

Η πολυκατοικία και οι βολές

A) Από το παράθυρο του 5^{ου} ορόφου μιας πολυκατοικίας, που βρίσκεται σε ύψος $H = 21\text{m}$ από το έδαφος, ο Κώστας προσπαθεί, πετώντας οριζόντια ένα μπαλάκι του τένις, να πετύχει τον κάδο σκουπιδιών που βρίσκεται σε απόσταση $s = 5\text{m}$ από την είσοδο της πολυκατοικίας.

A1) Ποια είναι η εξίσωση $\psi = f(x)$ δηλαδή η εξίσωση τροχιάς της σφαίρας;

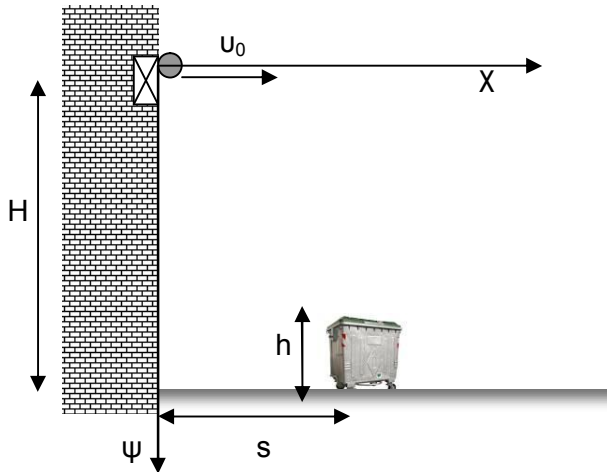
A2) Αν ο κάδος έχει ύψος $h = 1\text{m}$ ποια αρχική ταχύτητα πρέπει να δώσει στο μπαλάκι για να επιτύχει το στόχο του;

B) Αν τη στιγμή της εκτόξευσης ένας υπάλληλος του Δήμου αρχίσει να κινεί τον κάδο ευθύγραμμα και ομαλά απομακρύνοντάς τον από τη πολυκατοικία, με σταθερή ταχύτητα $u_k = 2\text{m/s}$,

B1) ποια μεταβολή στο μέτρο της ταχύτητας εκτόξευσης πρέπει να κάνει ο Κώστας ώστε να επιτύχει το στόχο του;

B2) Ποια γωνία θα σχηματίζει τότε η τελική ταχύτητα της μπαλίτσας με τον ορίζοντα; Θεωρήστε αμελητέα αντίσταση αέρα. Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$

Σύντομη απάντηση



A1)

$$x = u_0 t$$

$$\psi = \frac{1}{2} g t^2$$

$$\Leftrightarrow \psi = \frac{g}{2u_0^2} x^2 \quad (1)$$

A2) Όταν φτάνει στον κάδο περνάει από το σημείο $K(+5\text{m}, +20\text{m})$, το οποίο ανήκει στην τροχιά της σφαίρας και οι συντεταγμένες του επαληθεύουν την εξίσωση (1) της τροχιάς:

$$20 = \frac{10}{2u_0^2} \cdot 5^2 \Leftrightarrow 40u_0^2 = 250 \Leftrightarrow u_0 = 2,5\text{m/s}$$

B1) Γράφουμε τις εξισώσεις κίνησης της σφαίρας και του κάδου με σημείο αναφοράς τη θέση εκτόξευσης της σφαίρας

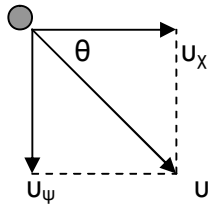
	$X'X$	$\psi'\psi$
σφαίρα	$x_1 = u_0 t$	$\psi_1 = \frac{1}{2} g t^2$
κάδος	$x_2 = s + u_k t$	$\psi_2 = H - h$

Τη στιγμή της συνάντησης

$$\psi_1 = \psi_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} g t^2 = H - h \Leftrightarrow 5 t^2 = 20 \Leftrightarrow t = 2\text{s}$$

$$x_1 = x_2 \Leftrightarrow u_0 t = s + u_k t \Leftrightarrow 2 u_0 = 5 + 2 \cdot 2 \Leftrightarrow u_0 = 4,5 \text{ m/s}$$

Επομένως πρέπει να μεταβάλλει το μέτρο της ταχύτητας κατά $\Delta u = 4,5 - 2,5 = 2 \text{ m/s}$
B2)



$$u_\psi = g t = 10 \cdot 2 = 20 \text{ m/s} \text{ και } u_x = u_0 = 4,5 \text{ m/s}$$

$$\varepsilon\phi\theta = \frac{u_\psi}{u_x} = 4,4 \Leftrightarrow \theta = 77^\circ$$