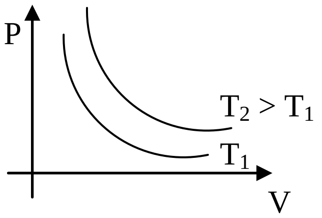
Κεφάλαιο 1ο

Σύντομη Θεωρία

- **Νόμοι Αερίων**

🗎 *Νόμος Boyle - Mariotte:* T= σταθερή, $P \cdot V$=σταθερό ($P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$)
Η μεταβολή που εκτελεί ένα αέριο υπό σταθερή θερμοκρασία ονομάζεται ¨***ισόθερμη***¨

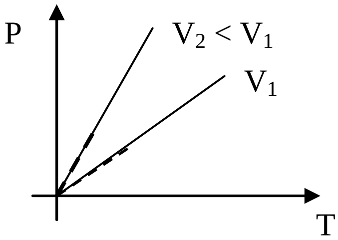
? Να δείξεις ότι ισχύει: $T_2 > T_1$



🗎 *Νόμος του Charles:* V= σταθερός, $\frac{P}{T}$=σταθερό ($\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$)

Η μεταβολή που εκτελεί ένα αέριο υπό σταθερό όγκο ονομάζεται ¨***ισόχωρη***¨

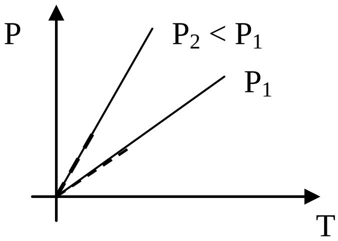
? Να δείξεις ότι ισχύει: $V_2 < V_1$



🗎 *Νόμος του Gay-Lyssac:* P= σταθερή, $\frac{V}{T}$=σταθερό ($\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$)

Η μεταβολή που εκτελεί ένα αέριο υπό σταθερή πίεση ονομάζεται ¨ισοβαρής¨

? Να δείξεις ότι ισχύει: $P_2 < P_1$



Οι παραπάνω νόμοι ισχύουν για **ορισμένη** ποσότητα ιδανικού αερίου.

* Ιδανικό αέριο μακροσκοπικά ονομάζεται κάθε αέριο που υπακούει στους νόμους των αερίων, σε οποιεσδήποτε συνθήκες και αν βρίσκεται.

* Αν κατά τη διάρκεια της μεταβολής ο όγκος αυξάνεται, τότε έχουμε **εκτόνωση** του αερίου, ενώ αν ο όγκος μειώνεται έχουμε **συμπίεση**. Επίσης, αν κατά τη διάρκεια της μεταβολής η θερμοκρασία αυξάνεται, τότε έχουμε **θέρμανση** του αερίου, ενώ αν η θερμοκρασία μειώνεται έχουμε **ψύξη**. Κάθε μεταβολή θα χαρακτηρίζεται με δύο όρους, π.χ. ισόθερμη εκτόνωση.

- *Καταστατική Εξίσωση των ιδανικών αερίων*

$$\mathbf{P \cdot V = n \cdot R \cdot T}$$

Άλλες μορφές της καταστατικής εξίσωσης:

α) $P \cdot V = \dfrac{m}{M_r} \cdot R \cdot T$ (αντικαταστήσαμε όπου $n = \dfrac{m}{M_r}$)

β) $P \cdot V = \dfrac{m}{M_r} \cdot R \cdot T \Rightarrow P = \dfrac{m \cdot R \cdot T}{V \cdot M_r} \Rightarrow P \cdot = \dfrac{d \cdot R \cdot T}{M_r}$ (το πηλίκο $\dfrac{m}{V}$ εκφράζει την πυκνότητα d του αερίου)

- *Συνδυαστικός Νόμος*

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$$

Ο συνδυαστικός νόμος εφαρμόζεται για ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου και λέγεται έτσι γιατί συνδυάζει και τους τρεις νόμους των αερίων.

Χρήσιμες παρατηρήσεις για την επίλυση ασκήσεων

- Σε περίπτωση που έχουμε δοχεία να συγκοινωνούν μεταξύ τους με ή χωρίς στρόφιγγα, σε κάθε κατάσταση ισορροπίας η πίεση έχει την ίδια τιμή στα δύο δοχεία ($P_1=P_2$) και ο συνολικός αριθμός mol στα δύο δοχεία διατηρείται σταθερός σε κάθε μεταβολή, ($n_1+n_2=n_1'+n_2'$).
- Η καταστατική εξίσωση γράφεται και με τη μορφή:

  $\dfrac{P}{T} = \dfrac{nR}{V} =$ κλίση σε διάγραμμα P-T ή

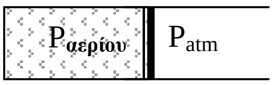
  $\dfrac{V}{T} = \dfrac{nR}{P} =$ κλίση σε διάγραμμα V-T,

  σχέσεις που μας βοηθούν να συγκρίνουμε σε διαγράμματα όγκους ή πιέσεις αντίστοιχα.
- Όταν έχουμε έμβολο που ισορροπεί:

  A) σε δοχείο ανοικτό στο ένα άκρο που κλείνεται με έμβολο διατομής A και βάρους w, που μπορεί να μετακινείται:

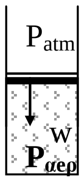
  - Αν ο άξονας του δοχείου είναι οριζόντιος, ισχύει:

    $P_{αερίου} = P_{atm}$



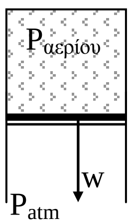
  - Αν ο άξονας του δοχείου είναι κατακόρυφος και το έμβολο βρίσκεται στο πάνω άκρο του δοχείου, ισχύει:

    $P_{αερίου} = P_{atm} + \dfrac{w}{A}$



  - Αν ο άξονας του δοχείου είναι κατακόρυφος και το έμβολο βρίσκεται στο κάτω άκρο του δοχείου, ισχύει:

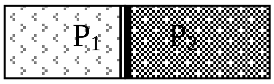
    $P_{αερίου} = P_{atm} - \dfrac{w}{A}$



Β) όταν υπάρχει αέριο και στις πλευρές του εμβόλου

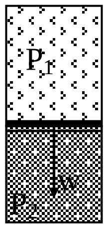
- Αν το δοχείο είναι οριζόντιο, ισχύει:

$P_1 = P_2$



- Αν το δοχείο είναι κατακόρυφο, ισχύει:

$P_1 = P_2 + \frac{w}{A}$



- **Κινητική Θεωρία:**

Ερμήνευσε ικανοποιητικά τη μακροσκοπική συμπεριφορά των αερίων. Στηρίχτηκε στις παρακάτω παραδοχές, για το ιδανικό αέριο:

Ιδανικό αέριο:

1. Τα μόρια του συμπεριφέρονται ως μικροσκοπικές, απόλυτα ελαστικές σφαίρες, οπότε ο συνολικός όγκος του αερίου είναι αμελητέος σε σχέση με τον όγκο του δοχείου που το περιέχει.
2. Στα μόρια του ασκούνται δυνάμεις μόνο κατά τη διάρκεια των κρούσεων μεταξύ τους ή με τα τοιχώματα του δοχείου που τα περιέχει, οπότε η κίνηση μεταξύ δύο διαδοχικών κρούσεων είναι ευθύγραμμη ομαλή.
3. Οι κρούσεις με τα τοιχώματα του δοχείου είναι ελαστικές, οπότε η κινητική ενέργεια του μορίου δε μεταβάλλεται κατά την κρούση του με τα τοιχώματα.

Τα πρώτα σημαντικά αποτελέσματα:

Η πρώτη σχέση που αποδείχτηκε με την εφαρμογή των νόμων της μηχανικής και των παραδοχών της κινητικής θεωρίας είναι

$P = \frac{1}{3} \cdot \frac{Nm}{V} \cdot \overline{\upsilon^2}$, όπου N: ο αριθμός των μορίων του αερίου

m: η μάζα του κάθε μορίου

V: ο όγκος του δοχείου

$\overline{\upsilon^2}$: η μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του αερίου, και υπολογίζεται από $\overline{\upsilon^2} = \frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + \ldots + \upsilon_N^2}{N}$

Προσοχή! $\overline{\upsilon^2} \neq \overline{\upsilon}^2$

Από την παραπάνω σχέση, μπορούμε να εξάγουμε τις παρακάτω (τις αποδείξεις τις μαθαίνουμε):

Α) Στην προηγούμενη σχέση, το γινόμενο $N \cdot m = m_{αερίου}$, ενώ το πηλίκο $\frac{m_{αερίου}}{V} = d_{αερίου}$ (πυκνότητα αερίου), οπότε προκύπτει:

$$P = \frac{1}{3} \cdot \frac{Nm}{V} \cdot \overline{\upsilon^2} \Rightarrow \boxed{P = \frac{1}{3} \cdot d \cdot \overline{\upsilon^2}}$$

Β) Ξεκινώντας πάλι από τη σχέση $P=\frac{1}{3}\cdot\frac{Nm}{V}\cdot\overline{\upsilon^2}$, έχουμε:

$$P=\frac{1}{3}\cdot\frac{Nm}{V}\cdot\overline{\upsilon^2}\Rightarrow$$

$$P=\frac{1}{3}\cdot\frac{N}{V}\cdot\left(m\overline{\upsilon^2}\right)\Rightarrow P=\frac{1}{3}\cdot\frac{N}{V}\cdot 2\overline{E}_\kappa\Rightarrow$$ (ας θυμηθούμε ότι $E_\kappa=\frac{1}{2}m\upsilon^2$)

$$\Rightarrow \boxed{P=\frac{2}{3}\cdot\frac{N}{V}\cdot\overline{E}_\kappa}$$ και συνεχίζουμε $$\boxed{P\cdot V=\frac{2}{3}\cdot N\cdot\overline{E}_\kappa}$$

Επίσης από την καταστατική εξίσωση: $P\cdot V = n\cdot R\cdot T\Rightarrow P\cdot V = \frac{N}{N_A}\cdot R\cdot T\Rightarrow$

$\boxed{P\cdot V=N\cdot K\cdot T}$, όπου $K=\frac{R}{N_A}=1{,}381\cdot 10^{-23}\frac{J}{\text{μόριο}\cdot K}$ (σταθερά Boltzmann)

Από τις σχέσεις

$P\cdot V=\frac{2}{3}\cdot N\cdot\overline{E}_\kappa$ και $P\cdot V=N\cdot K\cdot T$, προκύπτει $\frac{2}{3}\cdot\overline{E}_\kappa=K\cdot T$ ή

$\boldsymbol{\overline{E}_\kappa=\frac{3}{2}\cdot K\cdot T}$, δηλαδή η μέση κινητική ενέργεια των μορίων είναι ανάλογη μόνο της απόλυτης θερμοκρασίας

$$\overline{E}_\kappa=\frac{3}{2}\cdot K\cdot T\Rightarrow\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}=\frac{3}{2}\cdot K\cdot T\Rightarrow$$

$\sqrt{\overline{\upsilon^2}}=\sqrt{\frac{3KT}{m}}=\sqrt{\frac{3RT}{M_r}}$, όπου $\sqrt{\overline{\upsilon^2}}=\upsilon_{\varepsilon\nu}=\upsilon_{rms}$ η ενεργός ταχύτητα των μορίων

? Η σχέση $\sqrt{\frac{3KT}{m}}=\sqrt{\frac{3RT}{M_r}}$, **<u>να αποδειχτεί!</u>**

(Υπόδειξη: Ξεκινήστε από το α΄ μέλος , αντικαταστήστε το $K=\frac{R}{N_A}$ και θυμηθείτε ότι ισχύει $n=\frac{m_{o\lambda}}{M_r}=\frac{N}{N_A}$)

Κεφάλαιο 2^o

Σύντομη Θεωρία

Θερμοδυναμικό σύστημα είναι το σύστημα το οποίο για να το περιγράψουμε χρησιμοποιούμε και θερμοδυναμικά μεγέθη, όπως τη θερμοκρασία, τη θερμότητα, εσωτερική ενέργεια, κ.α.
Θερμικά μονωμένο σύστημα είναι το σύστημα που δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον του.
Θερμοδυναμική μεταβλητή ονομάζεται κάθε φυσικό μέγεθος που χαρακτηρίζει την κατάσταση στην οποία; Βρίσκεται το θερμοδυναμικό σύστημα.
Οι θερμοδυναμικές μεταβλητές μιας ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου είναι η πίεση, ο όγκος και η θερμοκρασία ενώ κάποιες φορές αντί του όγκου χρησιμοποιούμε την πυκνότητα του αερίου.
Θερμοδυναμική ισορροπία: Μια ποσότητα αερίου λέμε ότι βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας αν όλες οι θερμοδυναμικές μεταβλητές που το περιγράφουν έχουν σταθερή τιμή σε όλη την έκταση του αερίου.
Αντιστρεπτή μεταβολή: είναι η μεταβολή κατά την οποία ένα σύστημα μεταβαίνει από μια αρχική κατάσταση ισορροπίας σε μια τελική μέσω διαδοχικών καταστάσεων ισορροπίας.
Μια αντιστρεπτή μεταβολή μπορεί να πραγματοποιηθεί και αντίστροφα. Μια αντιστρεπτή μεταβολή παριστάνεται γραφικά με μια συνεχή γραμμή, ενώ οι μη αντιστρεπτές μεταβολές δε μπορούν να παρασταθούν γραφικά.

Θερμότητα ή θερμική ενέργεια (Q): είναι η μορφή ενέργειας που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο λόγω της διαφοράς θερμοκρασίας.
Η μονάδα μέτρησης της θερμότητας όπως και κάθε μορφής ενέργειας είναι το 1J(Joule).
Για το πρόσημο της θερμότητας:

- Αν το σύστημα απορροφά θερμότητα τότε αυτή θα θεωρείται θετική.
- Αν το σύστημα αποβάλλει θερμότητα τότε αυτή θα θεωρείται αρνητική.

Έργο (W) παραγόμενο από αέριο κατά τη διάρκεια μεταβολών όγκου.
Σε κάθε αντιστρεπτή μεταβολή το έργο είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν που περικλείεται από τη γραφική παράσταση και τον άξονα των όγκων σε διάγραμμα P-V.
Η μονάδα μέτρησης του έργου είναι το 1J(Joule).
Για το πρόσημο του έργου:

- Αν το αέριο εκτονώνεται το έργο είναι θετικό.
- Αν το αέριο συμπιέζεται το έργο είναι αρνητικό.

Εσωτερική ενέργεια (U): Είναι το σύνολο των ενεργειών των σωματιδίων που απαρτίζουν το αέριο, δηλαδή ενέργεια λόγω της σχετικής κίνησης τους και λόγω των αλληλεπιδράσεων μεταξύ τους.
Ειδικά για το ιδανικό αέριο έχουμε υποθέσει ότι τα μόρια τους δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, οπότε η εσωτερική ενέργεια σ' αυτήν την περίπτωση είναι ίση με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των μορίων. Έτσι αν το ιδανικό αέριο περιέχει N μόρια, θα ισχύει: $U=N\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} \Rightarrow U=N\frac{3}{2}kT \Rightarrow U=\frac{3}{2}N\frac{R}{N_A}T \Rightarrow U=\frac{3}{2}nRT$

$$\left(\text{ισχύει } k=\frac{R}{N_A} \text{ και } n=\frac{N}{N_A}\right)$$

Η εσωτερική ενέργεια μιας ορισμένης ποσότητας αερίου εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία του.
Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας (ΔU) ισούται με

$$\Delta U = U_{\tau\varepsilon\lambda} - U_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} N \cdot k \cdot \Delta T \quad \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} n \cdot R \cdot \Delta T$$

και εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάσταση του συστήματος και όχι από τον τρόπο που έγινε η μεταβολή.
Η μονάδα μέτρησης της εσωτερικής ενέργειας είναι το 1J(Joule).
Για το πρόσημο της μεταβολής της εσωτερικής ενέργειας:

- Αν το αέριο θερμαίνεται (αύξηση της θερμοκρασίας), η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι θετική.
- Αν το αέριο ψύχεται, (μείωση της θερμοκρασίας), η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι αρνητική.
- Αν η θερμοκρασία του αερίου είναι σταθερή, η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι ίση με μηδέν.

1^{ος} Θερμοδυναμικός Νόμος: Το ποσό της θερμότητας που απορροφά ή αποβάλλει ένα θερμοδυναμικό σύστημα ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα της μεταβολής της εσωτερικής του ενέργειας και του έργου που παράγει και καταναλώνει το σύστημα.

$$\mathbf{Q = \Delta U + W}$$

Ο 1^{ος} θερμοδυναμικός νόμος είναι η εφαρμογή της διατήρησης της ενέργειας στη θερμοδυναμική.

Εφαρμογή του 1^{ου} θερμοδυναμικού νόμου στις γνωστές μας αντιστρεπτές μεταβολές:

α) Ισόθερμη μεταβολή

- Η θερμοκρασία στην ισόθερμη μεταβολή είναι σταθερή, άρα ΔΤ=0, οπότε και **ΔU=0.**

- Το έργο στην ισόθερμη μεταβολή αποδεικνύεται ότι είναι ίσο με

$\mathbf{W = nRT\ln\frac{V_{\tau\varepsilon\lambda}}{V_{\alpha\rho\chi}}}$ ή $W = PV\ln\frac{V_{\tau\varepsilon\lambda}}{V_{\alpha\rho\chi}}$ ή και $W = PV\ln\frac{P_{\alpha\rho\chi}}{P_{\tau\varepsilon\lambda}}$ (οι δύο τελευταίες σχέσεις χρησιμοποιούνται αφού αποδειχτούν. Η απόδειξη τους στηρίζεται στην καταστατική εξίσωση: PV=nRT καθώς και στην εξίσωση της ισόθερμης: $P_{\alpha\rho\chi} V_{\alpha\rho\chi} = P_{\tau\varepsilon\lambda} V_{\tau\varepsilon\lambda}$ $\Rightarrow \frac{P_{\alpha\rho\chi}}{P_{\tau\varepsilon\lambda}} = \frac{V_{\tau\varepsilon\lambda}}{V_{\alpha\rho\chi}}$)

Έτσι ο 1^{ος} θερμοδυναμικός νόμος, παίρνει τη μορφή:

$$Q = \Delta U + W \Rightarrow \mathbf{Q = W = n\,R\,T\ln\frac{V_{\tau\varepsilon\lambda}}{V_{\alpha\rho\chi}}}$$

Στην ισόθερμη μεταβολή όλο το ποσό θερμότητας που απορροφά ή αποβάλλει το αέριο ισούται με το έργο που παράγει ή καταναλώνει το αέριο.

β) Ισόχωρη μεταβολή

- Ο όγκος στην ισόχωρη μεταβολή είναι σταθερός, άρα **W=0.**

Ετσι ο 1ος θερμοδυναμικός νόμος, παίρνει τη μορφή:
$Q = \Delta U + W \Rightarrow \mathbf{Q = \Delta U}$, **(**Γνωρίζουμε ήδη ότι $\Delta U = \frac{3}{2} n \cdot R \cdot \Delta T$ ή $\Delta U = \frac{3}{2} \Delta P \cdot V$, εφαρμόζοντας την καταστατική εξίσωση)

Στην ισόχωρη μεταβολή όλο το ποσό θερμότητας που απορροφά ή αποβάλλει το αέριο ισούται με τη μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας.

γ) Ισοβαρής μεταβολή

- Το έργο στην ισοβαρή μεταβολή αποδεικνύεται ότι ισούται με: $\mathbf{W = P \cdot \Delta V \Rightarrow W = P \cdot (V_{τελ} - V_{αρχ})}$
- Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στην ισοβαρή μεταβολή ισούται με $\Delta U = \frac{3}{2} n \cdot R \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} P \cdot \Delta V \Rightarrow \mathbf{\Delta U = \frac{3}{2} P \cdot (V_{τελ} - V_{αρχ})}$

Ετσι ο 1ος θερμοδυναμικός νόμος, παίρνει τη μορφή:

$$Q = \Delta U + W \Rightarrow$$

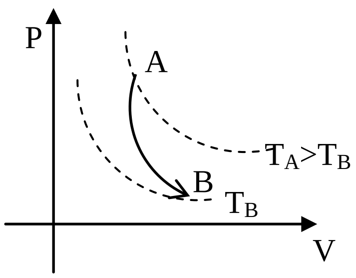
$$Q = \frac{3}{2} P \cdot (V_{τελ} - V_{αρχ}) + P \cdot (V_{τελ} - V_{αρχ}) \Rightarrow$$

$$\mathbf{Q = \frac{5}{2} P \cdot (V_{τελ} - V_{αρχ})}$$

Στην ισοβαρή μεταβολή το ποσό θερμότητας που απορροφά ή αποβάλλει το αέριο κατά το ένα μέρος ισούται με τη μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας και το υπόλοιπο ισούται με το έργο που παράγει ή καταναλώνει το αέριο.

δ) Αδιαβατική μεταβολή: Είναι η μεταβολή ενός συστήματος κατά την οποία το σύστημα δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον.
Νόμος της αδιαβατικής: Ο νόμος της αδιαβατικής μεταβολής είναι γνωστός και ως νόμος του Poisson και εκφράζεται από την εξίσωση
PV^{γ} = σταθ. ή $\mathbf{P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma}}$, όπου γ: ονομάζεται αδιαβατικός συντελεστής, είναι ένας καθαρός αριθμός, μεγαλύτερος της μονάδας και εξαρτάται από την ατομικότητα του αερίου και από το είδος των δεσμών μεταξύ των ατόμων του μορίου του αερίου.

Γραφική παράσταση:



Στο διπλανό διάγραμμα απεικονίζεται μια αδιαβατική εκτόνωση. Παρατηρείστε ότι η καμπύλη της αδιαβατικής είναι πιο απότομη από την καμπύλη της ισόθερμης

- Το έργο στην αδιαβατική μεταβολή αποδεικνύεται ότι ισούται με:

$$\mathbf{W = \frac{P_{τελ} V_{τελ} - P_{αρχ} V_{αρχ}}{1-\gamma}}$$

Στην αδιαβατική μεταβολή το έργο που παράγει ή καταναλώνει το αέριο ισούται με το αντίθετο της μεταβολής της εσωτερικής του ενέργειας

Ετσι ο 1^{ος} θερμοδυναμικός νόμος, παίρνει τη μορφή: $Q = \Delta U + W \Rightarrow 0 = \Delta U + W \Rightarrow$ $\mathbf{W = -\Delta U}$

Έτσι κατά την αδιαβατική εκτόνωση, $W>0 \Rightarrow \Delta U<0 \Rightarrow \Delta T<0$, δηλ. το αέριο ψύχεται.
Ενώ κατά την αδιαβατική συμπίεση, $W<0 \Rightarrow \Delta U>0 \Rightarrow \Delta T>0$, δηλ. το αέριο θερμαίνεται.

δ) Κυκλική μεταβολή: ονομάζεται η μεταβολή του συστήματος κατά την οποία το σύστημα μετά από μια σειρά μεταβολών επιστρέφει στην αρχική του κατάσταση.

- Το έργο στην κυκλική μεταβολή ισούται με το εμβαδόν που περικλείεται από τη γραμμή που περιγράφει τη μεταβολή.
  Αν η γραφική παράσταση της μεταβολής διαγράφεται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού, το έργο θα είναι θετικό, ενώ αν διαγράφεται αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού το έργο θα είναι αρνητικό.

- Κατά την κυκλική μεταβολή, η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι μηδέν, γιατί όπως είπαμε και πιο πριν η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάσταση και όχι από τον τρόπο που έγινε η μεταβολή. Εδώ λοιπόν αρχική και τελική κατάσταση ταυτίζονται, δηλ. $T_{αρχ} = T_{τελ}$ άρα $\Delta T=0$, οπότε και $\Delta U=0$.

'Ετσι ο 1^{ος} θερμοδυναμικός νόμος, παίρνει τη μορφή: $Q = \Delta U + W \Rightarrow \mathbf{Q = W}$

> Στην κυκλική μεταβολή το ποσό θερμότητας που απορροφά ή αποβάλλει το αέριο ισούται με το έργο που παράγει ή καταναλώνει το αέριο.

Γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες

Η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα C εκφράζει το ποσό της θερμότητας που πρέπει να προσφέρουμε σε 1mol του σώματος ώστε να αυξηθεί η θερμοκρασία του κατά 1 βαθμό.

Μεταβολή υπό σταθερό όγκο

Σε μια ισόχωρη μεταβολή, το ποσό της θερμότητας που απορροφά ή αποβάλλει μια ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου δίνεται από τη σχέση $\mathbf{Q = n\, C_v\, \Delta T}$
Η μεταβολή μας είναι ισόχωρη, άρα $\mathbf{W=0}$
Οπότε από τον 1^{ο} θερμοδυναμικό νόμο, $Q=\Delta U \Rightarrow \mathbf{\Delta U = n\, C_v\, \Delta T}$
Επειδή η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας δεν εξαρτάται από τον τρόπο που έγινε η μεταβολή αλλά από την αρχική και τελική κατάσταση, η πιο πάνω σχέση ισχύει σε κάθε μεταβολή (αντιστρεπτή ή μη αντιστρεπτή)

Μεταβολή υπό σταθερή πίεση

Σε μια ισοβαρή μεταβολή, το ποσό της θερμότητας που απορροφά ή αποβάλλει μια ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου δίνεται από τη σχέση $\mathbf{Q = n\, C_p\, \Delta T}$.
Ο αριθμός γ που συναντήσαμε στην αδιαβατική μεταβολή, είναι ο λόγος των γραμμομοριακών ειδικών θερμοτήτων, δηλ. $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$

☞ Απόδειξη της σχέσης $C_p = C_v + R$

Από τον 1^{ο} θερμοδυναμικό νόμο έχουμε

$$Q = \Delta U + W \Rightarrow n\, C_p\, \Delta T = n\, C_v\, \Delta T + P\, \Delta V \Rightarrow n\, C_p\, \Delta T = n\, C_v\, \Delta T + n\, R \Delta T \Rightarrow$$

$$\mathbf{C_p = C_v + R}, \text{ δηλ. } C_p > C_V$$

☞ **Απόδειξη της σχέσης $C_V = \frac{3}{2}R$ και $C_p = \frac{5}{2}R$**

Για τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας, ορισμένης ποσότητας μονοατομικού ιδανικού αερίου ισχύει: $\Delta U = \frac{3}{2} n \cdot R \cdot \Delta T \Rightarrow n\, C_v\, \Delta T = \frac{3}{2} n \cdot R \cdot \Delta T \Rightarrow \mathbf{C_V = \frac{3}{2}R}$

Από τη σχέση $C_p = C_v + R$, που δείξαμε πιο πάνω, προκύπτει

$$C_p = C_v + R \Rightarrow C_p = \frac{3}{2}R + R \Rightarrow \mathbf{C_p = \frac{5}{2}R}$$

☞ Να δείξετε ότι ισχύει: $\mathbf{C_V = \frac{R}{\gamma - 1}}$ και $\mathbf{C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}}$

Συνοψίζοντας

Αντιστρεπτή μεταβολή	**Νόμος μεταβολής**	**Έργο (W)**	**Μεταβολή Εσωτερικής Ενέργειας (ΔU)**	**Θερμότητα (Q)**	**Εφαρμογή $1^{ου}$ θερμοδ. Νόμου** Q =ΔU +W
Ισόθερμη	PV=σταθ ή $P_1 V_1 = P_2 V_2$	$nRT\ln\frac{V_{τελ}}{V_{αρχ}}$ ή $PV\ln\frac{V_{τελ}}{V_{αρχ}}$ ή $PV\ln\frac{P_{αρχ}}{P_{τελ}}$	0	$nRT\ln\frac{V_{τελ}}{V_{αρχ}}$ ή $PV\ln\frac{V_{τελ}}{V_{αρχ}}$ ή $PV\ln\frac{P_{αρχ}}{P_{τελ}}$	Q = W
Ισόχωρη	$\frac{P}{T}$=σταθ ή $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$	0	$n\, C_v\, \Delta T$ ή $\frac{3}{2} n \cdot R \cdot \Delta T$	Q=ΔU	Q=ΔU
Ισοβαρής	$\frac{V}{T}$=σταθ ή $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$	P ΔV	$n\, C_v\, \Delta T$ ή $\frac{3}{2} n \cdot R \cdot \Delta T$	$n\, C_p\, \Delta T$ ή $\frac{5}{2} P \cdot \Delta V$	Q =ΔU +W
Αδιαβατική	PV^{γ} = σταθ. ή $\mathbf{P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma}}$	$\mathbf{\frac{P_{τελ} V_{τελ} - P_{αρχ} V_{αρχ}}{1-\gamma}}$	$n\, C_v\, \Delta T$ ή $\frac{3}{2} n \cdot R \cdot \Delta T$	0	ΔU = -W
Κυκλική	-	Εμβαδόν σε διάγραμμα P-V ή $W_1+W_2+W_3+\ldots$	0	$Q_1+Q_2+Q_3+\ldots$	$Q_{ολ} = W_{ολ}$

Θερμικές μηχανές: Είναι διατάξεις που μετατρέπουν τη θερμική ενέργεια σε μηχανικό έργο.

Μια θερμική μηχανή αποτελείται από:

α) Μια δεξαμενή υψηλής θερμότητας T_h (θερμή δεξαμενή).
β) Ένα μέσο (για εμάς θα είναι ιδανικό αέριο).

γ) Μια δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας Tc (ψυχρή δεξαμενή.
Κατά τη λειτουργία της μηχανής, το μέσο εκτελεί κυκλική μεταβολή στην οποία απορροφά θερμότητα Q_h από τη θερμή δεξαμενή, παράγει έργο W και αποβάλλει θερμότητα Q_c στην ψυχρή δεξαμενή.

Συντελεστής απόδοσης θερμικής μηχανής (e): ονομάζεται ο λόγος του έργου που παράγεται από τη μηχανή, προς την ενέργεια που δαπανήσαμε, δηλ. τη θερμότητα Q_h.

$e=\frac{W}{Q_h}$, όμως ισχύει $W = Q_h - |Q_c|$, άρα ο συντελεστής απόδοσης μπορεί να

γραφεί και $e=\frac{Q_h-|Q_c|}{Q_h} \Rightarrow e=1-\frac{|Q_c|}{Q_h}$

!!! Ισχύει πάντα ότι $e < 1$

2^ος^ Θερμοδυναμικός Νόμος:

Κατά Kelvin- Planck: Είναι αδύνατον να κατασκευαστεί μηχανή με απόδοση 100% (δηλ. $e<1$)

Κατά Clausious: Είναι αδύνατον να κατασκευαστεί μηχανή που να μεταφέρει θερμότητα από ένα σώμα ψυχρό σε ένα θερμότερο, χωρί να δαπανάμε ενέργεια για τη λειτουργία της.

Κύκλος Carnot: Ο Carnot περιέγραψε μια κυκλική μεταβολή που αποτελείται από:

α) μια ισόθερμη εκτόνωση ΑΒ σε θερμοκρασία T_h,
β) μια αδιαβατική εκτόνωση ΒΓ από τη θερμοκρασία T_h στη θερμοκρασία $T_c < T_h$
γ) μια ισόθερμη συμπίεση ΓΔ σε θερμοκρασία T_c,
δ) μια αδιαβατική συμπίεση ΔΑ από τη θερμοκρασία T_c στη θερμοκρασία T_h

και απέδειξε ότι μια θερμική μηχανή που πραγματοποιεί αυτόν τον κύκλο θα έχει τη μέγιστη δυνατή απόδοση από όλες τις υπόλοιπες θερμικές μηχανές που λειτουργούν ανάμεσα στις ίδιες θερμοκρασίες.
Αποδυκνύεται ότι για τη μηχανή Carnot ο συντελεστής απόδοσης δίνεται και από τη

σχέση: $e=1-\frac{T_c}{T_h}$

Απόδειξη: Μεταβολή ΑΒ: Ισόθερμη εκτόνωση, άρα $\Delta U_{AB}=0 \Rightarrow$
$Q_{AB}=W_{AB}= nRT_h \ln\frac{V_B}{V_A} =Q_h$
Μεταβολή ΒΓ: Αδιαβατική εκτόνωση, άρα $Q_{B\Gamma}=0$
Μεταβολή ΓΔ: Ισόθερμη συμπίεση, άρα $\Delta U_{\Gamma\Delta}=0 \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta}=W_{\Gamma\Delta}= nRT\ln\frac{V_\Delta}{V_\Gamma} \Rightarrow$

$|Q_{\Gamma\Delta}| = nRT_c \ln\frac{V_\Gamma}{V_\Delta} = |Q_c|$

Μεταβολή ΔΑ: Αδιαβατική συμπίεση, άρα $Q_{\Delta A}=0$

Άρα $e=1-\frac{|Q_c|}{Q_h}=1-\frac{nRT_c\ln\frac{V_\Gamma}{V_\Delta}}{nRT_h\ln\frac{V_B}{V_A}}=1-\frac{T_c\ln\frac{V_\Gamma}{V_\Delta}}{T_h\ln\frac{V_B}{V_A}}$, οπότε αρκεί να δείξουμε ότι $\frac{V_\Gamma}{V_\Delta}=\frac{V_B}{V_A}$

Για κάθε μια από τις παραπάνω μεταβολές του κύκλου Carnot, γράφουμε την εξίσωση της:

ΑΒ: ισόθερμη $\rightarrow$ $P_AV_A=P_BV_B$

ΒΓ: αδιαβατική $\rightarrow$ $P_BV_B^\gamma=P_\Gamma V_\Gamma^\gamma$

ΓΔ: ισόθερμη $\rightarrow$ $P_\Gamma V_\Gamma=P_\Delta V_\Delta$

ΔΑ: αδιαβατική $\rightarrow$ $P_\Delta V_\Delta^\gamma=P_AV_A^\gamma$

Πολλαπλασιάζουμε κατά μέλη τις παραπάνω σχέσεις:

$P_AV_A\,P_BV_B^\gamma\,P_\Gamma V_\Gamma\,P_\Delta V_\Delta^\gamma = P_BV_B\,P_\Gamma V_\Gamma^\gamma\,P_\Delta V_\Delta\,P_AV_A^\gamma \Rightarrow$

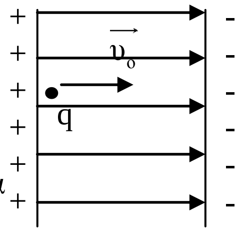
$V_A\,V_B^\gamma\,V_\Gamma\,V_\Delta^\gamma = V_B\,V_\Gamma^\gamma\,V_\Delta\,V_A^\gamma \Rightarrow V_B^{\gamma-1}\,V_\Delta^{\gamma-1}=V_\Gamma^{\gamma-1}\,V_A^{\gamma-1} \Rightarrow V_B\,V_\Delta= V_AV_\Gamma \Rightarrow$

$\frac{V_\Gamma}{V_\Delta}=\frac{V_B}{V_A}$ (αποδείχτηκε)

Κεφάλαιο 3^o

Σύντομη Θεωρία

Κίνηση φορτισμένων σωματιδίων σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο



Κίνηση παράλληλα με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου:

- Αν το φορτίο q είναι θετικό, τότε θα δεχτεί από το πεδίο δύναμη μέτρου F=E |q| ίδιας κατεύθυνης με την ταχύτητα υ_o. Άρα το φορτίο θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.
- Αν το φορτίο q είναι αρνητικό, τότε θα δεχτεί από το πεδίο δύναμη μέτρου F=E |q| αντίθετης κατεύθυνης από την ταχύτητα υ_o. Άρα το φορτίο θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Οπότε μπορούμε να πούμε ότι ένα φορτίο που εισέρχεται σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, παράλληλα με τις δυναμικές γραμμές, θα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση. Η επιτάχυνση του θα ισούται με $\alpha=\frac{F}{m}=\frac{E|q|}{m}$