

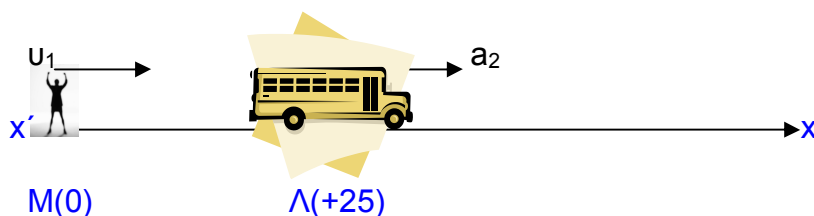
Θα προλάβει ο μαθητής το λεωφορείο;

Ένας μαθητής τρέχει με σταθερή ταχύτητα 6 m/s, προς τη στάση λεωφορείων. Τη στιγμή που απέχει 25 m από τη στάση, βλέπει το λεωφορείο να ξεκινάει με επιτάχυνση 1 m/s².

- Να αποδείξετε ότι ο μαθητής δεν προλαβαίνει το λεωφορείο.
- Ποια η ελάχιστη απόσταση στην οποία θα βρεθεί με το λεωφορείο και ποια η αντίστοιχη χρονική στιγμή;
- Ποια σταθερή ταχύτητα έπρεπε να είχε ο μαθητής, ώστε να προλάβει το λεωφορείο;
- Μπορείτε να κάνετε τα διαγράμματα $x \rightarrow t$ στο ίδιο σύστημα αξόνων, στην περίπτωση που δεν προλαβαίνει το λεωφορείο;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Θεωρούμε την $t = 0$ για το μαθητή (M) $x_{01} = 0$, $u_1 = 6$ m/s, $a_1 = 0$ και για το λεωφορείο (Λ) $x_{02} = 0$, $u_{02} = 0$, $a_2 = 1$ m/s², όπως στο σχήμα:



Οι εξισώσεις κίνησης είναι

$$\text{Μαθητής: } x_1 = x_{01} + u_1 t \rightarrow x_1 = 6t \quad (1)$$

$$\text{Λεωφορείο: } x_2 = x_{02} + u_{02} t + \frac{1}{2} a_2 t^2 \rightarrow x_2 = 25 + \frac{1}{2} t^2 \quad (2)$$

Η απόστασή τους είναι κάθε στιγμή $d = |x_2 - x_1|$ και από τις (1) και (2)

$$d = |25 + 0,5t^2 - 6t|.$$

Για να συναντηθούν πρέπει η απόστασή τους να μηδενιστεί δηλαδή

$$d = 0 \rightarrow 0,5t^2 - 6t + 25 = 0.$$

Η εξίσωση αυτή έχει $\Delta = 36 - 4 \cdot 0,5 \cdot 25 = 36 - 50 = -14 < 0$ άρα είναι αδύνατη.

Επομένως ο μαθητής δε θα προλάβει το λεωφορείο.

β) Η ελάχιστη τιμή της απόστασης d είναι η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης

$$d(t) = 0,5t^2 - 6t + 25 \text{ η οποία είναι } d_{\min} = -\Delta / (4\alpha) = -(-14) / 2 = 7\text{m}$$

$$\text{τη χρονική στιγμή } t_m = -\beta / 2\alpha = -(-6) / 1 = 6 \text{ s.}$$

γ) Αν αφήσουμε άγνωστη τη u_1 η απόσταση γίνεται κάθε στιγμή

$$d = |25 + 0,5t^2 - u_1 t|$$

Για να γίνει η συνάντηση οριακά πρέπει η εξίσωση $0,5t^2 - u_1 t + 25 = 0$ να έχει τουλάχιστον διπλή ρίζα, δηλαδή $\Delta = 0 \rightarrow u_1^2 - 4 \cdot 0,5 \cdot 25 = 0 \rightarrow u_1^2 = 50 \rightarrow$

$$u_1 = \sqrt{50} \Leftrightarrow u_1 = 5\sqrt{2} \text{ m/s}$$

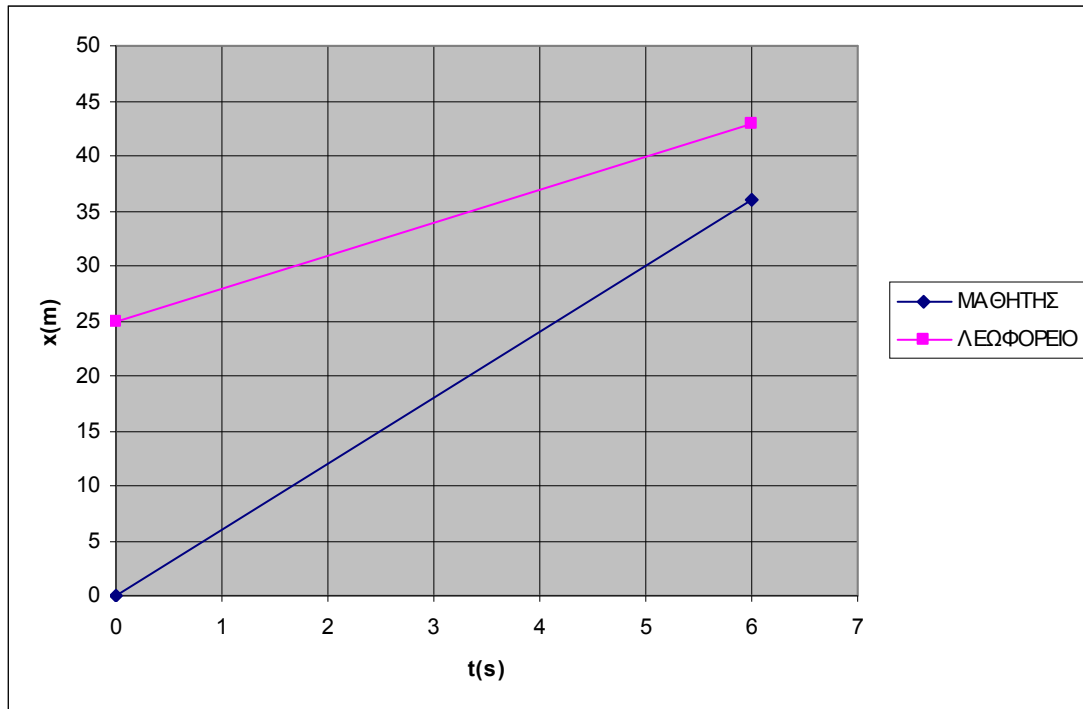
δ) Κατασκευάζουμε πίνακες τιμών:

Για το μαθητή

t(s)	0	6
x ₁ (m)	0	36

Για το λεωφορείο

t(s)	0	6
x ₂ (m)	25	43



Ανδρέας Ριζόπουλος