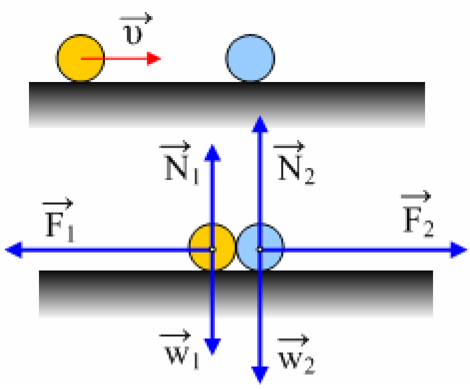
# *Αρχή διατήρησης της ορμής. Πότε ισχύει;*

Συνήθως λέμε ότι σε κάθε κρούση ισχύει η ΑΔΟ και ξεχνάμε να πούμε ότι το σύστημα των σωμάτων είναιο μονωμένο. Είναι «λογικό» να γίνεται αυτό; Η αλήθεια είναι ότι στην συντριπτική πλειονότητα των κρούσεων είναι σωστό. Ας δούμε όμως τα πράγματα από πιο κοντά…

### Παράδειγμα 1°:

Σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται μια σφαίρα Α και συγκρούεται μετωπικά με ακίνητη σφαίρα Β. Ισχύει η Α.Δ.Ο.;



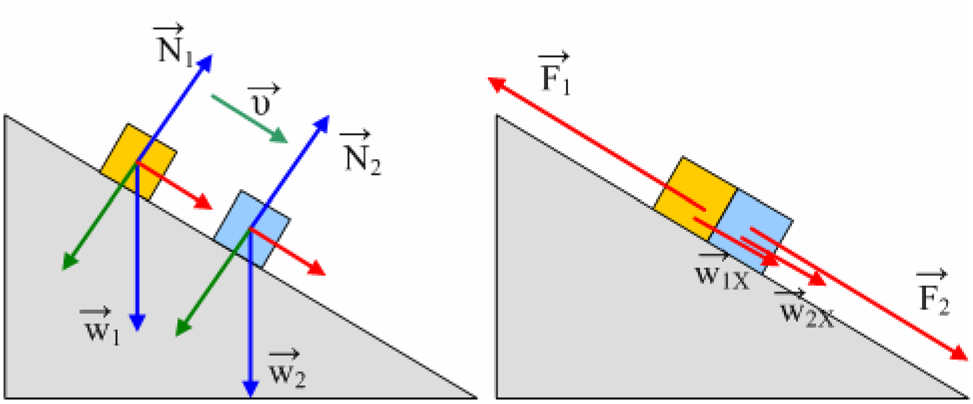

Στο σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται οι δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σφαίρα στη διάρκεια της κρούσης. Στον κατακόρυφο άξονα y κάθε σφαίρα ισορροπεί και $\Sigma F_y=0$. Συνεπώς για κάθε σφαίρα η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδενική, οπότε και το διανυσματικό άθροισμα όλων των εξωτερικών δυνάμεων του συστήματος είναι ίσο με μηδέν. Το σύστημα είναι μονωμένο και οι μεταβολές της ορμής κάθε σφαίρας, οφείλονται στις εσωτερικές δυνάμεις $F_1$-$F_2$. Έτσι ισχύει η Α.Δ.Ο και μπορούμε να γράψουμε:

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \rightarrow$$

$$m_1\vec{\upsilon}_1 = m_1\vec{\upsilon}_1^{\,\prime} + m_2\vec{\upsilon}_2^{\,\prime}$$

### Παράδειγμα 2°:

Ένα σώμα Α κατεβαίνει κατά μήκος ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου και σε μια στιγμή συγκρούεται με σώμα Β, που ελάχιστα πριν τη κρούση δεν είχε ταχύτητα. Ισχύει η Α.Δ.Ο.;

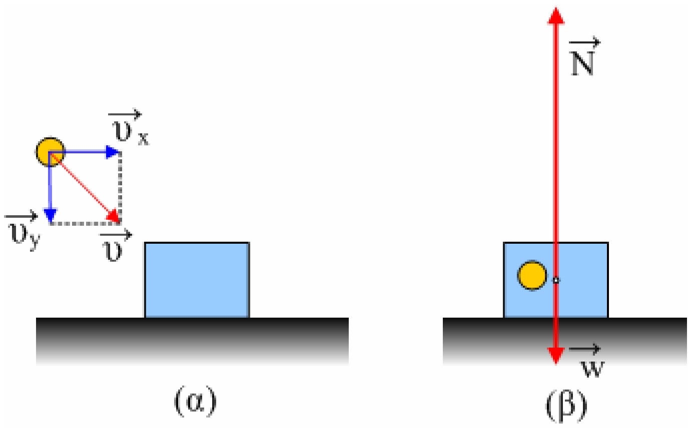



Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στα δύο σώματα. Στη διάρκεια της κρούσης, στην διεύθυνση την παράλληλη στο επίπεδο, εκτός των εσωτερικών δυνάμεων $F_1$-$F_2$ ασκούνται και οι συνιστώσες των δύο βαρών $W_{1x}$ και $W_{2x}$ που είναι εξωτερικές δυνάμεις για το σύστημα. Όμως οι ωθήσεις αυτών των δυνάμεων είναι αμελητέες σε σχέση με τις ωθήσεις των εσωτερικών δυνάμεων $F_1$-$F_2$. Έτσι εφαρμόζουμε για το σύστημα την Α.Δ.Ο…..

(Ώθηση μιας σταθερής δύναμης ονομάζεται το διανυσματικό μέγεθος που έχει την κατεύθυνση της δύναμης και μέτρο $\Omega=F\cdot\Delta t$, όπου $\Delta t$ ο χρόνος που ασκείται σε ένα σώμα).

### Παράδειγμα 3°:

Σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Α μάζας Μ. Ένα βλήμα μάζας m που κινείται με ταχύτητα υ που σχηματίζει γωνία θ=45° με την οριζόντια διεύθυνση, σφηνώνεται στο σώμα Α. Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση.




Προφανώς το βλήμα έχει ορμή στην διεύθυνση της ταχύτητας υ, ενώ μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα κινηθεί οριζόντια. Η ορμή λοιπόν του συτήματος δεν διατηρείται για την κρούση αυτή. Στο (β) σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται στο συσσωμάτωμα στη διάρκεια της κρούσης. Για να μηδενιστεί η ορμή στον κατακόρυφο άξονα, θα πρέπει η κάθετη αντίδραση του επιπέδου να είναι πολύ μεγαλύτερη του βάρους!!!

Δεν υπάρχουν όμως εξωτερικές δυνάμεις στον οριζόντιο άξονα, οπότε μπορούμε να εφαρμόσουμε την διατήρηση της ορμής για τον άξονα x:

$$P^{x}_{\pi\rho\iota\nu} = P^{x}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \rightarrow$$

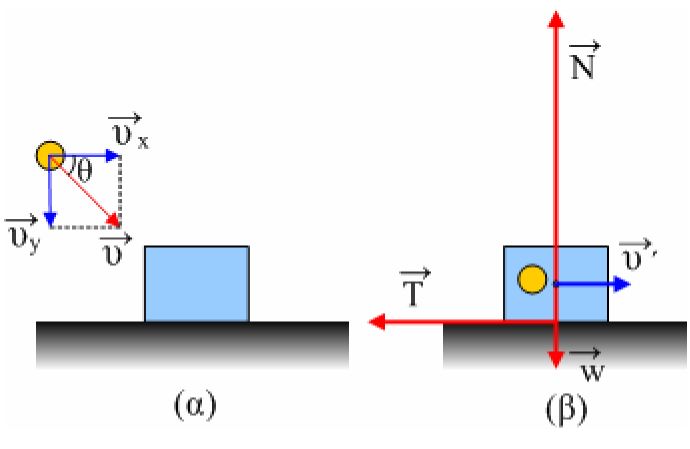
$$m\upsilon \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = (M+m)\upsilon_{\kappa}$$

-------------------------

Και τώρα ένα παράδειγμα που απευθύνεται μόνο σε καθηγητές και όχι σε υποψήφιους…

### Παράδειγμα 4°:

Σε ένα οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Α μάζας Μ, το οποίο παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,5. Ένα βλήμα μάζας m που κινείται με ταχύτητα υ που σχηματίζει γωνία θ=45° με την οριζόντια διεύθυνση, σφηνώνεται στο σώμα Α. Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.




Και στο παράδειγμα αυτό ισχύει η ίδια, με το προηγούμενο παράδειγμα, κατάσταση στον άξονα y. Η διαφορά υπάρχει στο τι συμβαίνει στον οριζόντιο άξονα x, όπου τώρα θα εμφανιστεί τριβή, η οποία είναι εξωτερική δύναμη. Και το ερώτημα είναι. Μπορεί η ώθηση της τριβής να θεωρηθεί αμελητέα και να εφαρμόσουμε την Α.Δ.Ο. για τον άξονα x; Στα φροντιστηριακά βιβλία που έχουν αντίστοιχες ασκήσεις εφαρμόζεται. Είναι σωστό;

Παίρνουμε το θεώρημα ώθησης ορμής για τον άξονα y:

$$P^{y}_{\tau\varepsilon\lambda} = P^{y}_{\alpha\rho\chi} + \Omega_{w} + \Omega_{N} \ (1)$$

Αν η ώθηση του βάρους θεωρηθεί αμελητέα,[***] όπως κάναμε και στο δεύτερο παράδειγμα, αφού η χρονική διάρκεια της κρούσης $t_1$ θεωρείται αμελητέα, παίρνουμε από την σχέση (1), θεωρώντας θετική την προς τα κάτω κατεύθυνση:

$$0 = m\upsilon \cdot \eta\mu\theta + 0 - \Omega_N \rightarrow$$

$$\Omega_N = m\upsilon \cdot \eta\mu\theta \ (2)$$

Όπου η ώθηση της N μαθηματικά υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$\Omega = \int_0^{t_1} N \cdot dt$$

όπου $t_1$ η χρονική διάρκεια της κρούσης.

Ας εφαρμόσουμε τώρα το θεώρημα ώθησης-ορμής για τον οριζόντιο άξονα:

$$P^{x}_{\tau\varepsilon\lambda} = P^{x}_{\alpha\rho\chi} + \Omega_T \rightarrow$$

$$(M+m)\cdot\upsilon_\kappa = m\upsilon \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - \Omega_T \ (3)$$

όπου $\Omega_T$ το μέτρο της ώθησης της τριβής που είναι ίσο με:

$$\Omega_T = \int_0^{t_1} T \cdot dt = \int_0^{t_1} \mu N \cdot dt = \mu \int_0^{t_1} N \cdot dt \rightarrow$$

και λαμβάνοντας υπόψη την σχέση (2):

$$\Omega_T = \mu m\upsilon \cdot \eta\mu\theta = 0{,}5 \cdot m\upsilon \cdot \eta\mu\theta$$

Οπότε η σχέση (3) δίνει:

$$(M+m)\upsilon_\kappa = m\upsilon\cdot\sigma\upsilon\nu\theta - 0,5\, m\upsilon\cdot\eta\mu\theta$$

λαμβάνοντας δε υπόψη μας ότι *ημθ=συνθ* τελικά παίρνουμε:

$$\upsilon_\kappa = \frac{m\upsilon\eta\mu\theta}{2(M+m)}$$

Δηλαδή η κοινή ταχύτητα έχει μέτρο το μισό από αυτό που …… συνήθως υπολογίζεται!!!

Συμπέρασμα: Ασκήσεις όπως το τελευταίο παράδειγμα πρέπει να αποφεύγονται…

*** Σχόλιο: Προς αποφυγήν παρεξηγήσεων: Στο $4^o$ παράδειγμα δεχτήκαμε ότι η κρούση είχε διάρκεια $0$-$t_1$. Τότε πώς «αγνοήσατε την ώθηση του βάρους θεωρώντας τη διάρκεια αμελητέα;;;»

Δεν θεώρησα τη διάρκεια $\Delta t$ αμελητέα, αλλά την ώθηση του βάρους $B\cdot\Delta t$ αμελητέα, σε σύγκριση με την ώθηση της Ν. Προσπάθησα δε, στο σχήμα να φανεί ότι η Ν είναι πολύ μεγαλύτερη του βάρους…

**dmargaris@sch.gr**