



ΘΕΜΑ 4 _ 1890

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda + 2)x^2 + (2\lambda + 3)x + \lambda - 2 = 0$ (1) με παράμετρο $\lambda \neq -2$

A) Να δο η διακρίνουσα της εξίσωσης (1) είναι (M.6)

$$\Delta = 12\lambda + 25$$

B) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \neq -2$ ώστε η εξίσωση (1) να έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες (M.7)

Γ) Να εκφράσετε ως συνάρτηση του λ το άθροισμα των ριζών $S = x_1 + x_2$ και το γινόμενο των ριζών $P = x_1 \cdot x_2$ (M.4)

Δ) Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του λ ώστε για τις ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης (1) να ισχύει η σχέση $(x_1 + x_2 - 1)^2 + (x_1 \cdot x_2 + 3)^2 = 0$ (M.8)

ΛΥΣΗ 4 _ 1890

A) Η διακρίνουσα της εξίσωσης (1) είναι

$$\Delta = (2\lambda + 3)^2 - 4(\lambda + 2)(\lambda - 2) = (2\lambda + 3)^2 - 4(\lambda^2 - 4) = 4\lambda^2 + 9 + 12\lambda - 4\lambda^2 + 16 = 12\lambda + 25$$

B) Η εξίσωση (1) με $\lambda \neq -2$ έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες, οπότε

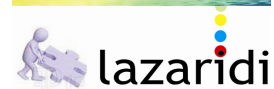
$$\Delta > 0 \Leftrightarrow 12\lambda + 25 > 0 \Leftrightarrow 12\lambda > -25 \Leftrightarrow \lambda > -\frac{25}{12}$$

Δηλαδή η (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες για $\lambda > -\frac{25}{12}$ με $\lambda \neq -2$

Γ) Το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της (1) είναι αντίστοιχα

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{2\lambda + 3}{\lambda + 2} \quad \text{και} \quad P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\lambda - 2}{\lambda + 2}$$





Δ) Είναι

$$(x_1 + x_2 - 1)^2 + (x_1 \cdot x_2 + 3)^2 = 0$$

η οποία λόγω ερ.Γ δίνει

$$(S-1)^2 + (P+3)^2 = 0$$

συνεπώς

$$S-1=0 \quad \text{και} \quad P+3=0$$

$$S=1 \quad \text{και} \quad P=-3$$

$$-\frac{2\lambda+3}{\lambda+2}=1 \quad \text{και} \quad \frac{\lambda-2}{\lambda+2}=-3$$

$$-(2\lambda+3)=\lambda+2 \quad \text{και} \quad \lambda-2=-3(\lambda+2)$$

$$-2\lambda-3=\lambda+2 \quad \text{και} \quad \lambda-2=-3\lambda-6$$

$$-3\lambda=5 \quad \text{και} \quad 4\lambda=-4$$

$$\lambda=-\frac{5}{3} \quad \text{και} \quad \lambda=-1$$

άρα δεν υπάρχει τιμή του $\lambda \in R$, $\lambda \neq -2$ ώστε να ισχύει η δοθείσα σχέση

