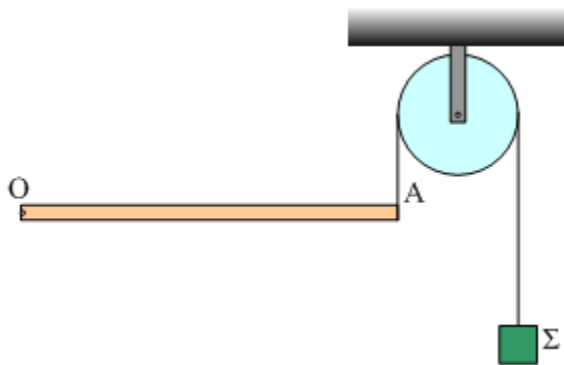


Προς τα πού θα κινηθεί το σώμα Σ;



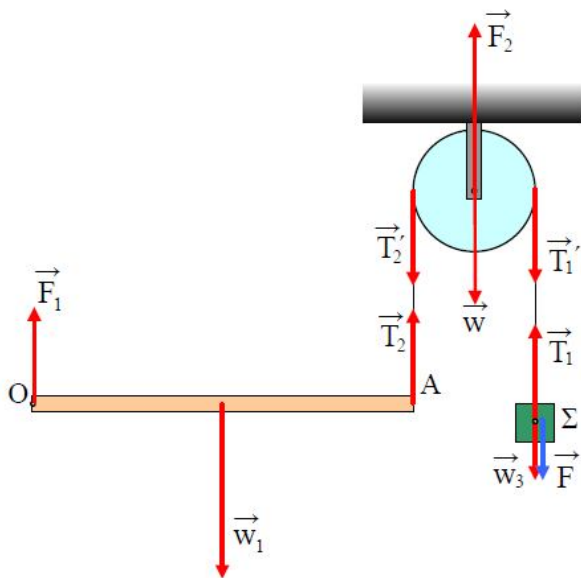
Η ομογενής ράβδος OA μήκους  $l$  και μάζας  $m_1 = 3\text{kg}$  μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο του O. Το άλλο άκρο της A, δένεται στο ένα άκρο αβαρούς νήματος. Το νήμα αφού περάσει από το αυλάκι μιας τροχαλίας καταλήγει σε ένα σώμα Σ μάζας  $m_3 = 1\text{kg}$ . Το σύστημα συγκρατείται έτσι ώστε η ράβδος να είναι οριζόντια, όπως στο σχήμα.

i) Αν αφήσουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί το σώμα Σ θα κινηθεί προς

τα πάνω ή προς τα κάτω;

ii) Να βρείτε την επιτάχυνση του σώματος Σ, αν η τροχαλία έχει μάζα  $m_2 = 6\text{kg}$ . Δίνεται ότι το νήμα δεν γλιστρά στο αυλάκι της τροχαλίας και δεν εμφανίζονται τριβές ούτε στον άξονα της τροχαλίας, ούτε στον άξονα περιστροφής της ράβδου. Δίνονται ακόμη οι ροπές αδράνειας ως προς τους άξονες περιστροφής, για τη ράβδο  $I_1 = 1/3 m_1 \cdot l^2$  και για την τροχαλία  $I_2 = 1/2 m_2 R^2$  ενώ  $g = 10\text{m/s}^2$ .

Απάντηση



i) Θα υπολογίσουμε τη δύναμη που πρέπει να ασκείται στο σώμα Σ για να ισορροπεί. Αφού το νήμα είναι αβαρές για τα μέτρα των δυνάμεων ισχύει  $T_1 = T_1'$  και  $T_2 = T_2'$  και επειδή η τροχαλία ισορροπεί:  $\Sigma \tau = 0$  ή  $T_1 R' - T_2' R = 0$  συνεπώς:  $T_1 = T_1' = T_2 = T_2'$ . Αφού και ράβδος ισορροπεί:  $\Sigma \tau = 0$  ή  $T_2 l - w l / 2 = 0$  ή  $T_2 = m_1 g / 2 = 15\text{N}$ . Ερχόμαστε τώρα στο σώμα Σ το οποίο για να ισορροπεί, αφού δέχεται δύναμη (τάση νήματος) με φορά προς τα πάνω και το βάρος από τη Γη, μέτρου  $m_3 g = 10\text{N}$ , θα πρέπει

να δεχτεί δύναμη F με κατεύθυνση προς τα κάτω και μέτρου  $F = T - w = 5\text{N}$ .

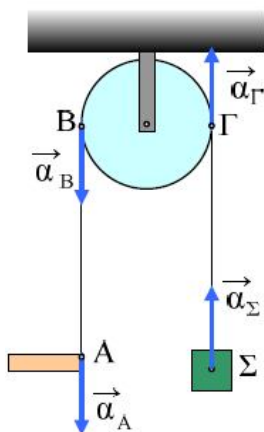
Αν τώρα καταργηθεί η δύναμη F, τότε το σώμα Σ θα κινηθεί προς τα πάνω.

ii) Όταν αφήσουμε το σύστημα ελεύθερο, απλά καταργείται η δύναμη F, ενώ οι υπόλοιπες δυνάμεις είναι αυτές που εμφανίζονται στο παραπάνω σχήμα. Έτσι:

$$\text{Για το σώμα } \Sigma: \Sigma F = m_3 a \rightarrow T_1 - m_3 g = m_3 a \quad (1)$$

$$\text{Για την τροχαλία η οποία θα στραφεί αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού (θετική φορά): } T_2' R - T_1' R = I_2 \alpha_{\gamma\omega\nu 2} \rightarrow (T_2 - T_1) R = \frac{1}{2} m R^2 \alpha_{\gamma\omega\nu 2} \rightarrow T_2 - T_1 = \frac{1}{2} m_2 R \alpha_{\gamma\omega\nu 2} \quad (2)$$

Για τη ράβδο, η οποία θα κινηθεί με φορά ίδια με τους δείκτες του ρολογιού (την οποία για τη ράβδο θεωρούμε θετική φορά):



$$m_1 g \ell/2 - T_2 \ell = I_1 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu 1} \rightarrow m_1 g \ell/2 - T_2 \ell = 1/3 m_1 \ell^2 \alpha_{\gamma\omega\nu 1} \rightarrow 1/2 m_1 g - T_2 = 1/3 m_1 \ell \alpha_{\gamma\omega\nu 1} \quad (3)$$

Όλα τα σημεία όμως του νήματος έχουν την ίδια επιτάχυνση, οπότε η επιτρόχια επιτάχυνση του σημείου A, έχει το ίδιο μέτρο με τις επιτρόχιες επίσης, επιταχύνσεις των σημείων B και Γ της τροχαλίας (βλέπε διπλανό σχήμα), όπως και με την επιτάχυνση του σώματος Σ. Έτσι έχουμε ότι:  $\alpha_{\Sigma} = \alpha_{\gamma\omega\nu 2} R = \alpha_{\gamma\omega\nu 1} \ell = \alpha$  (4)

Οπότε με πρόσθεση των (1), (2) και (3) και λαμβάνοντας υπόψη

$$\text{την (4) παίρνουμε: } 1/2 m_1 g - m_3 g = (m_3 + 1/2 m_2 + 1/3 m_1) \alpha \rightarrow \alpha = \frac{1/2 m_1 g - m_3 g}{1/3 m_1 + 1/2 m_2 + m_3}$$

Και με αντικατάσταση  $\alpha = 1 \text{ m/s}^2$ .