκλιμένο επίπεδο. Ανεβάζουμε την σφαίρα πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο έτσι ώστε το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος και αφήνουμε ελεύθερη την σφαίρα. Η σφαίρα σε όλη την διάρκεια της κίνησή της κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.



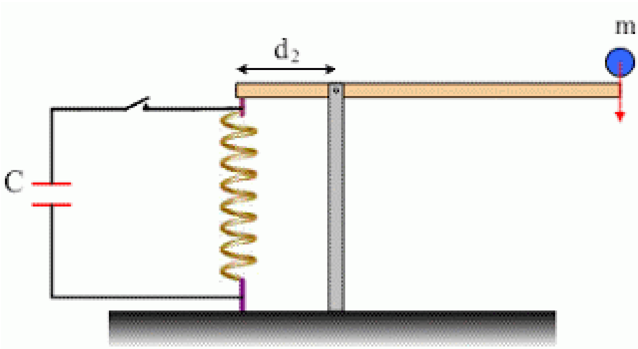
α. Να αποδειχθεί ότι το κέντρο μάζας της σφαίρας θα εκτελέσει γ.α.τ. και να υπολογιστεί η περίοδός του.

β. Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας.

γ. Να βρεθεί η μέγιστη κινητική ενέργεια της σφαίρας με την βοήθεια και της ΑΔΕΤ αλλά και της ΑΔΕ.

Δίνεται για την σφαίρα το $I_{cm}=0,4MR^2$.

441. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένα ελατήριο που είναι ταυτόχρονα και πηνίο στο κύκλωμα L-C που θα σχηματισθεί κλείνοντας τον διακόπτη Δ. Το αβαρές ελατήριο-πηνίο αποτελείται από λεπτό μεταλλικό σύρμα που θα κοπεί αν το διαπεράσει ρεύμα έντασης μεγαλύτερης του I≥10mA.



Η σταθερά του ελατηρίου είναι K=60N/m και ο συντελεστής αυτεπαγωγής είναι L=0,1H.Ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα C=10μF και αρχικά φορτισμένος με φορτίο Q=10μC. Η ράβδος του σχήματος έχει μάζα M=3Kg και μήκος L=4m είναι από μονωτικό υλικό και ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια του ελατηρίου-πηνίου. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που βρίσκεται σε απόσταση d_2=1m από το άκρο που είναι στερεωμένο το ελατήριο-πηνίο. Την στιγμή t=0 κλείνουμε τον διακόπτη και την στιγμή που το ελατήριο κόβεται στο άλλο άκρο της ράβδου πέφτει κατακόρυφα με ταχύτητα μέτρου υ=32m/s ένα σημειακό σώμα m=1Kg που συγκρούεται πλαστικά με την ράβδο. Να βρεθούν:

α. Η στιγμή που κόπηκε το ελατήριο

β. Ο ρυθμός μεταβολής ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου την στιγμή που κόβεται το ελατήριο.

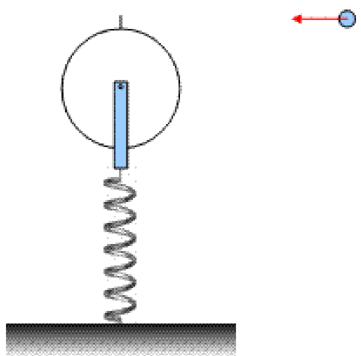
γ. Την αρχική επιμήκυνση του ελατηρίου-πηνίου

δ. Το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής για το σύστημα ράβδο-m αμέσως μετά την κρούση.

ε. Την κινητική ενέργεια του συστήματος όταν η ράβδος γίνει κατακόρυφη για πρώτη φορά.

Για την ράβδο $I_{cm}=1/12ML^2$.

442. Κύλινδρος μάζας M=4Kg και ακτίνας R=0,5m ισορροπεί κατακόρυφος με την βοήθεια κατακόρυφου ελατηρίου. Ο κύλινδρος έχει τη δυνατότητα να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και στηρίζεται σε κατακόρυφο ελατήριο όπως στο σχήμα. Το κάτω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στο έδαφος. Στο ανώτερο άκρο του κυλίνδρου υπάρχει κατακόρυφο αβαρές καρφί μικρού μήκους. Ανεβάζουμε τον κύλινδρο, ώστε το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό μήκος του και θέτουμε σε περιστροφή τον κύλινδρο δίνοντάς του γωνιακή ταχύτητα ω=30 rad/sec και ταυτόχρονα τον αφήνουμε ελεύθερο να ταλαντωθεί.



Έτσι το κέντρο μάζας του κυλίνδρου εκτελεί α.α.τ. ενώ ο κύλινδρος ταυτόχρονα εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση αφού δεν υπάρχουν τριβές ανάμεσα στον άξονα περιστροφής και στον κύλινδρο. Όταν ο κύλινδρος έχει περιστραφεί κατά γωνία 6π rad το ελατήριο επανέρχεται για πρώτη φορά στην θέση φυσικού μήκους του. Εκείνη τη στιγμή ένα σημειακό βλήμα μάζας m=1kg που κινείται οριζόντια σφηνώνεται πάνω στο κατακόρυφο καρφί με αποτέλεσμα ο κύλινδρος και το βλήμα να ακινητοποιηθούν στιγμιαία.

Να βρεθούν:

α. Η σταθερά Κ του ελατηρίου

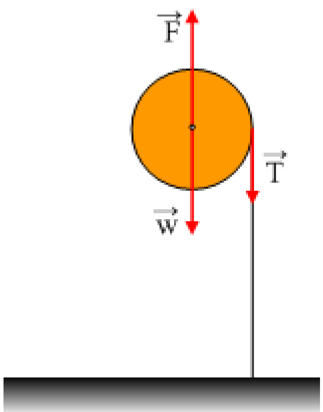
β. Η οριζόντια ταχύτητα του βλήματος

γ. Η απώλεια ενέργειας του συστήματος κατά την πλαστική κρούση

δ. Το νέο πλάτος ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σύστημα κύλινδρος-βλήμα μετά την κρούση

Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου δίνεται από την σχέση $I_{cm}=0,5MR^2$.

443. Γύρω από ομογενή κύλινδρο μάζας M=2kg και ακτίνας R=0,4m έχουμε τυλίξει αβαρές νήμα μεγάλου μήκους. Ο κύλινδρος ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο με το άλλο άκρο του νήματος στερεωμένο στο έδαφος και το νήμα να είναι κατακόρυφο. Ασκούμε στο κέντρο του κυλίνδρου κατακόρυφη σταθερή δύναμη μέτρου F=23N με αποτέλεσμα ο κύλινδρος να αρχίζει να ανεβαίνει και το νήμα να ξετυλίγεται κατακόρυφα.



Την στιγμή που το κέντρο μάζας του κυλίνδρου έχει ανέβει κατά 2m το νήμα σπάει και ταυτόχρονα καταργείται η δύναμη.

Να βρεθούν:

α. Η μέγιστη ανύψωση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου

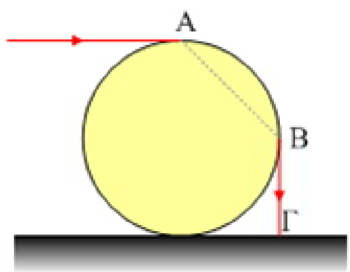
β. Η συνολική γωνιακή μετατόπιση μέχρι ο κύλινδρος να επιστρέψει στο έδαφος.

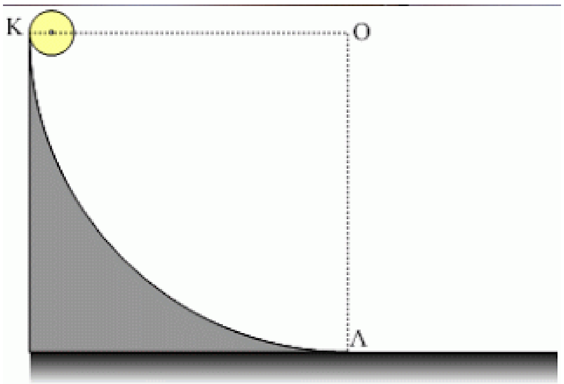
γ. Ο μέγιστος ρυθμός μεταβολή της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου.

Δίνεται το $I_{cm κυλινδρου}= ½\, MR^2$.

Απ: α. 2,2 m β. 9,3 rad γ. 132 J/s

444. μογενής γυάλινη σφαίρα έχει ακτίνα R=0,2m. Η σφαίρα ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Μονοχρωματική ακτινοβολία προσπίπτει εφαπτομενικά και οριζόντια στο ανώτερο σημείο Α τη σφαίρας και εξέρχεται αφού διαθλαστεί εφαπτομενικά και κατακόρυφα από το σημείο Β όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.





Στην συνέχεια η γυάλινη σφαίρα τοποθετείται στο ανώτερο σημείο κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ΚΛ ακτίνας R_1= 1,95m με το σημείο Κ στο ανώτερο σημείο και το σημείο Λ στο κατώτερο σημείο του τεταρτοκύκλιου που βρίσκεται πάνω στο οριζόντιο έδαφος. Το κέντρο της σφαίρας και το σημείο Κ βρίσκονται πάνω σε ευθεία παράλληλη προς το έδαφος.

Η σφαίρα αφήνεται ελεύθερη από το σημείο Κ και αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει μέσα στο τεταρτοκύκλιο.

α. Να βρείτε τον δείκτη διάθλασης της σφαίρας

β. Να βρείτε τον συνολικό χρόνο που κάνει η ακτίνα για να φτάσει από το ανώτερο σημείο Α της σφαίρας στο έδαφος στο σημείο Γ.

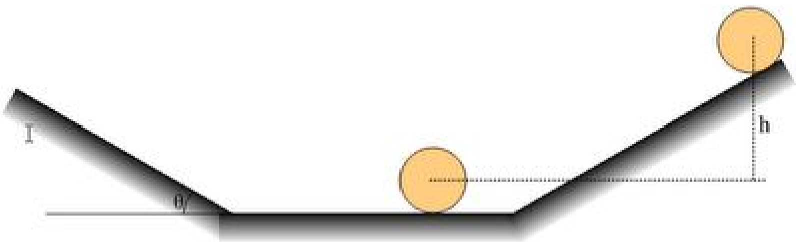
γ. Να βρεθεί ο αριθμός των περιστροφών μέχρι η σφαίρα να φτάσει από το σημείο Κ στο σημείο Λ του τεταρτοκύκλιου.

δ. Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας.

Το $I_{cmσφαίρας}$=0,4MR^2.

Απ: α. n=√2 β. $2 \cdot 10^{-9}$s γ. 2,4375 περιστροφές δ. υ=5 m/sec

445. Η σφαίρα του παρακάτω σχήματος έχει μάζα m=5Kg ακτίνα R=0,3m και αφήνεται από ύψος H=4,05m πάνω από ένα λείο κεκλιμένο επίπεδο.



Η σφαίρα εισέρχεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και στην συνέχεια την χρονική στιγμή t=0 αρχίζει να ανέρχεται σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης θ=30^o το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης με την σφαίρα ίσο με μ=√3/3. Κατά τα πέρασμα από το κεκλιμένο στο οριζόντιο επίπεδο και από το οριζόντιο επίπεδο στο κεκλιμένο επίπεδο το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας δεν μεταβάλλεται. Να βρεθούν:

α. Ποια χρονική στιγμή αρχίζει η καθαρή κύλιση για την σφαίρα;

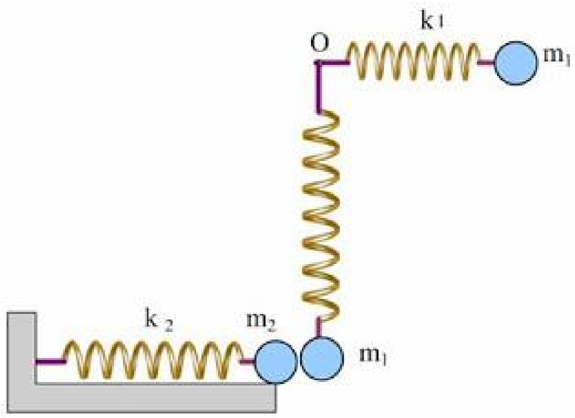
β. Ποια χρονική στιγμή η σφαίρα θα σταματήσει για πρώτη φορά;

γ. Σε ποιο ύψος θα φτάσει η σφαίρα επιστρέφοντας στο δεύτερο κεκλιμένο επίπεδο.

Δίνεται για την σφαίρα I=0,4$M \cdot R^2$.

Απ: α. u_{cm}=5m/sec β. $t_{ολ}$=1,8sec. γ. H_2=2,25m

446. Το ελατήριο του παρακάτω σχήματος έχει σταθερά K_1=100N/m έχει το φυσικό μήκος Lo=0,2m και το κρατάμε σε οριζόντια θέση έχοντας στερεώσει στην άκρη του ένα σώμα μάζας m_1=1Kg.Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο.



Αφήνουμε το σώμα m_1 ελεύθερο και όταν φτάσει στην χαμηλότερη θέση του με το ελατήριο να είναι κατακόρυφο συγκρούεται μετωπικά κεντρικά και ελαστικά με δεύτερο ακίνητο σώμα μάζας m_2=1Kg. Το σώμα μάζας m_2 ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένο με οριζόντιο ιδανικό ελατήριο σταθεράς K_2=25N/m. Δίνεται ότι η ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς ελάχιστα πριν την κρούση, είναι ίση με το μήκος του ελατηρίου στη θέση αυτή.

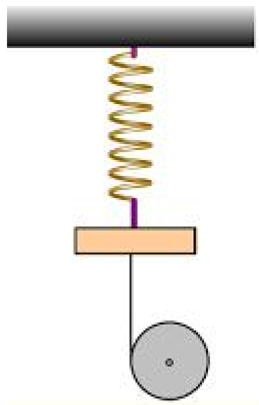
Να βρεθούν :

α. Η επιμήκυνση του πρώτου ελατηρίου την στιγμή της πρώτης κρούσης καθώς και το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m_1 εκείνη την στιγμή.

β. Τι είδους κίνηση θα κάνει το κάθε σώμα μετά την πρώτη ελαστική κρούση τους. Πόσες ελαστικές κρούσεις θα γίνουν ανάμεσα στα δύο σώματα;

Απ: α. x_1=0,2m και υ=2m/sec. β. άπειρες

447. Το κατακόρυφο ελατήριο του παρακάτω σχήματος έχει σταθερά K=100N/m και έχει το ανώτερό του άκρο ακλόνητα δεμένο ενώ στο κατώτερό του άκρο είναι δεμένο σώμα μάζας m=1kg όπου και ισορροπεί με την βοήθεια κατάλληλης εξωτερικής κατακόρυφης δύναμης .Στο κάτω μέρος του σώματος και στην ίδια κατακόρυφο με το ελατήριο συνδέουμε ένα αβαρές μη εκτατό νήμα το οποίο το έχουμε τυλίξει σε κύλινδρο ακτίνας R=10cm και μάζας M=3kg.



Στο κέντρο του κυλίνδρου έχει στερεωθεί ανιχνευτής ήχων.Την στιγμή t=0 ο κύλινδρος αφήνεται ελεύθερος το σκοινί αρχίζει να ξετυλίγεται η εξωτερική δύναμη καταργείται και το σώμα μάζας m συνεχίζει να ισορροπεί. Στην ίδια κατακόρυφο με τον κύλινδρο και το ελατήριο και πάνω στο έδαφος υπάρχει ακίνητη πηγή ηχητικών ήχων με συχνότητα Fs=680Hz. Την χρονική στιγμή t_1=3sec το νήμα κόβεται .Να βρεθούν:

α. Ο ρυθμός μεταβολής της συχνότητας που ανιχνεύει ο ανιχνευτής πριν και μετά το κόψιμο του νήματος.

β. Η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής την στιγμή t_2=1,5sec καθώς και την χρονική στιγμή t_3=7sec καθώς και η ταχύτητα του σώματος m την χρονική στιγμή t_2 και τη χρονική στιγμή t_4=(3+π/4)sec

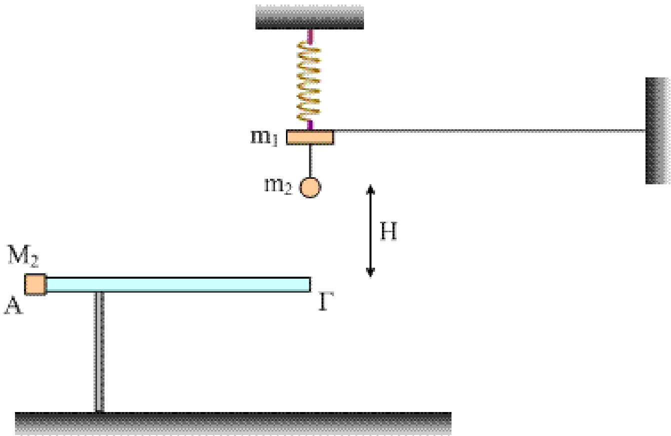
γ. Η εξίσωση του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας με τον χρόνο για το σώμα mαλλά και για το σώμα Μ .

δ. Η γραφική παράσταση της στροφορμής του σώματος Μ σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Για τον κύλινδρο Icm=0,5M.R^2 ενώ για τον ήχο υηχ=340m/sec και g=10m/sec^2.

Δίνεται η σχέση ημ2χ=2συνχ.ημχ

448. Στο παρακάτω σχήμα η ράβδος ΑΓ έχει μάζα Μ=2kg και μήκος L=6m ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια καρφιού που βρίσκεται σε απόσταση l=2m από το ένα της άκρο της Α. Στο άκρο Α υπάρχει κολλημένο πάνω στη ράβδο σώμα μάζας M_2.



Πάνω στην ίδια κατακόρυφο με την άλλη άκρη Γ της ράβδου υπάρχει κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς Κ=200$π^2$N/m με την πάνω άκρη του στερεωμένη. Στο άλλο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο σώμα μάζας m_1=0,5kg στο άκρο του οποίου είναι δεμένη οριζόντια ελαστική χορδή πάνω στην οποία μπορεί να διαδοθεί εγκάρσιο αρμονικό κύμα με ταχύτητα U=2 m/sec.Μέσω ενός δεύτερου κατακόρυφου νήματος το σώμα μάζας m_1 συνδέεται με δεύτερο σώμα μάζας m_2=0,5kg.Το σώμα μάζας m_2 απέχει κατακόρυφη απόσταση από το άκρο Γ της ράβδου ύψος Η=1,25m. Στο σώμα μάζας m_1 υπάρχει ηχητική πηγή αρμονικών ήχων συχνότητας Fs=680Hz ενώ στο σώμα μάζας m_2 υπάρχει ανιχνευτής ηχητικών κυμάτων. Κάποια στιγμή το κατακόρυφο νήμα κόβεται και το σώμα μάζας m_2 συγκρούεται πλαστικά με την ράβδο. Να βρεθούν:

α. Η μάζα M_2

β. Να βρεθεί η εξίσωση που περιγράφει την συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής ήχων που βρίσκεται στο σώμα μάζας m_2 μέχρι την στιγμή που αυτή συγκρούεται πλαστικά με την ράβδο και να βρεθεί η συχνότητα του ανιχνευτή ελάχιστα πριν την κρούση.

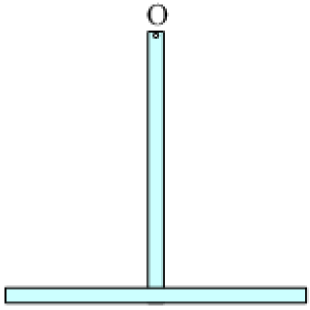
γ. Η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος αμέσως μετά την πλαστική καθώς και η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής αμέσως μετά την πλαστική κρούση αν υποθέσουμε ότι η κρούση ήταν ακαριαία.

δ. Η μορφή της οριζόντιας ελαστικής χορδής την στιγμή που γίνεται η πλαστική κρούση.

Δίνεται για την ράβδο I_{cm}=1/12 M.L^2 η ταχύτητα του ήχου $U_{ηχ}$=340 m/sec το g=10 m/sec^2 και $π^2$=10. Όλα τα σώματα εκτός της ράβδου να θεωρηθούν σημειακά.

Απ: α. M_2=1kg β. $F_{αν}$=670Hz γ. $F_{αν}'$=676Hz

449. Δύο ράβδοι ίδιας μάζας M=3kg και ίδιου μήκους L=1m συγκολλούνται σχηματίζοντας ανάποδο Τ όπως στο παρακάτω σχήμα.



Το σύστημα ισορροπεί κατακόρυφα με το κέντρο μάζας της κάθε ράβδου αλλά και το καρφί να βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο. Ασκώντας στο κέντρο μάζας της αρχικά κατακόρυφης ράβδου σταθερή δύναμη F=200/π N η οποία είναι συνεχώς κάθετη στην ράβδο το σύστημα αρχίζει να περιστρέφεται γύρω από το καρφί.

α. Να βρεθεί η ροπή αδράνειας του συστήματος των δύο ράβδων γύρω από τον άξονα περιστροφής του

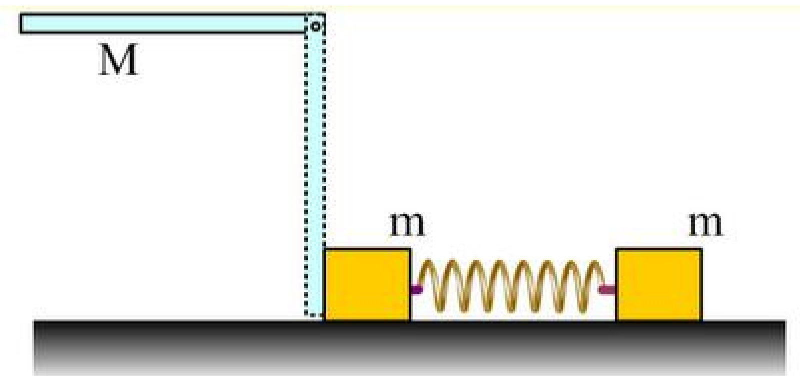
β. Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του συστήματος καθώς και η γωνιακή επιτάχυνση-επιβράδυνση όταν το σύστημα έχει διαγράψει γωνία 90^o σε σχέση με την αρχική του θέση.

γ. Σε κάποια θέση και ενώ το σύστημα ανεβαίνει καταργούμε την δύναμη.

Αν θέλουμε τελικά το σύστημα να ισορροπήσει σχηματίζοντας ένα κανονικό κατακόρυφο “Τ’’ μέχρι ποια γωνία σε σχέση με την αρχική κατακόρυφη θέση θα πρέπει να ενεργήσει η δύναμη.

Δίνεται για την κάθε ράβδο το $I_{cm}=1/12M\cdot L^2$.

450. Ράβδος μάζας M=3Kg και μήκους L=1,2m αφήνεται από την οριζόντια θέση. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται από το ένα της άκρο γύρω από οριζόντιο άξονα. Όταν ράβδος γίνει κατακόρυφη συγκρούεται με ακίνητο σώμα μάζας m=1Kg που ισορροπεί στο οριζόντιο λείο δάπεδο δεμένο με ελατήριο σταθεράς K που το άλλο του άκρο είναι στερεωμένο σε άλλο σώμα μάζας m=1Kg. Μετά την κρούση της ράβδου με το σώμα μάζας m η ράβδος παραμένει ακίνητη. Στο πρώτο σώμα είναι στερεωμένη πηγή ηχητικών ήχων συχνότητας Fs=680Hz ενώ στο δεύτερο σώμα m υπάρχει στερεωμένος ανιχνευτής ήχων.



Να βρεθούν :

α. Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου πριν την κρούση καθώς και η ταχύτητα μετά την κρούση με τη ράβδο του σώματος m. Πως μπορούμε να χαρακτηρίσουμε την κρούση της ράβδου με το σώμα m;

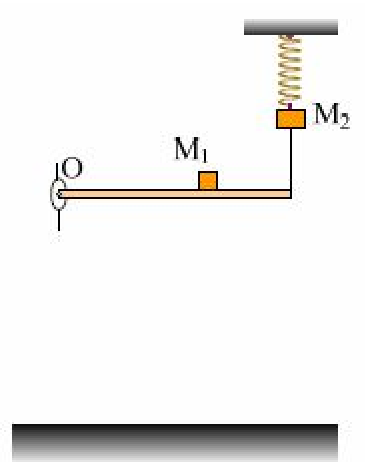
β. Να βρεθεί η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της συχνότητας που θα ανιχνεύσει ο ανιχνευτής ήχων που βρίσκεται στο δεύτερο σώμα m.

γ. Ποιο το μέγιστο ποσοστό της κινητικής ενέργειας της ράβδου λίγο πριν την κρούση που μπορεί να αποθηκεύσει το ελατήριο κατά την διάρκεια της κίνησης των δύο σωμάτων με μάζες m. Ποια είναι τότε η συχνότητα που ανιχνεύει ο ανιχνευτής;
Για την ράβδο $I_A=1/3ML^2$. Δίνεται η ταχύτητα του ήχου $υ_{ηχ}=340m/sec$.

451. Το παρακάτω σχήμα αποτελείται από δύο κατακόρυφα τεταρτοκύκλια με ακτίνες $R_1=2m$ και $R_2=0,25$ m που συνδέονται μεταξύ τους με οριζόντιο τμήμα μήκους L=2π m. Από την κορυφή του πρώτου τεταρτοκύκλιου αφήνουμε σφαίρα μάζας m και ακτίνας r=0,1 m. Η σφαίρα σε όλη την διάρκεια της αρχικής της κίνησης και ενώ βρίσκεται σε επαφή με τα τεταρτοκύκλια ή το οριζόντιο επίπεδο κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

Να βρεθούν:
α. Το μέγιστο ύψος του κέντρου μάζας της σφαίρας από το οριζόντιο επίπεδο μετά το χάσιμο της επαφής με το δεύτερο τεταρτοκύκλιο.
β. Ο αριθμός των περιστροφών που θα εκτελέσει η σφαίρα από την αρχική θέση μέχρι να επιστέψει στο άνω άκρο του δεύτερου τετατροκυκλίου για πρώτη φορά.
γ. Αν η σφαίρα επιστρέψει ποτέ στην αρχική της θέση.
Δίνεται για την σφαίρα $Icm=0,4M.r^2$.

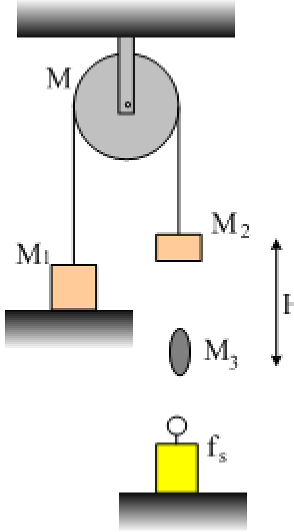
452. Στο παρακάτω σχήμα η ράβδος έχει μάζα M=3Kg και μήκος L=1,2m και ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια κατακόρυφου νήματος .



Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται κατακόρυφα χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που βρίσκεται στο άκρο της Ο. Ο άξονας περιστροφής απέχει από το έδαφος ύψος H=1,2m. Πάνω στην ράβδο και σε απόσταση l=1m από το σημείο Ο χωρίς να είναι κολλημένο ισορροπεί σώμα μάζας M_1. Το σώμα μάζας M_2 ισορροπεί με τη βοήθεια του νήματος και κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς K. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα. Αν οι μέγιστες κινητικές ενέργειες (όποια στιγμή και αν αποκτηθούν αυτές) της ράβδου του σώματος M_1 και του σώματος M_2 είναι μεταξύ τους ίσες να βρεθούν:
α. Η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου
β. Την τάση του νήματος πριν αυτό κοπεί

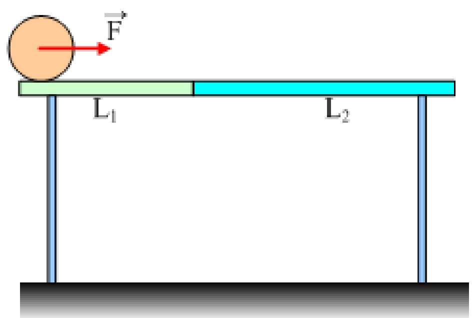
γ. Το πλάτος ταλάντωσης του σώματος M_2.
Για την ράβδο $Io=1/3 \cdot ML^2$.

453. Στο παρακάτω σχήμα η τροχαλία έχει μάζα M=4kg και τα σώματα έχουν μάζες M_1=2Kg και M_2=0,5Kg. Το σύστημα ισορροπεί κατακόρυφα.



Σώμα μάζας M_3=0,5Kg την χρονική στιγμή t=0 εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου U=20m/sec και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας M_2 αφού διανύσει κατακόρυφη απόσταση H=15m. Στην ίδια κατακόρυφο με τα σώματα M_2 και M_3 υπάρχει ακίνητη πηγή παραγωγής αρμονικών ήχων με συχνότητα εκπομπής Fs=680Hz.
Να παρασταθεί γραφικά η συχνότητα του ήχου που καταγράφει ανιχνευτής που είναι προσαρμοσμένος πάνω στο σώμα μάζας M_3 αν υποτεθεί ότι δεν καταστρέφεται στην διάρκεια της πλαστικής κρούσης. Η γραφική παράσταση να δοθεί από την στιγμή t=0 μέχρι την στιγμή που το σώμα M_3 θα σταματήσει στιγμιαία για δεύτερη φορά.
Το $I_{cm}=0,5M.R^2$ και $U_{ηχ}$=340m/sec.

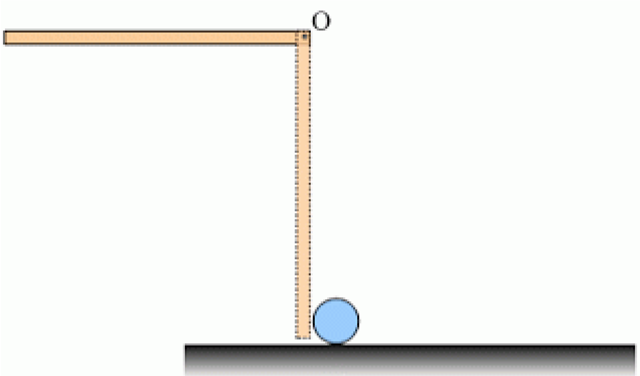
454. Στο παρακάτω σχήμα η οριζόντια λεπτή και ομογενής ράβδος έχει μάζα M_1=2Kg, μήκος L=4,4m και ισορροπεί με την βοήθεια δύο κατακόρυφων υποστηριγμάτων ύψους H=1,8m. Η ράβδος αποτελείται από δύο άνισα τμήματα μήκους L_1=1m και L_2. Στο πρώτο τμήμα της ράβδου υπάρχουν τριβές ενώ το δεύτερο τμήμα της ράβδου είναι τελείως λείο. Μία σφαίρα μάζας M=1kg και ακτίνας R=0,2m βρίσκεται ακίνητη στην μία άκρη της ράβδου στην περιοχή που παρουσιάζει τριβές και δέχεται στο κέντρο της σταθερή οριζόντια δύναμη F=2,8N με αποτέλεσμα η σφαίρα να αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στην ράβδο. Την στιγμή που η σφαίρα χάνει την επαφή της με τη ράβδο η δύναμη F καταργείται. Να βρεθούν:



α. Πόση η ολική κινητική ενέργεια της σφαίρας όταν φτάνει στο έδαφος;
β. Πόσος είναι ο συνολικός χρόνος κίνησης της σφαίρας μέχρι να φτάσει η σφαίρα στο έδαφος;
γ. Πόσες περιστροφές διάγραψε η σφαίρα μέχρι να φτάσει στο έδαφος;
δ. Να βρεθούν οι εξισώσεις των δυνάμεων που ασκούνται στα άκρα της ράβδου από τα υποστηρίγματα σε συνάρτηση με τον χρόνο μέχρι να φτάσει η σφαίρα στο έδαφος.

Για την σφαίρα $I=0,4MR^2$

455. Στο παρακάτω σχήμα η ράβδος έχει μάζα $M_1=3kg$ και μήκος $L=1,2m$ αφήνεται από οριζόντια θέση και συγκρούεται αφού διαγράψει γωνία 90^o με ακίνητη σφαίρα μάζας $M_2=5Kg$ και ακτίνας $R=0,1m$. Το καρφί όπου είναι στερεωμένο το ένα άκρο της ράβδου απέχει απόσταση $H=1,3m$ από το οριζόντιο έδαφος όπου ισορροπεί η σφαίρα.



Μετά την κρούση της ράβδου με την σφαίρα η ράβδος σταματάει. Η σφαίρα αρχικά αρχίζει να ολισθαίνει πάνω στο οριζόντιο επίπεδο μέχρι να αρχίσει η καθαρή κύλιση. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σφαίρας και δαπέδου είναι $\mu=0,2$. Να βρεθούν:

α. Ο χρόνος που θα χρειασθεί μέχρι να αρχίσει η καθαρή κύλιση για τη σφαίρα. Ποια η τελική ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας;

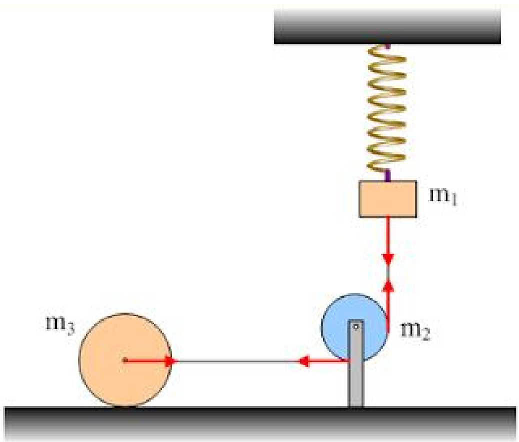
β. Η τελική κινητική ενέργεια της σφαίρας

γ. Η απώλεια ενέργειας στην διάρκεια του παραπάνω φαινόμενου.

Η ροπή αδράνειας της σφαίρας δίνεται από την σχέση $I_2=0,4.M_2.R^2$ και η ροπή αδράνειας της ράβδου γύρω από τον άξονα περιστροφής της $I_1=1/3.M_1.L^2$.

Η σφαίρα να θεωρηθεί σημειακή την στιγμή της κρούσης.

456. Δίνεται το παρακάτω σχήμα

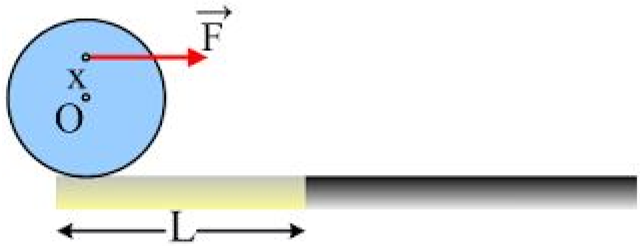


Το ελατήριο έχει σταθερά $K=100N/m$ είναι κατακόρυφο και το σώμα μάζας $M_1=1Kg$ ισορροπεί. Συνδέουμε το σώμα μάζας M_1 μέσω αβαρούς νήματος και στερεωμένης στο έδαφος τροχαλίας μάζας $M_2=4Kg$ με το κέντρο κυλίνδρου μάζας $M_3=2Kg$ που μπορεί να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Εφαρμόζοντας κατάλληλη εξωτερική δύναμη στον κύλινδρο επιμηκύνουμε επιπλέον το ελατήριο κατά $\chi_2=20cm$. Αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο και ο κύλινδρος αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Να βρεθούν:

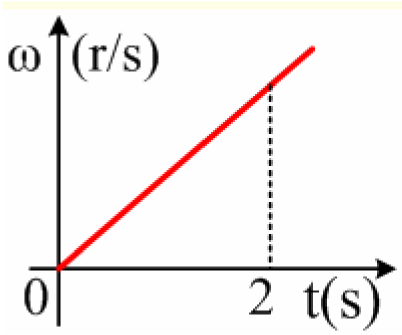
α. Η επιτάχυνση του κυλίνδρου σαν συνάρτηση της μετατόπισης του.

β. Η μέγιστη ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.
γ. Το πλάτος ταλάντωσης του σώματος M_1 μετά την χαλάρωση του νήματος.
Δίνεται για την τροχαλία και για τον κύλινδρο Icm=0,5M.R^2.

457. Στο παρακάτω σχήμα η σφαίρα έχει μάζα M=4Kg ακτίνα R=0,4m και ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο μήκους L=0,2m.Στην συνέχεια ακολουθεί οριζόντιο μη λείο επίπεδο μεγάλου μήκους .

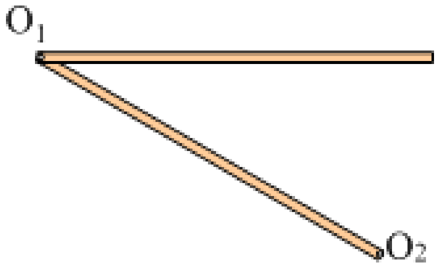


Ασκούμε την χρονική στιγμή t=0 στην σφαίρα σταθερή οριζόντια δύναμη F=1,6N έτσι ώστε ο φορέας της δύναμης να απέχει απόσταση x πάνω από το κέντρο της σφαίρας. Η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας σε συνάρτηση με τον χρόνο δίνεται από την γραφική παράσταση.



Να βρεθούν:
α. Η απόσταση x
β. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας την στιγμή t_1=1sec .
γ. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας την στιγμή t_3=10sec αν όταν η σφαίρα έχει διανύσει διάστημα 5m η δύναμη F είχε καταργηθεί.
Δίνεται για την σφαίρα Icm=0,4M.R^2.

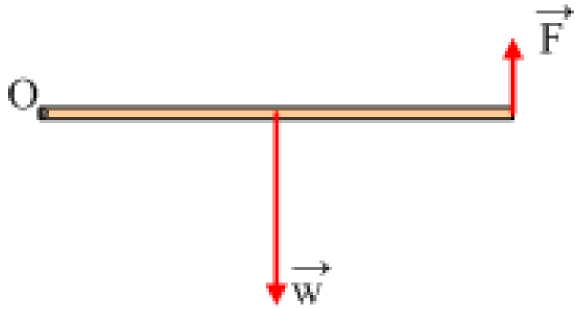
458. Η ράβδος του παρακάτω σχήματος έχει μάζα M=3kg και μήκος L=0,6m. Η ράβδος μπορεί να κινείται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο καρφί που βρίσκεται στο σημείο O_1. Η ράβδος αφήνεται ελεύθερη από οριζόντια θέση. Όταν διαγράψει γωνία 30^o η ράβδος συγκρούεται με ακλόνητο οριζόντιο καρφί που βρίσκεται σε απόσταση 0,6m από το πρώτο καρφί στο σημείο O_2.



Ελάχιστα πριν την κρούση το καρφί στο O_1 αφαιρείται ακαριαία ενώ η ράβδος συγκρούεται με το καρφί O_2 επίσης ακαριαία και στην συνέχεια συνεχίζει να περιστρέφεται γύρω από το δεύτερο καρ-

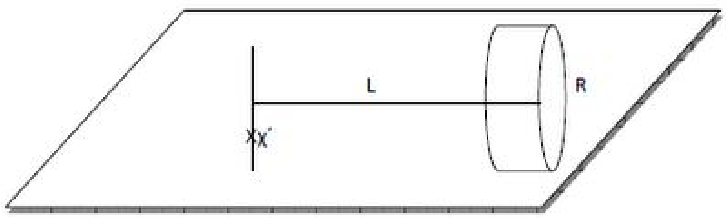
φί O_2 χωρίς τριβές. Αν η ελάχιστη ενέργεια πρέπει να δαπανήσει ο Μπάρμπα-Γιάννης ο σιδεράς για να κάνει μία αντίστοιχη τρύπα με αυτή που έκανε το δεύτερο καρφί στη ράβδο είναι E_{min}=0,375J.
Να βρεθούν:
α. Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου πριν και μετά την κρούση με το δεύτερο καρφί.
β. Πόση θερμότητα θα παραχθεί κατά την κρούση στο δεύτερο καρφί O_2.
γ. Η κινητική ενέργεια της ράβδου όταν η ράβδος θα γίνει κατακόρυφη για πρώτη φορά.
Για την ράβδο $I_{cm}=1/12 \cdot M \cdot L^2$.

459. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος μάζας M=3Kg και μήκους L=1m μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο καρφί O που βρίσκεται στο ένα του άκρο όπως στο παρακάτω σχήμα.



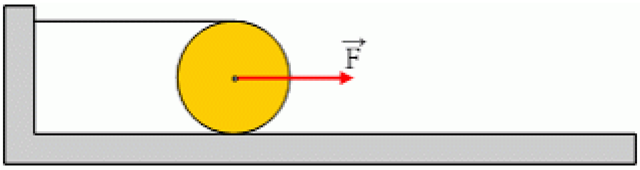
Στο άλλο άκρο της ράβδου ασκείται μεταβλητή δύναμη F κάθετη πάντα στην ράβδο της οποίας το μέτρο μεταβάλλεται σύμφωνα με την σχέση $F=112\theta/\pi^2$ (S.I.) όπου θ η γωνία που θα διαγράφει η ράβδος σε σχέση με την αρχική οριζόντια θέση. Αν η ράβδος αφεθεί ελεύθερη από την οριζόντια θέση να βρεθούν:
α. Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου όταν η ράβδος έχει διαγράψει γωνία 90^o σε σχέση με την αρχική της θέση.
β. Ποια η σχέση που θα μπορούσε να δίνει τη γωνία για την οποία η ράβδος έχει αποκτήσει μέγιστη κινητική ενέργεια για πρώτη φορά μετά την εκκίνησή της.
Την στιγμή t=0 που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη η δύναμη F καταργείται και αφαιρείται ακαριαία το οριζόντιο καρφί που βρίσκεται στο σημείο O.
γ. Πόση είναι το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου μετά την αφαίρεση του καρφιού.
δ. Τι είδους κίνηση θα εκτελέσει η ράβδος και πόση η συνολική του κινητική ενέργεια την στιγμή t=1s.
Για την ράβδο $I_{cm}=1/12 \cdot M \cdot L^2$

460. Στο παραπάνω σχήμα λεπτότατο καρφί αμελητέας μάζας έχει μήκος L=1m και μπορεί να να περιστρέφεται ελεύθερα και οριζόντια χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα χχ΄. Η άλλη άκρη του καρφιού είναι περασμένη στο κέντρο ομογενούς λεπτότατου δίσκου



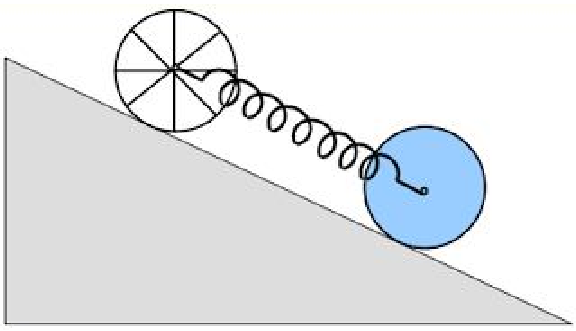
μάζας M=1Kg και ακτίνας R=1m. Ασκούμε στο κέντρο του δίσκου σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=1,75/π N συνεχώς κάθετη στο καρφί. Σε όλη την διάρκεια της κίνησης ο δίσκος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου μετά την εκτέλεση μίας πλήρης περιστροφής του καρφιού. Δίνεται για τον λεπτό δίσκο ότι $I_{cm}=0,5 \cdot M \cdot R^2$. Να θεωρηθεί γνωστό το θεώρημα των καθέτων αξόνων που λέει: Η ροπή αδράνειας επίπεδου στερεού ως προς άξονα z κάθετο στο επίπεδό του, ισούται με το άθροισμα των ροπών αδράνειας ως προς δύο οποιουσδήποτε κάθετους μεταξύ τους άξονες x,ψ που βρίσκονται στο επίπεδο του σώματος και τέμνουν κάθετα τον άξονα ($I_z=I_x+I_\psi$)

461. κύλινδρος του παρακάτω σχήματος έχει μάζα m=2Kg και ακτίνα R=0,1m.Το νήμα μπορεί να ξετυλίγεται από τον κύλινδρο και να είναι συνεχώς παράλληλο και τεντωμένο με το οριζόντιο επίπεδο που παρουσιάζει τριβές με συντελεστή τριβής μ=0,1. Την στιγμή t=0 ασκούμε στο κέντρο του κυλίνδρου σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=10N με αποτέλεσμα ο κύλινδρος να αρχίσει να κινείτε περιστρεφόμενος αριστερόστροφα, ενώ η ταχύτητα (ως προς ακίνητο παρατηρητή) του σημείου επαφής με το νήμα είναι συνεχώς μηδενική.



Την χρονική στιγμή t_1=5s το νήμα κόβεται ενώ τη χρονική στιγμή t_2=10s ο κύλινδρος μπαίνει σε λείο οριζόντιο επίπεδο.
Να βρεθούν:
α. Η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας του κυλίνδρου σαν συνάρτηση του χρόνου και με την βοήθεια αυτής να βρεθεί η συνολική γωνιακή μετατόπιση του κυλίνδρου.
β. Η γραφική παράσταση του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου σαν συνάρτηση του χρόνου. Τι εκφράζει το περικλειόμενο εμβαδόν ανάμεσα στην καμπύλη και τον άξονα των χρόνων;
γ. Το ποσοστό της ενέργειας που μεταφέρεται στον κύλινδρο μέσω του έργου της δύναμης F, το οποίο μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια και ελευθερώθηκε στο περιβάλλον έως τη χρονική στιγμή t_2=10s.
Για τον κύλινδρο $I_{cm}= ½ \cdot M \cdot R^2$.

462. Από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίση $φ=30^o$ αφήνουμε να κυλίσουν χωρίς να ολισθαίνουν ταυτόχρονα ένας δίσκος και ένας δακτύλιος ίδιας μάζας M=1,4kg και ίδιας ακτίνας R=0,1m.
α. Να υπολογιστεί ποιό από τα δύο σώματα θα αποκτήσει μεγαλύτερη επιτάχυνση.
β. Συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τα κέντρα μάζας των δύο στερεών,όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, με ιδανικό ελατήριο αμελητέας μάζας και σταθεράς K=100N/m,το οποίο δεν εμποδίζει την περιστροφή και δεν προκαλεί κάθε είδους τριβές. Το σύστημα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει κατερχόμενο του κεκλιμένου επιπέδου με το ελατήριο να έχει σταθερό μήκος.



Να βρεθούν:

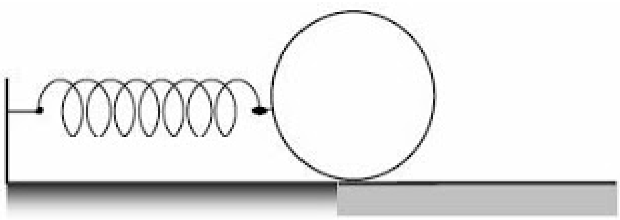
β1. Η επιμήκυνση ή η συσπείρωση του ελατηρίου έτσι ώστε το σύστημα να κατέρχεται κυλιόμενο χωρίς να ολισθαίνει.

β2. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κάθε στερεού την χρονική στιγμή t_1 αν το σύστημα εκείνη την στιγμή έχει κατέλθει κατακόρυφη απόσταση ΔΗ=0,35 m

β3. Το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του συστήματος την παραπάνω χρονική στιγμή t_1.

Για τον κύλινδρο $I_{cm}=0{,}5M\cdot R^2$ και για το δαχτυλίδι $I_{cm}=M\cdot R^2$.

463. Ο κύλινδρος μάζας M=1Kg και ακτίνας R=0,1m του παρακάτω σχήματος ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο το οποίο κατά το ένα μέρος είναι λείο και στο άλλο παρουσιάζει τριβές έτσι ώστε η κατακόρυφη διάμετρος του κυλίνδρου να βρίσκεται ακριβώς στην διαχωριστική επιφάνεια των δύο επιπέδων. Το ελατήριο έχει σταθερά K=150N/m και είναι συνδεδεμένο στο κέντρο του κυλίνδρου έτσι ώστε ο κύλινδρος να μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το κέντρο μάζας του.



Ο κύλινδρος μπορεί να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει όταν βρίσκεται στην περιοχή του που το επίπεδο παρουσιάζει τριβές. Εκτρέπουμε τον κύλινδρο κατά x=10cm προς την περιοχή που το οριζόντιο επίπεδο παρουσιάζει τριβές και την στιγμή t=0 αφήνουμε τον κύλινδρο ελεύθερο. Να βρεθούν:

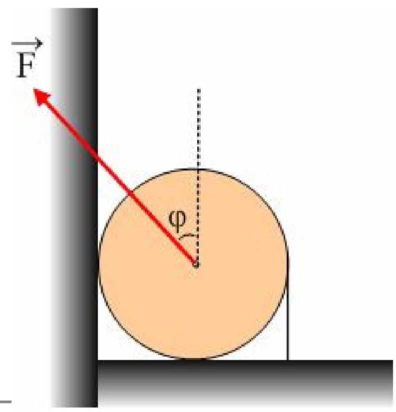
α. Ο χρόνος που θα χρειασθεί ο κύλινδρος να φτάσει στην θέση αρχικής ισορροπίας του για 2^{η} φορά.

β. Η ταχύτητα του κατώτερου σημείου του κυλίνδρου την στιγμή που επιστρέφει για 2^{η}φορά στην αρχική θέση ισορροπίας του.

γ. Τη συνολική γωνιακή μετατόπιση του κυλίνδρου μέχρι ο κύλινδρος να επιστρέψει για 2^{η}φορά στην θέση αρχικής ισορροπίας του.

Για τον κύλινδρο $I_{cm}=0{,}5M\cdot R^2$.

464. Δίσκος μάζας M1=7kg και ακτίνας R=0,5m μπορεί να περιστρέφεται οριζόντια χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα. Ο δίσκος ισορροπεί οριζόντιος με την βοήθεια κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου που ο άξονας του ελατηρίου συμπίπτει με τον άξονα περιστροφής. Το ελατήριο είναι αρχικά συσπειρωμένο κατά 0,7m. Δεύτερος οριζόντιος δίσκος ίδιας ακτίνας με τον πρώτο αλλά με μάζα M_2=1Kg μπορεί να περιστρέφεται οριζόντια γύρω από τον ίδιο κατακόρυφο άξονα. Δί-



νουμε ακαριαία αρχική γωνιακή ταχύτητα ω_0=8 r/sec και αφήνουμε το δίσκο ελεύθερο να κινηθεί μόνο με την επίδραση του βάρους του. Την στιγμή που ο δεύτερος δίσκος έχει εκτελέσει γωνιακή μετατόπιση θ=6,4rad συγκρούεται με τον ακίνητο δίσκο που είναι δεμένος στο ελατήριο αλλά μπορεί να περιστρέφεται γύρω από τον κατακόρυφο άξονα περιστροφής. Μετά από λίγο το σύστημα λειτουργεί σαν ένας ενιαίος δίσκος. Να βρεθούν:

α. Το ύψος από όπου αφέθηκε ο δεύτερος δίσκος

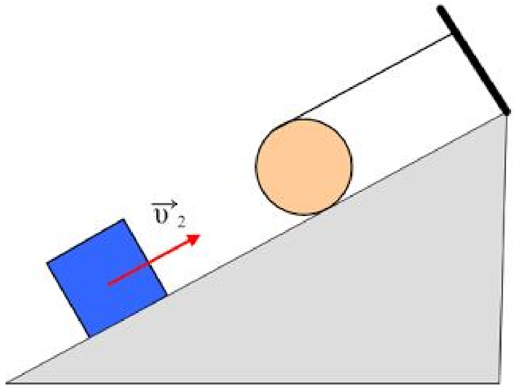
β. Η κοινή γωνιακή ταχύτητα του συστήματος των δύο δίσκων και το πλάτος της κατακόρυφης ταλάντωσης των δύο δίσκων

γ. Η μέγιστη κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο δίσκων.

δ. Η απώλεια ενέργειας εξαιτίας της πλαστικής κρούσης.

Δίνονται για τον δίσκο Icm=0,5M.R^2.

465. κύλινδρος του παρακάτω σχήματος έχει μάζα M=2Kg και ακτίνα R=0,2m.Το νήμα μπορεί να ξετυλίγεται από το κύλινδρο και να είναι συνεχώς παράλληλο και τεντωμένο με το κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ (ημφ=0,8) που παρουσιάζει συντελεστή τριβής μ=0,5 με τον κύλινδρο.



Την στιγμή t=0 αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα και ο κύλινδρος αρχίζει να κατέρχεται περιστρεφόμενος δεξιόστροφα, ενώ η ταχύτητα (ως προς ακίνητο παρατηρητή) του σημείου επαφής με το νήμα, της κάθετης στο επίπεδο διαμέτρου είναι συνεχώς μηδενική. Την στιγμήt=3sec το νήμα κόβεται και ο κύλινδρος συγκρούεται κεντρικά μετωπικά και ελαστικά με κύβο μάζας M=2Kg ακμής α=0,4m που ανέρχεται με ταχύτητα μέτρου U_2. Αν μετά την κρούση που διαρκεί ελάχιστα ο κύλινδρος αρχίζει αμέσως να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ανερχόμενος να βρεθούν :

α. Το μέτρο της ταχύτητας του κύβου την στιγμή της κρούσης

β. Την απόσταση των κέντρων μάζας των δύο στερεών όταν ο κύλινδρος σταματήσει για πρώτη φορά μετά την κρούση.

γ. Θα μπορέσουν τα δύο σώματα να ξανασυγκρουστούν για δεύτερη φορά ή όχι;

Για τον κύλινδρο Icm= ½ ·M·R^2.

466. Σφαίρα μάζας M=5Kg και ακτίνας R=0,1m ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο έχοντας τυλιγμένο λεπτότατο αβαρές νήμα που βρίσκεται μέσα σε ένα κατακόρυφο λεπτότατο αυλάκι που είναι χαραγμένο στην επιφάνεια της σφαίρας. Η σφαίρα είναι επίσης σε επαφή με κατακόρυφο τοίχο που παρουσιάζει συντελεστή τριβής μ=0,18.

Ασκούμε την στιγμή t=0 στο κέντρο της σφαίρας σταθερή δύναμη F=100√2N που σχηματίζει γωνία φ=45^o όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα με αποτέλεσμα η σφαίρα να αρχίσει να ανεβαίνει κυλιόμενη και το σχοινί που είναι συνεχώς τεντωμένο να ξετυλίγεται κατακόρυφα.

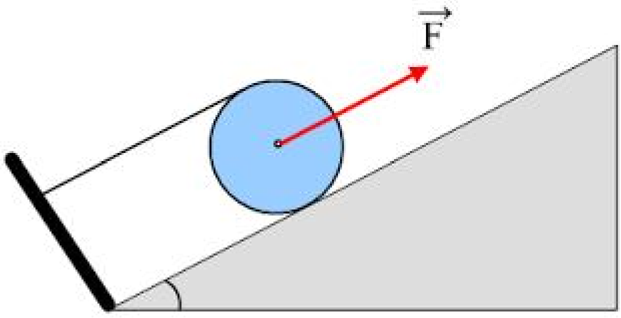
Τη χρονική στιγμή t_1=0,65sec κόβουμε το νήμα. Να βρεθούν:

α. Πόση η ανύψωση του κέντρου μάζας της σφαίρας την στιγμή που κόπηκε το νήμα και πόση η κινητικής ενέργεια της σφαίρας εκείνη τη στιγμή.

β. Ποια στιγμή θα αρχίσει η κύλιση στον κατακόρυφο τοίχο.

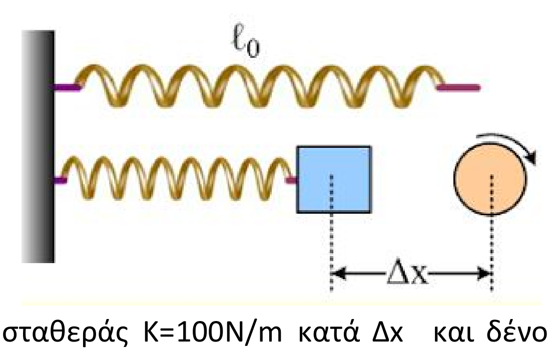
γ. Πόση θερμότητα θα παραχθεί συνολικά .
$I_{cm}=0{,}4M.R^2$.

467. Κύλινδρος μάζας M=10Kg και ακτίνας R=0,5m αρχίζει την στιγμή t=0 να ανέρχεται κυλιόμενος (αριστερόστροφα) χωρίς να ολισθαίνει κατά μήκος αρχικά λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $φ=30^o$ με τη βοήθεια σταθερής δύναμης F=80N, που ασκείται στο κέντρο του κυλίνδρου και είναι παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο και λεπτότατου σκοινιού που είναι τυλιγμένο στο κύλινδρο και είναι δεμένο στην αρχή του κεκλιμένου επιπέδου. Το νήμα ξετυλίγεται από τον κύλινδρο και είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο.



Τη χρονική στιγμή t_1=5sec το νήμα κόβεται και η δύναμη F καταργείται. Εκείνη την στιγμή το επίπεδο γίνεται μη λείο με συντελεστή τριβής μ=√3/3.
Να βρεθούν:
α. Η ταχύτητα του σημείου επαφής του κυλίνδρου με το κεκλιμένο επίπεδο τη χρονική στιγμή t_1.
β. Το μέγιστο ύψος που θα φτάσει το κέντρο μάζας του κυλίνδρου σε σχέση με την αρχική του θέση.
γ. Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν αυτός επιστρέψει στην θέση όπου βρισκόταν την χρονική στιγμή t=0.
Δίνεται για τον κύλινδρο $Icm=0{,}5M.R^2$.

468. Πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο μεγάλου μήκους και στη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου του παρακάτω σχήματος μία σφαίρα μάζας M_2=3Kg και ακτίνας R=0,2m εκτελεί ελεύθερη ομαλή στροφική κίνηση με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $ω_0$=10r/sec .

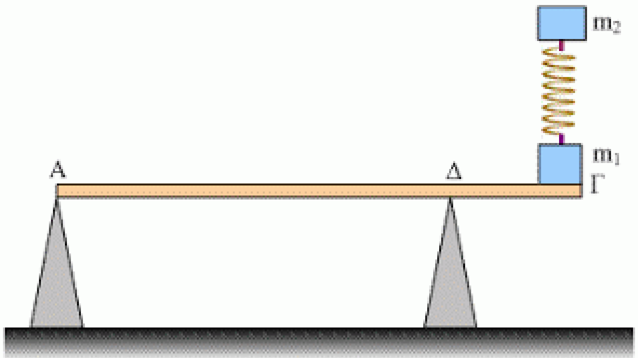


Συσπειρώνουμε το ελατήριο σταθεράς K=100N/m κατά Δx και δένουμε στο ελατήριο κύβο μάζας M_1=1Kg που έχει το μήκος της ακμής του ίσο με τη διάμετρο της σφαίρας. Ο κύβος έχει στερεωμένο στο κέντρο του αβαρή ανιχνευτή ήχων ενώ η σφαίρα έχει στο κέντρο της πηγή αρμονικών κυμάτων που μπορεί να εκπέμπει συχνότητα Fs=684Hz. Αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα ελατηρίου-κύβου και την στιγμή t=0 συμβαίνει η κρούση του κύβου με την σφαίρα που είναι κεντρική - ελαστική και διαρκεί ελάχιστο χρόνο, η σφαίρα δε, μετά την κρούση με τον κύβο, κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο οριζόντιο επίπεδο . Να βρεθούν:

α. Η αρχική συσπείρωση του ελατηρίου

β. Η γραφική παράσταση της συχνότητας που καταγράφει ο ανιχνευτής σε συνάρτηση με το χρόνο.

469. Η ράβδος ΑΓ του παρακάτω σχήματος έχει μάζα Μ= 4Kg και μήκος L=4 m.Στο άκρο Γ της ράβδου είναι **κολλημένο** σώμα μάζας m_1=0,5Kg και μέσω ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς Κ=200N/m ισορροπεί δεύτερο σώμα μάζας m_2=0,5 kg όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



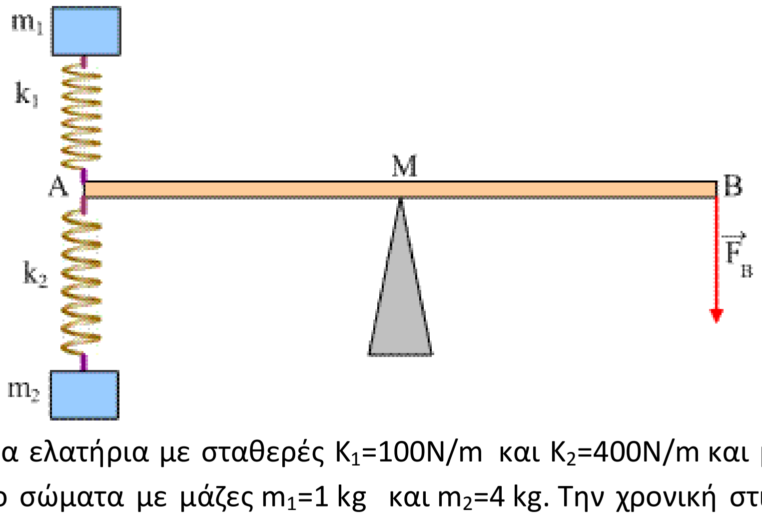
Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια δύο υποστηριγμάτων στα σημεία Α και Δ με την απόσταση ΑΔ=3 m.Την χρονική στιγμή t=0 το σώμα μάζας m_2 εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα U_0.Το σύστημα μόλις και καταφέρνει να μην χάνει την επαφή του με το σημείο Α του υποστηρίγματος. Να βρεθούν:

α. Η αρχική ταχύτητα U_0

β. Οι χρονικές εξισώσεις των κατακόρυφων δυνάμεων που δέχεται η ράβδος από τα υποστηρίγματα Α και Δ. Μπορεί να χαθεί η επαφή της ράβδου με το υποστήριγμα Δ.

γ. Θα μπορούσε να εξελιχθεί το φαινόμενο χωρίς το σώμα m_1 να είναι **κολλημένο** στο σημείο Γ;

470. Στο παρακάτω σχήμα η αβαρής ράβδος ΑΒ ισορροπεί συνεχώς οριζόντια με τη βοήθεια κατακόρυφου υποστηρίγματος που βρίσκεται στο μέσο Μ της ράβδου και την βοήθεια κατάλληλης κατακόρυφης δύναμης F_B που ασκείται στο σημείο Β της ράβδου.

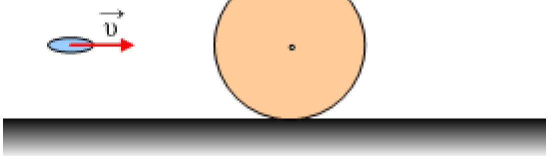


Πάνω στα κατακόρυφα ελατήρια με σταθερές K_1=100N/m και K_2=400N/m και με το ίδιο φυσικό μήκος l_o ισορροπούν δύο σώματα με μάζες m_1=1 kg και m_2=4 kg. Την χρονική στιγμή t=0 φέρνουμε τα ελατήρια στο φυσικό τους μήκος και τα σώματα με μάζες m_1 και m_2 αφήνονται ταυτόχρονα ελεύθερα ενώ η ράβδος ΑΒ με την βοήθεια της εξωτερικής δύναμης συνεχίζει να παραμένει ακίνητη σε όλη της διάρκεια της ταλάντωσης των δύο σωμάτων.

α. Να βρεθεί η εξίσωση της δύναμης F_B σε συνάρτηση με το χρόνο.

β. Αν τα δύο σώματα θεωρηθούν σημειακά να αποδειχθεί ότι η μεταξύ τους απόσταση παραμένει σταθερή.

471. Η ξύλινη σφαίρα του παρακάτω σχήματος έχει μάζα M=1,5Kg και ακτίνα R=0,12 m και ισορροπεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή μ=0,2. Ειδικό βλήμα μάζας m=0,5Kgκινείται οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ=272 m/s και σε απόσταση R από το οριζόντιο έδαφος.



Το βλήμα μόλις καταφέρνει και διαπερνάει την ξύλινη σφαίρα και εξέρχεται από αυτή συμπαρασύροντας όλη τη μάζα της σφαίρας που συναντά μπροστά της σε αμελητέο χρόνο.Αν μάζα της σφαίρας μετά την κρούση είναι M΄=1,2Kg και η μάζα της σφαίρας που πήρε το βλήμα δημιούργησε μία οριζόντια οπή σε μορφή λεπτής ράβδου κατά μήκος μιας οριζόντιας διαμέτρου της σφαίρας να βρεθούν:

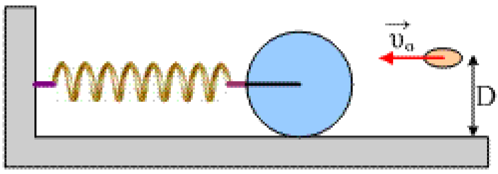
α. Η ροπή αδράνειας της ξύλινης σφαίρας μετά την κρούση

β. Ποια χρονική στιγμή μετά την κρούση η κούφια σφαίρα θα αρχίσει να κυλίεται

γ. Πόση ενέργεια «χάθηκε» σε όλο το παραπάνω φαινόμενο.

Δίνεται για την σφαίρα $Icm=0,4M\cdot R^2$ και για λεπτή ράβδο $Icm=1/12ML^2$.

472. Η ξύλινη σφαίρα του παρακάτω σχήματος έχει μάζα M=1 kg και ακτίνα R= 0,1m. Η σφαίρα είναι δεμένη με οριζόντιο ελατήριο σταθεράς K=14000N/m στο κέντρο της κατά τέτοιο τρόπο ώστε η σφαίρα να μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της σφαίρας.



Σημειακό βλήμα έχει μάζα m=0,1Kg και κινείται με οριζόντια ταχύτητα u_o=200m/s σε απόσταση D> R πάνω από οριζόντιο έδαφος. Την χρονική στιγμή t=0 το βλήμα διέρχεται ακαρικαία μέσα από την σφαίρα και εξέρχεται από αυτή με οριζόντια ταχύτητα μέτρου u_o/2.Το αποτέλεσμα της κρούσης αυτής είναι η σφαίρα να αρχίσει αυτόματα μετά την κρούση να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.Να βρεθούν:

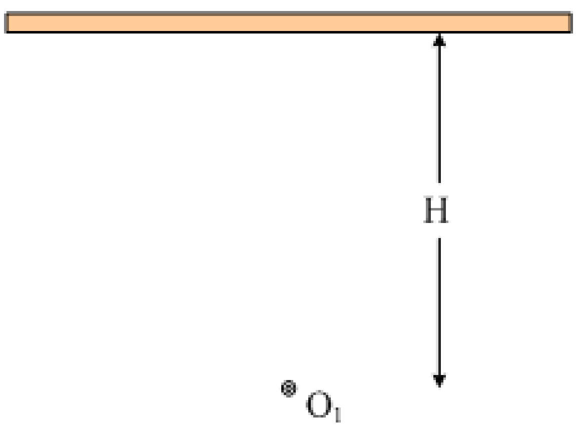
α. Η απόσταση D

β. Το είδος της κίνησης του κέντρου μάζας της σφαίρας καθώς και η περίοδος της κίνησης του κέντρου μάζας.

γ. Το ποσό ενέργειας που «χάθηκε» κατά την παραπάνω κρούση.

δ. Ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφής της σφαίρας.

Για την σφαίρα $Icm=0,4M.R^2$ και ημ2φ=2ημφσυνφ



473. Για να διπλώσει μία λεπτή ράβδο από μαλακό σίδηρο μάζας m=2Kg και μήκους l=1m ακριβώς στη μέση ο Μπάρμπα-Γιάννης ο σιδεράς χρειάζεται να δαπανήσει ελάχιστη χημική ενέργεια E_{min}=5J. Η ί-δια ράβδος αφήνεται να πέσει ελεύθερα έτσι ώστε το κέντρο μάζας της να βρίσκεται σε ύψος H=0,5 m πάνω από ακλόνητο οριζόντιο καρφί O_1 όπως στο παρακάτω σχήμα.

Μετά την κρούση της ράβδου με το οριζόντιο ακλόνητο καρφί η ράβδος διπλώνει (χωρίς να αναπηδήσει) και σταματάει ακριβώς την στιγμή που τα δύο της κομμάτια γίνονται κατακόρυφα. Να βρεθούν:

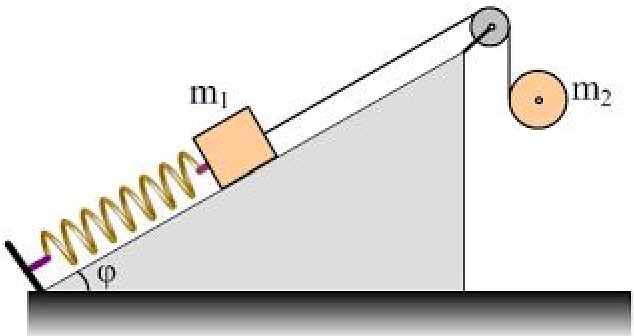
α. Η θερμότητα που θα αναπτυχθεί κατά την κρούση του καρφιού με την ράβδο μέχρι να ισορροπήσει τελικά το σύστημα.

β. Την κινητική ενέργεια της ράβδου την στιγμή που τα δύο κομμάτια της σχηματίζουν γωνία 90^O .

γ. Αν η ράβδος αρχικά βρισκόταν σε μεγαλύτερο του αρχικού ύψους θα άλλαζε η τελική κατάσταση ισορροπίας αν η κρούση των δύο κομματιών ήταν τώρα πλαστική;

Δίνεται ημ45^o=0,7

474. Το λείο κεκλιμένο επίπεδο του παρακάτω σχήματος έχει γωνία κλίσης φ=30°. Πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο ισορροπεί σώμα μάζας m_1=1Kg με την βοήθεια αβαρούς νήματος, το οποίο συγκρατούμε με το χέρι μας. Την στιγμή t=0 αφήνεται ελεύθερος ένας τέλεια ελαστικός κύλινδρος μάζας m_2=3kg και ακτίνας R_2=1/3 m που είναι τυλιγμένος αρκετές φορές με το αβαρές νήμα το οποίο συνδέεται μέσω αβαρούς τροχαλίας με το άλλο σώμα μάζας m_1 που ισορροπεί πάνω στο λείο κεκλιμένο επίπεδο. Αφήνουμε το νήμα και παρατηρούμε ότι κατά την πτώση του κυλίνδρου το σώμα μάζας m_1 δεν κινείται.



Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και το σώμα μάζας m_1 αρχίζει να εκτελεί ταλαντώσεις. Αν η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του κυλίνδρου την στιγμή που αυτός χτυπάει στο λείο οριζόντιο έδαφος είναι ίση κατά μέτρο με τη γωνιακή συχνότητα ταλάντωσης του σώματος m1 να βρεθούν:

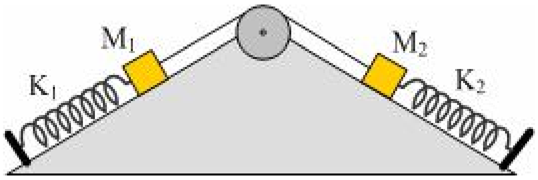
α. Το πλάτος ταλάντωσης του σώματος m_1

β. Ποια χρονική στιγμή κόπηκε το νήμα.

γ. Η γραφική παράσταση της στροφορμής του κυλίνδρου σαν συνάρτηση με το χρόνο αν η κάθε κρούση του κυλίνδρου με το έδαφος θεωρηθεί εντελώς ελαστική.

Να θεωρηθεί ότι το νήμα κόβεται πριν ο κύλινδρος φτάσει στο οριζόντιο επίπεδο. $I=0,5M\cdot R^2$.

475. Το παρακάτω σχήμα αποτελείται από ένα ακλόνητο ισοσκελές λείο τρίγωνο που οι γωνίες στην βάση του είναι 30^o και στην κορυφή αυτού έχουμε στερεώσει μία τροχαλία μάζας M=4Kgπου μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα. Τα σώματα έχουν μάζες $M_1=M_2$=4Kg και ισορροπούν με τα ελατήρια να έχουν μεγαλύτερο μήκος από το φυσικό τους μήκος με την βοήθεια μη εκτατού νήματος που συνδέεται με τα σώματα μέσω της τροχαλίας. Τα ελατήρια έχουν σταθερές K_1=400N/m και K_2=100N/m.



Αρχικά το ελατήριο με σταθερά K_1 είναι επιμηκυμένο κατά x_1=0,1m σε σχέση με το φυσικό του μήκος. Απομακρύνουμε λίγο το σύστημα από την θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο.

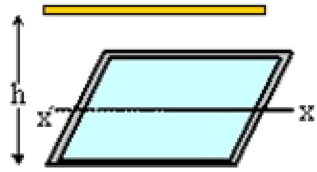
α. Να βρεθεί η αρχική επιμήκυνση του ελατηρίου με σταθερά K_2

β. Να αποδείξετε ότι το κάθε σώμα θα εκτελέσει α.α.τ. και να υπολογιστεί η περίοδος του συστήματος.

γ. Να βρεθεί η συνθήκη έτσι ώστε το σύστημα να εκτελεί α.α.τ.

Για την τροχαλία Icm= ½ MR^2.

476. Ένα τετράγωνο πλαίσιο ΑΒΓΔ αποτελείται από τέσσερις λεπτές και ομογενείς ράβδους μάζας M=6Kg η κάθε μία και μήκους L=1m. Τοτετράγωνο ισορροπεί οριζόντιο και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα xx΄ που διέρχεται γύρω από τα μέσα δύο απέναντι πλευρών του τετραγώνου. Από ύψος H=0,8m ακριβώς πάνω στην ίδια κατακόρυφο και πάνω από μία πλευρά του τετραγώνου που δεν διέρχεται ο άξονας περιστροφής αφήνεται ελεύθερη μία άλλη οριζόντια ράβδος που έχει ίδια μάζα και ίδιο μήκος με τις ράβδους του τετραγώνου. Η ράβδος συγκρούεται τελείως πλαστικά με το τετράγωνο σε αμελητέο χρόνο . Να βρεθούν:



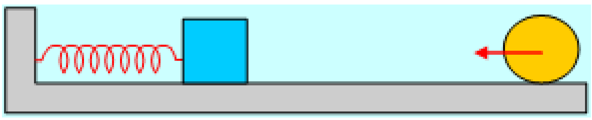
α. Η ροπή αδράνειας του τετράγωνου γύρω από τον άξονα xx΄

β. Την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος αμέσως μετά την πλαστική κρούση

γ. Την μέγιστη κινητική ενέργεια του συστήματος

Δίνεται το Icm=1/12 ML^2.

477. Η σφαίρα του παρακάτω σχήματος έχει ακτίνα R=0,2m και μάζα m=1kg.Η σφαίρα την χρονική στιγμή t=0 βάλλεται με αρχική ταχύτητα $υ_{cm}$=10m/sec και ταυτόχρονα με την βοήθεια στιγμιαίας εξωτερικής ροπής δίνεται στη σφαίρα κατάλληλη γωνιακή ταχύτητα έτσι ώστε το ανώτερο σημείο της σφαίρας να έχει μηδενική ταχύτητα. Η σφαίρα κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο μέχρι να συγκρουστεί μετωπικά ακαριαία κεντρικά και ελαστικά με κύβο ακμής α=0,4m και μάζας m=1Kg που είναι ακίνητος και δεμένος με οριζόντιο ελατήριο σταθεράς K=$π^2$ N/m. Αν η αρχική απόσταση των κέντρων μάζας των δύο σωμάτων ήταν x=10,4m να βρεθούν:

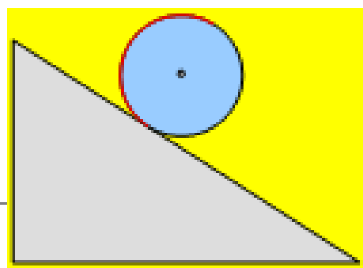


α. Ο αριθμός των περιστροφών που θα εκτελέσει η σφαίρα μέχρι να επιστέψει στην αρχική της θέση.

β. Αν η σφαίρα τελικά κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ή όχι

γ. Η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας τη σφαίρας σε συνάρτηση με το χρόνο καθώς η γραφική παράσταση της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας σαν συνάρτηση του χρόνου αν θετική φορά θεωρηθεί η αρχική φορά της ταχύτητας του κέντρου μάζας.

478. Μία σφαίρα με μάζα M=1Kg και ακτίνας R=2,5/π m την ρίχνουμε μέσα σε μία λιπαντική ουσία μέχρι η μισή ακριβώς να λιπανθεί ενώ η



υπόλοιπη να μείνει χωρίς λιπαντική ουσία. Το στρώμα της λιπαντικής ουσίας είναι λεπτότατο και δεν μπορεί να μετακινηθεί. Ανεβάζουμε τη σφαίρα πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο μεγάλου μήκους με γωνίας κλίσης φ με ημφ=0,7 και με το χαμηλότερο σημείο της σφαίρας να είναι σε επαφή με τη διαχωριστική επιφάνεια της σφαίρας που έχει το λιπαντικό. Αφήνουμε τη σφαίρα ελεύθερη και αρχικά η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Μόλις η σφαίρα εκτελέσει μισή περιστροφή έρχεται σε επαφή η λιπαντική ουσία με το κεκλιμένο επίπεδο. Η λιπαντική ουσία επιτρέπει την σφαίρα να κινείται χωρίς τριβές όταν φυσικά είναι σε επαφή εκείνο το κομμάτι της σφαίρας που έχει το λιπαντικό. Όταν η σφαίρα θα έχει διαγράψει μία πλήρη περιστροφή να βρεθούν:

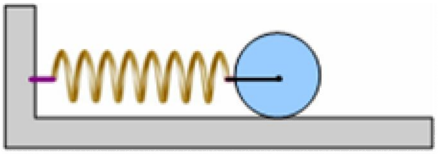
α. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας .

β. Η ταχύτητα του πιο απομακρυσμένου σημείου της σφαίρας από το κεκλιμένο επίπεδο καθώς και του σημείου που βρίσκεται σε επαφή με το κεκλιμένο επίπεδο.

γ. Η ολική κινητική ενέργεια της σφαίρας.

δ. Η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας σε συνάρτηση με το χρόνο μέχρι η σφαίρα να εκτελέσει μία πλήρη περιστροφή.

Για τη σφαίρα δίνεται Icm=0,4MR^2



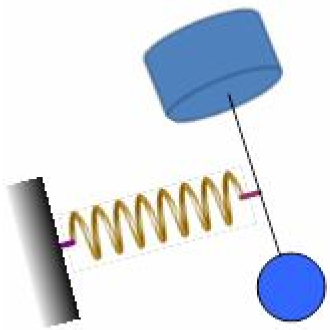
479. Τρία ίδιας μάζας M=3/14 Kg και ίδιας ακτίνας στερεά σώματα ,ένας λεπτός δίσκος, μία σφαίρα και ένα δαχτυλίδι μπορούν να κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Το καθένα από τα παραπάνω σώματα δένεται με οριζόντιο ελατήριο σταθεράς K=120N/m με το κέντρο του κάθε στερεού ενώ η άλλη άκρη του ελατηρίου είναι μόνιμα στερεωμένη. Το κάθε στερεό ισορροπεί και στο καθένα από αυτά και την στιγμή t=0 ασκούμε στο κέντρο του σταθερή οριζόντια δύναμη F=60N έτσι ώστε το κάθε ελατήριο να μπορεί να επιμηκύνεται.

α. Να αποδειχθεί ότι το κέντρο μάζας του κάθε στερεού εκτελεί γ.α.τ. καθώς και να βρεθεί πόσο θα είναι τότε το πλάτος ταλάντωσης του κέντρου μάζας του κάθε στερεού;

β. Μετά από πόσο χρόνο πρέπει να καταργηθεί η δύναμη στο καθένα από τα παραπάνω στερεά έτσι ώστε να σταματήσει η περιοδική κίνηση του κάθε στερεού. Ποιο κέντρο μάζας κάποιου από τα παραπάνω στερεά θα μπορούσε να σταματήσει πρώτο;Σε πόσο χρόνο;

γ. Αν καταργηθεί η εξωτερική δύναμη θα συνεχίσει το κέντρο μάζας του κάθε στερεού να εκτελεί γ.α.τ. Σε ποια θέση σε σχέση με το φυσικό μήκος του κάθε ελατηρίου θα πρέπει να καταργηθεί η κάθε δύναμη για ταλαντώνεται το σύστημα με την μέγιστη ενέργεια ταλάντωσης;

Δίνονται ο ροπές αδράνειας $I_{δαχ}$=MR^2 $I_{δισκ}$=0,5MR^2 και $I_{σφ}$=0,4MR^2.



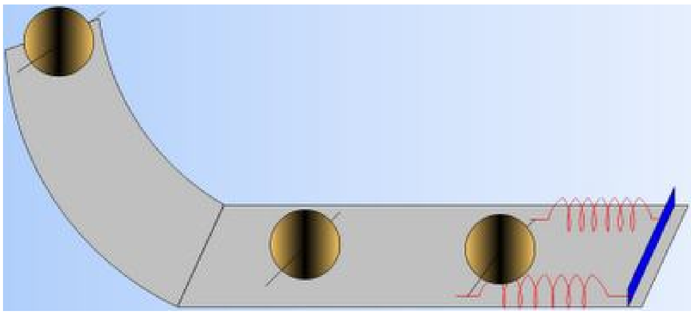
480. Ένας λεπτότατος δίσκος μάζας M_1=2kg και ακτίνας R=40cm και μία σφαίρα μάζας M_2=5kg και ακτίνας R=40cm συνδέονται μεταξύ τους με λεπτότατη άκαμπτη οριζόντια αβαρή ράβδο μήκους L=1m που διέρχεται από τα κέντρα του δίσκου και της σφαίρας. Η σφαίρα και ο δίσκος μπορούν να κυλίονται χωρίς να περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από την λεπτή ράβδο πάνω σε ένα οριζόντιο επίπεδο. Σε κάποιο σημείο της ράβδου περνάμε ένα δαχτυλίδι που ενώνεται με ένα οριζόντιο ελατήριο σταθεράς K=5000/7 N/m το άλλο άκρο του οποίου το έχουμε στερεώσει σε ακλόνητο τοίχωμα. Ο άξονας του ελατηρίου και η ράβδος είναι μεταξύ τους κάθετα. Απομακρύνουμε τη ράβδο έτσι ώστε το ελατήριο να συσπειρωθεί κατά Δx και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο. Παρατηρούμε τότε ότι οι ταχύτητες των κέντρων μάζας του κυλίνδρου και της σφαίρας είναι συνεχώς παράλληλες με την ταχύτητα του δαχτυλιδιού. Να βρεθούν:

α. Η απόσταση του δαχτυλιδιού από το ένα άκρο της ράβδου όπου βρίσκεται ο δίσκος.

β. Να βρεθεί η περίοδος της κίνησης του δαχτυλιδιού.

Δίνονται για το δίσκο $I_{cm}=0,5MR^2$ και για τη σφαίρα $I_{cm}=0,4MR^2$.

481. Από την κορυφή ενός κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ακτίνας R=1,95m αφήνουμε ελεύθερη μία σφαίρα μάζας M=2Kg και ακτίνας r=0,2m. Η σφαίρα έχει περασμένη συμμετρικά, μία αβαρή βελόνα μήκους L>2r η οποία είναι οριζόντια και περνάει από το κέντρο της σφαίρας. Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο τετρτοκύκλιο και την στιγμή t=0 μπαίνει σε οριζόντιο επίπεδο και αφού διανύσει οριζόντια απόσταση S=10m συναντάει χωρίς απώλεια ενέργειας ταυτόχρονα δύο οριζόντια ελατήρια σταθεράς K=1750N/m που απέχουν μεταξύ τους απόσταση L.



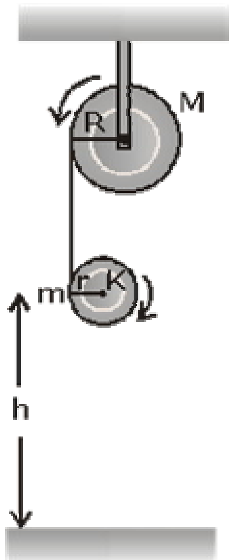
Αν σε όλη την διάρκεια της κίνησης της σφαίρας η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει να βρεθούν:

α. Η μέγιστη συσπείρωση των ελατηρίων

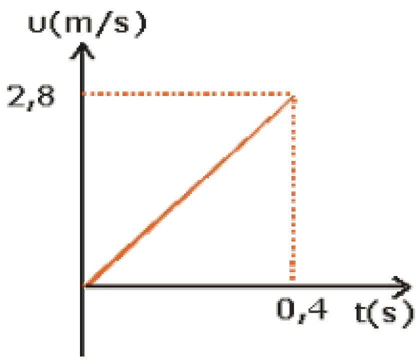
β. Ο χρόνος που το κέντρο μάζας της σφαίρας κινείται ευθύγραμμα

γ. Η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για όσο χρόνο η σφαίρα κινείται ευθύγραμμα.

482. Γύρω από μια τροχαλία ακτίνας R=0,2m και μάζας M=6kg έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου δένουμε μια δεύτερη τροχαλία m και ακτίνας r=0,1m, την οποία συγκρατούμε σε ύψος h από το έδαφος, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή αφήνουμε τη δεύτερη τροχαλία να πέσει και παίρνουμε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του κέντρου μάζας της K, σε συνάρτηση με το χρόνο, η μορφή της οποίας φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



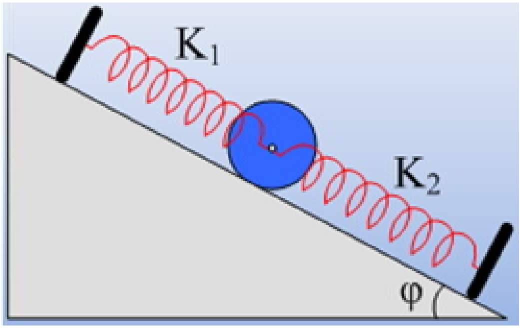
Δίνεται η ροπή αδράνειας τροχαλίας μάζας M και ακτίνας R ως προς τον άξονά της $I=\frac{1}{2}MR^2$ και $g=10m/s^2$.



α. Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στις δυο τροχαλίες.

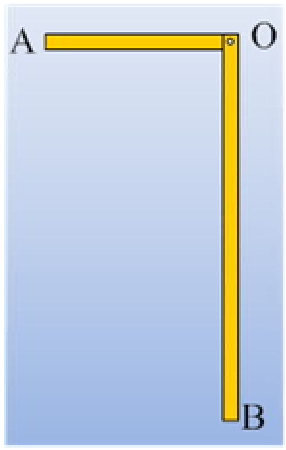
β. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση της τροχαλίας m.
γ. Να βρεθεί το μέτρο της τάσης του νήματος (κατά την διάρκεια της πτώσης) και η μάζα mτης τροχαλίας που πέφτει.
δ. Ποιο είναι το ύψος h;

483. Στο παρακάτω σχήμα ο ομογενής δίσκος έχει μάζα M_1=2 Kg, ακτίνας R και είναι δεμένος στο κέντρο του με δύο ελατήρια που έχουν σταθερές K_1=200N/m και K_2=100N/m και δεν εμποδίζουν την περιστροφή του δίσκου γύρω από το κέντρο μάζας του.



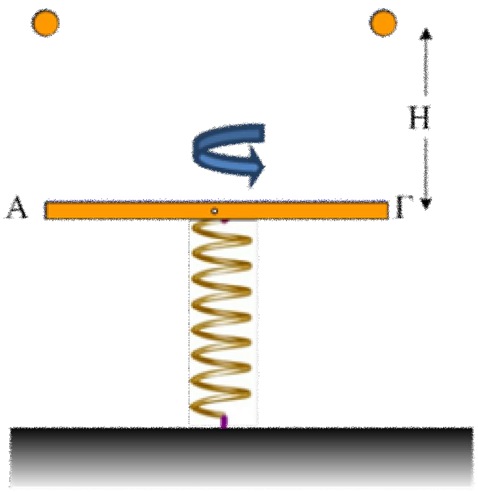
Το κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης φ=30^o και την χρονική στιγμή t=0 ο δίσκος αφήνεται ελεύθερος ενώ εκείνη τη στιγμή τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος. Ο δίσκος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε όλη τη διάρκεια της κίνησή του.
α. Να αποδειχθεί ότι το κέντρο μάζας του δίσκου θα εκτελέσει γ.α.τ.
β. Να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου αν υποτεθεί ότι θετική φορά είναι η αρχική φορά της αρχικής επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου.
γ. Να βρεθεί ο ελάχιστος συντελεστής στατικής τριβής έτσι ώστε ο δίσκος να συνεχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει
Κάποια στιγμή ένα σημειακό βλήμα μάζας m=1kg κινείται παράλληλα με το κεκλιμένο επίπεδο και σφηνώνεται ακαριαία στο κέντρο μάζας του δίσκου ενώ η ταχύτητα του κέντρου μάζας η ταχύτητα του βλήματος έχουν αντίθετη φορά.
δ. Σε ποια θέση πρέπει να γίνει η στιγμιαία κρούση των δύο σωμάτων αν θέλουμε το σύστημα να εκτελεί μόνο περιστροφική κίνηση;
ε. Ποια το μέτρο της ταχύτητα του βλήματος;
Δίνεται για το δίσκο Icm= ½M_1R^2
ΑΠ: ΣF=-200x, x=1/30 ημ(10t+π/2), μ=sqrt3/9, x=1/20m, υ=sqrt3/3m/s

484. Δύο ομογενείς ελαστικές πρισματικές ράβδοι με αμελητέο πλάτος, η ΟΑ και η ΟΒ, με μάζες M_1=1Kg και M_2=0,25kg αντίστοιχα. Το μήκος της ράβδου ΟΑ είναι L_1= 1,2 m ενώ το μήκος της ράβδου ΟΒ είναι L_2=2,4m και οι δύο ράβδοι μπορούν (λόγω του αμελητέου πλάτους τους) να στρέφονται χωρίς τριβές στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το κοινό τους άκρο Ο και είναι κάθετος στη διεύθυνσή τους. Κρατάμε αρχικά την ράβδο ΟΑ στην οριζόντια διεύθυνση και την αφήνουμε ελεύθερη. Η δεύτερη ράβδος ΟΒ ισορροπεί κατακόρυφη όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Να βρεθούν:
α. Η γωνιακή ταχύτητα της κάθε ράβδου αμέσως μετά την ελαστική κρούση των δύο ράβδων
β. Να βρεθεί ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής του μέτρου της στροφορμής της κάθε ράβδου μετά την κρούση
γ. Αν θα ξαναγίνει κρούση των δύο ράβδων.
I_o=1/3ML^2.

485. Μία λεπτότατη και άκαμπτη οριζόντια ράβδος ΑΓ μάζας M=4Kg και μήκους L=1m είναι αρχικά ακίνητη πάνω από ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $K=4\pi^2$ N/m με το κέντρο μάζας της ράβδου να βρίσκεται σε επαφή με το πάνω άκρο του ελατηρίου που έχει το φυσικό του μήκος και που το άλλο του άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο στο δάπεδο όπως δείχνει το παρακάτω σχήμα



Με κατάλληλη στιγμιαία ροπή ζεύγους την χρονική στιγμή t=0 δίνουμε αρχική κατακόρυφη γωνιακή ταχύτητα $\omega_0=2\pi$ r/s στη ράβδο και ταυτόχρονα την αφήνουμε ελεύθερη να εκτελέσει ταλάντωση. Την χρονική στιγμή t=0 στην ίδια κατακόρυφη με το Α και το Γ αφήνουμε δύο σημειακές μάζες m=2π/15 Kg από ύψος Η. Αν οι δύο στόκοι βρεθούν στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με τα άκρα Α και Γ της ράβδου την χρονική στιγμή που η ράβδος περνάει από την Θέση ισορροπίας της για δεύτερη φορά μετά την χρονική στιγμή t=0 να βρεθούν:

α. Αν θα πραγματοποιηθεί πλαστική κρούση της ράβδου με τους δύο στόκους.

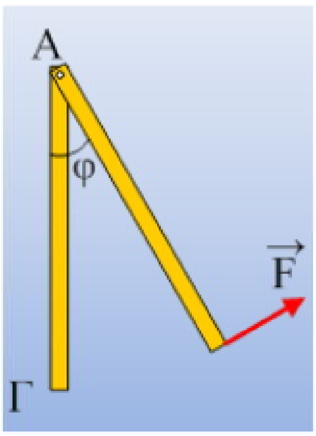
β. Το ύψος Η από όπου αφέθηκαν ελεύθεροι οι στόκοι

γ. Το τελικό πλάτος ταλάντωσης του συστήματος ράβδου-στόκων. Θα χαθεί η επαφή του συστήματος ράβδου-στόκων με το ελατήριο;

δ. Η τελική γωνιακή ταχύτητα του συστήματος ράβδου-στόκων.

Δίνεται για τη ράβδο $I_{cm}=(1/12)ML^2$, $g=10m/s^2$, $\pi^2=10$

486. Ράβδος ΑΓ μάζας M=1Kg και μήκους L=0,6m μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το ένα της άκρο Α γύρω από οριζόντιο άξονα χωρίς τριβές. Την στιγμή t=0 και ενώ η ράβδος ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση αποκτά αρχική γωνιακή ταχύτητα $\omega_0=10$r/s και ταυτόχρονα εφαρμόζεται πάνω της μεταβλητή δύναμη F συνεχώς κάθετη στη ράβδο στο άκρο της Γ και με εξίσωση F=5ημφ (S.I.) όπου φ η γωνία που σχηματίζει η ράβδος με την αρχική κατακόρυφη θέση της ράβδου όπως στο παρακάτω σχήμα



Η δύναμη F καταργείται μόλις μηδενιστεί το μέτρο της για πρώτη φορά μετά την εφαρμογής της.

Να βρεθούν:

α. Ο χρόνος που ασκήθηκε η δύναμη F

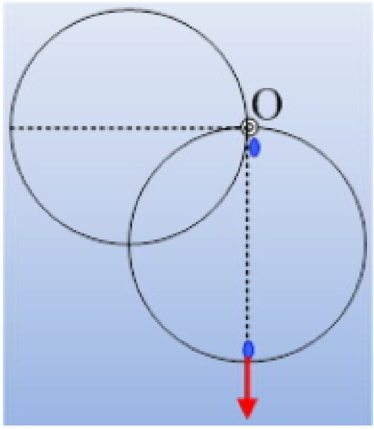
β. Η γραφική παράσταση του μέτρου της ροπής της δύναμης F σε συνάρτηση της γωνίας και μέχρι το μηδενισμό αυτής. Τι εκφράζει το περικλειόμενο εμβαδόν μεταξύ της καμπύλης και του άξονα των γωνιών; Μπορεί να υπολογιστεί το εμβαδόν; Αν ναι πόσο είναι αυτό το εμβαδόν;

γ. Η μέγιστη ισχύς της δύναμης

δ. Η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου

Για την ράβδο $I_{cm}=1/12ML^2$.

487. Δαχτυλίδι μάζας M=2kg και ακτίνας R=1m μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνάει από άκρο O της περιφέρειας του λεπτού δαχτυλιδιού. Εκτρέπουμε το δαχτυλίδι κατά γωνία $\theta=90^o$ από την θέση ισορροπίας του και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο. Την στιγμή που το δαχτυλίδι έχει αποκτήσει την μέγιστη κινητική ενέργεια του συγκρούεται στιγμιαία και πλαστικά με αυτό ένα δεύτερο σημειακό σώμα μάζας m=1 kgπου έχει αφεθεί ελεύθερο από το άξονα O όπως στο παρακάτω σχήμα



Να βρεθούν:

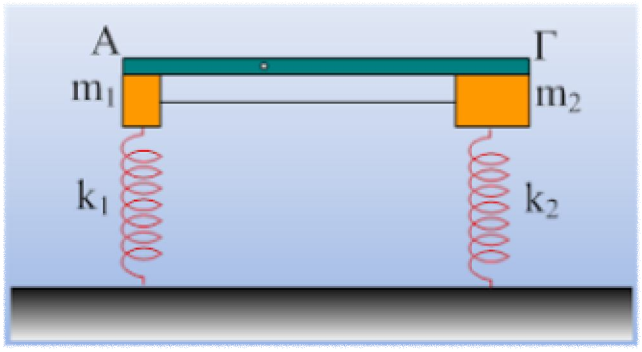
α. Η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα του δαχτυλιδιού πριν την πλαστική κρούση

β. Την απώλεια της ενέργειας του συστήματος δαχτυλίδι-σημειακό σώμα εξαιτίας της κρούσης

γ. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σημειακού σώματος εξαιτίας της κρούσης

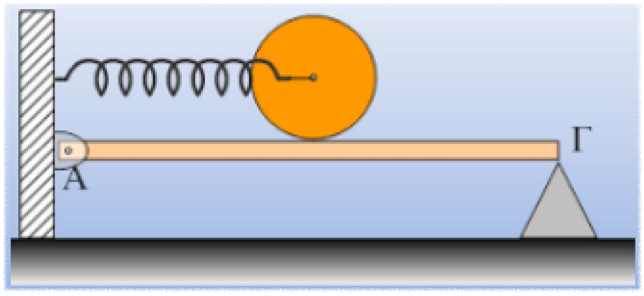
δ. Την μέγιστη γωνία που θα διαγράψει το σημειακό σώμα μετά την κρούση

488. Στο παρακάτω σχήμα η ράβδος ΑΓ έχει μάζα M=3Kg και μήκος L=0,8m ισορροπεί οριζόντια. Η ράβδος δεν είναι ομογενής αλλά το κέντρο μάζας βρίσκεται σε οριζόντια απόσταση L/3 από το άκρο της Α. Η ράβδος ισορροπεί ενώ ακουμπά στα δύο σημειακά σώματα m_1=1 Kg στο άκρο Α και m_2=3Kg στο άκρο Γ με την βοήθεια δύο ιδανικών κατακόρυφων ελατηρίων με σταθερές K_1=100N/m και K_2=300N/m όπως στο παρακάτω σχήμα



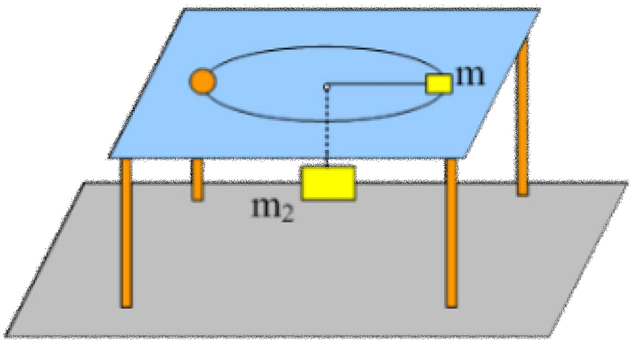
Ενώνουμε τα δύο σώματα με αβαρή ελαστική χορδή όπου μπορεί να διαδοθεί αρμονικό κύμα με ταχύτητα $u=1/\pi$ m/s. Την χρονική στιγμή $t=0$ αφαιρούμε αυτόματα την ράβδο ΑΓ με αποτέλεσμα τα σώματα m_1 και m_2 που είναι δεμένα στα ελατήρια να εκτελούν απλές αρμονικές ταλαντώσεις.
Να βρεθούν:
α. Η αρχική παραμόρφωση του κάθε ελατηρίου
β. Η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο για καθένα από τα δύο σώματα αν υποθέσουμε ότι η θετική φορά είναι προς τα πάνω
γ. Η μορφή της χορδής την στιγμή που θα συναντηθούν τα δύο κύματα.

489. Ομογενής ράβδος ΑΓ έχει μάζα $M_1=3$kg και μήκος $L=3$m μπορεί να ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια άρθρωσης στο σημείο Α και με λείο κατακόρυφο υποστήριγμα στο σημείο Γ. Πάνω στη ράβδο ισορροπεί δίσκος μάζας $M_2=1$kg και ακτίνας $R=0{,}2$m.Στο κέντρο μάζας του δίσκου έχουμε περάσει το άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου φυσικού μήκους $L_o=1{,}5$m και σταθεράς $K=150$N/m έτσι ώστε ο δίσκος να μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές ενώ το άλλο άκρο του ελατηρίου βρίσκεται ακλόνητα στερεωμένο στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με το σημείο Α της ράβδου όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



Απομακρύνουμε το κέντρο μάζας του δίσκου κατά $x_1=0{,}3$m και την χρονική στιγμή $t=0$ αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο οπότε ο δίσκος κυλίεται συνεχώς χωρίς να ολισθαίνει πάνω στην ράβδο. Να βρεθούν:
α. Τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στα σημεία Α και Γ πριν απομακρυνθεί ο δίσκος.
β. Η εξίσωση της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου σαν συνάρτηση του χρόνου καθώς και η εξίσωση της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης σαν συνάρτηση του χρόνου.
γ. Να βρεθεί η εξίσωση του μέτρου της δύναμης που ασκείται στην άρθρωση σε συνάρτηση του χρόνου μετά την χρονική στιγμή 0.
Για τον δίσκο $I_{cm}=0{,}5MR^2$.

490. Το κιβώτιο του παρακάτω σχήματος είναι κύβος πλευράς 2R μάζας $m=1$kg και μπορεί να κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι ύψους $H=1{,}25$m εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας $R_1=2$m με την βοήθεια οριζόντιου τεντωμένου σκοινιού η άλλη άκρη του οποίου βρίσκεται δεμένη με δεύτερο σώμα μάζας $m_2=5$kg που ισορροπεί κατακόρυφα.
Σφαίρας μάζας $M=3$kg και ακτίνας $R=0{,}1$m τοποθετείτε σε ένα σημείο της περιφέρειας της κυκλικής τροχιάς που εκτελεί το σώμα μάζας m_1 με κατάλληλη αρχική γωνιακή ταχύτητα παράλληλη προς το επίπεδο του τραπεζιού και με φορά προς το κέντρο του κύκλου. Κάποια στιγμή τα δύο σώματα συγκρούονται ακαριαία κεντρικά και ελαστικά.



Αν μετά την κρούση των δύο σωμάτων η σφαίρα κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει και το νήμα είναι συνεχώς τεντωμένο να βρεθούν:

α. Το μέτρο της αρχικής ταχύτητας του κύβου.

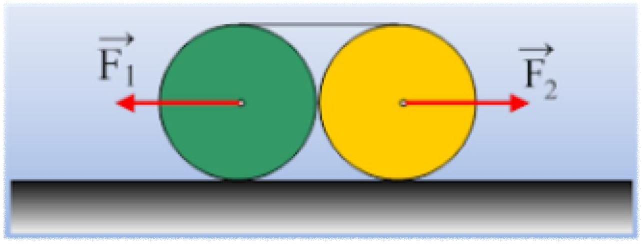
β. Το μέτρο της αρχικής γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας

γ. Το μέγιστο ύψος που θα κατέβει το σώμα μάζας m_2

δ. Ποια η τελική κινητική ενέργεια της σφαίρας λίγο πριν χτυπήσει στο έδαφος.

Για την σφαίρα $Icm=0,4MR^2$.

491. Δύο ομογενείς δίσκου μάζας $M_1=2$ kg και $M_2=1$ kg έχουν ίδια ακτίνα R=0,2 m και έχουν περασμένο σε ένα λεπτό αυλάκι αβαρές μη εκτατό νήμα που μπορεί να ξετυλίγεται χωρίς τριβές. Οι δίσκοι είναι σε επαφή και το νήμα είναι οριζόντιο στην πάνω μεριά των δίσκων όπως στο παρακάτω σχήμα



Την χρονική στιγμή t=0 ασκώ στο κέντρο του κάθε δίσκου σταθερή δύναμη $F_1=10N$ και $F_2=3,5N$ αντίστοιχα έτσι ώστε το ανώτερο σημείο του κάθε δίσκου να είναι συνεχώς ακίνητο και το νήμα να ξετυλίγεται. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο κάθε δίσκο και στο έδαφος είναι μ=0,1 να βρεθούν:

α. Το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κάθε δίσκου

β. Το ποσοστό του έργο των δύο δυνάμεων που έχει μετατραπεί σε θερμότητα λόγω τριβής μετά από χρόνο t=1s για όλο το σύστημα.

Αν την χρονική στιγμή t=1s νήμα κοπεί και καταργηθούν ταυτόχρονα οι δυνάμεις F_1 και F_2να βρεθούν:

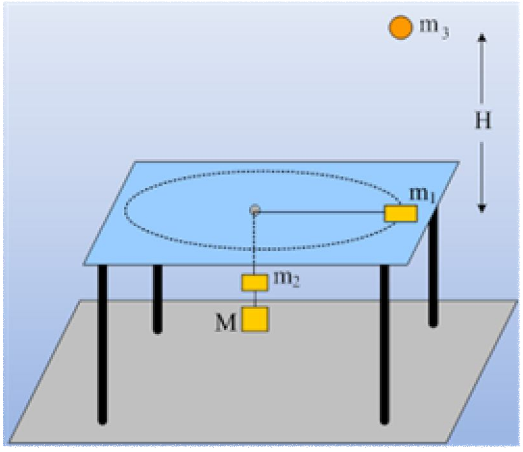
γ. Ποια χρονική στιγμή μετά το κόψιμο του νήματος θα πάψει η τριβή προσφέρει ενέργεια στο περιβάλλον

δ. Ποιες οι τελικές ταχύτητες των κέντρων μάζας του κάθε δίσκου.

$Icm=0,5MR^2$.

Απ: α. 2 και 1 m/s^2 β. 42,55% γ. 4/3 s και 2/3 s δ. 2/3 m/s και 1/3 m/s

492. Το κιβώτιο του παρακάτω σχήματος έχει μάζας m_1=1kg και μπορεί να κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι ύψους εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας R_1=2m με την βοήθεια οριζόντιου τεντωμένου σκοινιού η άλλη άκρη του οποίου βρίσκεται δεμένη με δεύτερο σώμα μάζας m_2=2,5kg που συνδέεται με νήμα με άλλο σώμα μάζας M=2,5Kg και το σύστημα ισορροπεί κατακόρυφα όπως στο παρακάτω σχήμα.



Την στιγμή t=0 εκτοξεύουμε το σώμα μάζας m_1 με κατάλληλη αρχική ταχύτητα μέτρου u_o έτσι ώστε το σώμα μάζας m_1 να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ενώ το σύστημα m_2-M να ισορροπεί κατακόρυφα. Την ίδια χρονική στιγμή t=0 αφήνουμε ελεύθερο τρίτο σώμα μάζας m_3 που βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη με το σώμα m_1 και σε ύψος H που εκτελεί ελεύθερη πτώση. Τα δύο σώματα κάποια χρονική στιγμή t συγκρούονται πλαστικά ενώ το νήμα που συνδέει τα σώματα με μάζες m_2 και M εκείνη τη στιγμή κόβεται. Αμέσως μετά την κρούση και το κόψιμο του νήματος το σώμα μάζας m_2 συνεχίζει να ισορροπεί κατακόρυφα. Να βρεθούν:

α. Το μέτρο της αρχικής ταχύτητας εκτόξευσης του σώματος με μάζα m_1

β. Την μάζα m_3 του σώματος που αφήνεται ελεύθερο

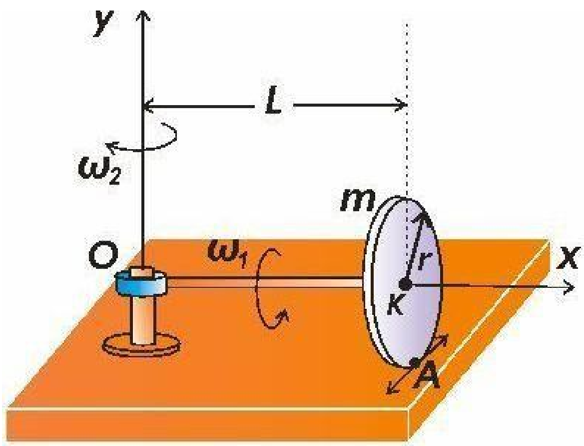
γ. Τα πιθανά ύψη H από όπου μπορεί να αφεθεί το σώμα μάζας m_3 για να συμβεί η πλαστική κρούση των δύο σωμάτων.

δ. Να βρεθεί το ακριβές ύψος H από όπου αφέθηκε ελεύθερο το σώμα μάζας m_3 αν η θερμότητα που παράχθηκε κατά την κρούση δινόταν από τη σχέση $30J<Q<120J$ (SI)

Δίνεται το $g=10m/s^2$ και $\pi^2=10$.

Απ: α. u_o=10 m/s β. 5 m/s γ. $8\kappa^2$ δ. H=8m

493. Ένας ομογενής δίσκος μάζας m=4 Kg και ακτίνας r=5cm, τοποθετείται σε άξονα Ox αμελητέας μάζας. Ο δίσκος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον άξονα Ox με γωνιακή ταχύτητα ω_1=6 rad/s, ενώ ταυτόχρονα περιστρέφεται και γύρω από τον κατακόρυφο άξονα Oy χωρίς να ολισθαίνει, με τη φορά των δεικτών του ρολογιού, και σε απόσταση L=12 cm όπως φαίνεται στο σχήμα.



Προσδιορίστε:

α. τη γωνιακή ταχύτητα του δίσκου,

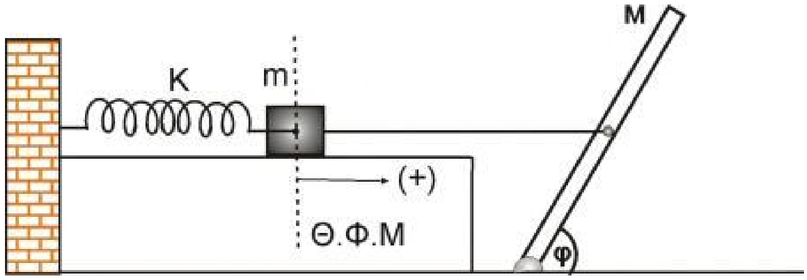
β. τη συνολική στροφορμή του , και

γ. την ολική κινητική του ενέργεια.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου για το κέντρο μάζας του και ως προς τον άξονα Ox, $Ix=1/2mr^2$, ενώ για τον άξονα Oy και για το κέντρο μάζας του είναι αντίστοιχα $Iy=1/4mr^2$.

Λύση:

494. Ο κύβος Σ του σχήματος έχει μάζα m=1Kg και είναι δεμένος σε ελατήριο σταθεράς K=100N/m και μπορεί να ταλαντώνεται χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Ακόμη ο κύβος Σ είναι δεμένος μέσω μη εκτατού και αβαρούς νήματος με ράβδο μάζας M=3Kg και μήκους L=2m που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το άκρο της Α, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αρχικά το νήμα είναι οριζόντιο το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και η ράβδος σχηματίζει γωνία φ=600 με το οριζόντιο έδαφος.



Εκείνη τη στιγμή (t=0), αφήνουμε τη μάζα ελεύθερη να κινηθεί και αρχίζει να ταλαντώνεται. Αν τη στιγμή t=1s, που ο κύβος απομακρύνεται μέγιστα από την αρχική του θέση, η ράβδος έχει περιστραφεί κατά 300, τότε:

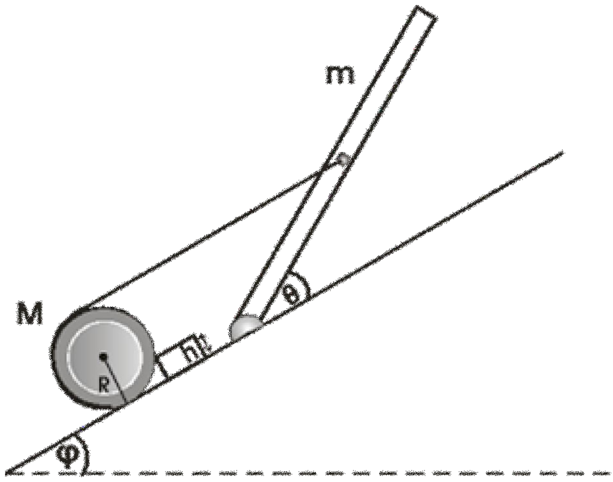
α. Ποια είναι η σταθερά D της ταλάντωσης του κύβου;

β. Να γράψετε την εξίσωση της ταλάντωσης που πραγματοποιεί ο κύβος.

γ. Αν τη στιγμή που ο κύβος μάζας m, βρίσκεται στη μέγιστη θετική του απομάκρυνση κόβεται το νήμα τότε ποια είναι η εξίσωση της νέας ταλάντωσης που θα πραγματοποιήσει ο κύβος; Θεωρείστε ότι τη στιγμή που κόβεται το νήμα είναι t=0.

δ. Ποια είναι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή που συγκρούεται με το οριζόντιο έδαφος; Δίνονται sqr3=1,7 , π^2=10 και ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου γύρω από τον άξονα περιστροφής της είναι $I=1/3ML^2$.

495. Ο κύλινδρος του σχήματος έχει μάζα M=3Kg και ακτίνα R=10cm. Ο κύλινδρος βρίσκεται πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^o$ και ισορροπεί οριακά, ώστε ίσα–ίσα να μην υπερπηδά το εμπόδιο ύψους h=5cm. Από το ανώτερο σημείο του κυλίνδρου περνά αβαρές σχοινί το οποίο δένεται από το μέσο ράβδου μάζας mκαι μήκους L=0,8m. Η ράβδος ισορροπεί σχηματίζοντας με το κεκλιμένο επίπεδο γωνία κλίσης $\theta=30^0$.



Τότε:

α. Να υπολογιστεί η μάζα m της ράβδου.

β. Να υπολογιστεί η δύναμη N, που ασκείται από την άρθρωση στη ράβδο.

γ. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα. Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια της ράβδου τη στιγμή που συγκρούεται με το κεκλιμένο επίπεδο.

δ. Αν υποθέσουμε ότι το κεκλιμένο επίπεδο έχει αρκετό μήκος τότε, να υπολογίσετε σε πόσο διάστημα ο κύλινδρος, από τη στιγμή που θα κόψουμε το νήμα, αποκτά την ίδια κινητική ενέργεια, με αυτή που απέκτησε η ράβδος στο προηγούμενο ερώτημα. Θεωρείστε ότι έχουμε κύλιση.

Δίνονται για τον κύλινδρο Icm= 0,5MR2, για τη ράβδο $I_{cm}=1/12\ ML^2$, sqr3=1,7 και $g=10m/s^2$.

496. Ο λεπτός σωλήνας του σχήματος έχει μάζα m=1Kg και ακτίνα R=0,1m. Τη χρονική στιγμή t=0, αφήνουμε το σωλήνα ελεύθερο να κινηθεί κατακόρυφα, ενώ το σημείο Γ παραμένει ακίνητο.

Όταν θα έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους L=2,5m:

α. Να υπολογιστεί η κινητική του ενέργεια.

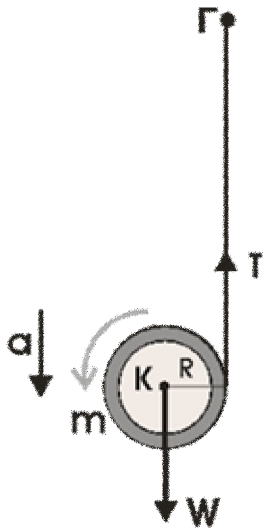
β. Σε πόσο χρόνο ξετυλίγεται το νήμα;

γ. Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος εκείνη τη στιγμή.

δ. Πόσος είναι ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος λόγω στροφικής και λόγω μεταφορικής κίνησης;

ε. Πόσος είναι ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του σώματος και πόσος είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του;

Τη στιγμή που ξετυλίχτηκε το νήμα αρχίζουμε να τραβάμε προς τα πάνω το λεπτό σωλήνα ασκώντας κατακόρυφη δύναμη F, ενώ το σημείο εφαρμογής Γ, της δύναμης επιταχύνεται προς τα πάνω με επιτάχυνση $α_Γ=g/4\ m/s^2$. Τότε να υπολογίσετε:



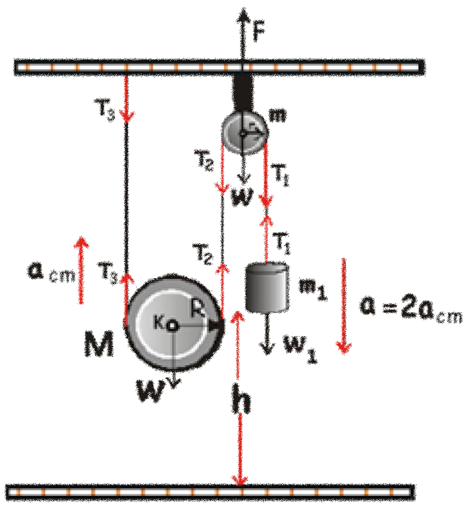
ζ. τη δύναμη F,

η. την κινητική ενέργεια του σωλήνα μετά από χρόνο t=0,8s, από τη στιγμή που άρχισε να ασκείται η δύναμη,

θ. το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας λόγω μεταφορικής, στροφικής καθώς και το συνολικό ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σωλήνα εκείνη τη στιγμή.

$g=10m/s^2$.

497. Στη διπλανή διάταξη η τροχαλία κέντρου Κ έχει ακτίνα R και μάζα M=4Kg ενώ η μικρή τροχαλία έχει μάζα m=1Kg και ακτίνα r. Αφήνουμε τη m_1=3Kg ελεύθερη να κινηθεί. Να βρείτε:



α. Την επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί η μάζα m_1 και

β. τη συνολική δύναμη ΣF που ασκείται από την οριζόντια οροφή στο σύστημα των τροχαλιών,

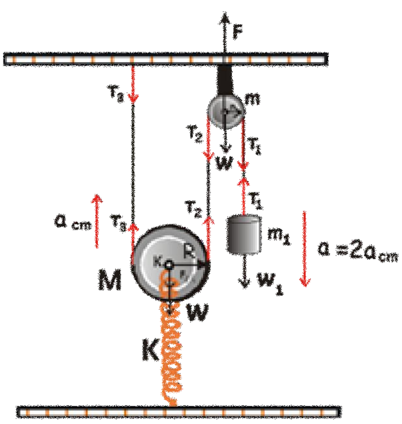
γ. Να υπολογιστούν τα έργα των τάσεων T_1, T_2, T_3 που ασκούνται στις τροχαλίες αν η μάζα m_1 μετατοπιστεί προς τα κάτω κατά h=1m.

Δίνεται για την τροχαλία $Icm=0,5Mr^2$ και $g=10m/s^2$.

Απ: α. 2 m/s^2 β. 78 N

498. Στη διπλανή διάταξη η τροχαλία κέντρου Κ έχει ακτίνα R και μάζα M=4Kg ενώ η μικρή τροχαλία έχει μάζα m=1Kg και ακτίνα r.

Η m_1=3Kg ενώ το ελατήριο έχει σταθερά K=400N/m. Τραβάμε τη μάζα m προς τα κάτω κατά d=10cm και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη.

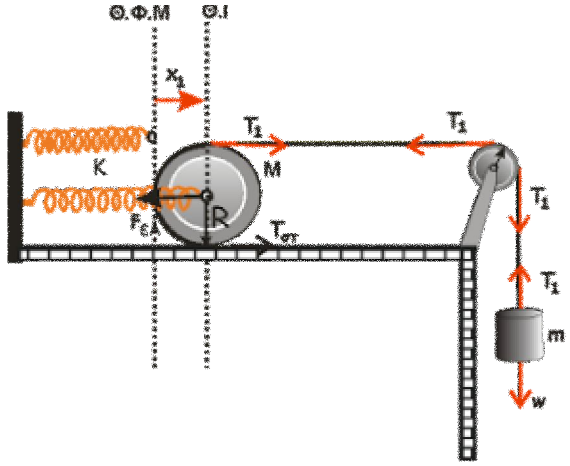


Να βρείτε πως μεταβάλλεται με το χρόνο η δύναμη που F που ασκείται από την οριζόντια οροφή στη μικρή τροχαλία. Για την τροχαλία ισχύει: $Icm=0,5MR^2$ ακόμη $g=10m/s^2$.

Απ: F=20+13ημ(√20t+π/2)

499. Γύρω από τον ομογενή κύλινδρο του σχήματος μάζας M=4Kg, είναι τυλιγμένο αβαρές νήμα το ελεύθερο άκρο του οποίου μέσω αβαρούς τροχαλίας δένεται με σώμα μάζας m=1Kg. Ο κύλινδρος M είναι δεμένος από το κέντρο μάζας του, στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς

K=400N/m και μπορεί να κυλίεται στο οριζόντιο επίπεδο, χωρίς να ολισθαίνει. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Τραβάμε τη μάζα m κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d=10cm και την αφήνουμε ελεύθερη.



α. Να γράψετε τις εξισώσεις ταλάντωσης της μάζας m και του κυλίνδρου M,

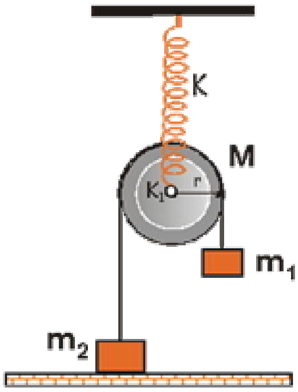
β. να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών μεταβάλλεται η επιτάχυνση του άξονα περιστροφής του κυλίνδρου,

γ. να βρείτε πως μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης η στατική τριβή μεταξύ του κυλίνδρου και του οριζόντιου επιπέδου και

δ. αν δίνεται ότι μ_s=1,6 τότε για ποιες τιμές του πλάτους ταλάντωσης του κυλίνδρου, αυτός δεν ολισθαίνει; Δίνονται για τον κύλινδρο Icm=0,5MR^2 και g=10m/s^2.

Απ: α. 0,1συν√40t , 0,05συν√40t β. -2 έως 2 m/s^2 γ. Τστ=10+160x δ. x≤33,75 cm

500. Η τροχαλία του σχήματος, έχει μάζα M=10Kg και ακτίνα r=20cm. Τα σώματα έχουν μάζες m_1=5Kg και m_2=15Kg και το σχοινί είναι αβαρές και μη εκτατό. Η τροχαλία είναι δεμένη σε αβαρές ελατήριο σταθεράς K=1560N,



α. Για ποια επιμήκυνση του ελατηρίου η m_2 ξεκολλά από το έδαφος;

β. Αν το ελατήριο είναι αρχικά επιμηκυμένο κατά x=50cm, τότε τη στιγμή που το αφήνουμε ελεύθερο να βρείτε τις επιταχύνσεις α_1 και α_2 των δυο μαζών m_1 και m_2 αντίστοιχα, καθώς και τις τάσεις των νημάτων.

Δίνεται για την τροχαλία Icm=0,5Mr^2 και g=10m/s^2.

Απ: α. 22,4 cm β.210 N, 270 N