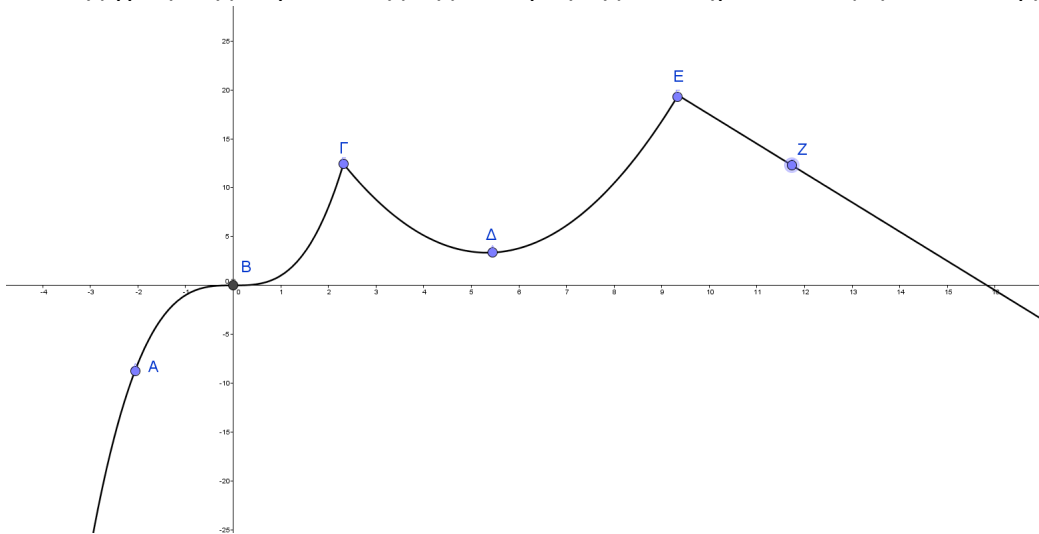


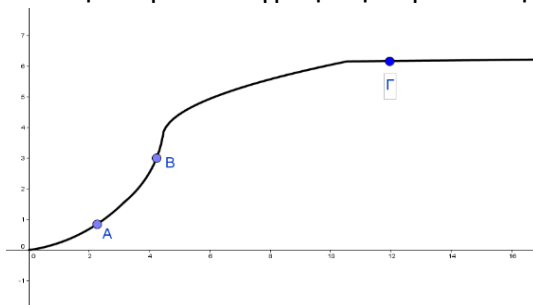
## Ερωματολόγιο για την κατανόηση της έννοιας της Παραγώγου στον $R^2$ & $R^3$

Οι ερωτήσεις 1 έως 4 απευθύνονται σε όλους, ενώ οι ερωτήσεις 5 και 6 κυρίως σε Φοιτητές Θετικής Κατεύθυνσης.

- Τι είναι παράγωγος συνάρτηση μιας συνάρτησης;
  - Τι είναι η παράγωγος μιας συνάρτησης σε σημείο της  $A(x_0, f(x_0))$ ;
  - Ποια η γεωμετρική της ερμηνεία;
- Είναι η παρακάτω συνάρτηση παραγωγίσιμη στα σημεία που αναγράφονται; Υπάρχουν τέμνουσες στα παρακάτω σημεία; Να σχεδιαστούν οι εφαπτομένες της γραφικής παράστασης της συνάρτησης στα σημεία αυτά (εφόσον υπάρχουν).

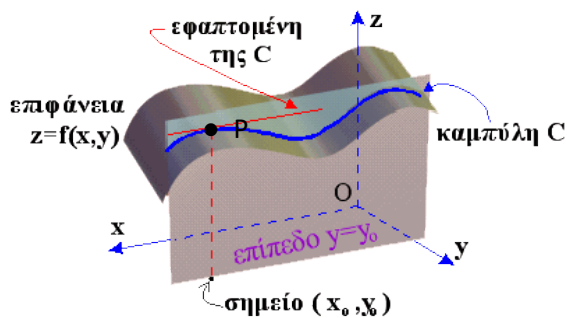


- Η μεταβολή της θέσης  $s$  ενός αυτοκινήτου σε σχέση με τον χρόνο, δίνεται από τη συνάρτηση  $s(t)=3t^2+1$ . Η ταχύτητά του δίνεται από τον τύπο:
  - $v(t)=3t+1$
  - $v(t)=t^3+t$
  - $v(t)=6t$
  - $v(t)=6t+1$
- Η ταχύτητα ενός αεροπλάνου δίνεται από την συνάρτηση που απεικονίζεται με την παρακάτω γραφική παράσταση.



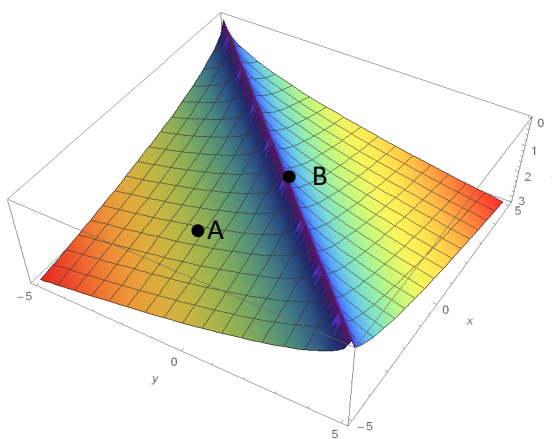
- Σε ποιες από τις χρονικές στιγμές Α, Β και Γ έχει τη μεγαλύτερη επιτάχυνση και γιατί;
- Ποια η επιτάχυνση τη χρονική στιγμή Γ;

5. Η τομή της επιφάνειας, που αποτελεί τη γραφική παράσταση της  $f(x,y)$ , και του επιπέδου  $y=y_0$ , θα είναι μια καμπύλη  $C$  στον τρισδιάστατο χώρο. Η καμπύλη  $C$  θα περιέχει για σημεία της, όλα τα σημεία  $(x,y,z)$  για τα οποία ισχύει:  $z=f(x,y)$  και  $y=y_0$ , δηλαδή η  $C$  θα έχει για σημεία της, όλα τα σημεία  $(x,y_0,z)$  για τα οποία ισχύει  $z=f(x,y_0)$ . Η σχέση  $z=f(x,y_0)$  ορίζει μια συνάρτηση μιας μεταβλητής, η γραφική παράσταση της οποίας είναι πάνω στο  $xz$ -επίπεδο. Άρα η γραφική παράσταση της  $z=f(x,y_0)$  θα αποτελεί ουσιαστικά την προβολή της  $C$  πάνω στο  $xz$ -επίπεδο. Ορίζουμε  $g(x)=f(x,y_0)$  και παρατηρούμε ότι  $g'(x)=f_x(x,y_0)$ . Άρα  $g'(x_0)=f_x(x_0,y_0)$  και επομένως ο αριθμός  $f_x(x_0,y_0)$  εκφράζει την κλίση της εφαπτόμενης ευθείας στην καμπύλη  $C$  στο σημείο  $P(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$ .



Δίνεται η συνάρτηση  $f(x,y) = \sqrt{|x+y|}$

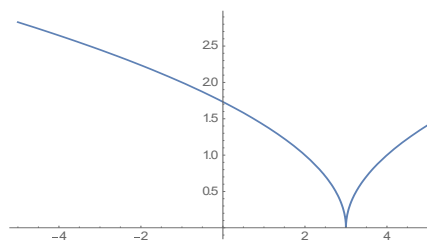
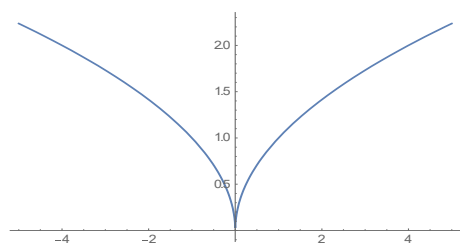
Η γραφική παράσταση της επιφάνειας  $z = f(x,y)$ , φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



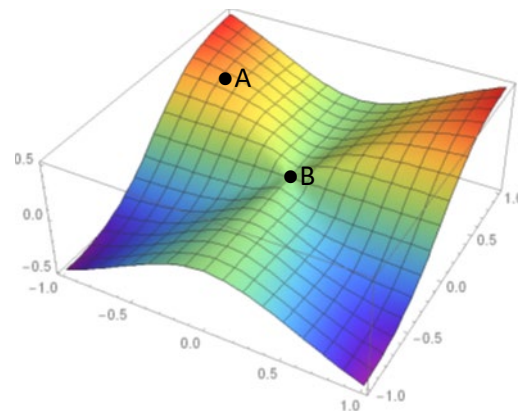
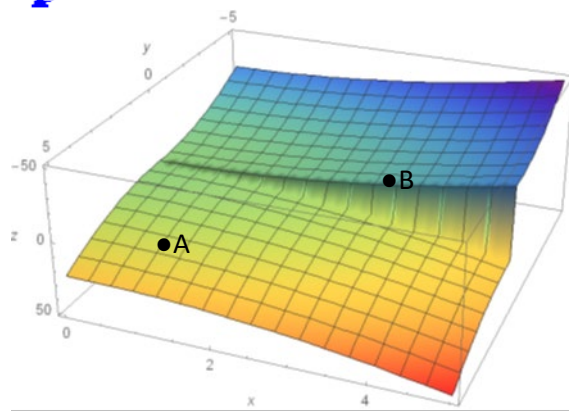
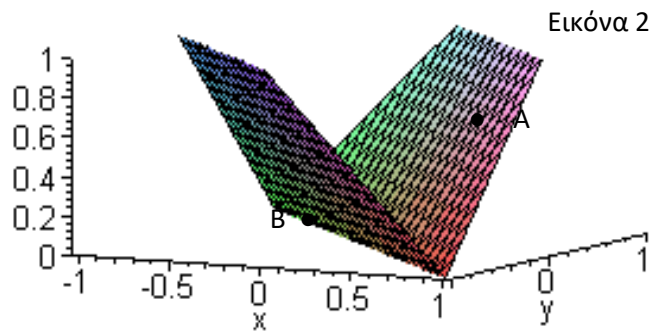
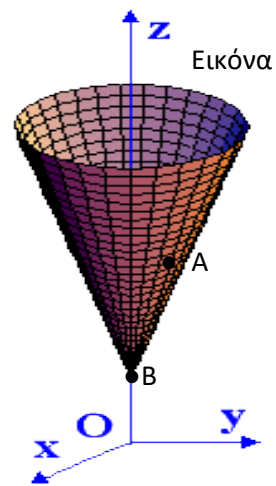
Με βάση την παραπάνω γεωμετρική ερμηνεία της μερικής παραγώγου συνάρτησης 2 μεταβλητών στον  $\mathbb{R}$ , ή όπως εσείς γνωρίζετε αλγεβρικά, υπάρχει η μερική παράγωγος ως προς  $x$  στα σημεία  $A(-4,-3,f(-4,-3))$  και  $B(0,0,f(0,0))$ ;

- A. ΝΑΙ  ΟΧΙ   
 B. ΝΑΙ  ΟΧΙ

Οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $\sqrt{|x|}$  και  $\sqrt{|x-3|}$ , μπορούν να σας βοηθήσουν στην απάντησή σας και πως;



6. Υπάρχει εφαπτόμενο επίπεδο στα σημεία A και B των επιφανειών που ακολουθούν;



Εικόνα 1A: ΝΑΙ  ΟΧΙ

Εικόνα 1B: ΝΑΙ  ΟΧΙ

Εικόνα 2A: ΝΑΙ  ΟΧΙ

Εικόνα 2B: ΝΑΙ  ΟΧΙ

Εικόνα 3A: ΝΑΙ  ΟΧΙ

Εικόνα 3B: ΝΑΙ  ΟΧΙ

Εικόνα 4A: ΝΑΙ  ΟΧΙ

Εικόνα 4B: ΝΑΙ  ΟΧΙ



## Ερωτηματολόγιο 2 – Θέσεις/Στάσεις/Πεποιθήσεις για την κατανόηση της

### Παραγώγου:

(Απαντάτε με 1-Διαφωνώ, 2-Διαφωνώ Λίγο, 3-Συμφωνώ Λίγο, 4-Συμφωνώ)	1	2	3	4
1. Πιστεύετε ότι διδαχθήκατε με ικανοποιητικό τρόπο την έννοια της παραγώγου συνάρτησης μιας συνάρτησης;	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Πιστεύετε ότι η έννοια της παραγώγου συνάρτησης μιας συνάρτησης και η παράγωγος σε ένα σημείο μιας συνάρτησης, είναι διαφορετικές έννοιες;	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Πιστεύετε ότι έχετε κατανοήσει πλήρως την έννοια της παραγώγου συνάρτησης;	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Πιστεύετε ότι μπορείτε να βρείτε την παράγωγο συνάρτησης μιας συνάρτησης;	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Η εισαγωγή της έννοιας της παραγώγου σε ένα σημείο μιας συνάρτησης μέσω της έννοιας του ορίου βοηθά στην κατανόηση της παραγώγου.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Ο υπολογισμός του ορίου μιας συνάρτησης είναι πιο εύκολος από τον υπολογισμό της παραγώγου συνάρτησης.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Οποιαδήποτε καμπύλη στο επίπεδο (π.χ. κύκλος) μπορεί να αναπαρασταθεί με μια συνάρτηση.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Η εφαπτομένη μιας συνάρτησης έχει μόνο ένα κοινό σημείο με την συνάρτηση.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. Όλες οι καμπύλες στο επίπεδο έχουν εφαπτομένη σε όλα τους τα σημεία.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Η επιτάχυνση ενός σώματος έχει σχέση με το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. Για τον υπολογισμό του μεγίστου ή του ελαχίστου μιας συνάρτησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί η παράγωγος.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12. Λείο λέμε κάτι απόλυτα ομαλό, που δεν είναι τραχύ. Η έννοια της «λείας καμπύλης» ή της «λείας επιφάνειας» έχει σχέση με την παραγωγισιμότητα.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13. Πιστεύετε ότι η παράγωγος συνάρτησης έχει εφαρμογές στην καθημερινή ζωή;	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14. Πιστεύετε ότι η παράγωγος συνάρτησης έχει εφαρμογές στις θετικές και άλλες επιστήμες;	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15. Πιστεύετε ότι περισσότερη προσπάθεια πάνω στα όρια μπορεί να οδηγήσει στην καλύτερη κατανόηση της παραγώγου μιας συνάρτησης;	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16. Πιστεύετε ότι δεν είναι απαραίτητη η καλή κατανόηση της έννοιας της παραγώγου συνάρτησης, αλλά αρκεί απλά η γνώση και η εφαρμογή των κανόνων παραγωγίσης;	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17. Πιστεύετε ότι έννοιες των μαθηματικών όπως η παράγωγος, πρέπει να διδάσκονται με παραδείγματα από τον πραγματικό κόσμο για να γίνουν περισσότερο κατανοητές και αφομοιώσιμες και όχι με αυστηρά μαθηματικό τρόπο;	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18. Κατά την διάρκεια της εκπαίδευσής σας αντιμετωπίσατε πολλά ρεαλιστικά προβλήματα με την χρήση της παραγώγου συνάρτησης.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>