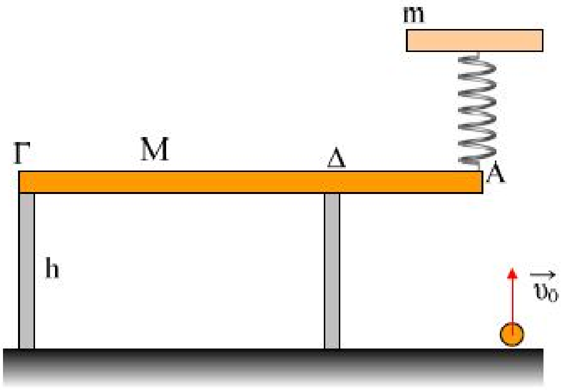
ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΦΥΣΙΚΗΣ Γ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

1. Ταλάντωση και ισορροπία ράβδου



Ομογενής ράβδος ΑΓ αμελητέου πάχους έχει μήκος l=4m και μάζα 4kgr στηρίζεται στο άκρο Γ και σε ένα υποστήριγμα με την απόσταση ΓΔ=3m με τη βοήθεια δύο στηριγμάτων ύψους h=3m. Στο άκρο Α και πάνω από τη ράβδο υπάρχει ελατήριο φυσικού μήκους 0,95m και σταθεράς K=200N/m. Πάνω στο ελατήριο ισορροπεί ένα σώμα μάζας m=1kgr.

Να βρεθούν:

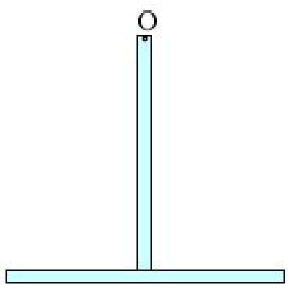
Α) Ποια η μέγιστη ταχύτητα ενός βλήματος μάζας m=1Kgr, που βάλλεται από το έδαφος και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας m που βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με το σημείο Α, για να μην χάνει την επαφή της η ράβδος με το υποστήριγμα Γ.

Β)Να βρεθεί η δύναμη που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα στο σημείο Γ σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνονται $g=10m/sec^2$. Θετική φορά να θεωρηθεί η φορά της αρχικής ταχύτητας του βλήματος και t=0 η στιγμή της πλαστικής κρούσης των δύο σωμάτων.

ΑΠ: υ_o=9m/sec, $F_Γ$=20/3 +20/3 ημ(10t+π/6) (S.I.)

2. Ροπή αδράνειας και κίνηση ενός στερεού σχήματος Τ.



Δύο ράβδοι ίδιας μάζας M=3kg και ίδιου μήκους L=1m συγκολλούνται σχηματίζοντας ανάποδο Τ όπως στο σχήμα. Το σύστημα ισορροπεί κατακόρυφα με το κέντρο μάζας της κάθε ράβδου αλλά και το καρφί να βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο. Ασκώντας στο κέντρο μάζας της αρχικά κατακόρυφης ράβδου σταθερή δύναμη F=200/π N η οποία είναι συνεχώς κάθετη στην ράβδο το σύστημα αρχίζει να περιστρέφεται γύρω από το καρφί.

Α) Να βρεθεί η ροπή αδράνειας του συστήματος των δύο ράβδων γύρω από τον άξονα περιστροφής του.

Β) Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του συστήματος καθώς και η γωνιακή επιτάχυνση-επιβράδυνση όταν το σύστημα έχει διαγράψει γωνία 90^o σε σχέση με την αρχική του θέση.

Γ) Σε κάποια θέση και ενώ το σύστημα ανεβαίνει καταργούμε την δύναμη. Αν θέλουμε τελικά το σύστημα να ισορροπήσει σχηματίζοντας ένα κανονικό κατακόρυφο “Τ’’ μέχρι ποια γωνία σε σχέση με την αρχική κατακόρυφη θέση θα πρέπει να ενεργήσει η δύναμη;

Δίνεται για την κάθε ράβδο το $Icm=(1/12).M.L^2$

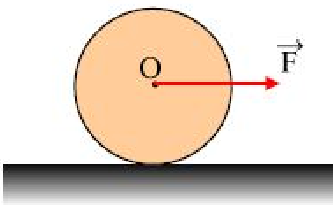
ΑΠ: $I=4{,}25kg.m^2$, Κσυστ=5J, αγων≈$-3r/sec^2$, θ=0,9π rad

3. Πλαστική κρούση δύο ράβδων

Δύο λεπτοί ράβδοι από σίδηρο έχουν μήκος L_1=1,2m και $L_2=4L_1$ αφήνονται από οριζόντια θέση και φτάνουν ταυτόχρονα στην κατακόρυφη θέση τους όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι δύο ράβδοι έχουν κοινό οριζόντιο άξονα περιστροφής το ανώτερο σημείο της κάθε ράβδου. Η μάζα της μικρής ράβδου είναι m_1=1kg.Την στιγμή της κρούσης των δύο ράβδων

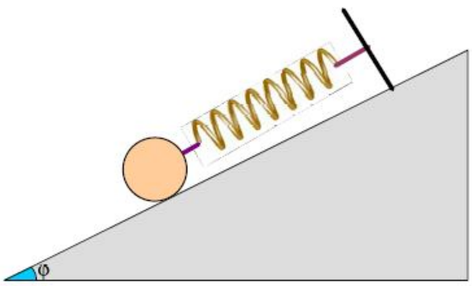
μέσω μιας ασφάλειας οι δύο ράβδοι κλειδώνουν μεταξύ τους έτσι ώστε το σύστημα να συμπεριφέρεται πλέον σαν μία ράβδος. Να βρεθούν:
Α) Οι μέγιστες γωνιακές ταχύτητες των δύο ράβδων πριν την πλαστική τους κρούση.
Β) Η ροπή αδράνειας του συστήματος των δύο ράβδων μετά την πλαστική τους κρούση.
Γ) Το συνημίτονο της μέγιστης γωνίας σε σχέση με την κατακόρυφη που θα διαγράψει το σύστημα των δύο ράβδων μετά την πλαστική τους κρούση.
Δίνεται για την κάθε ράβδο $I_o=(1/3)M.L^2$.
ΑΠ: ω_1=5r/s και ω_2=2,5r/s, 31,2kg.m^2 , συνθ_{max}=0,13

4. Ο κύλινδρος ολισθαίνει και τελικά κυλίεται



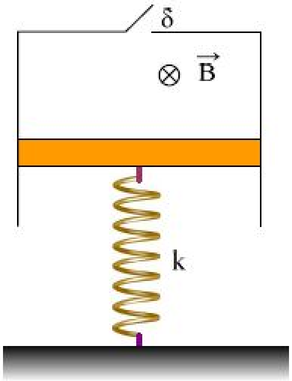
Πάνω σε ένα οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή στατικής-οριακής τριβής $\mu_s=\mu=0{,}5$ ισορροπεί κύλινδρος μάζας M=4kg και ακτίνας R=0,1m. Στο κέντρο του κυλίνδρου αρχίζει να εφαρμόζεται μεταβλητή οριζόντια δύναμη F=100-10x (S.I) όπου x η μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου αν την στιγμή t=0 βρισκόταν στην θέση x=0.
Α) Να εξηγηθεί η κίνηση που θα εκτελέσει το σώμα.
Β) Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν αρχίζει η καθαρή κύλιση.
Γ) Να βρεθεί το συνολικό έργο της τριβής μέχρι ο κύλινδρος να αρχίσει την καθαρή κύλιση.
Δ) Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν η δύναμη θα μηδενισθεί.
Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου γύρω από το κέντρο μάζας του είναι $I_{cm}=0{,}5MR^2$.
ΑΠ: Ucm=√120m/sec, $W_{Τολ}$=40J, U_{cm2}=√180m/sec

5. Ο κύλινδρος κυλίεται εκτελώντας ταλάντωση



Πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^o$ και με την βοήθεια ελατηρίου σταθεράς K=700N/m μπορεί να ισορροπεί σφαίρα μάζας M=5Kg. Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο ενώ το κάτω άκρο είναι στερεωμένο σε άξονα που περνάει από το κέντρο της σφαίρας και είναι συνεχώς παράλληλος με το κεκλιμένο επίπεδο. Ανεβάζουμε την σφαίρα πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο έτσι ώστε το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος και αφήνουμε ελεύθερη την σφαίρα. Η σφαίρα σε όλη την διάρκεια της κίνησή της κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
Α) Να αποδειχθεί ότι το κέντρο μάζας της σφαίρας θα εκτελέσει γ.α.τ. και να υπολογιστεί η περίοδός του.
Β) Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας.
Γ) Να βρεθεί η μέγιστη κινητική ενέργεια της σφαίρας με την βοήθεια και της ΑΔΕΤ αλλά και της ΑΔΕ.
Δίνεται για την σφαίρα το $I_{cm}=0{,}4MR^2$.
ΑΠ: D=500N/m, T=π/5sec, $\upsilon_{cm,max}=\omega\cdot A$= 5/14 m/s, $Κολ_{max}$=175/392 J

6. Μια φθίνουσα ταλάντωση και επαγωγή.



Αγωγός μάζας m=1kg ωμικής αντίσταση R=5Ω και μήκους l=1m ισορροπεί έχοντας συσπειρώσει ένα κατακόρυφο ελατήριο κατά Δl=0,1m. Ο αγωγός βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B=1T όπως στο σχήμα. Ανυψώνουμε τη ράβδο ώστε το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος και αφήνουμε ελεύθερα το σύστημα να εκτελέσει α.α.τ.

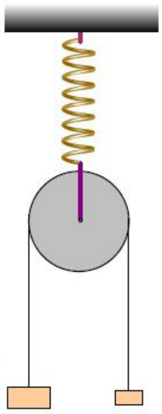
Α) Να γραφεί η εξίσωση της ΗΕΔ από επαγωγή που θα αναπτύσσεται στα άκρα της ράβδου σε συνάρτηση με τον χρόνο θεωρώντας θετική φορά προς τα πάνω.

Β) Την χρονική στιγμή t= 0,4π sec κλείνουμε τον διακόπτη. Να αποδειχθεί ότι η ράβδος θα εκτελέσει φθίνουσα ταλάντωση και να βρεθεί η σταθερά απόσβεσης. Αν η σταθερά επαναφοράς D φθίνουσας ταλάντωσης θεωρηθεί ίση με την σταθερά της αμείωτης ταλάντωσης να βρεθεί το ποσό της θερμότητας που θα αναπτυχθεί στην ωμική αντίσταση R μέχρι το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης να υποτετραπλασιαστεί.

Γ) Για να διατηρήσουμε το πλάτος της παραπάνω φθίνουσας ταλάντωσης σταθερό εφαρμόζουμε στο παραπάνω σύστημα κατάλληλη εξωτερική δύναμη. Ποιο το έργο αυτής της δύναμης για μία περίοδο ταλάντωσης του σώματος;

ΑΠ: 1.συν(10t+π/2) (S.I.), 0,46875J, 0,02π J

7. Μια τροχαλία ένα ελατήριο και δυο σώματα να κινούνται.



Ομογενής τροχαλία έχει μάζα M=8kg και ακτίνα R= 0,5m μπορεί να ισορροπεί με την βοήθεια κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς K=1360N/m που είναι δεμένο στο κέντρο της τροχαλίας με το ένα άκρο του και το άλλο άκρο του είναι ακλόνητα συνδεδεμένο σε οροφή όπως στο σχήμα. Δύο σώματα με μάζες m_1=4kg και m_2=2kg είναι δεμένα από αβαρές και μη εκτατό νήμα που είναι περασμένο από το αυλάκι της τροχαλίας. Την στιγμή t=0 που το m1 και το m2 βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο το σύστημα αφήνεται ελεύθερο και τα δυο σώματα κινούνται ενώ η τροχαλία παραμένει στη θέση της. Να βρεθούν:

Α) Η επιμήκυνση του ελατηρίου

Β) Η συνάρτηση της απόστασης των δύο σωμάτων m_1 και m_2 με τον χρόνο αν τα σώματα θεωρηθούν σημειακά

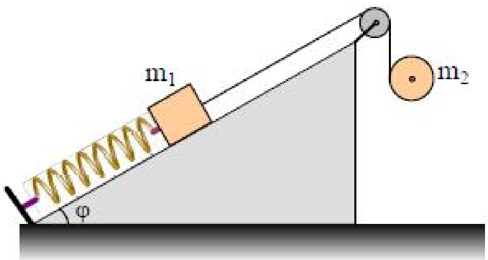
Γ) Η κινητική ενέργεια του συστήματος όταν η απόσταση των σωμάτων γίνει D= √5m.

Δ) Το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του συστήματος.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας Icm=0,5M.R^2.

ΑΠ: 0,1m, D= √1+4t4 (S.I.), 20J, 10N.m

8. Μια ταλάντωση και ένα γιο-γιο.



Το λείο κεκλιμένο επίπεδο του παρακάτω σχήματος έχει γωνία κλίσης φ=30° και το ελατήριο έχει σταθερά k = 100N/m.. Πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο ισορροπεί σώμα μάζας m_1=1Kg με την βοήθεια αβαρούς νήματος, το οποίο συγκρατούμε με το χέρι μας. Την στιγμή t=0 αφήνεται ελεύθερος ένας τέλεια ελαστικός κύλινδρος μάζας m_2=3kg και ακτίνας R_2=1/3 m που είναι τυλιγμένος αρκετές φορές με το αβαρές νήμα το οποίο συνδέεται μέσω αβαρούς τροχαλίας με το άλλο σώμα μάζας m_1 που ισορροπεί πάνω στο λείο κεκλιμένο επίπεδο. Αφήνουμε το νήμα και παρατηρούμε ότι κατά την πτώση του κυλίνδρου το σώμα μάζας m_1 δεν κινείται.

Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και το σώμα μάζας m_1 αρχίζει να εκτελεί ταλαντώσεις. Αν η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του κυλίνδρου την στιγμή που αυτός χτυπάει στο λείο οριζόντιο έδαφος είναι ίση κατά μέτρο με τη γωνιακή συχνότητα ταλάντωσης του σώματος m_1 να βρεθούν:

Α) Το πλάτος ταλάντωσης του σώματος m_1

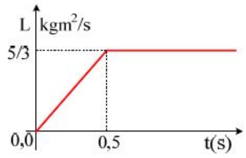
Β) Ποια χρονική στιγμή κόπηκε το νήμα.

Γ) Η γραφική παράσταση της στροφορμής του κυλίνδρου σαν συνάρτηση με το χρόνο αν η κάθε κρούση του κυλίνδρου με το έδαφος θεωρηθεί εντελώς ελαστική.

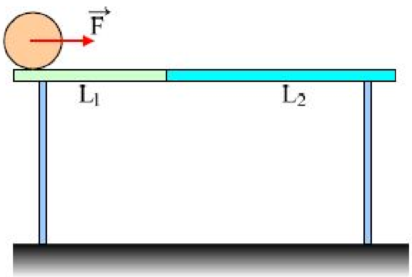
Να θεωρηθεί ότι το νήμα κόβεται πριν ο κύλινδρος φτάσει στο οριζόντιο επίπεδο.

$I=0.5MR^2$.

ΑΠ: 0,1m, t=0,5sec,



9. Μια σφαίρα κατά μήκος δύο ράβδων με και χωρίς τριβές



Στο σχήμα η οριζόντια λεπτή και ομογενής ράβδος έχει μάζα M1=2Kg, μήκος L=4,4m και ισορροπεί με την βοήθεια δύο κατακόρυφων υποστηριγμάτων ύψους H=1,8m. Η ράβδος αποτελείται από δύο άνισα τμήματα μήκους L_1=1m και L_2. Στο πρώτο τμήμα της ράβδου υπάρχουν τριβές ενώ το δεύτερο τμήμα της ράβδου είναι τελείως λείο. Μία σφαίρα μάζας M=1kg και ακτίνας R=0,2m βρίσκεται ακίνητη στην μία άκρη της ράβδου στην περιοχή που παρουσιάζει τριβές και δέχεται στο κέντρο της σταθερή οριζόντια δύναμη F=2,8N με αποτέλεσμα η σφαίρα να αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στην ράβδο. Την στιγμή που η σφαίρα χάνει την επαφή της με τη ράβδο η δύναμη F καταργείται. Να βρεθούν:

Α) Πόση η ολική κινητική ενέργεια της σφαίρας όταν φτάνει στο έδαφος;

Β) Πόσος είναι ο συνολικός χρόνος κίνησης της σφαίρας μέχρι να φτάσει η σφαίρα στο έδαφος;

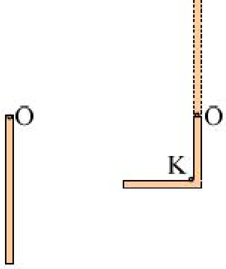
Γ) Πόσες περιστροφές διάγραψε η σφαίρα μέχρι να φτάσει στο έδαφος;

Δ) Να βρεθούν οι εξισώσεις των δυνάμεων που ασκούνται στα άκρα της ράβδου από τα υποστηρίγματα σε συνάρτηση με τον χρόνο μέχρι να φτάσει η σφαίρα στο έδαφος.

Για την σφαίρα $I=0,4MR^2$

ΑΠ: Κολ=30,32J, τολ=2,6sec, 10,5/π, N_2=10+10{1+2(t-1) +1,4(t-1)2}/4,4 1≤t<2sec N_1=20-10{1+2(t-1) +1,4(t-1)2}/4,4 1≤t<2sec και N_1=N_2=15N 2<t≤2,6sec.

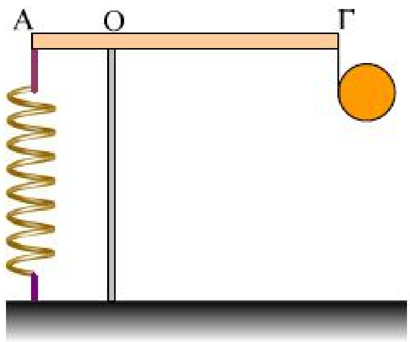
10. Μια ράβδος που μετατρέπεται σε γωνία.



Μία λεπτή σιδερένια ράβδος έχει μήκος L= 40cm και μάζα M= 0,6 kg. Για να λυγίσει την παραπάνω ράβδο ακριβώς στην μέση και να σχηματίσει γωνία 90^o ο Μπάρμπα Γιάννης ο σιδεράς χρειάζεται να δαπανήσει ελάχιστη χημική ενέργεια 1,5 J. Η ράβδος συνδέεται με οριζόντιο καρφί Ο στο ανώτερό της σημείο και αφήνεται από την κατακόρυφη θέση όπως φαίνεται στο σχήμα. Μόλις η ράβδος γίνει κατακόρυφη χτυπάει σε ακλόνητο καρφί Κ που βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με την αρχική θέση της ράβδου και απέχει από το καρφί Ο απόσταση L/2. Η σύγκρουση της ράβδου με το καρφί Κ επιφέρει την παραμόρφωση της ράβδου με αποτέλεσμα η ράβδος να σταματήσει στιγμιαία μόλις

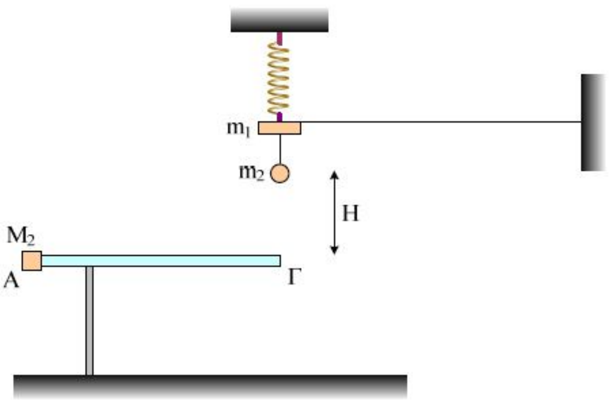
σχηματίσει ορθή γωνία. Το καρφί Κ δεν ενσωματώνεται στη ράβδο και μετά τον σχηματισμό της ορθής γωνίας της ράβδου αφαιρείται ακαριαία. Να βρεθούν:
Α) Η απώλεια ενέργειας κατά την κρούση της ράβδου με το καρφί Κ.
Β) Το μέτρου του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου την στιγμή που σχηματίζεται η ορθή γωνία.
Γ) Σε ποια γωνία σε σχέση με την κατακόρυφη το σύστημα θα αποκτήσει μέγιστη γωνιακή ταχύτητα μετά τον σχηματισμό της ορθής γωνίας. ΥΠΟΔΕΙΞΗ: Η δύναμη του βάρους της οριζόντιας μισής ράβδου θέλει να επιταχύνει την ράβδο ενώ η ροπή του βάρους της κατακόρυφης ράβδου θέλει να επιβραδύνει την ράβδο. Η μέγιστη κινητική ενέργεια της ράβδου θα επιτευχθεί την στιγμή που οι δύο ροπές γίνουν ίσες. Οι δυνάμεις είναι ίσες άρα όταν και τα αποστήματα των ροπών θα γίνουν ίσα.
ΑΠ: Qκρούσης=0,6J, εφφ=1/3

11. Μια ράβδος με γιο-γιο και ένα ελατήριο



Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ μήκος l=4m και μάζας m=1kg ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια καρφιού στο σημείο Ο ενός υποστηρίγματος που απέχει από το άκρο Α απόσταση 1m. Το άκρο Α δένεται με ελατήριο φυσικού μήκους lo=1,4 m και σταθεράς K= 200 N/m ενώ στο άλλο άκρο Γ δένεται αβαρές σκοινί που είναι τυλιγμένο σε κύλινδρο μάζας M=1kg και ακτίνας R=0,3 m όπως φαίνεται στο σχήμα. Την στιγμή t=0 ο κύλινδρος αφήνεται από το σημείο Γ. Κατά την πτώση του κυλίνδρου το σύστημα ισορροπεί οριζόντιο. Την χρονική στιγμή t1= √0,3sec το νήμα κόβεται και ταυτόχρονα ο σύνδεσμος του ελατηρίου με την ράβδο στο άκρο Α σπάει. Να βρεθούν :
Α) Η κατακόρυφη απόσταση της ράβδου από το έδαφος.
Β) Την ολική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου όταν χτυπάει για πρώτη φορά στο έδαφος.
Γ) Να εξεταστεί αν η ράβδος μπορεί να χτυπήσει πρώτη στο έδαφος πριν ο κύλινδρος φτάσει στο έδαφος.
Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου γύρω από το άξονα περιστροφής του Icm=0,5MR^2 και η ροπή αδράνειας της ράβδου γύρω από το κέντρο μάζας της Icm=1/12ML^2.
ΑΠ: 1,5m, Κτελ=12J, πρώτος θα χτυπήσει στο έδαφος ο κύλινδρος.

12. Μια πραγματικά σύνθετη άσκηση



Στο σχήμα η ράβδος ΑΓ έχει μάζα M=2kg και μήκος L=6m ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια καρφιού που βρίσκεται σε απόσταση l=2m από το ένα της άκρο της Α. Στο άκρο Α υπάρχει κολλημένο πάνω στη ράβδο σώμα μάζας M_2.
Πάνω στην ίδια κατακόρυφο με την άλλη άκρη Γ της ράβδου υπάρχει κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς K=200π^{2}N/m με την πάνω άκρη του στερεωμένη. Στο άλλο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο σώμα μάζας m_1=0,5kg στο άκρο του οποίου είναι δεμένη οριζόντια ελαστική χορδή πάνω στην οποία μπορεί να διαδοθεί εγκάρσιο αρμονικό κύμα με ταχύτητα υ=2

m/sec. Μέσω ενός δεύτερου κατακόρυφου νήματος το σώμα μάζας m_1 συνδέεται με δεύτερο σώμα μάζας m_2=0,5kg.Το σώμα μάζας m_2 απέχει κατακόρυφη απόσταση από το άκρο Γ της ράβδου ύψος H=1,25m. Στο σώμα μάζας m_1 υπάρχει ηχητική πηγή αρμονικών ήχων συχνότητας f_s=680Hz ενώ στο σώμα μάζας m_2 υπάρχει ανιχνευτής ηχητικών κυμάτων. Κάποια στιγμή το κατακόρυφο νήμα κόβεται και το σώμα μάζας m_2 συγκρούεται πλαστικά με την ράβδο. Να βρεθούν:

Α Η μάζα M_2

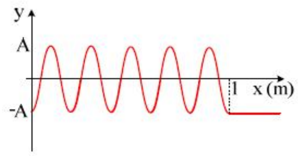
Β) Να βρεθεί η εξίσωση που περιγράφει την συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής ήχων που βρίσκεται στο σώμα μάζας m_2 μέχρι την στιγμή που αυτή συγκρούεται πλαστικά με την ράβδο και να βρεθεί η συχνότητα του ανιχνευτή ελάχιστα πριν την κρούση.

Γ) Η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος αμέσως μετά την πλαστική καθώς και η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής αμέσως μετά την πλαστική κρούση αν υποθέσουμε ότι η κρούση ήταν ακαριαία.

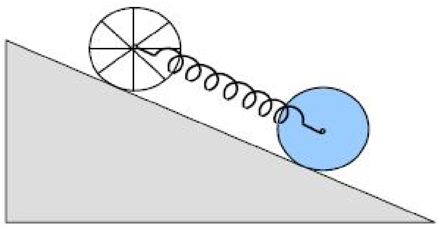
Δ) Η μορφή της οριζόντιας ελαστικής χορδής την στιγμή που γίνεται η πλαστική κρούση.

Δίνεται για την ράβδο Icm=1/12 M.L^2 , η ταχύτητα του ήχου Uηχ=340m/sec, το g=10m/sec^2 και $π^2$=10. Ολα τα σώματα εκτός της ράβδου να θεωρηθούν σημειακά.

ΑΠ: 1kg, 670Hz, 676Hz,



13. Μια παραλλαγή στο θέμα Δ



Από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίση φ=30^o αφήνουμε να κυλήσουν χωρίς να ολισθαίνουν ταυτόχρονα ένας δίσκος και ένας δακτύλιος ίδιας μάζας M=1,4kg και ίδιας ακτίνας R=0,1m.

Α)Να υπολογιστεί ποιο από τα δύο σώματα θα αποκτήσει μεγαλύτερη επιτάχυνση.

Β)Συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τα κέντρα μάζας των δύο στερεών, όπως φαίνεται στο σχήμα, με ιδανικό ελατήριο αμελητέας μάζας και σταθεράς K=100N/m,το οποίο δεν εμποδίζει την περιστροφή και δεν προκαλεί κάθε είδους τριβές. Το σύστημα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει κατερχόμενο του κεκλιμένου επιπέδου με το ελατήριο να έχει σταθερό μήκος.

Να βρεθούν :

1)Η επιμήκυνση ή η συσπείρωση του ελατηρίου έτσι ώστε το σύστημα να κατέρχεται κυλιόμενο χωρίς να ολισθαίνει.

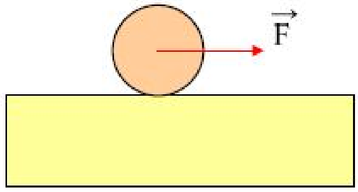
2)Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κάθε στερεού την χρονική στιγμή t_1 αν το σύστημα εκείνη την στιγμή έχει κατέλθει κατακόρυφη απόσταση ΔΗ=0,35 m

3)Το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του συστήματος την παραπάνω χρονική στιγμή t_1.

Για τον κύλινδρο Icm=0,5M·R^2 και για το δαχτυλίδι Icm=M·R^2.

ΑΠ: $α_{δίσκου}$=10/3 m/sec^2 και $α_{δακ}$=2,5m/sec^2, χελ=0,01m συσπειρωμένο, 2m/sec, 0,6Kg.m^2/sec

14. Μια μπανιέρα Αγιοβασιλιάτικη!!!



Στο χωριό του Αι-Βασίλη υπήρχε μία παγωμένη οριζόντια μπανιέρα που παρουσίαζε συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,08-0,1x (S.I.). Πάνω στη μπανιέρα και στην θέση x=0 υπάρχει κύλινδρος με μάζα M=1kg. Ασκούμε στο κέντρο του κυλίνδρου οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου F=1,5N και ο κύλινδρος αρχίζει να κυλίεται.

Να βρεθούν :

Α) Η θέση στην οποία ο κύλινδρος είναι έτοιμος να ολισθήσει.

Β) Να βρεθεί η ολική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου σε εκείνη τη θέση.

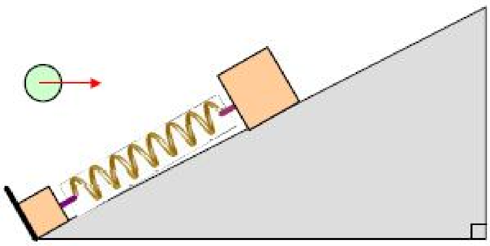
Γ) Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου στη θέση όπου το επίπεδο γίνεται λείο.

Για τον κύλινδρο Icm=0,5MR2.

Χωριό του Αι-Βασίλη δεν υπάρχει όπως φυσικά και η παραπάνω μπανιέρα.

ΑΠ: x=0,3m, 0,45J, √1,85m/sec.

15. Μια κρούση με Doppler



Πάνω σε ένα λείο κεκλιμένο γωνίας κλίσης φ=30^o και στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου βρίσκεται σώμα μάζας M_1 που συνδέεται με ελατήριο σταθεράς K=100N/m. Στο άλλο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο δεύτερο σώμα μάζας M_2= 1Kg όπως στο σχήμα. Ένα τρίτο σώμα κινείται οριζόντια με ταχύτητα U=√3m/sec έχει μάζα M_3=2 Kg σφηνώνεται στο σώμα μάζα M_2.Το σώμα μάζας M_1 έχει ενσωματωμένη πάνω του μία πηγή παραγωγής ήχων με συχνότητα f_s=680Hz. Μετά την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων το σώμα M_1 μόλις και δεν χάνει την επαφή του με το κάθετο τμήμα της βάσης του κεκλιμένου επιπέδου.

Να βρεθούν :

Α) Το πλάτος ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα

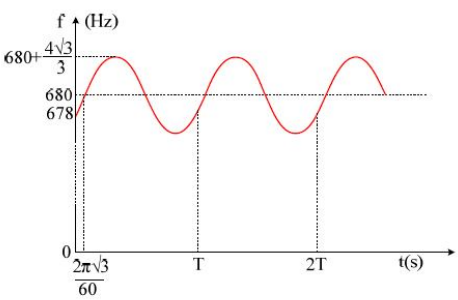
Β) Η μάζα M_1

Γ) Η εξίσωση της συχνότητας που καταγράφει ένας ανιχνευτής ήχων που βρίσκεται στο σώμα M_2 που δεν καταστρέφεται από την πλαστική κρούση.

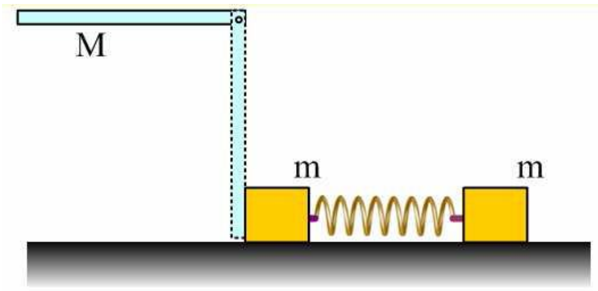
Δ) Η γραφική παράσταση της συχνότητας με το χρόνο.

Δίνεται $U_{ηχ}$=340m/sec.

ΑΠ: 0,2m, M_1=1Kg, f_A=680/340=680-4√3/3συν (10√3/3t+π/6) (S.I.),

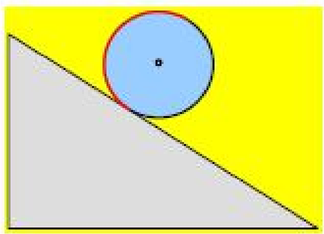


16. Μια κρούση και ράβδου και ένα μηχανικό σύστημα με Doppler

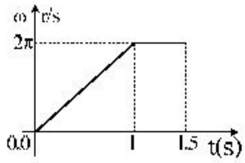


Ράβδος μάζας M=3Kg και μήκους L=1,2m αφήνεται από την οριζόντια θέση. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται από το ένα της άκρο γύρω από οριζόντιο άξονα.
Όταν ράβδος γίνει κατακόρυφη συγκρούεται με ακίνητο σώμα μάζας m=1Kg που ισορροπεί στο οριζόντιο λείο δάπεδο δεμένο με ελατήριο σταθεράς Κ που το άλλο του άκρο είναι στερεωμένο σε άλλο σώμα μάζας m=1Kg. Μετά την κρούση της ράβδου με το σώμα μάζας m η ράβδος παραμένει ακίνητη. Στο πρώτο σώμα είναι στερεωμένη πηγή ηχητικών ήχων συχνότητας fs=680Hz ενώ στο δεύτερο σώμα m υπάρχει στερεωμένος ανιχνευτής ήχων. Να βρεθούν :
Α) Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου πριν την κρούση καθώς και η ταχύτητα μετά την κρούση με τη ράβδο του σώματος m. Πως μπορούμε να χαρακτηρίσουμε την κρούση της ράβδου με το σώμα m;
Β) Να βρεθεί η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της συχνότητας που θα ανιχνεύσει ο ανιχνευτής ήχων που βρίσκεται στο δεύτερο σώμα m.
Γ) Ποιο το μέγιστο ποσοστό της κινητικής ενέργειας της ράβδου λίγο πριν την κρούση που μπορεί να αποθηκεύσει το ελατήριο κατά την διάρκεια της κίνησης των δύο σωμάτων με μάζες m. Ποια είναι τότε η συχνότητα που ανιχνεύει ο ανιχνευτής;
Για την ράβδο $I_A=1/3ML^2$. Δίνεται η ταχύτητα του ήχου $υ_{ηχ}$=340m/sec.
ΑΠ: ελαστική, fmax≈692,2Hz, fmin=668Hz, 50%, 680Hz.

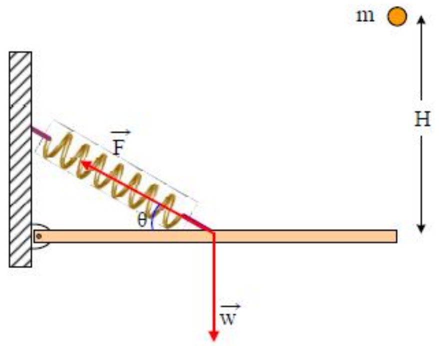
17. Μια σφαίρα με λιπαντικό



Μία σφαίρα με μάζα M=1Kg και ακτίνας R=2,5/π m την ρίχνουμε μέσα σε μία λιπαντική ουσία μέχρι η μισή ακριβώς να λιπανθεί ενώ η υπόλοιπη να μείνει χωρίς λιπαντική ουσία. Το στρώμα της λιπαντικής ουσίας είναι λεπτότατο και δεν μπορεί να μετακινηθεί. Ανεβάζουμε τη σφαίρα πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο μεγάλου μήκους με γωνίας κλίσης φ με ημφ=0,7 και με το χαμηλότερο σημείο της σφαίρας να είναι σε επαφή με τη διαχωριστική επιφάνεια της σφαίρας που έχει το λιπαντικό. Αφήνουμε τη σφαίρα ελεύθερη και αρχικά η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Μόλις η σφαίρα εκτελέσει μισή περιστροφή έρχεται σε επαφή η λιπαντική ουσία με το κεκλιμένο επίπεδο. Η λιπαντική ουσία επιτρέπει την σφαίρα να κινείται χωρίς τριβές όταν φυσικά είναι σε επαφή εκείνο το κομμάτι της σφαίρας που έχει το λιπαντικό. Όταν η σφαίρα θα έχει διαγράψει μία πλήρη περιστροφή να βρεθούν:
Α) Η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας .
Β) Η ταχύτητα του πιο απομακρυσμένου σημείου της σφαίρας από το κεκλιμένο επίπεδο καθώς και του σημείου που βρίσκεται σε επαφή με το κεκλιμένο επίπεδο.
Γ) Η ολική κινητική ενέργεια της σφαίρας.
Δ) Η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας σε συνάρτηση με το χρόνο μέχρι η σφαίρα να εκτελέσει μία πλήρη περιστροφή.
Για τη σφαίρα δίνεται $Icm=0,4MR^2$
ΑΠ: 8,5m/sec, 13,5m/sec, 3,5m/sec, 41,125J,

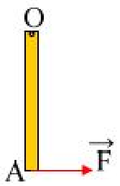


18. Μετά την κρούση το ελατήριο γίνεται κατακόρυφο.



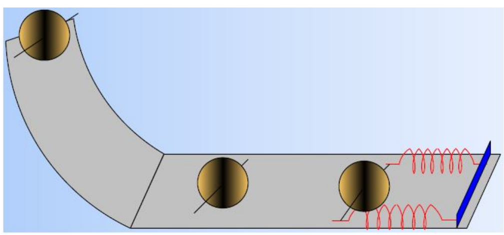
Ομογενής ράβδος μάζας M=2Kg και μήκους L=2m ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια άρθρωσης και ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=200N/m όπως στο σχήμα.
Το ελατήριο σχηματίζει γωνία $\theta=30^o$ με τον ορίζοντα στερεώνεται στο μέσο της ράβδου και η άλλη άκρη του βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με την άρθρωση. Από ύψος H πάνω από ένα άκρο της ράβδου αφήνεται σημειακό σώμα μάζας m=0,2Kg.
Μετά την πλαστική κρούση του σώματος m με την ράβδο η ράβδος μόλις και φτάνει να γίνει κατακόρυφη.
Α) Να βρεθεί το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος ράβδου-m αμέσως μετά την πλαστική κρούση.
Β) Το ύψος πάνω από την ράβδο που αφέθηκε το μικρό σώμα m.
Γ) Πόση ελάχιστη μάζα θα μπορούσαμε να κολλήσουμε χωρίς αρχική ταχύτητα στο άκρο της ράβδου έτσι ώστε η ράβδος μόλις να διαγράψει γωνία 90^o ;
Δίνεται το $I\alpha=1/3ML^2$,$\sqrt{3}\approx1{,}7$
ΑΠ: 4N.m, 52/3 m, 0,6kg.

19. Μεταβλητή ροπή σε ράβδο.



Μία κατακόρυφη ομογενής ράβδος ΟΑ έχει μήκος L=1m και μάζα M=4Kg μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο της Ο. Η ράβδος αρχικά ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση. Κάποια στιγμή εφαρμόζουμε στο άκρο της ράβδου Α κάθετη στη ράβδο μεταβλητή δύναμη που η σχέση της είναι $F=100-160\theta/\pi$ (S.I.) όπου θ η γωνία που διαγράφει η ράβδος σε σχέση με την αρχική της κατακόρυφη θέση. Η δύναμη καταργείται μόλις η ράβδος έχει διαγράψει γωνία 90^o. Να βρεθούν:
Α) Η μέγιστη κινητική ενέργεια της ράβδου για το χρονικό διάστημα που υπήρχε η δύναμη F.
Β) Θα καταφέρει η ράβδος να κάνει ανακύκλωση;
Γ) Ποια η μέγιστη κινητική ενέργεια της ράβδου μετά την κατάργηση της δύναμης.
π=3,14
ΑΠ: 74,2J, 54,2J, 30πJ.

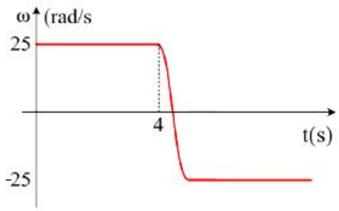
20. Κύλιση σε τεταρτοκύκλιο και ταλάντωση



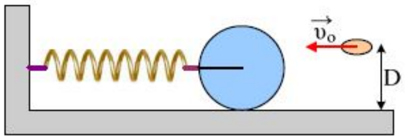
Από την κορυφή ενός κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ακτίνας R=1,95m αφήνουμε ελεύθερη μία σφαίρα μάζας M=2Kg και ακτίνας r=0,2m. Η σφαίρα έχει περασμένη συμμετρικά, μία αβαρή βελόνα μήκους L>2r η οποία είναι οριζόντια και περνάει από το κέντρο της σφαίρας. Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο τεταρτοκύκλιο και την στιγμή t=0 μπαίνει σε οριζόντιο επίπεδο και αφού διανύσει οριζόντια απόσταση S=10m συναντάει χωρίς απώλεια ενέργειας ταυτόχρονα δύο οριζόντια ελατήρια σταθεράς K=1750N/m που απέχουν μεταξύ τους απόσταση L. Αν σε όλη την διάρκεια της κίνησης της σφαίρας η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει να βρεθούν:
Α) Η μέγιστη συσπείρωση των ελατηρίων
Β) Ο χρόνος που το κέντρο μάζας της σφαίρας κινείται ευθύγραμμα

Γ) Η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για όσο χρόνο η σφαίρα κινείται ευθύγραμμα.

ΑΠ: $10\sqrt{2}$ cm, $4+\frac{\pi\sqrt{2}}{50}$ s,



21. Κρούση – Ταλάντωση - Κύλιση



Η ξύλινη σφαίρα του παρακάτω σχήματος έχει μάζα M=1 kg και ακτίνα R= 0,1m .Η σφαίρα είναι δεμένη με οριζόντιο ελατήριο σταθεράς K=14000N/m στο κέντρο της κατά τέτοιο τρόπο ώστε η σφαίρα να μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της σφαίρας.

Σημειακό βλήμα έχει μάζα m=0,1Kg και κινείται με οριζόντια ταχύτητα Uo= 200m/sec σε απόσταση D> R πάνω από οριζόντιο έδαφος. Την χρονική στιγμή t=0 το βλήμα διέρχεται ακαριαία μέσα από την σφαίρα και εξέρχεται από αυτή με οριζόντια ταχύτητα μέτρου Uo/2.Το αποτέλεσμα της κρούσης αυτής είναι η σφαίρα να αρχίσει αυτόματα μετά την κρούση να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Να βρεθούν:

Α) Η απόσταση D, αν υποθέσουμε ότι δεν θα αναπτυχθεί στατική τριβή από το έδαφος στην διάρκεια της κρούσης

Β) Το είδος της κίνησης του κέντρου μάζας της σφαίρας καθώς και η περίοδος της κίνησης του κέντρου μάζας.

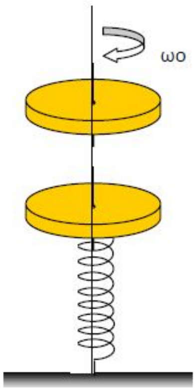
Γ) Το ποσό ενέργειας που χάθηκε κατά την παραπάνω κρούση.

Δ) Ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφής της σφαίρας.

Για την σφαίρα Icm=0,4M.R^2 και ημ2φ=2ημφσυνφ

ΑΠ: 0,14m, π/50 sec, 1430J, 2000J/sec.

22. Δίσκοι που συγκρούονται και ταλαντώνονται



Δίσκος μάζας M_1=7kg και ακτίνας R=0,5m μπορεί να περιστρέφεται οριζόντια χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα. Ο δίσκος ισορροπεί οριζόντιος με την βοήθεια κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου που ο άξονας του ελατηρίου συμπίπτει με τον άξονα περιστροφής. Το ελατήριο είναι αρχικά συσπειρωμένο κατά 0,7m. Δεύτερος οριζόντιος δίσκος ίδιας ακτίνας με τον πρώτο αλλά με μάζα M_2=1Kg μπορεί να περιστρέφεται οριζόντια γύρω από τον ίδιο κατακόρυφο άξονα. Δίνουμε ακαριαία αρχική γωνιακή ταχύτητα ω_0= 8 r/sec και αφήνουμε το δίσκο ελεύθερο να κινηθεί μόνο με την επίδραση του βάρους του. Την στιγμή που ο δεύτερος δίσκος έχει εκτελέσει γωνιακή μετατόπιση θ=6,4rad συγκρούεται με τον ακίνητο δίσκο που είναι δεμένος στο ελατήριο αλλά μπορεί να περιστρέφεται γύρω από τον κατακόρυφο άξονα περιστροφής .Μετά από λίγο το σύστημα λειτουργεί σαν ένας ενιαίος δίσκος. Να βρεθούν:

Α)Το ύψος από όπου αφέθηκε ο δεύτερος δίσκος.

Β)Η κοινή γωνιακή ταχύτητα του συστήματος των δύο δίσκων και το πλάτος της κατακόρυφης ταλάντωσης των δύο δίσκων.

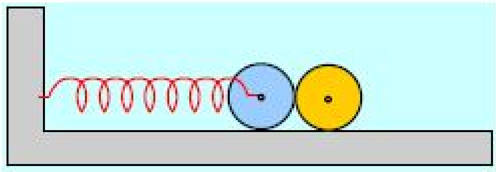
Γ)Η μέγιστη κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο δίσκων.

Δ)Η απώλεια ενέργειας εξαιτίας της πλαστικής κρούσης.

Δίνονται για τον δίσκο Icm=0,5M.R^2.

ΑΠ: 3,2m, 0,3m, 5J, 31,5J

23. Δυο σφαίρες σε επαφή και ταλάντωση



Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δύο μη λείες σφαίρες ίσης μάζας M=1Kg και ίδιας ακτίνας R=0,1m. Η μία σφαίρα είναι συνδεδεμένη με οριζόντιο ελατήριο σταθεράς K=70N/m που δεν εμποδίζει την περιστροφή της σφαίρας και η δύναμη του ελατηρίου ασκείται στο κέντρο της σφαίρας. Συσπειρώνουμε το ελατήριο σε σχέση με το φυσικό του μήκος κατά x=0,2m και φέρνουμε σε επαφή τις δύο σφαίρες. Την χρονική στιγμή t=0 αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα. Οι σφαίρες συνεχώς κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν και δεν αναπηδάνε.

Α) Ποια χρονική στιγμή θα χαθεί η επαφή των δύο σφαιρών;

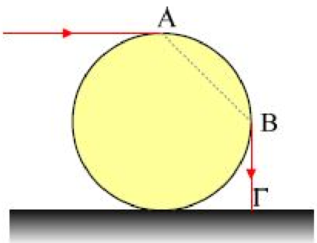
Β) Να βρεθεί το τελικό πλάτος ταλάντωσης του κέντρου μάζας της σφαίρας που είναι δεμένη στο ελατήριο.

Γ) Να βρεθεί η συνάρτηση της απόστασης των δύο κέντρων μάζας των δύο σφαιρών σε σχέση με το χρόνο.

$I_{cm}=0,4\ MR^2$

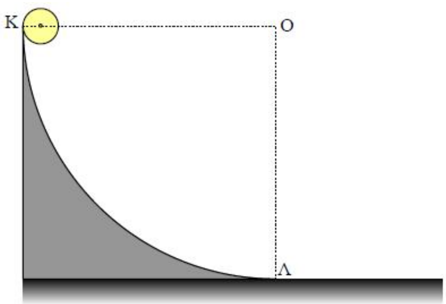
ΑΠ: $\frac{\pi}{10}$ **s**, $0,1\sqrt{2}$ m, $0,2+\upsilon_{cm}\left(t-\frac{\pi}{10}\right)-0,1\sqrt{2}\eta\mu\left[5\sqrt{2}(t-\frac{\pi}{10})\right]$ $\quad t>\frac{\pi}{10}$ (S.I.)

24. Διάθλαση σε μια σφαίρα, που θα κάνει και… τούμπες.



Ομογενής γυάλινη σφαίρα έχει ακτίνα R=0,2m.Η σφαίρα ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Μονοχρωματική ακτινοβολία προσπίπτει εφαπτομενικά και οριζόντια στο ανώτερο σημείο Α τη σφαίρας και εξέρχεται αφού διαθλαστεί εφαπτομενικά και κατακόρυφα από το σημείο Β όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Στην συνέχεια η γυάλινη σφαίρα τοποθετείται στο ανώτερο σημείο κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ΚΛ ακτίνας R_1= 1,95m με το σημείο Κ στο ανώτερο σημείο και το σημείο Λ στο κατώτερο σημείο του τεταρτοκύκλιου που βρίσκεται πάνω στο οριζόντιο έδαφος. Το κέντρο της σφαίρας και το σημείο Κ βρίσκονται πάνω σε ευθεία παράλληλη προς το έδαφος.



Η σφαίρα αφήνεται ελεύθερη από το σημείο Κ και αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει μέσα στο τεταρτοκύκλιο.

Α) Να βρείτε τον δείκτη διάθλασης της σφαίρας

Β) Να βρείτε τον συνολικό χρόνο που κάνει η ακτίνα για να φτάσει από το ανώτερο σημείο Α της σφαίρας στο έδαφος στο σημείο Γ.

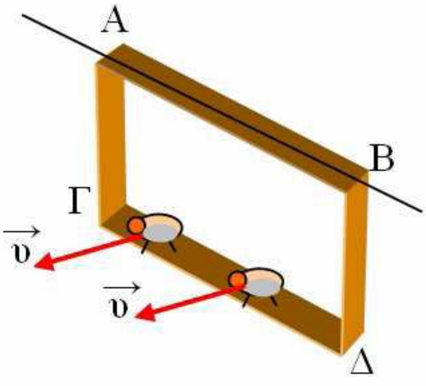
Γ) Να βρεθεί ο αριθμός των περιστροφών μέχρι η σφαίρα να φτάσει από το σημείο Κ στο σημείο Λ του τεταρτοκύκλιου.

Δ) Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας.

$I_{cm σφαίρας}= I_{cm}=0,4\ MR^2$

ΑΠ: n=√2, 2.10^{-9}sec, 2,4375 περιστροφές, 5m/sec.

25. Αρχή διατήρησης της στροφορμής σε ένα τετράγωνο



Δύο πουλιά με ίδια μάζα m= 0,05kg το καθένα που μπορούμε να τα θεωρήσουμε σημειακά κάθονται στις δύο άκρες μιας ράβδου ΓΔ. Η ράβδος ΓΔ αποτελεί την κατώτερη οριζόντια πλευρά κατακόρυφου τετραγώνου ΑΒΓΔ που μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα xx΄ ο οποίος ταυτίζεται με την πλευρά ΑΒ. Η κάθε ράβδος του τετραγώνου έχει μάζα M=0,3 Kg και μήκος L=0,1m. Ένας ξαφνικός θόρυβος τρομάζει τα πουλιά που φεύγουν ταυτόχρονα από τη ράβδο ΓΔ με οριζόντια ταχύτητα υ και κάθετα προς την ράβδο ΓΔ.

Α) Να βρεθεί η οριζόντια ταχύτητα υ του κάθε πουλιού αν είναι γνωστό ότι το τετράγωνο μόλις και εκτελεί ανακύκλωση γύρω από τον άξονα περιστροφής του.

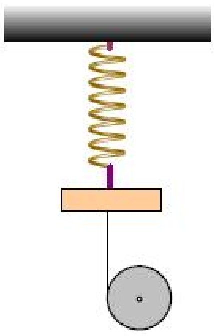
Β) Να βρεθεί το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του τετραγώνου.

Γ) Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος όταν ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής είναι μέγιστος.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου γύρω από το κέντρο μάζας της ότι είναι $Icm=1/12ML^2$.

ΑΠ: 2√30m/sec, 0,6N.m, 4√15 r/sec

26. Doppler με γιο-γιο και ταλάντωση



Το κατακόρυφο ελατήριο του παρακάτω σχήματος έχει σταθερά K=100N/m και έχει το ανώτερό του άκρο ακλόνητα δεμένο ενώ στο κατώτερό του άκρο είναι δεμένο σώμα μάζας m=1kg όπου και ισορροπεί με την βοήθεια κατάλληλης εξωτερικής κατακόρυφης δύναμης .Στο κάτω μέρος του σώματος και στην ίδια κατακόρυφο με το ελατήριο συνδέουμε ένα αβαρές μη εκτατό νήμα το οποίο το έχουμε τυλίξει σε κύλινδρο ακτίνας R=10cm και μάζας M=3kg. Στο κέντρο του κυλίνδρου έχει στερεωθεί ανιχνευτής ήχων.Τη στιγμή t=0 ο κύλινδρος αφήνεται ελεύθερος το σκοινί αρχίζει να ξετυλίγεται η εξωτερική δύναμη καταργείται και το σώμα μάζας m συνεχίζει να ισορροπεί. Στην ίδια κατακόρυφο με τον κύλινδρο και το ελατήριο και πάνω στο έδαφος υπάρχει ακίνητη πηγή ηχητικών ήχων με συχνότητα Fs=680Hz. Την χρονική στιγμή t_1=3sec το νήμα κόβεται .Να βρεθούν:

Α) Ο ρυθμός μεταβολής της συχνότητας που ανιχνεύει ο ανιχνευτής πριν και μετά το κόψιμο του νήματος.

Β) Η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής την στιγμή t_2=1,5sec καθώς και την χρονική στιγμή t_3=7sec καθώς και η ταχύτητα του σώματος m την χρονική στιγμή t_2 και τη χρονική στιγμή t_4=(3+π/4)sec

C) Η εξίσωση του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας με τον χρόνο για το σώμα m αλλά και για το σώμα Μ .

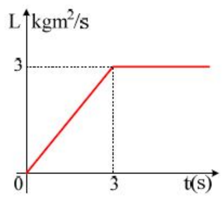
D) Η γραφική παράσταση της στροφορμής του σώματος Μ σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Για τον κύλινδρο $Icm=0,5M.R^2$ ενώ για τον ήχο $u_{ηχ}$=340m/sec και $g=10m/sec^2$.

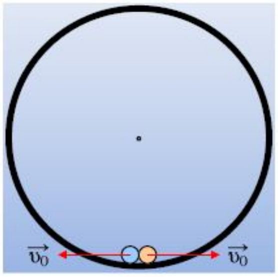
Δίνεται η σχέση ημ2χ=2συνχ.ημχ

ΑΠ: 40/3 Hz/sec, 20 Hz/sec, 1m/sec, ΔΚ/Δt=200.t αν t<3sec

ΔΚ/Δt=600+300(t-3) για t>3sec

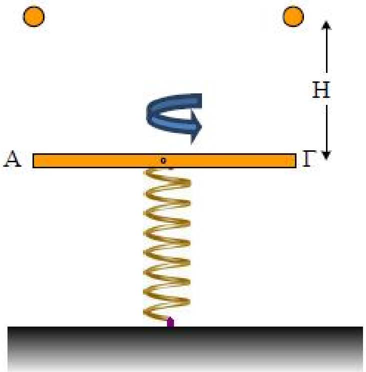


27. Δυο σφαίρες σε μια στεφάνη.



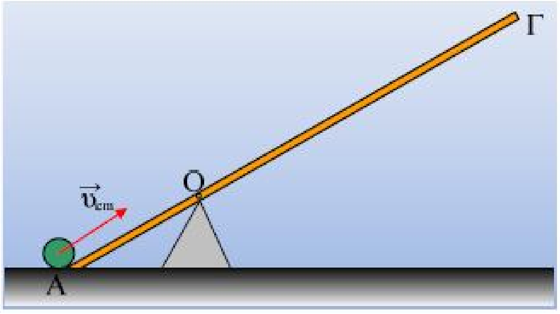
Στο εσωτερικό και στο χαμηλότερο σημείο μιας κατακόρυφης και ακλόνητης κυκλικής στεφάνης ακτίνας R=10m βρίσκονται δύο μικρές ελαστικές σφαίρες ίδιας ακτίνας r=0,1m. Δίνουμε κατάλληλες αντίθετες οριζόντιες ταχύτητες στις δύο σφαίρες έτσι ώστε οι δύο σφαίρες να κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν στο εσωτερικό της στεφάνης και να φτάνουν ταυτόχρονα στο ανώτερο σημείο της στεφάνης εκτελώντας με ταχύτητες που θα μπορούσαν μόλις να εκτελέσουν ανακύκλωση.
Αν οι δύο σφαίρες έχουν μάζες m2=3m1 και η ακαριαία σύγκρουσή τους είναι κεντρική και ελαστική να υπολογιστούν:
Α) Το μέτρο της αρχικής ταχύτητας εκτόξευσης των δύο σφαιρών
Β) Το μέτρο της ταχύτητας των σημείων επαφής των δύο σφαιρών με την κυκλική στεφάνη αμέσως μετά την σύγκρουσή τους.
Γ) Πόσες περιστροφές θα κάνει η σφαίρα μάζας m2 μέχρι να επιστρέψει στο σημείο εκκίνησης για πρώτη φορά αν υποθέσουμε ότι η σφαίρα με μάζα m1 αφαιρεθεί από το σύστημα μετά την κρούση της με την δεύτερη σφαίρα.
Η ροπή αδράνειας της κάθε σφαίρας είναι $I_{cm}=0,4MR^2$, το R>>r , $g=10m/s^2$
ΑΠ: 19,6m/s, 30m/s, 10m/s, 100/π +50.

28. Ελικόπτερο και στόκοι



Μία λεπτότατη και άκαμπτη οριζόντια ράβδος ΑΓ μάζας Μ=4Kg και μήκους L=1m είναι αρχικά ακίνητη πάνω από ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $K=4\pi^2$N/m με το κέντρο μάζας της ράβδου να βρίσκεται σε επαφή με το πάνω άκρο του ελατηρίου που έχει το φυσικό του μήκος και που το άλλο του άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο στο δάπεδο όπως δείχνει το σχήμα. Με κατάλληλη στιγμιαία ροπή ζεύγους την χρονική στιγμή t=0 δίνουμε αρχική κατακόρυφη γωνιακή ταχύτητα $\omega_0=2\pi$ r/s στη ράβδο και ταυτόχρονα την αφήνουμε ελεύθερη να εκτελέσει ταλάντωση. Την χρονική στιγμή t=0 στην ίδια κατακόρυφη με το Α και το Γ αφήνουμε δύο σημειακές μάζες m=2π/15 Kg από ύψος Η. Αν οι δύο στόκοι βρεθούν στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με τα άκρα Α και Γ της ράβδου την χρονική στιγμή που η ράβδος περνάει από την θέση ισορροπίας της για δεύτερη φορά μετά την χρονική στιγμή t=0 να βρεθούν:
Α) Αν θα πραγματοποιηθεί πλαστική κρούση της ράβδου με τους δύο στόκους.
Β) Το ύψος Η από όπου αφέθηκαν ελεύθεροι οι στόκοι
Γ) Το τελικό πλάτος ταλάντωσης του συστήματος ράβδου-στόκων. Θα χαθεί η επαφή του συστήματος ράβδου-στόκων με το ελατήριο;
Δ) Η τελική γωνιακή ταχύτητα του συστήματος ράβδου-στόκων.
Δίνεται για τη ράβδο $I_{cm}=1/12\ ML^2$, $g=10m/s^2$, $\pi^2=10$
ΑΠ: Ναι, 10,25m,
π/15 m, Όχι, $\omega_{\sigma\upsilon\sigma\tau}=\dfrac{10\pi}{5+\pi}r/s$

29. Μια σφαίρα και μια σανίδα.



Μία λεπτότατη και άκαμπτη ράβδος ΑΓ μάζας M=2Kg και μήκους L=1,12m μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα Ο που απέχει από το έδαφος ύψος H=L/8 ενώ η απόσταση του άξονα Ο από το σημείο Α είναι ΑΟ=L/4. Μία σφαίρα μάζας m=4Kg και ακτίνας R=0,28 m τοποθετείται στο άκρο Α έτσι ώστε το άκρο Α να βρίσκεται στο έδαφος και η ράβδος να παίζει το ρόλο κεκλιμένου επιπέδου. Δίδουμε στη σφαίρα κατάλληλη αρχική ταχύτητα μέτρου υcmA=3m/s έτσι ώστε η σφαίρα να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ανερχόμενη στην ράβδο. Να βρεθούν:

Α)Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας την στιγμή που χάνεται η επαφή του σημείου Α με το έδαφος.

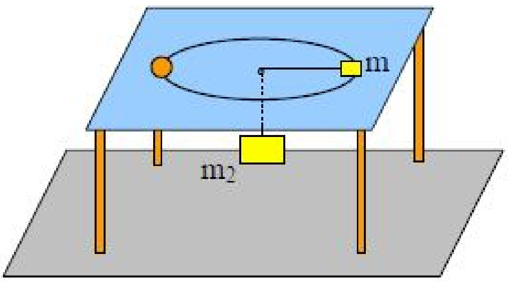
Β) Οι περιστροφές που έχει εκτελέσει η σφαίρα μέχρι να χάσει την επαφή της με τη ράβδο αν αυτό συμβεί τη χρονική στιγμή που η ράβδος βρίσκεται σε οριζόντια θέση . Υποθέστε ότι σε όλη την διάρκεια της κίνησης της σφαίρας πάνω στην ράβδο ότι η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

Γ) Πόση είναι η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος σφαίρας-ράβδου τη στιγμή που χάνουν την επαφή τους.

Δίνεται για τη σφαίρα Icm=0,4MR^2 και g=10m/s^2.

ΑΠ: $2\sqrt{2}m/s$, $\frac{5}{3\pi}$, 9,8J.

30. Θα μείνει τεντωμένο το νήμα;



Το κιβώτιο του παρακάτω σχήματος είναι κύβος πλευράς 2R μάζας m=1kg και μπορεί να κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι ύψους H=1,25m εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας R_1=2m με την βοήθεια οριζόντιου τεντωμένου σκοινιού η άλλη άκρη του οποίου βρίσκεται δεμένη με δεύτερο σώμα μάζας m_2=5kg που ισορροπεί κατακόρυφα. Σφαίρας μάζας M=3kg και ακτίνας R=0,1m τοποθετείται σε ένα σημείο της περιφέρειας της κυκλικής τροχιάς που εκτελεί το σώμα μάζας m1 με κατάλληλη αρχική γωνιακή ταχύτητα παράλληλη προς το επίπεδο του τραπεζιού και με φορά προς το κέντρο του κύκλου. Κάποια στιγμή τα δύο σώματα συγκρούονται ακαριαία κεντρικά και ελαστικά. Αν μετά την κρούση των δύο σωμάτων η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και το νήμα είναι συνεχώς τεντωμένο να βρεθούν:

Α)Το μέτρο της αρχικής ταχύτητας του κύβου.

Β)Το μέτρο της αρχικής γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας

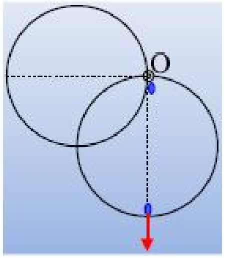
Γ)Το μέγιστο ύψος που θα κατέβει το σώμα μάζας m_2

Δ)Ποια η τελική κινητική ενέργεια της σφαίρας λίγο πριν χτυπήσει στο έδαφος.

Για την σφαίρα Icm=0,4MR^2.

ΑΠ: 10m/s, 50r/s, 1,15m, 90J.

31. Μια κρούση δακτυλιδιού.



Δαχτυλίδι μάζας M=2kg και ακτίνας R=1m μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνάει από άκρο O της περιφέρειας του λεπτού δαχτυλιδιού. Εκτρέπουμε το δαχτυλίδι κατά γωνία θ=90ο από την θέση ισορροπίας του και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο. Την στιγμή που το δαχτυλίδι έχει αποκτήσει την μέγιστη κινητική ενέργεια του συγκρούεται στιγμιαία και πλαστικά με αυτό ένα δεύτερο σημειακό σώμα μάζας m=1 kg που έχει αφεθεί ελεύθερο από το άξονα O όπως στο σχήμα. Να βρεθούν:

Α) Η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα του δαχτυλιδιού πριν την πλαστική κρούση

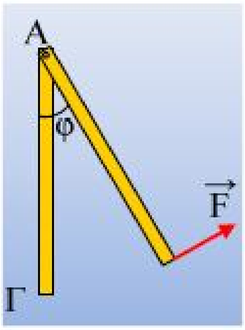
Β) Την απώλεια της ενέργειας του συστήματος δαχτυλίδι-σημειακό σώμα εξαιτίας της κρούσης

Γ) Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σημειακού σώματος εξαιτίας της κρούσης

Δ) Την μέγιστη γωνία που θα διαγράψει το σημειακό σώμα μετά την κρούση

ΑΠ: 4kg.m^2, 30J, $5\sqrt{2}$ kgm/s, συνφ=0,75.

32. Μια μεταβλητή δύναμη σε ράβδο.



Ράβδος ΑΓ μάζας M=1Kg και μήκους L=0,6m μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το ένα της άκρο Α γύρω από οριζόντιο άξονα χωρίς τριβές. Την στιγμή t=0 και ενώ η ράβδος ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση αποκτά αρχική γωνιακή ταχύτητα ω0=10r/s και ταυτόχρονα εφαρμόζεται πάνω της μεταβλητή δύναμη F συνεχώς κάθετη στη ράβδο στο άκρο της Γ και με εξίσωση F=5ημφ (S.I.) όπου φ η γωνία που σχηματίζει η ράβδος με την αρχική κατακόρυφη θέση της ράβδου όπως στο σχήμα. Η δύναμη F καταργείται μόλις μηδενιστεί το μέτρο της για πρώτη φορά μετά την εφαρμογής της. Να βρεθούν:

Α) Ο χρόνος που ασκήθηκε η δύναμη F

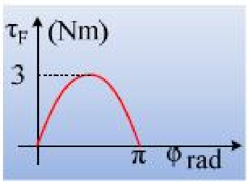
Β) Η γραφική παράσταση του μέτρου της ροπής της δύναμης F σε συνάρτηση της γωνίας και μέχρι το μηδενισμό αυτής. Τι εκφράζει το περικλειόμενο εμβαδόν μεταξύ της καμπύλης και του άξονα των γωνιών; Μπορεί να υπολογιστεί το εμβαδόν; Αν ναι πόσο είναι αυτό το εμβαδόν;

Γ) Η μέγιστη ισχύς της δύναμης

Δ) Η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου

Για την ράβδο Icm=1/12ML^2.

ΑΠ: π/10 s, 6J, 30J/s, $10\sqrt{2}$ r/s.



33. Το ελατήριο στο άκρο νήματος.

Μη εκτατό νήμα μήκους l=15cm και με όριο αντοχής μεγαλύτερο από 30N στερεώνεται σε οροφή εργαστηρίου. Στο κάτω μέρος του νήματος στερεώνουμε κατακόρυφο ελατήριο σταθερά K=100N/m και στο κάτω μέρος του ελατηρίου ισορροπεί σώμα μάζας m=1Kg. Απομακρύνουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d=0,2m και το αφήνουμε ελεύθερο την χρονική στιγμή t=0 . Κάποια στιγμή το νήμα χαλαρώνει αλλά δεν εμποδίζει την κίνηση του συστήματος οπότε μετά από λίγο το πάνω άκρο του ελατηρίου φτάνει στην οροφή του εργαστηρίου και χωρίς απώλεια ενέργειας το ελατήριο κολλάει στην οροφή. Να βρεθούν:

Α) Η χρονική εξίσωση του μέτρου της τάσης του νήματος.

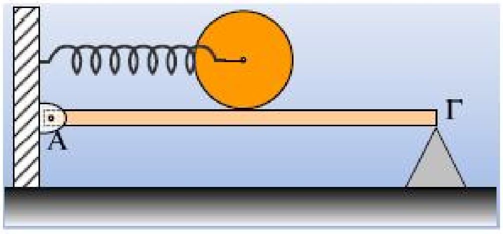
Β) Η χρονική στιγμή της επαφής του άκρου του ελατηρίου με την οροφή.

Γ) Η μέγιστη δυναμική του ελατηρίου στην διάρκεια του παραπάνω πειράματος.
ΑΠ: 10-20ημ(10t+3π/2) 0≤t≤π/15 (SI), 0,382s, 4,5J.

34. Τρύπα και κύλιση

Ομογενής σιδερένιος δίσκος έχει μάζα M=4kg και ακτίνα R=0,4m. Ο Μπάρμπα-Γιάννης ο σιδεράς θέλει να αφαιρέσει από τον δίσκο ένα άλλον ομόκεντρο δίσκο ακτίνας R/2 έτσι ώστε αν εφαρμόσει οριζόντια σταθερή δύναμη F=39N στο ανώτερο σημείου του κοίλου δίσκου ώστε αυτός να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή τριβής ολίσθησης μ>0,3.
Να βρεθούν:
Α) Η ροπή αδράνειας του κοίλου δίσκου
Β) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κοίλου δίσκου.
Γ) Σε ποια απόσταση από το κέντρο και πάνω στην κατακόρυφη διάμετρο του κοίλου δίσκου μπορεί να εφαρμοσθεί οποιαδήποτε οριζόντια σταθερή δύναμη έτσι ώστε ο κοίλος δίσκος να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει είτε σε λείο οριζόντιο επίπεδο είτε σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο $Icm=0,5MR^2$
ΑΠ: $0,3kgm^2$, $16m/s^2$, 0,25m.

35. Στροφική Ταλάντωση, αλλά και Ισορροπία.



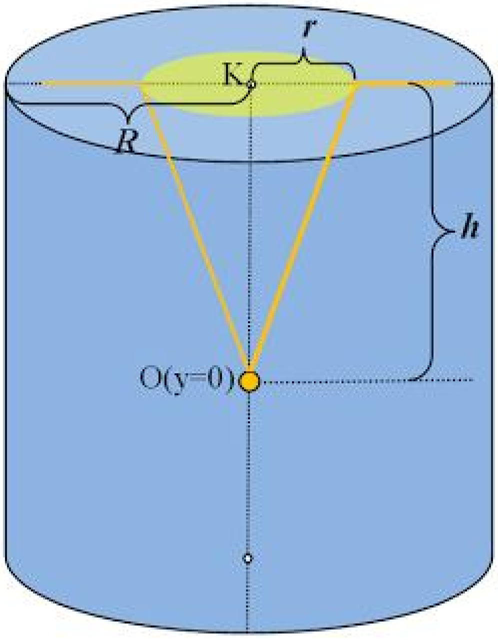
Ομογενής ράβδος ΑΓ έχει μάζα M_1=3kg και μήκος L=3m μπορεί να ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια άρθρωσης στο σημείο Α και με λείο κατακόρυφο υποστήριγμα στο σημείο Γ. Πάνω στη ράβδο ισορροπεί δίσκος μάζας M_2=1kg και ακτίνας R=0,2m. Στο κέντρο μάζας του δίσκου έχουμε περάσει το άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου φυσικού μήκους Lo=1,5m και σταθεράς K=150N/m έτσι ώστε ο δίσκος να μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές ενώ το άλλο άκρο του ελατηρίου βρίσκεται ακλόνητα στερεωμένο στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με το σημείο Α της ράβδου όπως φαίνεται στο σχήμα.
Απομακρύνουμε το κέντρο μάζας του δίσκου κατά x_1=0,3m και την χρονική στιγμή t=0 αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο οπότε ο δίσκος κυλίεται συνεχώς χωρίς να ολισθαίνει πάνω στην ράβδο. Να βρεθούν:
Α) Τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στα σημεία Α και Γ πριν απομακρυνθεί ο δίσκος.
Β) Η εξίσωση της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου σαν συνάρτηση του χρόνου καθώς και η εξίσωση της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης σαν συνάρτηση του χρόνου.
Γ) Να βρεθεί η εξίσωση του μέτρου της δύναμης που ασκείται στην άρθρωση σε συνάρτηση του χρόνου μετά την χρονική στιγμή 0.
Για τον δίσκο $Icm=0,5MR^2$.
ΑΠ: 20N, Uελ=6,75ημ2(10t+π/2) (S.I.), Uταλ=4,5ημ2(10t+π/2) (S.I.),

$$F_a = \sqrt{226\eta\mu^2\left(10t+\frac{\pi}{2}\right)-40\eta\mu\left(10t+\frac{\pi}{2}\right)+400} \quad \text{(S.I.)}$$

36. Κατακόρυφη ταλάντωση και ολική ανάκλαση

Ένα κυλινδρικό δοχείο ακτίνας $R=\sqrt{3}m$ περιέχει νερό ενώ σε σημείο O που βρίσκεται στην κατακόρυφη διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο της επιφάνειας του υγρού, σε βάθος **h** από την ελεύθερη επιφάνεια, βρίσκεται σημειακή φωτεινή πηγή, η οποία στέλνει κωνική δέσμη ακτίνων προς την επιφάνεια του υγρού. Η ακτίνα του φωτεινού δίσκου στην επιφάνεια του υγρού είναι $r=\frac{4\sqrt{3}}{5}m$ και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου της ακτινοβολίας μέσα στο νερό έχει εξίσωση:

$$E(y,t) = 1200\sqrt{3}\eta\mu\left(90\pi \cdot 10^{13}t - 20\pi\sqrt{3} \cdot 10^{5}y\right)(S.I.)$$



α) Να υπολογιστούν:

$α_1$) Η ταχύτητα διάδοσης της ακτινοβολίας στο νερό.

$α_2$) Ο δείκτης διάθλασης του νερού για την δεδομένη ακτινοβολία.

$α_3$) Η κρίσιμη γωνία εξόδου της ακτινοβολίας από νερό προς τον αέρα.

β) Να γραφεί η χρονική εξίσωση του μαγνητικού πεδίου της ακτινοβολίας στο νερό, θεωρώντας ότι τα δύο πεδία είναι συμφασικά.

γ) Να υπολογιστεί το ύψος h από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού που βρίσκεται η φωτεινή πηγή.

δ) Κάποια στιγμή που θεωρείται ως t=0 η φωτεινή πηγή αρχίζει να κινείται από το σημείο O(y=0) κατακόρυφα προς τα πάνω σε διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο K της επιφάνειας του υγρού εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση περιόδου T=1,5 s. Εάν κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης φωτίζεται στιγμιαία ολόκληρη η επιφάνεια του υγρού, να υπολογίσετε:

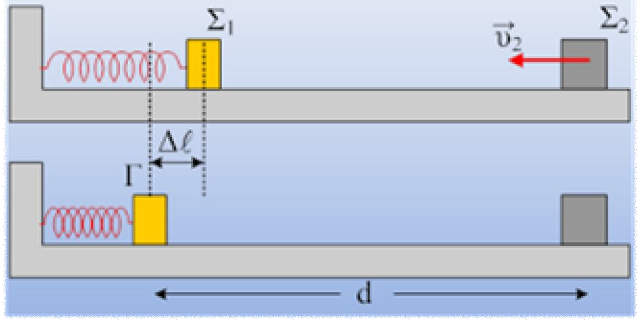
$δ_1$) το πλάτος A και η χρονική εξίσωση απομάκρυνσης της ταλάντωσης της φωτεινής πηγής, θεωρώντας ως θετική την φορά προς τα κάτω

$δ_2$) για πόσο χρόνο στη διάρκεια κάθε περιόδου το εμβαδόν του φωτεινού δίσκου είναι μεγαλύτερο από το 81% του εμβαδού της επιφάνειας του υγρού.

Για τον αέρα θεωρείστε δείκτη διάθλασης $n_{αερ}=1$ και ταχύτητα διάδοσης της ακτινοβολίας στο κενό $c=3\cdot10^8$m/s.

ΑΠ: $1,5\sqrt{3}.10^8 m/s$, $2.\sqrt{3}/3$, 60^0, $B = 8.10^{-6}ημ(90π.10^{13}-20π\sqrt{3}.10^5ψ)$, 0,8m, 0,2m, ψ=0,2ημ[(4π/3)t + π], 0,5s.

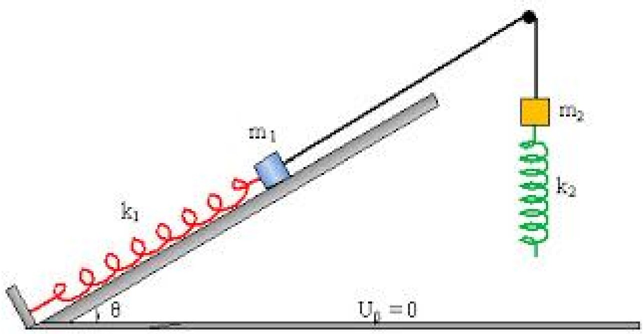
37. Μια πλαστική κρούση και ενέργειες ταλάντωσης.



Ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=20N/m. Μετακινούμε το σώμα $Σ_1$ συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά Δℓ=0,5m, φέρνοντάς το στη θέση Γ. Για t=0 αφήνουμε το σώμα Σ ελεύθερο να ταλαντωθεί, (δεχόμαστε ότι αυτό εκτελεί α.α.τ.) ενώ τη στιγμή αυτή

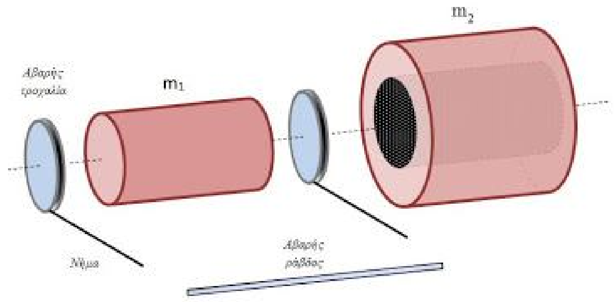
απέχει απόσταση (ΓΔ)= d=5m από ένα δεύτερο σώμα μάζας m_2=3kg, το οποίο κινείται αντίθετα κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου. Τη χρονική στιγμή t_1=1s τα δύο σώματα συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά.
i) Σε ποια θέση συγκρούσθηκαν τα δύο σώματα και με ποια ταχύτητα $υ_2$ κινείτο το δεύτερο σώμα $Σ_2$;
ii) Ποια η ενέργεια ταλάντωσης πριν και μετά την κρούση;
iii) Με ποια ταχύτητα το συσσωμάτωμα θα φτάσει στη θέση Γ;
iv) Ποιο το πλάτος ταλάντωσης μετά την κρούση;
Θεωρείστε ότι και το σώμα $Σ_2$ κινείται χωρίς τριβές, η κίνηση μετά την κρούση είναι απλή αρμονική ταλάντωση και $π^2$ »10.
ΑΠ: 0,5m, -4 m/s, 2,5J, 16.9J, -2,4m/s, 1,3m

38. Ταλάντωση δυο σωμάτων που αρχικά είναι δεμένα με νήμα



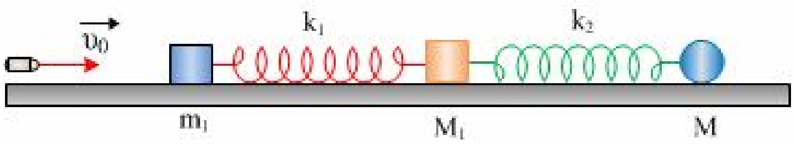
Σώμα, μάζας m_1 = 4 kg, είναι δεμένο στο ένα άκρο ελατηρίου σταθεράς k_1, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο, και μέσω αβαρούς νήματος και ενός τελείως λείου καρφιού, με άλλο σώμα, μάζας m_2 = 6 kg, που φέρει στο κάτω μέρος του ελατήριο σταθεράς k_2 και φυσικού μήκους $?_0$ = 1 m, όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα. Το κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης θ = 30^o και αρχικά το ελατήριο k_1 είναι παραμορφωμένο κατά Δx = 0,2 m. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα μάζας m_1αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, ενώ το σώμα μάζας m_2 αρχικά πέφτει ελεύθερα και μόλις το άκρο του ελατηρίου πατήσει στο έδαφος (στιγμή που θεωρούμε ως t = 0), κολλάει σ' αυτό χωρίς απώλειες ενέργειας. Η ταλάντωση που εκτελεί κατόπιν το σώμα μάζας m_2 έχει εξίσωση απομάκρυνσης $x_2 = A_2ημ(10t + 5π/6)$ (S.I.). Να βρείτε:
α. την σταθερά k_1 του ελατηρίου στο κεκλιμένο επίπεδο.
β. την μέγιστη δυναμική ενέργεια που αποθηκεύει το ελατήριο σταθεράς k_1.
γ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής όταν το σώμα μάζας m_1 διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.
δ. την αρχική βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος μάζας m_2 (πριν κόψουμε το νήμα)θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο δάπεδο.
ε. την ελάχιστη βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος μάζας m_2.
Θεωρούμε ως θετική τη φορά προς τα πάνω για την ταλάντωση του σώματος μάζας m_2. Δίνεται g = 10 m/s^2.
ΑΠ: 200N/m, 4J, 20N, 69J, 42J.

39. Ομοαξονικοί κύλινδροι και κίνηση σε οριζόντιο δάπεδο



Από ομογενή και συμπαγή κύλινδρο μάζας 4m και ακτίνας 2R αφαιρείται ομοαξονικός κύλινδρος μάζας m και ακτίνας R. Προκύπτουν έτσι ένας συμπαγής κύλινδρος μάζας m_1 = m, ακτίνας R και ροπής αδράνειας I_1 = ½ mR² και ένας κοίλος μάζας m_2 = 3m, ακτίνων 2R και R και ροπής αδράνειας $I_2 = {}^{15}/_{2}\ mR^2$.
Στις δύο βάσεις του μικρού κυλίνδρου είναι κολλημένες λεπτές αβαρείς τροχαλίες ίδιας ακτίναςR στις οποίες έχουμε τυλίξει νήματα μήκους ℓ το καθένα.
Τοποθετούμε τον ένα κύλινδρο μέσα στον άλλο και τους αφήνουμε πάνω σε οριζόντιο δάπεδο με τον άξονά τους οριζόντιο.
Δένουμε τις ελεύθερες άκρες των νημάτων στα άκρα αβαρούς ράβδου, ώστε να μπορούμε να ασκούμε ταυτόχρονα και στα δύο ίσες οριζόντιες δυνάμεις πάνω στο επίπεδο της κάθε τροχαλίας.
Συγκρατούμε αρχικά το σύστημα ακίνητο με τα νήματα τυλιγμένα και στη συνέχεια ασκούμε στα άκρα τους συνολική οριζόντια δύναμη μέτρου F, ώστε τα νήματα να ξετυλίγονται χωρίς να γλιστράνε, από το κάτω μέρος της κάθε τροχαλίας, και ο εξωτερικός κύλινδρος να κυλίεται χωρίς ολίσθηση πάνω στο οριζόντιο δάπεδο.
Όσο διαρκεί το ξετύλιγμα των νημάτων οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των δύο κυλίνδρων διατηρούνται σταθερές και η συνολική ιδιοστροφορμή του συστήματός τους παραμένει μηδενική.
Τη στιγμή που τα νήματα ξετυλίγονται πλήρως και φεύγουν από τις τροχαλίες, ο κύλινδρος περνάει σε περιοχή όπου το οριζόντιο δάπεδο είναι λείο.
Ζητούνται:
Α) Να βρεθεί η ταχύτητα υ του κέντρου μάζας του συστήματος των δύο κυλίνδρων τη στιγμή που ξετυλίγονται τα νήματα.
Β) Να βρεθεί η θερμότητα Q που ελευθερώθηκε μέχρι αυτή τη στιγμή.
Γ) Να βρεθεί η θερμότητα Q΄ που ελευθερώνεται μετά το ξετύλιγμα των νημάτων, κατά την κίνηση του συστήματος των δύο κυλίνδρων στο λείο δάπεδο.
Δίνονται:
m = 1kg , R = 0,1m , ℓ = 7,5m , F = 16N.
ΑΠ: 2m/s, 68J, 60J.

40. Ακίνητο σώμα σε εκατέρωθεν ταλαντώσεις

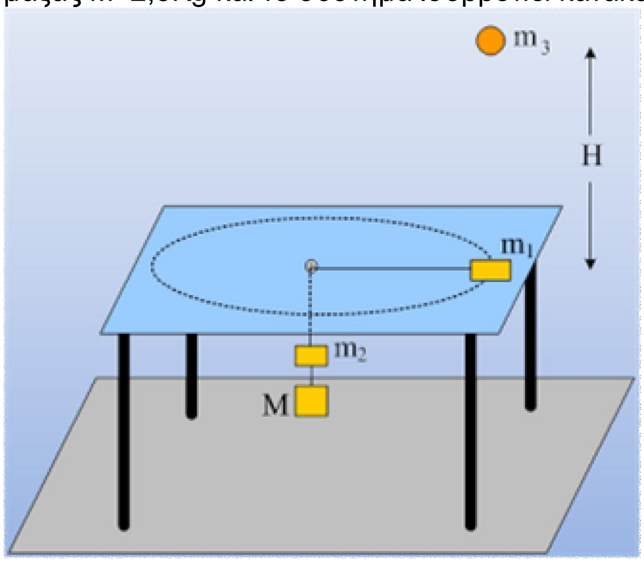


Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε τρία σώματα με μάζες m_1 = 0,99kg, M_1 = 4 kg, M = 5 kg. Το σώμα μάζας M φέρει πάνω του εκρηκτικό μηχανισμό με αισθητήρα κίνησης. Το όλο σύστημα βρίσκεται σε λείο επίπεδο και τα δύο ελατήρια έχουν σταθερές k_1 = 100 N/m και k_2 = 300 N/m. Βλήμα μάζας m_β = 0,01 kg κινούμενο με ταχύτητα μέτρου υ_0 = 300 m/s σφηνώνεται στο σώμα μάζας m_1 και με την κίνηση αυτή ενεργοποιείται ο εκρηκτικός μηχανισμός με αποτέλεσμα το σώμα μάζας M να διασπαστεί σε δύο κομμάτια που κινούνται οριζόντια, το m_2 (που μένει συνδεδεμένο με το ελατήριο σταθεράς k_2) και το m_3.
Μετά την κρούση και την έκρηξη παρατηρούμε ότι το σώμα μάζας M_1 παραμένει

ακίνητο, ενώ τα άλλα δύο σώματα (συσσωμάτωμα $m_β$, m_1 και m_2) εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση.
Θεωρούμε πως η κρούση και η έκρηξη γίνονται ταυτόχρονα. Να βρείτε:
α. την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος αμέσως μετά την δημιουργία του.
β. την ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος μάζας m_2.
γ. τις μάζες m_2 και m_3 που διασπάστηκε το σώμα μάζας M
δ. την ενέργεια που ελευθερώθηκε από την έκρηξη
ε. την τελική ενέργεια του συστήματος των μαζών $m_β$, m_1, M_1, M.
ΑΠ: 4,5J, 1,5J, 3kg, 2kg, 3,75J, 8,25J.

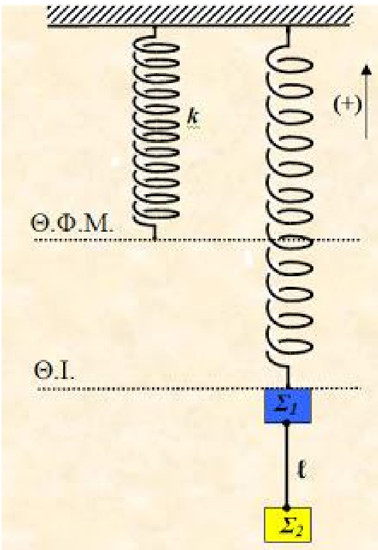
41. Κρούση. Ε και χαλαρά….

Το κιβώτιο του παρακάτω σχήματος έχει μάζας m_1=1kg και μπορεί να κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι ύψους εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας R_1=2m με την βοήθεια οριζόντιου τεντωμένου σκοινιού η άλλη άκρη του οποίου βρίσκεται δεμένη με δεύτερο σώμα μάζας m_2=2,5kg που συνδέεται με νήμα με άλλο σώμα μάζας M=2,5Kg και το σύστημα ισορροπεί κατακόρυφα όπως στο παρακάτω σχήμα.



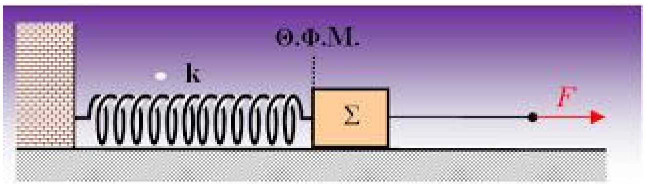
Την στιγμή t=0 εκτοξεύουμε το σώμα μάζας m_1 με κατάλληλη αρχική ταχύτητα μέτρου u_oέτσι ώστε το σώμα μάζας m_1 να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ενώ το σύστημα m_2-M να ισορροπεί κατακόρυφα. Την ίδια χρονική στιγμή t=0 αφήνουμε ελεύθερο τρίτο σώμα μάζας m_3 που βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη με το σώμα m_1 και σε ύψος H που εκτελεί ελεύθερη πτώση. Τα δύο σώματα κάποια χρονική στιγμή t συγκρούονται πλαστικά ενώ το νήμα που συνδέει τα σώματα με μάζες m_2 και M εκείνη τη στιγμή κόβεται. Αμέσως μετά την κρούση και το κόψιμο του νήματος το σώμα μάζας m_2 συνεχίζει να ισορροπεί κατακόρυφα. Να βρεθούν:
Α)Το μέτρο της αρχικής ταχύτητας εκτόξευσης του σώματος με μάζα m_1.
Β)Την μάζα m_3 του σώματος που αφήνεται ελεύθερο.
Γ)Τα πιθανά ύψη H από όπου μπορεί να αφεθεί το σώμα μάζας m_3 για να συμβεί η πλαστική κρούση των δύο σωμάτων.
Δ)Να βρεθεί το ακριβές ύψος H από όπου αφέθηκε ελεύθερο το σώμα μάζας m_3 αν η θερμότητα που παράχθηκε κατά την κρούση δινόταν από τη σχέση
30J <Q<120 J (SI).
Δίνεται το $g=10m/s^2$ και $π^2=10$.
ΑΠ: 10m/s, 1kg, $8k^2$, 8m,32m,72m.

42. Ταλάντωση και κόψιμο νήματος



Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 που φαίνονται στο σχήμα έχουν μάζεςm$_1$=1kg και m$_2$=3kg αντίστοιχα και είναι δεμένα μεταξύ τους με αβαρές και μη εκτατό νήμα μήκους l=0,7m. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στο ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=100N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στην οροφή. Εκτρέπουμε το σύστημα από τη θέση ισορροπίας του κατακόρυφα προς τα κάτω κατάd=0,3m και την χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο να ταλαντωθεί.
Α. i) Να αποδείξετε ότι το σύστημα εκτελεί α.α.τ.
ii) Να γραφεί η χρονική εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος Σ_2 από τη θέση ισορροπίας του και η χρονική εξίσωση της δύναμης που ασκεί το νήμα στο σώμα Σ_2, θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα πάνω.
iii) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση των σωμάτων τη στιγμή που η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου ισούται με τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.
iv) Να βρείτε τη μέγιστη απόσταση d_{max} που μπορούμε να εκτρέψουμε αρχικά το σύστημα, ώστε το νήμα να παραμένει διαρκώς τεντωμένο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.
Β. Κάποια στιγμή που το σύστημα βρίσκεται στην κάτω ακραία θέση της ταλάντωσής του, κόβουμε το νήμα.
i) Να βρεθεί το νέο πλάτος ταλάντωσης του Σ_1.
ii) Να υπολογιστεί η απόσταση των σωμάτων, όταν το Σ_1 ακινητοποιηθεί για $1^η$ φορά μετά το κόψιμο του νήματος.
Δίνονται: $g=10m/s^2$, $\pi^2=10$, και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.
ΑΠ: x=0,3.ημ(5t+3π/2), $T_{1,2}$=30-22,5.ημ(5t+3π/2), -5m/s^2, 0,4m, 0,3m, 1,1m.

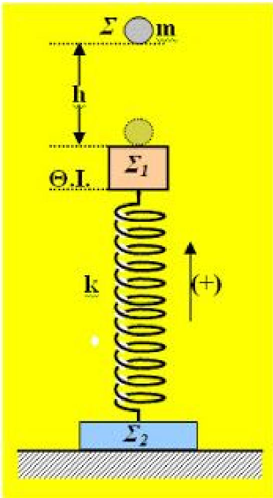
43. Αρμονική ταλάντωση που μετατρέπεται σε φθίνουσα



Ένα σώμα Σ μάζας m=2kg είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=50N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Αρχικά το σώμα ισορροπεί ακίνητο πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο και το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος l_o=0,5m. Στο σώμα έχουμε δέσει μη εκτατό αβαρές νήμα που έχει όριο θραύσεως T_{max}. Ασκούμε στο άλλο άκρο του νήματος κατάλληλη οριζόντια δύναμη , οπότε το σώμα αρχίζει να μετακινείται από τη θέση ισορροπίας του με σταθερή επιτάχυνση μέτρου 7,5m/s^2 και κάποια στιγμή, που τη θεωρούμε ως t=0, το ελατήριο έχει μήκος l_1=0,7m και το νήμα σπάει.
α) Να υπολογίσετε το όριο θραύσεως του νήματος.
β) Για την κίνηση του σώματος μετά το σπάσιμο του νήματος, να υπολογίσετε:
i) την ενέργεια της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα Σ
ii) την χρονική εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του σώματος Σ, θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά
iii) το χρονικό διάστημα στη διάρκεια μίας περιόδου στο οποίο ισχύει K≤3U

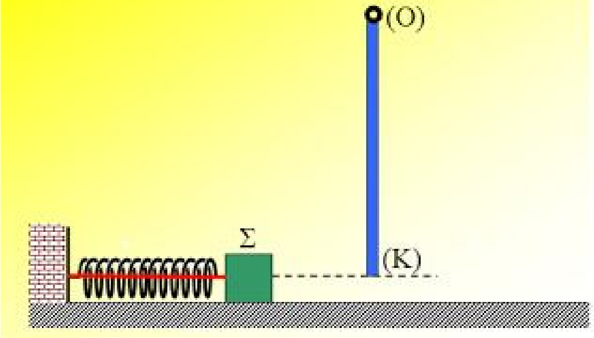
iv) το έργο της δύναμης επαναφοράς από τη χρονική στιγμή $t=0$ έως τη χρονική στιγμή που το ελατήριο βρίσκεται για 1η φορά στην κατάσταση μέγιστης επιμήκυνσής του.
γ) Την χρονική στιγμή $t_1=7T/6$, στο σώμα αρχίζει να ενεργεί δύναμη αντίστασης της μορφήςF$_{αντ}=-b\cdot u$, όπου b θετική σταθερά, με αποτέλεσμα η ταλάντωση να μετατρέπεται σε φθίνουσα. Κάποια στιγμή t_2 όπου το ελατήριο έχει μήκος 0,8m το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου 1m/s και επιταχύνεται με ρυθμό 7,1m/s^2 ενώ την στιγμή t_3 το μέτρο της ταχύτητας είναι κατά 25% μεγαλύτερο του μέτρου της την στιγμή t_2, παίρνοντας έτσι την μέγιστη τιμή του για 1η φορά μετά την επίδραση της δύναμης αντίστασης (με την έννοια του τοπικού ακρότατου). Να υπολογιστούν:
i) η απώλεια μηχανικής ενέργειας στην χρονική διάρκεια $Δt=t_2-t_1$,
ii) η τιμή της σταθεράς b,
iii) η απομάκρυνση του σώματος από την θέση x=0 την χρονική στιγμή t_3.
ΑΠ: 25N, 4J, υ=2.συν(5t+π/6), 4π/15s, -3J,0,75J, 0,8kg/s, 0,02m.

44. Πλαστική κρούση - Ταλάντωση - Χάσιμο επαφής



Δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες $m_1=3kg$ και $m_2=4kg$ είναι δεμένα στα άκρα κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, έτσι ώστε το $Σ_2$ να ακουμπά στο έδαφος και το $Σ_1$ να ισορροπεί ακίνητο στο πάνω άκρο του ελατηρίου. Τρίτο σώμα Σ μάζας m=1kg αφήνεται από ύψος h, στην διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, πάνω από το σώμα $Σ_1$ στην με το οποίο συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται ταλαντώνεται με χρονική εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής x=Αημ[ωt+(5π/6)] θεωρώντας ως t=0 την στιγμή αμέσως μετά την κρούση και θετική την φορά προς τα πάνω. Αν το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου μεγιστοποιείται για 1η φορά μετά την κρούση την χρονική στιγμή t1=(2π/15)s , να υπολογιστούν:
α. η περίοδος ταλάντωσης Τ του συσσωματώματος.
β. η σταθερά k του ελατηρίου και το πλάτος Α της ταλάντωσης.
γ. το ύψος h από το οποίο αφήνεται το σώμα.
δ. η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της δύναμης που ασκείται στο σώμα $Σ_2$ από το οριζόντιο επίπεδο κατά την διάρκεια ταλάντωσης του συσσωματώματος.
ε. το μέγιστο ύψος h από το οποίο μπορεί να αφεθεί το σώμα Σ χωρίς να χάσει την επαφή του με το οριζόντιο επίπεδο το σώμα $Σ_2$ κατά την ταλάντωση του συσσωματώματος που θα δημιουργηθεί.
Δίνεται g=10m/s^2. Θεωρήστε αμελητέα τη χρονική διάρκεια της κρούσης καθώς και της πάσης φύσεως τριβές κατά την κίνηση των σωμάτων.
ΑΠ: 2π/5s, 100N/m, 0,6m, 100N, 60N, 12,6m.

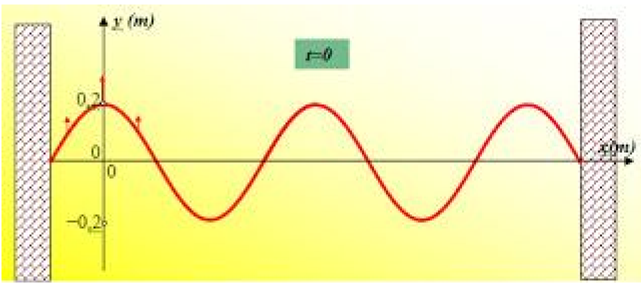
45. Επαναληπτική άσκηση: Ταλάντωση-Κρούση-Στερεό



Σώμα Σ μάζας m=1kg είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράςk=400N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα με τη βοήθεια νήματος ισορροπεί και η τάση του νήματος έχει μέτρο 200N. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα και

το σώμα αρχίζει να κινείται. . Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου συγκρούεται ελαστικά με το κάτω άκρο Κ λεπτής και ομογενούς ράβδου, το οποίο βρίσκεται στην διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου. Η ράβδος μάζας M=2kg και μήκους L=1,2m έχει το άλλο άκρο της Ο στερεωμένο σε άρθρωση και μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο χωρίς τριβές.
Να υπολογίσετε:
α) Να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει Α.Α.Τ και να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης και την γωνιακή συχνότητα.
β) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ αμέσως μετά την κρούση
γ) Να υπολογίσετε την γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.
Για την ράβδο αμέσως μετά την κρούση, να υπολογίσετε:
δ) το μέτρο της δύναμης από τον άξονα περιστροφής αμέσως μετά την κρούση
ε) την μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της γωνιακής της ταχύτητας
στ) Να ελέγξετε εάν εκτελεί ανακύκλωση
Για την ταλάντωση του σώματος μετά την κρούση:
ζ) να γράψετε την χρονική εξίσωση απομάκρυνσης θεωρώντας ως t=0 τη στιγμή της κρούσης και θετική την φορά προς τα δεξιά.
η) Για την χρονική στιγμή T/12,όπου T η περίοδος ταλάντωσης αμέσως μετά την κρούση, να υπολογίσετε:
i) την στροφορμή του σώματος Σ κατά τον άξονα περιστροφής της ράβδου
ii) τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του σώματος Σ κατά τον άξονα περιστροφής της ράβδου
iii) τον ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ελατηρίου
θ) την τιμή του λόγου m/M, ώστε να μεταφερθεί στην ράβδο το 100% της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ πριν την κρούση.
Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το άκρο Ο: $I_{(O)}=(1/3)ML^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.
ΑΠ: 0,5m, ω=20 rad/s, 2m/s, 10rad/s, 60N, 12,5rad/s^2 , εκτελεί ανακύκλωση, x=0,1.ημ20t (S.I.), $1,2\sqrt{3}$ kg m^2/s, -24kgm^2/s^2, $20\sqrt{3}$ J/s, 1/3.

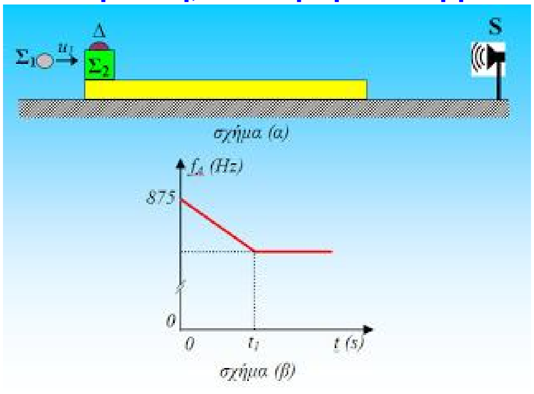
46. Επαναληπτική άσκηση στο στάσιμο κύμα



Μια ομογενής και λεπτή χορδή σταθερού πάχους με σταθερά άκρα διεγείρεται οπότε δημιουργείται πάνω της στάσιμο κύμα με 4 δεσμούς (εκτός των δύο άκρων). Την t=0 που φαίνεται στο διπλανό στιγμιότυπο η κινητική ενέργεια κάθε ταλαντούμενου σημείου της χορδής ισούται με τα ¾ της ολικής ενέργειας ταλάντωσής του, ενώ μετά από χρονικό διάστημα Δt=1/30sη κινητική ενέργεια του κάθε σημείου μηδενίζεται για πρώτη φορά. Αν το μήκος της χορδής είναιL=1m να υπολογίσετε:
α) την απόσταση ενός δεσμού από την μεθεπόμενη κοιλία
β) το πλάτος ταλάντωσης των κοιλιών
γ) την απόσταση ενός δεσμού από την μεθεπόμενη κοιλία όταν τα σημεία της χορδής που ταλαντώνονται έχουν μηδενική κινητική ενέργεια
δ) την συχνότητα με την οποία ευθυγραμμίζονται με τον ημιάξονα Οx τα σημεία της χορδής.
Θεωρώντας ως x=0 τη θέση της $1^{ης}$ κοιλίας (από το αριστερό άκρο της χορδής):
ε) να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος
στ) η διαφορά φάσης δύο σημείων της χορδής που απέχουν από το άκρο Ο αποστάσεις 0,25m και 0,85m.

ζ) Να σχεδιαστεί το στιγμιότυπο τις χρονικές στιγμές
t_1=1/12s, t_2=1/10s και t_3=2/15s στο ίδιο σύστημα αξόνων
η) την επί τοις % μεταβολή της συχνότητας ταλάντωσης της χορδής, ώστε ο αριθμός των δεσμών μεταξύ των άκρων να ελαττωθεί κατά ένας.
0,3m, 0,4m, 0,5m, 10Hz, ψ=0,4.συν5πχ.ημ(10πt + π/6), π, -40%.

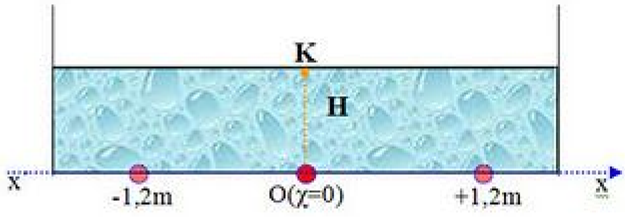
47. Κρούση, ολίσθηση και Doppler



Μία ομογενής σανίδα μάζας M=4kg και μήκους L βρίσκεται ακίνητη πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο αριστερό άκρο της σανίδας, όπως φαίνεται στο σχήμα, βρίσκεται σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=1kg, το οποίο φέρει δέκτη (Δ) ηχητικών κυμάτων αμελητέας μάζας και είναι ελεύθερο να κινηθεί πάνω στη σανίδα, με την οποία εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,4. Σε μεγάλη απόσταση από τη σανίδα και στην ίδια διεύθυνση με το σώμα $Σ_2$ βρίσκεται πηγή Sεκπομπής ηχητικών κυμάτων συχνότητας f_S=850Hz. Ένα δεύτερο σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=0,5kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα $Σ_2$ που βρίσκεται πάνω στη σανίδα, με αποτέλεσμα αμέσως μετά την κρούση, που λαμβάνεται ως t=0, να ενεργοποιηθεί ο δέκτης που φέρει το σώμα $Σ_2$. Στο σχήμα (β) απεικονίζεται η μεταβολή των συχνότητας που καταγράφει ο δέκτης σε συνάρτηση με το χρόνο.
α) Να περιγράψετε την κίνηση του σώματος $Σ_1$ αμέσως μετά την κρούση
Να υπολογίσετε:
β) την ταχύτητα των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ αμέσως μετά την κρούση.
γ) τη συχνότητα f_A που καταγράφει ο δέκτης από τη χρονική στιγμή t_1 και μετά.
δ) τον χρόνο εκπομπής των κυμάτων που εκπέμπει η πηγή και λαμβάνει ο δέκτης (Δ) στο χρονικό διάστημα που το σώμα $Σ_2$ ολισθαίνει πάνω στη σανίδα.
ε) το ελάχιστο μήκος της σανίδας L ώστε να μην το $Σ_2$ να μην εγκαταλείψει την σανίδα κατά την κίνηση του μετά την κρούση
στ) το έργο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το σώμα $Σ_2$, καθώς και το έργο της τριβής ολίσθησης που δέχεται η σανίδα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του σώματος $Σ_2$ πάνω σε αυτή
ζ) την τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος $Σ_2$ και σανίδας ώστε αμέσως μετά την κρούση ο δέκτης του $Σ_2$ να καταγράφει συχνότητα που μειώνεται με ρυθμό $5s^{-2}$.
Δίνεται ότι το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης του ήχου στον ακίνητο αέρα ισούται με 340m/s και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$
ΑΠ: 15m/s, -5m/s, 855Hz, 2s, 10m, -48J, 8J, 0,2.

48. Διάθλαση-Ολική ανάκλαση

Ένα κυλινδρικό δοχείο περιέχει νερό σε βάθος H=0,6m. Στον πυθμένα του δοχείου και στο κέντρο αυτού υπάρχει φωτεινή πηγή εκπομπής μονοχρωματικής ακτινοβολίας με κατεύθυνση πάντοτε προς το κέντρο Κ της κυκλικής ελεύθερης επιφάνειας του νερού.



Α) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου της ακτινοβολίας μέσα στο νερό έχει εξίσωση $E = 1500\sqrt{2}.\eta\mu(75.10^{13}\pi t - 25\sqrt{2}.10^{5}\pi x)$ (S.I.). Αν η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι c=3.10^{8}m/s να βρεθεί

Α-1. Η ταχύτητα διάδοσης της ακτινοβολίας στο νερό.

Α-2. Ο δείκτης διάθλασης του νερού για την δεδομένη ακτινοβολία.

Α-3. Η κρίσιμη γωνία εξόδου της ακτινοβολίας από νερό προς τον αέρα.

Β) Να γραφεί η χρονική εξίσωση του μαγνητικού πεδίου της ακτινοβολίας στο νερό.

Γ) Κάποια στιγμή t=0 η φωτεινή πηγή αρχίζει να εκτελεί οριζόντια απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α=1,2m και περιόδου Τ=1,2s χωρίς αρχική φάση. Αν ο άξονας ταλάντωσης x΄x και το κέντρο Κ της ελεύθερης επιφάνειας του νερού ανήκουν στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, να βρείτε

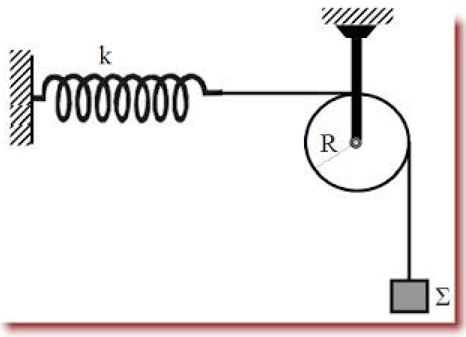
Γ-1. Σε ποια περιοχή του άξονα ταλάντωσης χ΄χ πρέπει να βρίσκεται η πηγή ώστε η ακτινοβολία που στέλνει προς το Κ να διαθλάται προς τον αέρα.

Γ-2. Τα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα της 1^{ης} περιόδου ταλάντωσης της πηγής για την οποία έχουμε διάθλαση της ανωτέρω ακτινοβολίας.

Γ-3. Τη γωνία διάθλασης της ακτινοβολίας που εκπέμπει η πηγή προς το Κ όταν είναι στη θέση $x = -0{,}2\sqrt{3}$m . Για τον αέρα θεωρείστε δείκτη διάθλασης $\eta_{\alpha\varepsilon\rho}$=1.

ΑΠ: $1{,}5\sqrt{2}.10^{8}$m/s , $\sqrt{2}$, 45^{0}, $B = 10^{-5}.\eta\mu(75.10^{13}\pi t - 25\sqrt{2}.10^{5}\pi x)$, $-0{,}6 \le \chi \le 0{,}6$, [0→0,1s - 0,5→0,7s – 1,1→1,2s], 45^{0}.

49. Ταλάντωση και στροφική κίνηση



Στο δοσμένο σχήμα το ελατήριο είναι ιδανικό και έχει σταθερά k=250 N/m. Η τροχαλία θεωρείται ομογενής δίσκος ακτίνας R=20cm και μάζας Μ=3kg και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Το σώμα Σ έχει μάζα m=1kg. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Κατεβάζουμε το σώμα προς τα κάτω κατά 5cm και το αφήνουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή t=0.

α. Να αποδειχθεί ότι το σώμα Σ θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδό της.

β. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος.

γ. Πόση ενέργεια ξοδέψαμε για να πραγματοποιηθεί η ταλάντωση αυτή;

δ. Να υπολογιστεί η μέγιστη τιμή του μέτρου της στροφορμής της τροχαλίας.

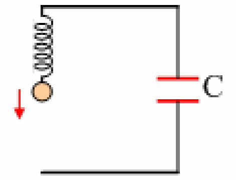
ε. Να υπολογιστεί το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας την χρονική στιγμή t_1=0,1π s, ως προς τον άξονα περιστροφής της.

στ. Να βρεθεί το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης του σώματος ώστε το νήμα να μην χαλαρώσει.

Να θεωρήσετε ότι η δύναμη του ελατηρίου είναι πάντα ίση με την τάση του νήματος που είναι δεμένο το ελατήριο. Για το σώμα να λάβετε σαν θετική την φορά κίνησης προς τα κάτω. Το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας της οποίας η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής είναι MR^{2}/2 και g=10 m/s^{2}.

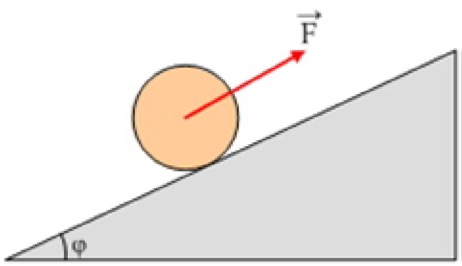
ΑΠ: 0,2π s, x=0,05ημ(10t + π/2), 0,125 J, 0,15 kgm^{2}/s, 1,5 N.m, 0,1m.

50. Μηχανική-Ηλεκτρική ταλάντωση



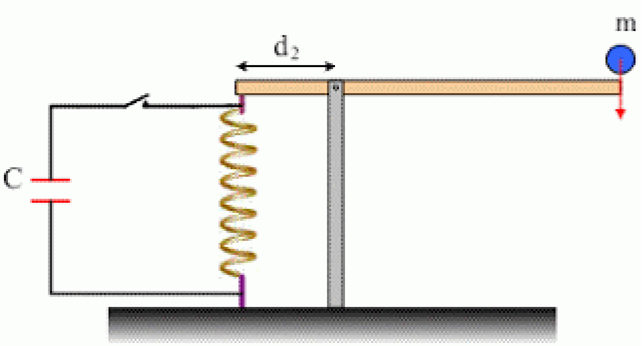
Το παρακάτω σχήμα δείχνει ένα ελατήριο με σταθερά K=10N/m που ταυτόχρονα συμπεριφέρεται και σαν ιδανικό πηνίο. Ο συντελεστής αυτεπαγωγής του όταν έχει το φυσικό του μήκος είναι L=10 mH. Το ελατήριο-πηνίο είναι ακλόνητα στερεωμένο σε αγώγιμο μηδενικής αντίστασης ταβάνι. Ο πυκνωτής χωρητικότητας C=2μF του σχήματος συνδέεται μέσω άκαμπτων χωρίς αντίσταση αγωγών και είναι αρχικά φορτισμένος με φορτίο$Q=2\cdot10^{-4}$ C. Σημειακό αγώγιμο χωρίς αντίσταση σώμα μάζας M= 0,1 kg συνδέεται με το ελατήριο-πηνίο. Ανυψώνουμε το σώμα μάζας Μ κατακόρυφα, ώστε το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος Lo=0,3 m και τη χρονική στιγμή t=0 το εκτοξεύουμε προς τα κάτω με ταχύτητα $υ_0$ έτσι ώστε μόλις που φτάνει στην κάτω αγώγιμη και ακλόνητη ράβδο διπλασιάζοντας έτσι το ελατήριο το φυσικό του μήκος. Εκείνη τη στιγμή το σημειακό σώμα κολλάει στην κάτω ράβδο και έτσι αρχίζουν ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Να βρείτε:
Α) Το μέτρο της αρχικής ταχύτητας $υ_0$.
Β) Τη χρονική στιγμή t_1 έναρξης των ηλεκτρικών ταλαντώσεων.
Γ) Την περίοδο των ηλεκτρικών ταλαντώσεων αν είναι γνωστό ότι ο συντελεστής αυτεπαγωγής ενός πηνίου δίνεται από τη σχέση $L=μμ_0N^2A/\ell$, όπου ℓ το μήκος του πηνίου.
Δ) Την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη στιγμή που η ηλεκτρική ενέργεια του πυκνωτή ισούται με το 1/4 της μέγιστης τιμής της.
Ε) Τη χρονική στιγμή t_2, που η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή ισούται με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου για πρώτη φορά.
Δίνεται $g=10\ m/s^2$.
ΑΠ: $\sqrt{3}$, π/15 s, $2π.10^{-4}$ s, 1 A/s, $π(1/15 + 10^{-4}/4)$ s

51. Κεκλιμένο επίπεδο και μεταβλητή δύναμη



Κύλινδρος μάζας m=2Kg αρχίζει να ανέρχεται κυλιόμενος χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $φ=30^o$ με την βοήθεια μεταβλητής δύναμης της μορφής F=20-10x (S.I.) όπου x η μετατόπιση του κέντρου μάζας πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Η δύναμη ασκείται στο κέντρο του κυλίνδρου στην θέση x=0 την στιγμή t=0 και είναι παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο. Η δύναμη παύει να ασκείται στον κύλινδρο μετά τον μηδενισμό της.
Να βρεθούν:
Α) Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου την στιγμή που η δύναμη που δέχεται ο κύλινδρος από το κεκλιμένο επίπεδο είναι κάθετη προς το κεκλιμένο επίπεδο. Είναι κάποια ειδική ταχύτητα η ταχύτητα του κέντρου μάζας εκείνη την στιγμή;
Β) Να αποδειχθεί ότι τη στιγμή που μηδενίζεται η δύναμη ο κύλινδρος φτάνει στο μέγιστο ύψος από την αρχική του θέση και να βρεθεί το μέγιστο ύψος που θα φτάσει το κέντρο μάζας του κυλίνδρου σε σχέση με την αρχική θέση του.
Γ) Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν αυτός επιστρέψει στην θέση όπου βρισκόταν την στιγμή t=0.
Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου είναι $Icm=0,5MR^2$.
ΑΠ: √10/3 m/sec, μέγιστη, Hmax=1m, √40/3 m/sec

52. Ένα ελατήριο που είναι και πηνίο



Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένα ελατήριο που είναι ταυτόχρονα και πηνίο στο κύκλωμα L-C που θα σχηματισθεί κλείνοντας τον διακόπτη Δ.Το αβαρές ελατήριο-πηνίο αποτελείται από λεπτό μεταλλικό σύρμα που θα κοπεί αν το διαπεράσει ρεύμα έντασης μεγαλύτερης του I≥10mA. Η σταθερά του ελατηρίου είναι K=60N/m και ο συντελεστής αυτεπαγωγής είναι L=0,1H.Οπυκνωτής έχει χωρητικότητα C=10μF και αρχικά φορτισμένος με φορτίο Q=10μC. Η ράβδος του σχήματος έχει μάζα M=3Kg και μήκος L=4m είναι από μονωτικό υλικό και ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια του ελατηρίου-πηνίου. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που βρίσκεται σε απόσταση d_2=1m από το άκρο που είναι στερεωμένο το ελατήριο-πηνίο. Την στιγμή t=0 κλείνουμε τον διακόπτη και την στιγμή που το ελατήριο κόβεται στο άλλο άκρο της ράβδου πέφτει κατακόρυφα με ταχύτητα μέτρου υ= 32m/s ένα σημειακό σώμα m=1Kg που συγκρούεται πλαστικά με την ράβδο. Να βρεθούν:

Α) Η στιγμή που κόπηκε το ελατήριο

Β) Ο ρυθμός μεταβολής ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου την στιγμή που κόβεται το ελατήριο

Γ) Την αρχική επιμήκυνση του ελατηρίου-πηνίου

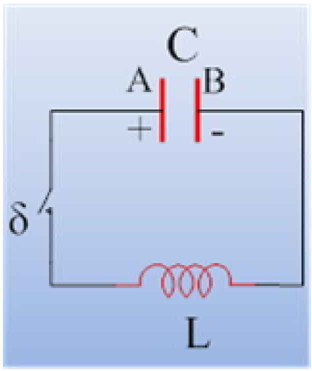
Δ) Το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής για το σύστημα ράβδο-m αμέσως μετά την κρούση.

Ε) Την κινητική ενέργεια του συστήματος όταν η ράβδος γίνει κατακόρυφη για πρώτη φορά.

Για την ράβδο Icm=1/12 M L^2.

ΑΠ: π/2000 sec, 0J/sec, 0,5m, 60Nm, 348J.

53. Ερωτήματα σε ένα κύκλωμα LC.



Ένας πυκνωτής χωρητικότητας 20μF φορτίζεται από πηγή τάσης 50V και αφού απομακρύνουμε την πηγή, τον συνδέουμε στα άκρα ιδανικού πηνίου με συντελεστή αυτεπαγωγής L=2mH, μέσω διακόπτη, όπως στο σχήμα. Τη στιγμή t=0 κλείνουμε το διακόπτη δ.

i) Να βρεθούν οι εξισώσεις του φορτίου του πυκνωτή (του φορτίου του οπλισμού αναφοράς μας A, ο οποίος φέρει αρχικά θετικό φορτίο) και της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο και να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις τους.

ii) Για τις χρονικές στιγμές t_1=π/30 *ms* και t_2=π/6 *ms* να υπολογιστούν:

α) Το φορτίο του πυκνωτή και ο ρυθμός μεταβολής του φορτίου του.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

γ) Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή (η ισχύς του πυκνωτή) και ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου (η ισχύς του πηνίου).

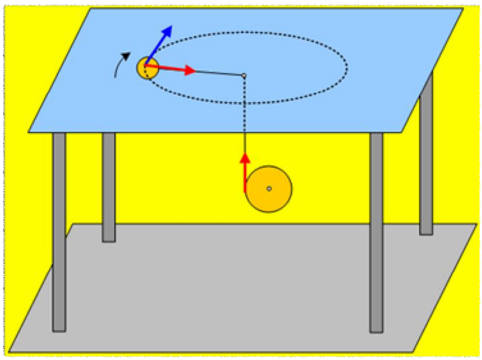
iii) Κάποια στιγμή t_3 το φορτίο του πυκνωτή έχει τιμή q_3=- ½ √3 mC, ενώ η ένταση του ρεύματος είναι i=2,5 A. Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:

α) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή (η ισχύς του πυκνωτή) και ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου (η ισχύς του πηνίου).
iv) Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις για τη στιγμή t_4 που $q_4= ½ \sqrt{3}$ mC, ενώ η ένταση του ρεύματος είναι i=2,5 A.

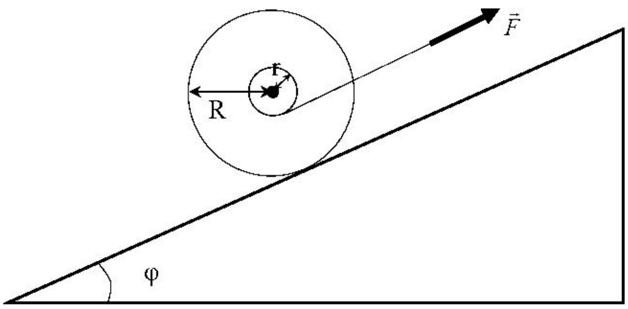
ΑΠ: $q=10^{-3}$συν5000t, i=-5ημ5000t, $\frac{\sqrt{3}}{2}mC$, -2,5C/s, $-12500\sqrt{3}A/s$, $-62{,}5\sqrt{3}$ J/s, $62{,}5\sqrt{3}J/s$, $-\frac{\sqrt{3}}{2}mC$, -2,5C/s, $12500\sqrt{3}A/s$, $62{,}5\sqrt{3}J/s$, $-62{,}5\sqrt{3}J/s$, $12500\sqrt{3}A/s$, $-62{,}5\sqrt{3}$ J/s, $62{,}5\sqrt{3}J/s$, $-12500\sqrt{3}A/s$, $62{,}5\sqrt{3}J/s$, $-62{,}5\sqrt{3}J/s$.

54. Σφαίρα σχοινί και κύλινδρος.



Σφαίρα έχει μάζα m=0,5Kg και ακτίνα r=0,1m και κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε τραπέζι έχοντας σταθερή ακτίνα κυκλικής τροχιάς R=3m.Το σκοινί είναι τυλιγμένο πολλές φορές σε γιο-γιο μάζας M=5Kg και ακτίνας R_2=0,5m που πέφτει ενώ το σκοινί είναι συνεχώς κατακόρυφο όπως στο παρακάτω σχήμα.
Να βρεθούν :
α) Η στροφορμή της σφαίρας γύρω από μία διάμετρό της που βρίσκεται στην ίδια ευθεία με το σκοινί.
β) Η στροφορμή της σφαίρας γύρω από την κάθετη στο τραπέζι και στο κέντρο της κυκλικής τροχιάς αν υποθέσουμε ότι r<<R.
γ) Η στροφορμή του γιο-γιο γύρω από τον άξονα περιστροφής του την χρονική στιγμή t=3s.
δ)Να σχεδιασθούν τα παραπάνω διανύσματα των στροφορμών σε τριασδιάστατο (όσο είναι δυνατόν) σχήμα.
$I_{cmσφαιρας}=0{,}4MR^2$ $I_{cmκυλινδρου}=0{,}5MR^2$.
ΑΠ: 0,2 kgm^2/s, 15 kgm^2/s, 25 kgm^2/s.

55. Κύλιση και στατική τριβή

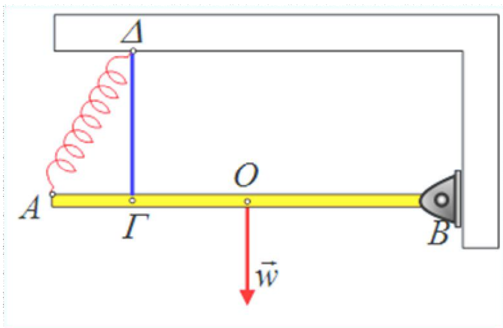


Το στερεό του σχήματος μάζας m = 4 Kg αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R = 0,5 m και r = 0,1 m. Στην περιφέρεια του κυλίνδρου ακτίνας r είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στο άκρο του νήματος ασκείται δύναμη F με διεύθυνση παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο και φορά προς τα πάνω όπως φαίνεται στο σχήμα. Το στερεό μπορεί να κινείται σε κεκλιμένο επίπεδο το οποίο σχηματίζει γωνία φ = 30° με την οριζόντια διεύθυνση.
Α. Να βρείτε το μέτρο της δύναμης F και την ελάχιστη τιμή $μ_1$ του συντελεστή στατικής τριβής ώστε το στερεό να ισορροπεί.
Β. Υπολογίστε το μέτρο της F ώστε στο στερεό να μην ασκείται τριβή. Ποια είναι τότε η επιτάχυνση του κέντρου μάζας;
Γ. Αν ο συντελεστής τριβής έχει την τιμή μ = $1{,}2μ_1$ υπολογίστε τις δυνατές τιμές του μέτρου της F ώστε το στερεό να μην ολισθαίνει.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς άξονα του: $I = 0,5\ kgm^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\ m/s^2$.

ΑΠ: 25N, $\sqrt{3}/12$, 100/7 N, 10/7 m/s^2, 10/7<F<190/7N.

56. Μια ράβδος στρέφεται επιμηκύνοντας το ελατήριο.



Μια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους ℓ=1m και μάζας Μ= 15kg, μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από άρθρωση στο άκρο της Β και ισορροπεί σε οριζόντια θέση δεμένη στο άκρο κατακόρυφου νήματος σε σημείο της Γ, όπου (ΑΓ)=0,2m. Παίρνουμε ένα ιδανικό ελατήριο με σταθερά k=225N/m και φυσικό μήκος ℓ_o=(4/15)m και τεντώνοντάς το, συνδέουμε τα άκρα του στο άκρο Α της ράβδου και στο σημείο πρόσδεσης του νήματος Δ, οπότε ο άξονας του ελατηρίου σχηματίζει με τη ράβδο γωνία φ, όπου ημφ=0,8 (συνφ=0,6).

i) Να βρεθεί η τάση του νήματος.

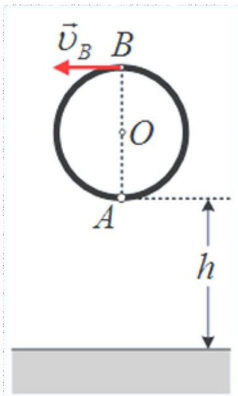
ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Να υπολογισθεί η αρχική επιτάχυνση του άκρου Α της ράβδου.

iii) Να βρεθεί ως προς το άκρο Β της ράβδου, η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, τη στιγμή που το ελατήριο θα γίνει κατακόρυφο, αν δεν αναπτύσσονται τριβές στην άρθρωση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς την άρθρωση I_B= 1/3 $M\ell^2$ και $g=10m/s^2$.

ΑΠ: 78,75N, 12,6 rad/s^2, $5\sqrt{2}$ kgm^2/s, 48 kgm^2/s^2.

57. Μια στρεφόμενη στεφάνη.



Μια στεφάνη μάζας Μ=0,8kg και ακτίνας R=0,5m στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος περνά από το άκρο Α μιας διαμέτρου της ΑΒ και ο οποίος βρίσκεται σε ύψος h=1,35 από το έδαφος, χωρίς τριβές. Σε μια στιγμή η διάμετρος ΑΒ είναι κατακόρυφη και το άκρο Β έχει ταχύτητα υ_B=4m/s.

i) Να βρεθεί η κατεύθυνση της δύναμης, που ασκεί ο άξονας στη στεφάνη στη θέση αυτή και στη συνέχεια να υπολογιστεί το μέτρο της.

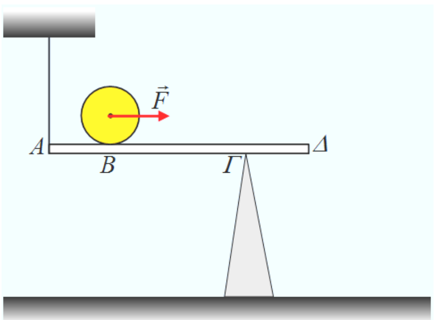
ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σημείου Β, στη θέση που η διάμετρος ΑΒ γίνεται οριζόντια για πρώτη φορά.

iii) Στην παραπάνω θέση, η στεφάνη απελευθερώνεται από τον άξονα και πέφτει στο έδαφος. Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου Ο της στεφάνης τη στιγμή της πρόσκρουσης.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

ΑΠ: 1,6N, 6m/s, 5m/s.

58. Ένας κύλινδρος πάνω σε μια δοκό.



Η ομογενής δοκός ΑΔ μήκους 4m και μάζας Μ=13kg, ισορροπεί σε οριζόντια θέση, δεμένη στο άκρο κατακόρυφου νήματος στο άκρο της Α, ενώ στηρίζεται σε τρίποδο στο σημείο Γ, όπου (ΓΔ)=1m, ενώ πάνω της ηρεμεί ένας κύλινδρος ακτίνας R=0,25m και μάζας m=10kg, σε σημείο Β, όπου (ΑΒ)=1m.

Σε μια στιγμή $t_0=0$ ασκούμε στο κέντρο του κυλίνδρου οριζόντια σταθερή δύναμη F, με αποτέλεσμα ο κύλινδρος να κυλίσει και να εγκαταλείψει τη δοκό από το άκρο της Δ τη χρονική στιγμή $t_1=2s$, οπότε και παύει να ασκείται η δύναμη F. Στη διάρκεια της παραπάνω κίνησης η δοκός παραμένει ακίνητη.

i) Να υπολογιστεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F.

ii) Να βρεθεί ο συνολικός αριθμός των περιστροφών του κυλίνδρου μέχρι τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος, αν το ύψος που βρίσκεται η δοκός είναι h=2m.

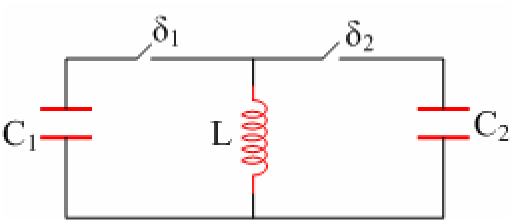
iii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

iv) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ τριπόδου και δοκού για την ισορροπία της δοκού;

Δίνεται για τον κύλινδρο I= ½ mR^2, ως προς τον άξονα περιστροφής του, ενώ $g=10m/s^2$.

ΑΠ: 22,5N, 3,1στροφές, $T_v = 110 - 25t^2$ t<=2s, $T_v = 43{,}3N$ t>2s, 0,0625.

59. Ηλεκτρικές ταλαντώσεις



Για το κύκλωμα του σχήματος δίνεται: $C_1=10^{-4}F$, $C_2=4\cdot10^{-4}F$ και L=1H. Οι διακόπτες $(δ_1)$, $(δ_2)$ είναι αρχικά ανοικτοί και οι πυκνωτές είναι φορτισμένοι με φορτία: $Q_1 = 10^{-2}C$ και $Q_2 = \sqrt{2}.10^{-2}C$ αντίστοιχα

1. Να βρεθεί ο λόγος των τάσεων των δύο πυκνωτών.
2. Κάποια στιγμή που θεωρούμε t=0, κλείνει ο $(δ_1)$ ενώ ο $(δ_2)$ παραμένει ανοικτός. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της τάσης του πηνίου, το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος και το ρυθμό μεταβολής της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου τη χρονική στιγμή όπου η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι τριπλάσια από την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου για πρώτη φορά.
3. Τη χρονική στιγμή $t_1=1{,}75\pi\cdot10^{-2}s$ ανοίγει ο $(δ_1)$ και ταυτόχρονα κλείνει ο $(δ_2)$, χωρίς απώλειες ενέργειας. Πόση ενέργεια παραμένει αποθηκευμένη στον πυκνωτή C_1; Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις της έντασης του ρεύματος $i_2=f(t)$ και του φορτίου του πυκνωτή $q_2= f(t)$, θεωρώντας ως θετική φορά για το ρεύμα τη φορά του ρεύματος στο πηνίο τη στιγμή t_1. Για τις εξισώσεις αυτές να θεωρήσετε ως αρχή μέτρησης του χρόνου t=0 , τη στιγμή που ανοίγει ο $(δ_1)$ και ταυτόχρονα κλείνει ο $(δ_2)$.
4. Δοκιμάστε να γράψετε τις ίδιες εξισώσεις διατηρώντας την αρχή μέτρησης του χρόνου t=0, ίδια με αυτή του ερωτήματος (Β)

ΑΠ: $2\sqrt{2}$, 5.10^3 V/s, -50$\sqrt{3}$ A/s, 25$\sqrt{3}$ J/s, 0,25J, $q_2 = 2.10^{-2}$ημ(50t + π/4), i_2 = 1. συν(50t + π/4), $q_2 = 2.10^{-2}$ημ(50t - 5π/8), i_2 = 1. συν(50t - 5π/8),

60. Σύνθεση Ταλαντώσεων και Κύμα.

Το σημείο Ο γραμμικού ελαστικού μέσου το οποίο ταυτίζεται με τον άξονα χ?Οχ, εκτελεί ταυτόχρονα δύο Α. Α. Τ που γίνονται στην ίδια διεύθυνση, κάθετα στον άξονα χ?χ και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις εξισώσεις:

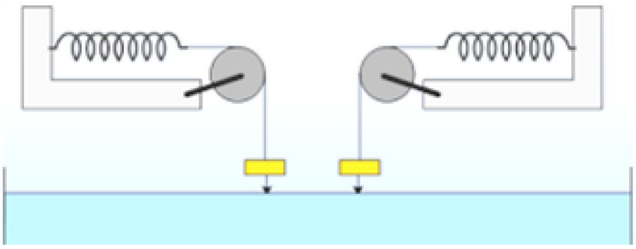
$$y_1 = 0{,}1\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{3})(S.I) \text{ και } y_2 = 0{,}1\sqrt{3}\eta\mu(10\pi t - \frac{\pi}{6})(S.I).$$

1. Να γράψετε την εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης που εκτελεί το σημείο Ο.
2. Θεωρούμε το σημείο Ο σαν πηγή αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του Οχ ημιάξονα. Αν τη χρονική στιγμή t_1 που η πηγή ολοκληρώνει δύο ταλαντώσεις το κύμα φθάνει σε ένα σημείο Γ που απέχει από την πηγή

x_Γ=20cm, να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά μήκος της χορδής.
3. Η φάση της ταλάντωσης ενός σημείου Κ του ελαστικού μέσου την ίδια χρονική στιγμή t_1 ισούται με $\varphi_K=3\pi/2$. Ποια χρονική στιγμή ξεκίνησε να ταλαντώνεται το σημείο αυτό; Να εξετάσετε προς τα πού θα κινηθεί το σημείο Κ αμέσως μετά τη στιγμή t_1.
4. Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης μεταξύ του σημείου Κ και του πιο μακρινού σημείου Η (από την πηγή Ο) του ελαστικού μέσου που αρχίζει να ταλαντώνεται τη στιγμή t_2=0,7s.
5. Να βρείτε τον αριθμό των υλικών σημείων του μέσου, μεταξύ των Κ, Η που έχουν την ίδια απομάκρυνση και την ίδια ταχύτητα με την πηγή κάθε στιγμή.
6. Να βρείτε πόσα υλικά σημεία του ελαστικού μέσου, τη χρονική στιγμή t_2=0,7s, έχουν μέγιστη κινητική και πόσα έχουν δυναμική ίση με $U_{max}/4$.

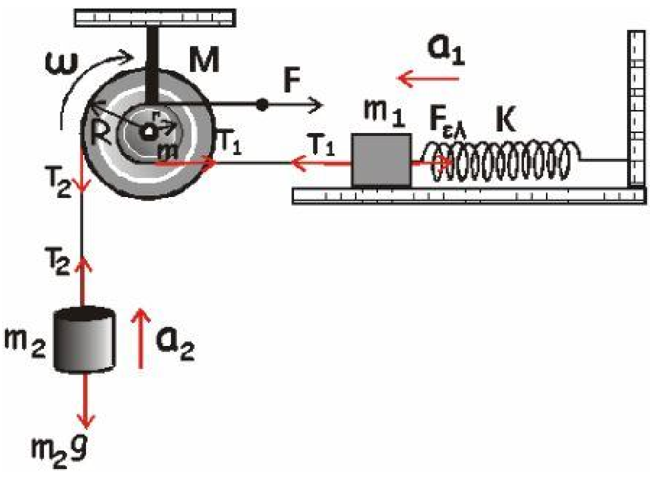
ΑΠ: y = 0,2ημ(10πt), y = 0,2ημ2π(5t -10x), 0,25s, κατά τη θετική φορά, Δφ = 4,5π, 2, 8, 14

61. Ελατήρια, τροχαλίες, ακίδες και συμβολή…



Τα παρακάτω δύο συστήματα είναι πανομοιότυπα και αποτελούνται από:
Τροχαλία μάζας Μ=8Kg σώμα μάζας m=4kg που ισορροπεί με τη βοήθεια μη εκτατού νήματος και ιδανικού ελατηρίου σταθεράς Κ=32N/m, αβαρής κατακόρυφη ακίδα κολλημένη στο κάτω μέρος του σώματος μάζας m που βρίσκεται μέσα σε ήρεμο υγρό όπου μπορούν να διαδοθούν επιφανειακά αρμονικά κύματα με ταχύτητα u=1/π m/s.
Η αρχική οριζόντια απόσταση των δύο ακίδων όταν ισορροπούν είναι d=2m. Κάποια στιγμή που θεωρούμε t=0 δίνουμε στις ακίδες αρχική ταχύτητα μέτρου u_0=0,02m/s την μία ακίδα με φορά προς τα πάνω και την άλλη με φορά προς τα κάτω. Αν το νήμα δεν χαλαρώνει και δεν ολισθαίνει πάνω στην τροχαλία να βρεθούν:
Α) Η περίοδος της κατακόρυφης γ.α.τ. που θα εκτελέσει η κάθε ακίδα.
Β) Οι εξισώσεις των κυμάτων που θα δημιουργήσει η κάθε ακίδα.
Γ) Να βρεθούν πόσα σημεία στο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τις δύο ακίδες παραμένουν ακίνητα.
Να υποτεθεί ότι το πλάτος ταλάντωσης των ακίδων είναι και το πλάτος ταλάντωσης των κυμάτων που δημιουργούνται καθώς και ότι τα κύματα διαδίδονται χωρίς ελάττωση του πλάτους τους.
Δίνεται για την τροχαλία η ροπή αδράνειάς της $I_{cm}=0,5MR^2$.
ΑΠ: πs, ψ_1 = 0,01ημ2π(t/π-r_1), ψ_2 = 0,01ημ[2π(t/π-r_2)+π], 3

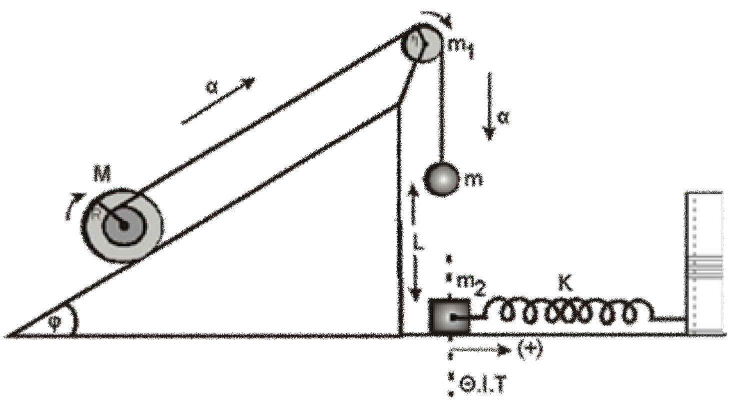
62. Τροχαλία και ελατήριο



Η τροχαλία του σχήματος αποτελείται από δυο συγκολλημένους δίσκους με ακτίνες R=20cm και r=10cm που έχουν κοινό άξονα. Οι δίσκοι περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από τον κοινό τους άξονα και έχουν συνολική ροπή αδράνειας $I=4\times10^{-2}Kg\times m^2$. Τα αβαρή σχοινιά που είναι τυλιγμένα στους δίσκους, έχουν στα ελεύθερα άκρα τους δεμένα τα σώματα με μάζες m_1=4Kg

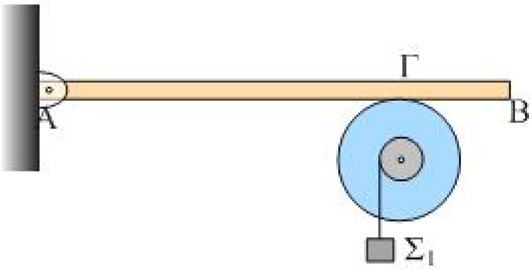
και m_2=2Kg. Το σώμα μάζας m_1, είναι επίσης δεμένο σε οριζόντιο αβαρές ελατήριο K=100N/m και μπορεί να κινείται στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές. Κάποια στιγμή εξασκούμε στο σύστημα την οριζόντια δύναμη F=80N που φαίνεται στο σχήμα. Τότε:
α) Για ποια επιμήκυνση του ελατηρίου η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της τροχαλίας γίνεται μέγιστη;
β)i) Πόση είναι τότε η κινητική ενέργεια του κάθε σώματος;
ii) Ποιος είναι τότε ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος των μαζών;
Αν εκείνη τη στιγμή που η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της τροχαλίας γίνεται μέγιστη κοπεί το νήμα που συνδέει τη μάζα m_1 με την τροχαλία, τότε
γ)i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση α_2 της μάζας m_2 καθώς και η τάση του νήματος που συνδέει την m_2 με την τροχαλία
ii) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος τροχαλία – m_2;
δ)i) Ποια είναι η ενέργεια ταλάντωσης της μάζας m_1 και
ii) Ποιος είναι ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της m_1 καθώς αυτή ταλαντώνεται; Δίνεται g=10m/s^2.
ΑΠ: =0,4m, 2J, 4J, 2J, 0J/s, 20/3 m/s^2, 100/3N, 40J/s, 10J, 50J/s

63. Κύλινδρος, τροχαλία, κρούση και ταλάντωση



Πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ=30^0 βρίσκεται ένας κύλινδρος μάζας M=2Kg ακτίνας R=0,4m. Σε απόσταση r=R/2 από το κέντρο του κυλίνδρου και πάνω σε αυτόν βρίσκεται τυλιγμένο κατάλληλα ένα αβαρές σχοινί που μπορεί να ξετυλίγεται χωρίς να γλιστρά.
Το σχοινί περνάει από το αυλάκι μιας σταθερής τροχαλίας μάζας m_1=2Kg και ακτίνας r_1=0,1m, στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο σώμα μάζας m=1Kg. Αν αφήσουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί και αν ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει τότε να υπολογιστούν:
Α) α) η επιτάχυνση της μάζας m
β) η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου και της τροχαλίας
γ) Οι τάσεις στα άκρα του σχοινιού
δ) Η σταθερή στατική τριβή που δέχεται ο κύλινδρος από το κεκλιμένο επίπεδο
Β) Να υπολογιστούν:
α) ο ρυθμός αύξησης της στροφορμής της τροχαλίας και του κυλίνδρου
β) η ταχύτητα του σώματος μάζας m, τη στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους L=0,32m . Ποιος είναι τότε ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου της τροχαλίας καθώς και της μάζας m;
Γ) Αν τη στιγμή εκείνη κόβεται το νήμα και η μάζα m, συγκρούεται πλαστικά με τη μάζα m_2=1Kg που πραγματοποιεί α.α.τ με εξίσωση x=ημ(5t) (S.I) και εκείνη τη στιγμή βρίσκεται στη θέση ισορροπίας της, κινούμενη προς τη θετική κατεύθυνση, τότε να βρείτε την εξίσωση της α.α.τ του συσσωματώματος μετά την πλαστική κρούση.
Δίνεται η ροπή αδράνειας ως προς το Κ.Μ του κυλίνδρου $I_K=1/2MR^2$ και της τροχαλίας $I_\tau=1/2m_1r_1^2$.
ΑΠ: 1m/s^2, 5/3 rad/s^2, 10 rad/s^2, 9N, 8N, 10/3N, 4/15 kgm^2/s^2, 0,1 kgm^2/s^2, 0,8m/s, x=ημ5t

64. Μια ισορροπία και μια περιστροφική κίνηση.



Ένα στερεό Κ αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, που συμπίπτει με τον άξονα των δύο κυλίνδρων, ακτίνων R=0,5m και r=0,2m. Γύρω από τον κύλινδρο με την μικρότερη ακτίνα έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα στο κάτω άκρο του οποίου έχουμε δέσει ένα σώμα Σ_1 μάζας 2kg. Το στερεό Κ ισορροπεί, όταν πάνω του στηρίζεται μια ομογενής δοκός (ΑΒ) μήκους 4m και μάζας 6kg, η οποία συνδέεται με άρθρωση στο άκρο της Α. Η δοκός είναι οριζόντια και στηρίζεται στο στερεό σε σημείο Γ, όπου (ΓΒ)=1m, όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ δοκού και στερεού Κ είναι μ=0,3.

i) Να βρεθεί η οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που δέχεται η δοκός από την άρθρωση.

Λύνουμε το σώμα Σ_1 και το αντικαθιστούμε με άλλο σώμα Σ μάζας 10kg, το οποίο αφήνουμε να κινηθεί, από ύψος h=2m από το έδαφος. Το σώμα Σ χρειάζεται 2s για να φτάσει στο έδαφος.

ii) Να αποδειχθεί ότι η κίνηση του σώματος Σ είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

iii) Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού Κ στη διάρκεια της πτώσης.

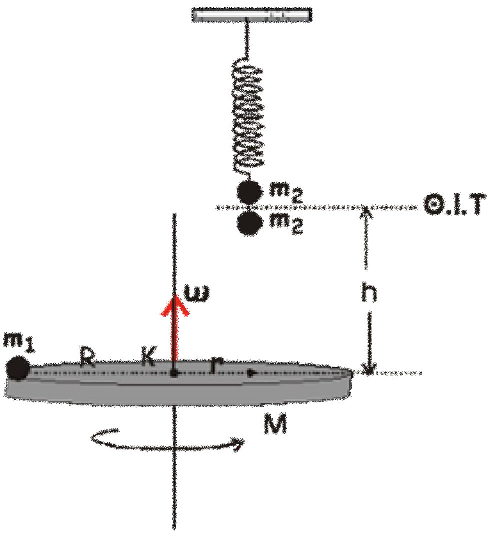
iv) Να υπολογιστεί η ροπή αδράνειας του στερεού Κ.

v) Τι ποσοστό της αρχικής δυναμικής ενέργειας του σώματος Σ, μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια εξαιτίας της τριβής;

Θεωρείστε μηδενική τη δυναμική ενέργεια στο έδαφος και $g=10m/s^2$.

ΑΠ; 8Ν, 20Ν, $5rad/s^2$, $2{,}4kgm^2$, 30%

65. Δίσκος - ελατήριο



Ο δίσκος του σχήματος μάζας Μ=880g ακτίνα R=0,5m και περιστρέφεται αντιωρολογιακά με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω=10 rad/s.
Στην περιφέρεια του δίσκου υπάρχει μάζα m_1=1Kg, ενώ πάνω από το δίσκο ταλαντώνονται δυο μάζες m_2, με m_2=1Kg και με εξίσωση ταλάντωσης x=0,1ημ100t. Η θέση ισορροπίας των μαζών απέχει από το δίσκο κατακόρυφη απόσταση h=2,2m.

Α) Τη στιγμή που η το σύστημα που ταλαντώνεται βρίσκεται στη θέση ισορροπίας αποκολλάται η κάτω m_2. Με ποια ταχύτητα φτάνει τότε αυτή στο δίσκο;

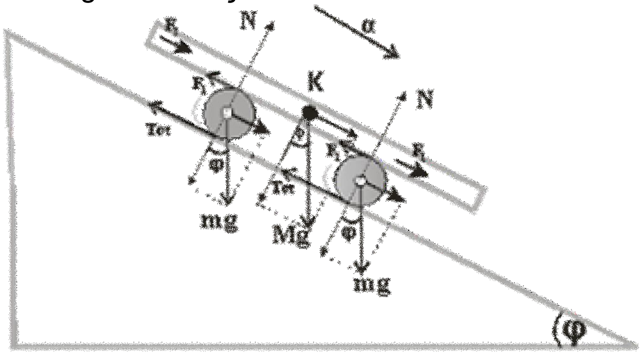
Β) Μόλις η m_2 φτάσει στο δίσκο συγκρούεται πλαστικά με το σύστημα δίσκος – m_1. Σε ποια απόσταση r από το κέντρο Κ του δίσκου πρέπει να συγκρουστεί η m_2, ώστε η κινητική ενέργεια του συστήματος που περιστρέφεται να μεταβληθεί κατά 20%; Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

Γ) Μια επόμενη χρονική στιγμή t_1 μετά την κρούση, με έναν εσωτερικό εκρηκτικό μηχανισμό η m_1 εκτοξεύεται εφαπτομενικά με αρχική ταχύτητα u_1=80cm/s αντίθετης φοράς απ' αυτή της περιστροφής του δίσκου. Ποια σταθερή εφαπτομενική δύναμη

πρέπει να ασκήσουμε μετά την έκρηξη στην περιφέρεια του δίσκου, ώστε αυτός να σταματήσει να περιστρέφεται αφού διαγράψει γωνία θ=10π rad;
Δ) i) Ποιος είναι ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος τη στιγμή που εφαρμόζεται η δύναμη;
ii) Σε πόσο χρονικό διάστημα σταματάει η περιστροφή του συστήματος;
iii) Πόσες ταλαντώσεις πραγματοποιεί τότε η m_2, που είναι δεμένη στο ελατήριο στο παραπάνω χρονικό διάστημα;
Τριβές δεν υπάρχουν. Δίνεται για το δίσκο $I_δ = 5{,}0MR^2$ και ακόμη $g=10m/s^2$
ΑΠ: 12m/s, 0,3m, 8/π N, 4/π kgm^2/s^2, πs, $50\sqrt{2}$

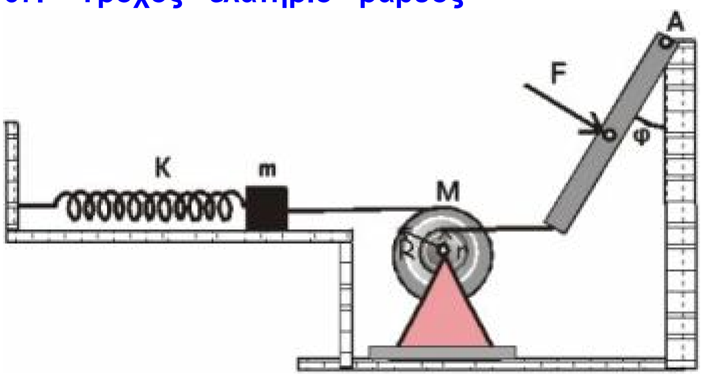
66. Ράβδος - κύλινδροι - κεκλιμένο επίπεδο

Μια ράβδος μάζας M=12Kg στηρίζεται πάνω σε δυο όμοιους κυλίνδρους μάζας m=4Kg ο καθένας και ακτίνα r =4cm.



Το σύστημα των σωμάτων βρίσκεται πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσεως $φ=30^0$, όπως φαίνεται στο σχήμα και κινείται προς τα κάτω. Υποθέτοντας ότι οι κύλινδροι κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν τότε, να υπολογιστούν:
α) Η επιτάχυνση της ράβδου,
β) Η γωνιακή επιτάχυνση του κάθε κυλίνδρου
γ) Η δύναμη που ασκείται μεταξύ του κάθε κυλίνδρου και της δοκού
δ) Η στατική τριβή ανάμεσα στον κάθε κύλινδρο και το κεκλιμένο επίπεδο
ε) Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος μετά από χρόνο t=0,3s από τη στιγμή που ξεκίνησε η κίνησή του.
Δίνεται η ροπή αδράνειας κυλίνδρου μάζας m και ακτίνας r, $I_{cm}=1/2mr^2$ και $g=10m/s^2$.
ΑΠ: 16/3 m/s^2, 200/3 rad/s^2, 2N, 22/3 N, 19,2J,

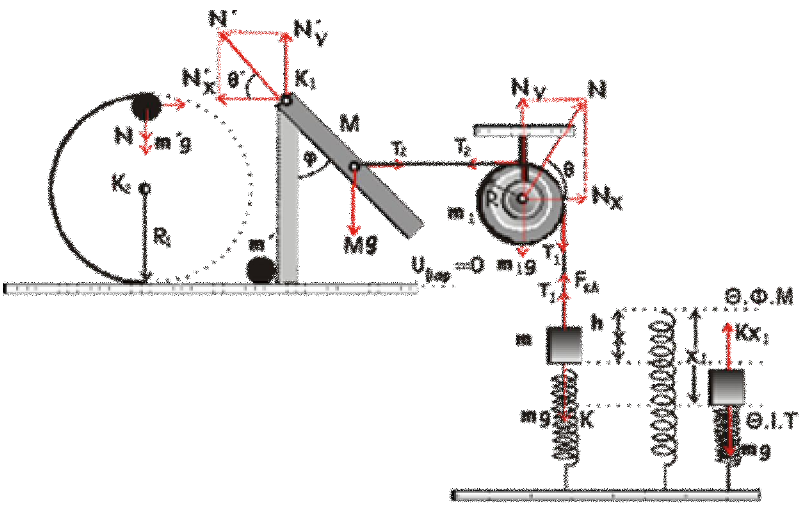
67. Τροχός - ελατήριο - ράβδος



Στη διάταξη του σχήματος ο τροχός έχει μάζα M=0,6Kg και ακτίνα R=10cm. Στην περιφέρεια του τροχού είναι τυλιγμένο γύρω της, αβαρές νήμα στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο σώμα μάζας m=0,1Kg. Το σώμα μάζας m είναι επίσης δεμένο στο οριζόντιο ελατήριο του σχήματος σταθεράς K=90N/m. Επίσης σε απόσταση r=R/2 από το κέντρο του τροχού είναι δεμένο ένα δεύτερο νήμα, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο στο άκρο ράβδου μάζας $M_ρ$=3 Kg και μήκους L=1m. Στο μέσο της ράβδου ασκείται κάθετα σε αυτή και με τη φορά που φαίνεται στο σχήμα δύναμη F=30N και η ράβδος ισορροπεί σχηματίζοντας με την κατακόρυφο γωνία φ= rad με ημφ=0,6.
α) Αν αρχικά όλο το σύστημα ισορροπεί τότε να υπολογιστεί η τάση στα άκρα των δυο νημάτων.
β) Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει τη ράβδο με τον τροχό. Πόση είναι τότε η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου;

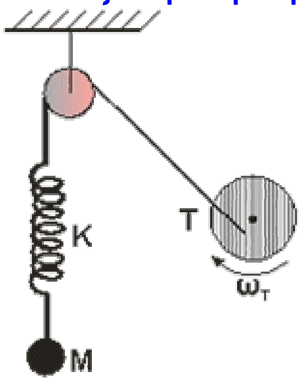
γ) Μόλις η ράβδος γίνει κατακόρυφη συγκρούεται με κατακόρυφο τοίχο. Ποια είναι η απώλεια κινητικής ενέργειας κατά την κρούση της ράβδου με τον τοίχο αν τελικά η ράβδος σταματά να περιστρέφεται;
δ) Μόλις η μάζα m τη χρονική στιγμή $t_0=0$, φτάσει στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, κόβεται και το νήμα που τη συνδέει με τον τροχό.
i) Ποια είναι η εξίσωση της α.α.τ που θα πραγματοποιήσει η μάζα m; Θεωρείστε την προς τα δεξιά φορά θετική.
ii) Ποια είναι η γωνιακή ταχύτητα του τροχού όταν η μάζα m πραγματοποιήσει μια ταλάντωση; Τριβές δεν υπάρχουν. Δίνεται για τον τροχό $I=1/2M\times R^2$ και για τη ράβδο $I_\rho=1/3M_\rho\times L^2$ ακόμη $g=10m/s^2$.
ΑΠ: 30Ν, 15Ν, $24rad/s^2$, 3(1+π)J, x= 1/12 ημ(30t+π), 25 rad/s.

68. Τροχαλία_ελατήριο_ανακύκλωση
N



Η τροχαλία του σχήματος έχει μάζα $m_1=0,2Kg$ και ακτίνα R. Στην περιφέρεια της τροχαλίας είναι τυλιγμένο γύρω της, αβαρές νήμα στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο σώμα μάζας m=0,8Kg. Το σώμα μάζας m είναι επίσης δεμένο στο κατακόρυφο ελατήριο του σχήματος σταθεράς K=80N/m. Το άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο στο μέσο ράβδου μάζας M=0,6Kg και μήκους L=1m που αρχικά ισορροπεί σχηματίζοντας με την κατακόρυφο γωνία $\varphi=45^0$.
Το σύστημα αρχικά ισορροπεί.
α) Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου, για την αρχική ισορροπία του συστήματος,
β) Να υπολογίσετε τις δυνάμεις N και N΄ που ασκούνται στην τροχαλία και στη ράβδο αντίστοιχα από τους άξονες περιστροφής
γ) Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει την τροχαλία με τη ράβδο τότε,
i) Να υπολογίσετε την αρχική επιτάχυνση της μάζας m και
ii) Να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου μόλις αυτή γίνει κατακόρυφη,
δ) Μόλις η ράβδος γίνει κατακόρυφη το κατώτερο σημείο της συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητη σημειακή μάζα m΄=0,2Kg. Η m΄ τότε αρχίζει να ολισθαίνει και συναντάει κυκλική στεφάνη ακτίνας R_1. Ποια μπορεί να είναι η μέγιστη ακτίνα της στεφάνης, ώστε η m΄ να κάνει ασφαλή ανακύκλωση; Τριβές δεν υπάρχουν. Δίνεται για την τροχαλία $I=\cdot 2/1 m_1\cdot R^2$ και για τη ράβδο $I_\rho=\cdot 21/1 M\cdot L^2$ ακόμη $g=10m/s^2$ και sqr2=1,4.
ΑΠ: $2,5.10^{-2}$m, 10N, εφθ = 4/3, $6\sqrt{2}$ N, 45^0, 20/3 m/s^2, 3 rad/s, 0,18m

69. Εξαναγκασμένη ταλάντωση



Ένα σώμα μάζας M=1 Kg είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς K=4 N/cm. Όταν το σώμα ταλαντώνεται ελεύθερα, ενεργεί πάνω του δύναμη αντίστασης της μορφής $F_{αντ}$= -0,2×υ (S.I). Για να διατηρείται το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος σταθερό και ίσο με A=20 cm, ασκούμε στο σύστημα εξωτερική περιοδική δύναμη μέσω του τροχού Τ, που τον στρέφουμε με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $ω_T$=30 rad/s (σχήμα).

α. Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης x(t) και της ταχύτητας υ(t) της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θεωρώντας ότι τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο κατά τη θετική κατεύθυνση.

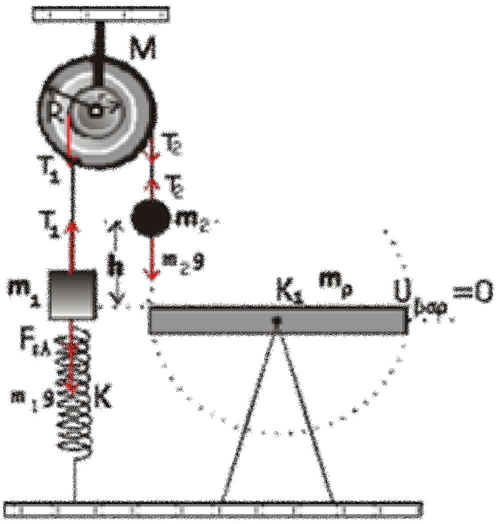
β. Να παραστήσετε γραφικά με το χρόνο και για το χρονικό διάστημα από t=0 έως t=2π/15 s το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ενεργεί στο σώμα κατά την εξαναγκασμένη ταλάντωσή του. Με ποια περίοδο μεταβάλλεται το μέτρο της συνισταμένης δύναμης;

γ. Να βρείτε την απόλυτη τιμή του ρυθμού απορρόφησης ενέργειας από τη δύναμη της αντίστασης σε συνάρτηση με το χρόνο. Ποια είναι η μέγιστη τιμή του ρυθμού αυτού;

δ. Αν αυξήσουμε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τροχού, τα πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα αυξηθεί, θα μειωθεί ή θα παραμείνει αμετάβλητο; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ΑΠ: υ = 6συν30t, F = -180ημ30t, T/2 = π/30s, $dW_{Fαντ}$ = 7,2συν^{2}30t, θα μειωθεί.

70. Τροχαλία_ελατήριο_ράβδος



Η τροχαλία του σχήματος έχει μάζα M=2Kg και ακτίνα R=20cm. Σε απόσταση r=R/2 από το κέντρο της υπάρχει ένα αυλάκι το οποίο είναι τυλιγμένο με αβαρές νήμα, στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο σώμα μάζας m_1=1Kg. Το σώμα μάζας m_1 είναι επίσης δεμένο στο κατακόρυφο ελατήριο του σχήματος σταθεράς K=100N/m. Στην περιφέρεια της τροχαλίας είναι επίσης τυλιγμένο γύρω της, αβαρές νήμα στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο σώμα μάζας m_2=1Kg. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί.

α) Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου, για την αρχική ισορροπία του συστήματος.

β) Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει τη m_1 με την τροχαλία, τότε:

i) Να γράψετε την εξίσωση της ταλάντωσης που πραγματοποιεί η m_1 και

ii) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της m_2,

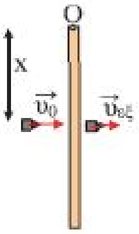
γ) Η m_2 αφού διανύσει απόσταση h=0,4m σπάει το νήμα που τη συνδέει με την τροχαλία και συγκρούεται πλαστικά, χτυπώντας στο άκρο οριζόντιας ράβδου. Η ράβδος έχει μάζα $m_ρ$=3 Kg, μήκος L=1m. Ακόμη στηρίζεται στο κέντρο της K_1, σε τριγωνική βάση ενώ μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα χωρίς τριβές. Τότε,

i) Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση όταν το σύστημα ράβδος – m_2, έχει περιστραφεί κατά 180^0 και

ii) Να υπολογιστεί η γωνία στροφής για την οποία το σύστημα ράβδος – m_2 ηρεμεί στιγμιαία.

ΑΠ: 0,1m, x=0,2ημ(10t+π/2), 5 m/s^2, -10rad/s^2, 191,5^0.

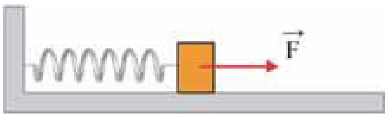
71. Ανοίγοντας μια οπή σε ξύλινη ράβδο



Ξύλινη ομογενής ράβδος μάζας M=1,2Kg και μήκους l=2m ισορροπεί κατακόρυφη με την βοήθεια οριζόντιου καρφιού που υπάρχει στο ανώτερο άκρο της ράβδου. Για να ανοίξουμε μία μικρή σημειακή οπή και να αφαιρέσουμε όλη τη μάζα του ξύλου που περιέχει η οπή χρειάζεται να δαπανήσουμε ελάχιστη ενέργεια Emin= 30/7 J. Η μάζα του ξύλου που θα αφαιρεθεί για να ανοίξει η οπή είναι Δm=0,2Kg. Ειδικό βλήμα μάζας m=0,8Kg κινείται με οριζόντια ταχύτητα $υ_o$ μόλις και διαπερνά την ξύλινη ράβδο συμπαρασέρνοντας και όλη τη μάζα που βρίσκει μπροστά του. Η δημιουργία της οπής δεν αλλάζει θέση στο κέντρο μάζας της ράβδου ενώ η μάζα του βλήματος μετά την διέλευσή του μέσα από την ξύλινη ράβδο γίνεται m΄=1Kg. Αν η ράβδος που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το οριζόντιο καρφί μόλις και καταφέρνει να φτάσει σε οριζόντια θέση να βρεθούν:

Α. Η απόσταση του βλήματος από τον άξονα περιστροφής την στιγμή της κρούσης.
Β. Η ροπή αδράνειας της ξύλινης ράβδου μετά την κρούση με το βλήμα αν η οπή θεωρηθεί σημειακή.
Γ. Η αρχική ταχύτητα του ειδικού βλήματος πριν την κρούση με την ξύλινη ράβδο.
Δ. Την θερμότητα που θα παραχθεί κατά την παραπάνω κρούση.
Δίνεται για την ράβδο I_o=1/3.M.L^2.
ΑΠ: 1m, 1,4Kg.m^2, 30/√7 m/s, 30J

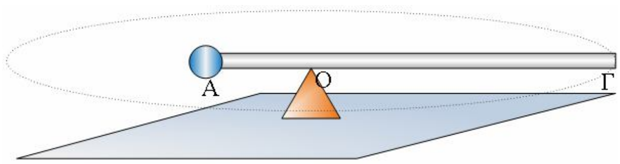
72. Μεταβλητή δύναμη και ταλάντωση.



Στο ελεύθερο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθερά K=400N/m στερεώνεται σώμα μάζας m=1kg,το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο. Το σώμα είναι επίσης δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου νήματος, το οποίο βρίσκεται στην προέκταση του άξονα του ελατηρίου. Το σώμα ισορροπεί στην Θ.Φ.Μ.Ε. Στο άλλο άκρο του νήματος ασκείται δύναμη F=50+300x όπου x η απόσταση του σώματος από τη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου. Όταν η ταχύτητα του σώματος γίνεται μέγιστη το νήμα σπάει
και το σώμα εκτελεί α.α.τ. Να υπολογιστούν:
Α. Το πλάτος ταλάντωσης του σώματος μετά το κόψιμο του νήματος.
Β. Να βρεθεί ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας
του σώματος μετά το κόψιμο του νήματος. Δίνεται η σχέση ημ2x=2συνx.ημx

ΑΠ: $\frac{\sqrt{5}}{4}$m, 1250J/s

73. Δύναμη σε σημειακό σώμα στο άκρο ράβδου



Στο παρακάτω σχήμα η λεπτή ράβδος ΑΓ έχει μάζα m=1kg και μήκος L=0,6m ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια υποστηρίγματος ενώ στο ένα της άκρο Α υπάρχει κολλημένο σημειακό σώμα μάζας m_1=1kg.
Την χρονική στιγμή t=0 ασκούμε στο άκρο Γ οριζόντια δύναμη F_1 που είναι συνεχώς κάθετη στην ράβδο και μεταβάλλεται σύμφωνα με την σχέση F_1=10-2θ (SI) όπου θ η γωνία που διαγράφει η ράβδος.Να βρεθούν:
α)Η ροπή αδράνειας της ράβδου γύρω από το άξονα περιστροφής της.
β)Η μέγιστη κινητική ενέργεια της ράβδου-μπαλακίου αν η δύναμη F_1 καταργείται μετά τον μηδενισμό της.
γ)Το μέτρο της δύναμης που ασκεί η ράβδος στο σημειακό σώμα μετά την απόκτηση της μέγιστης κινητικής ενέργειας. I_{cm}=1/12ML^2.
ΑΠ: 0,075kg m^2, 11, 25 J, 46N