

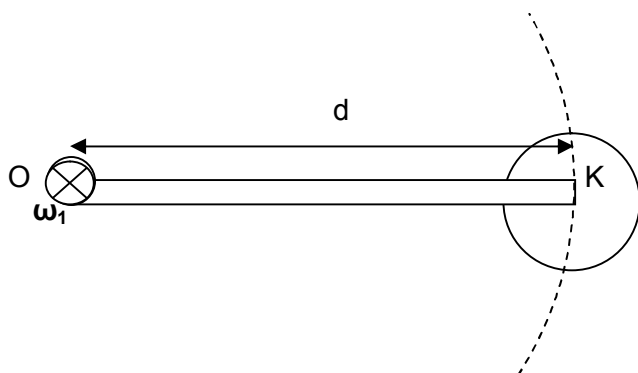
SPIN ΚΑΙ ΤΡΟΧΙΑΚΗ ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ

Σφαίρα μάζας m και ακτίνας r συνδέεται με αβαρή ράβδο μήκους d , όπως στο σχήμα. Πως υπολογίζουμε την ολική στροφορμή της ως προς άξονα κάθετο στη ράβδο που διέρχεται από το άκρο της O ;

Απάντηση

Διακρίνουμε τις περιπτώσεις

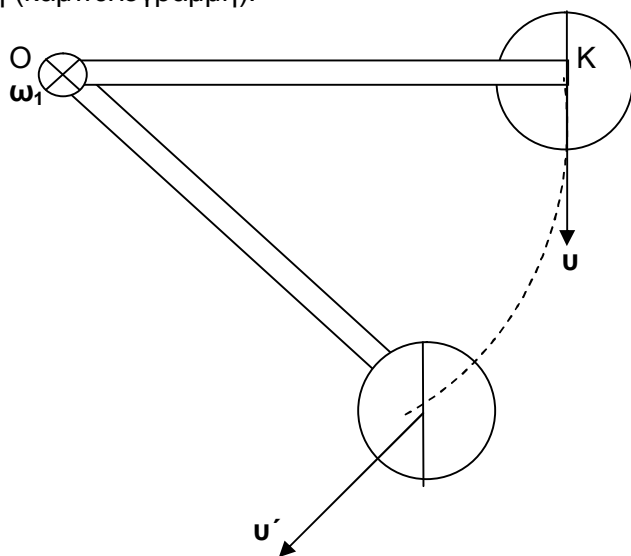
A) Η άρθρωση K δεν επιτρέπει την περιστροφή της σφαίρας και το σύστημα περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_1



Το σύστημα είναι ένα ενιαίο στερεό με ροπή αδράνειας $I_O = I_{cm} + mL^2$ σύμφωνα με το Θεώρημα Steiner.

$$\text{Άρα } L = I_O \cdot \omega_1 \Leftrightarrow L = \left(\frac{2}{5}mr^2 + md^2\right) \cdot \omega_1$$

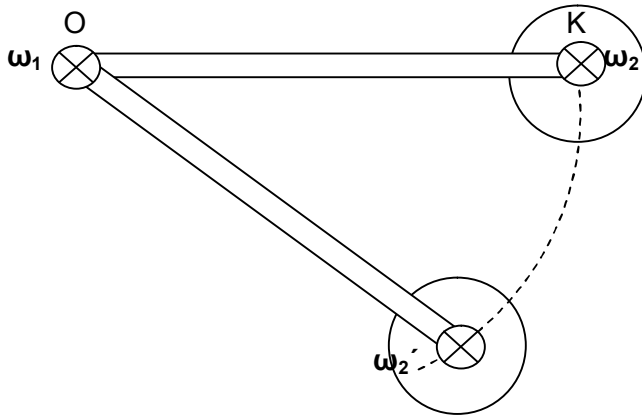
B) Η άρθρωση K επιτρέπει την ελεύθερη χωρίς τριβές περιστροφή της σφαίρας (όπως στις κούνιες του τροχού του Λούνα Παρκ). Η σφαίρα εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση (καμπυλόγραμμη).



$$\text{Άρα } L = m \cdot u \cdot d = m \cdot d^2 \cdot \omega_1. \text{ (Συμπεριφέρεται σαν υλικό σημείο).}$$

Γ) Η άρθρωση Κ επιτρέπει την ελεύθερη χωρίς τριβές περιστροφή της σφαίρας περί το Κ με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_2 και η ράβδος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_1
 Η στροφορμή είναι το διανυσματικό άθροισμα της τροχιακής στροφορμής και της ιδιοστροφορμής spin

$$\text{Άρα } L = m \cdot v \cdot L + I_{cm} \omega_2 = m \cdot L^2 \cdot \omega_1 + \frac{2}{5} mr^2 \cdot \omega_2$$



Το θεώρημα Steiner εφαρμόζεται μόνο αν τα διάφορα τμήματα του στερεού είναι συγκολλημένα και δημιουργούν ένα ενιαίο στερεό.