Φθίνουσα ταλάντωση με …μικρή απόσβεση.

α) Υλικό σημείο μάζας m=2kg κινείται στον άξονα x κάτω από την επίδραση δύναμης με αλγεβρική τιμή F = - 36x (S.I.)
α1) Να υπολογίσετε την γωνιακή συχνότητα ω_0, την περίοδο T_0 της α.α.τ. και να γράψτε την εξίσωση x = f(t) αν δίνεται ότι τη χρονική στιγμή t = 0 s η θέση του κινητού είναι +0,4m και η ταχύτητά του είναι μηδέν.
α2) Να κάνετε τη γραφική παράσταση x = f(t) για δυό περιόδους.
β) Αν τη χρονική στιγμή t = 0 στο κινητό ασκηθεί και η F΄= - 12υ (S.I.) όπου υ η ταχύτητα του υλικού σημείου η εξίσωση της κίνησής του γίνεται

$$x = 0{,}4\sqrt{2}.e^{-3t}\eta\mu\left(3t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (S.I.)}$$

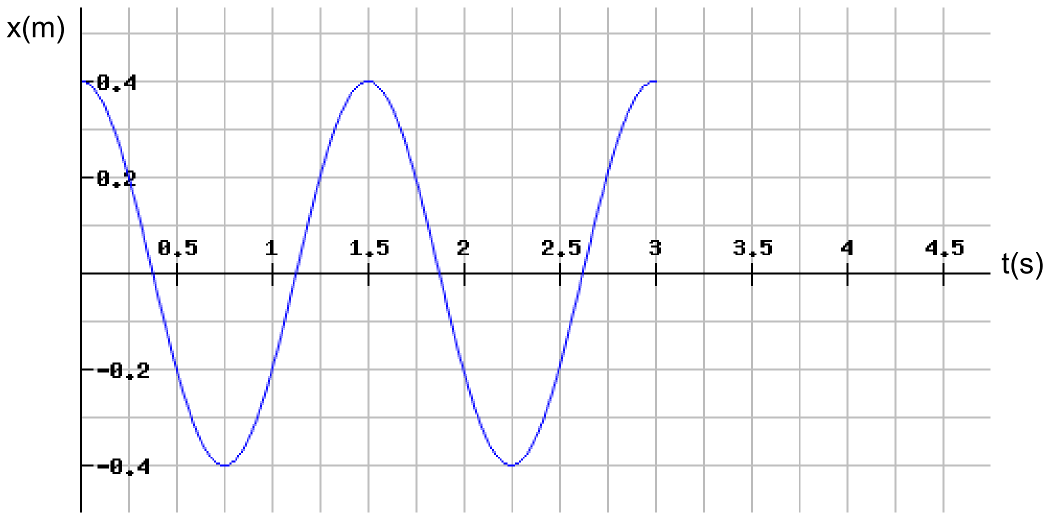
β1) Υπολογίστε την θέση και την επιτάχυνση του σώματος τη χρονική στιγμή t = 0
β2) Βρείτε την γωνιακή συχνότητα ω και την περίοδο Τ της φθίνουσας ταλάντωσης.
β3) Να υπολογίσετε ποια χρονική στιγμή το σώμα φτάνει σε μέγιστη θετική απομάκρυνση για δεύτερη φορά μετά τη χρονική στιγμή t = 0.

Απάντηση:
α)

α1) D = 36 N/m, $D = m.\omega^2 \Leftrightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} \Leftrightarrow \omega_0 = \sqrt{18} \approx 4{,}2$ rad/s, $T_0 = 2\pi/\omega_0 \approx 1{,}5$ s,

A = 0,4 m, $\eta\mu\varphi_0 = 0{,}4/0{,}4 \Leftrightarrow \eta\mu\varphi_0 = 1 \Leftrightarrow \varphi_0 = \pi/2$ rad
Άρα x = 0,4 ημ(4,2 t + π/2) (S.I.)

α2)



β)

β1) $t = 0 \Leftrightarrow d = 0{,}4\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow d = 0{,}4$ m
$\Sigma F = m.a \Leftrightarrow F_{\varepsilon\pi} + F΄ = m.a \Leftrightarrow -36.0{,}4 - 12.0 = 2.a \Leftrightarrow a = -7{,}2\ m/s^2$
β2) ω = 3 rad/s και T = 2π/ω = 2,1 s.
β3) Οι χρονικές στιγμές που βρίσκεται σε ακραίες θέσεις διαφέρουν κατά T/2 = 1,05 s και είναι

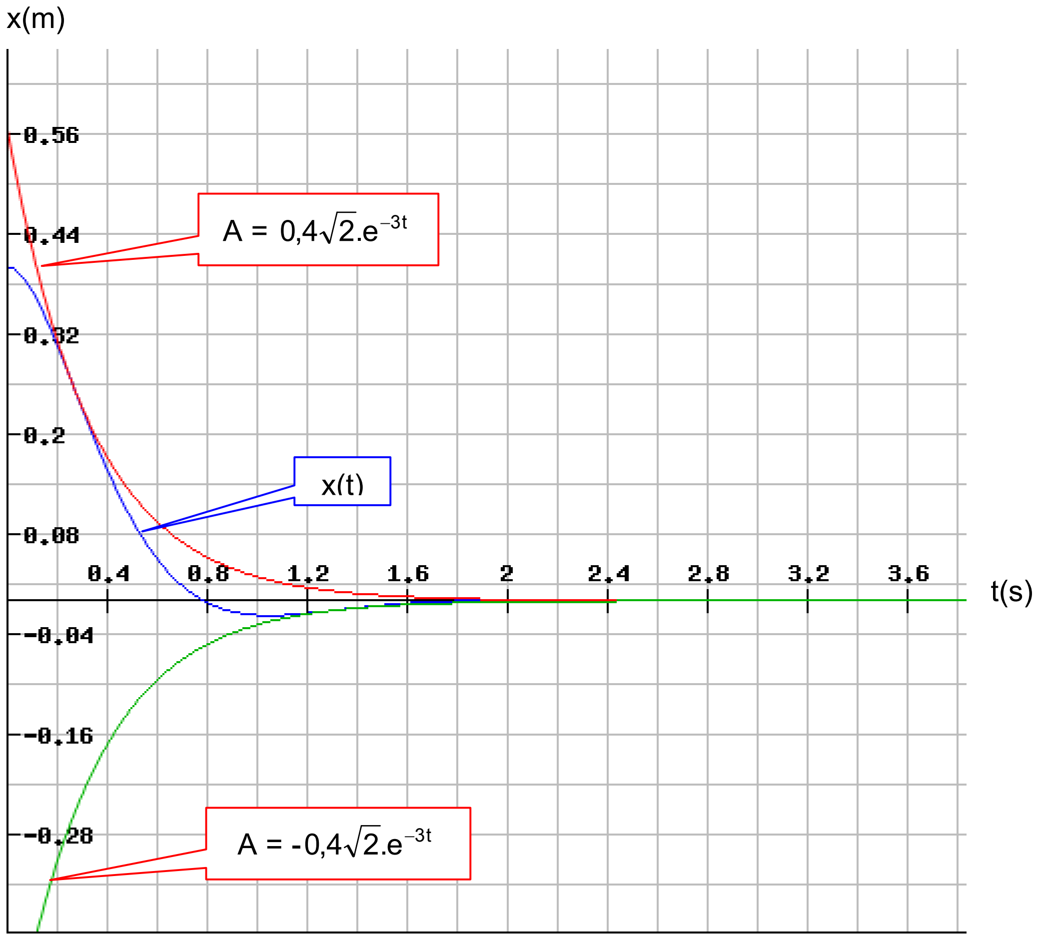
t(s)	0	1,05	1,575	2,625	3,675

Δηλαδή 3,675 s.

Παρατήρηση

Με πρόγραμμα δημιουργίας γραφικών παραστάσεων κάνουμε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων της άσκησης και παρατηρούμε ότι το αρχικό πλάτος d = 0,4 m < A_0 = 0,56 m. Αυτό οφείλεται στο ότι η σταθερά απόσβεσης δεν είναι πολύ μικρή.

Οι εξισώσεις $A = 0{,}4\sqrt{2}.e^{-3t}$ και $-A = -0{,}4\sqrt{2}.e^{-3t}$ είναι οι «περιβάλλουσες» της γραφικής παράστασης της $x = 0{,}4\sqrt{2}.e^{-3t}ημ\left(3t+\frac{π}{4}\right)$,



Ανδρέας Ριζόπουλος