

Δυναμικές δομές

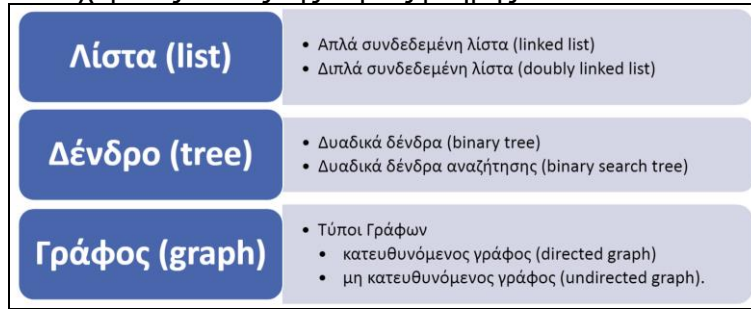
Λίστες

Δέντρα

Γράφοι

Δυναμικές δομές

Οι κόμβοι δεν είναι απαραίτητο να κατέχουν συνεχόμενες θέσεις μνήμης, ενώ στις στατικές οι διαδοχικοί κόμβοι αποθηκεύονται σε συνεχόμενες θέσεις της κύριας μνήμης.

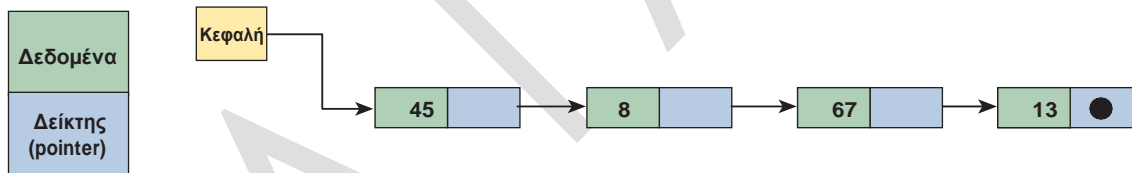


1. Λίστα

Μία συλλογή από αντικείμενα του ίδιου τύπου. Η συνδεδεμένη λίστα αποτελείται από μία σειρά από **κόμβους**, που συνήθως βρίσκονται σε απομακρυσμένες θέσεις μνήμης, σύνολο κόμβων διατεταγμένων γραμμικά (ο ένας μετά τον άλλο). Κάθε κόμβος αποτελείται από δύο κύρια τμήματα. Το πρώτο τμήμα περιέχει τα δεδομένα και το δεύτερο τμήμα φιλοξενεί τη διεύθυνση του επόμενου κόμβου με τον οποίο συνδέεται ή όπως αλλιώς θα λέγαμε στη γλώσσα των δομών δεδομένων, το δεύτερο τμήμα περιέχει έναν δείκτη (pointer) που δείχνει στον επόμενο κόμβο. Ο δείκτης χρησιμοποιείται για τη σύνδεση των διαφόρων στοιχείων μιας δομής, που είναι αποθηκευμένα σε μη συνεχόμενες θέσεις μνήμης.

- ✓ Το πεδίο **Δεδομένα** μπορεί να περιέχει μία ή περισσότερες αλφαριθμητικές ή αριθμητικές πληροφορίες.
- ✓ Ο **δείκτης** είναι ένας ιδιαίτερος τύπος δεδομένων. Δε λαμβάνει αριθμητικές τιμές όπως ακέραιες, πραγματικές κ.ά., αλλά οι τιμές του είναι διευθύνσεις στην κύρια μνήμη.

Ο δείκτης του τελευταίου κόμβου της λίστας έχει ως τιμή το **NULL** (κενό) και τον αναπαριστούμε συμβολικά με το σύμβολο «●». Οι δείκτες των υπολοίπων κόμβων περιέχουν τη διεύθυνση του επόμενου κόμβου αντίστοιχα και τους απεικονίζουμε συμβολικά με ένα **βέλος** για να υποδηλώσουμε τη σύνδεση μεταξύ του προηγούμενου και του επόμενου κόμβου. Κάθε λίστα συνοδεύεται από έναν δείκτη με το όνομα «**Κεφαλή**» (head), που δείχνει στον πρώτο κόμβο της λίστας, δηλαδή περιέχει τη διεύθυνση του πρώτου κόμβου της λίστας.



Μορφή Κόμβου

Συνδεδεμένη λίστα με 4 κόμβους

Οι βασικές **πράξεις** των συνδεδεμένων λιστών είναι οι παρακάτω:

- Εισαγωγή κόμβου στη λίστα (εισαγωγή κόμβου στην αρχή, στο τέλος της λίστας ή ενδιάμεσα).
- Διαγραφή κόμβου από τη λίστα (διαγραφή από την αρχή, το τέλος της λίστας ή ενδιάμεσα).
- Έλεγχος για το αν η λίστα είναι κενή.
- Αναζήτηση κόμβου για την εύρεση συγκεκριμένου στοιχείου.
- Διάσχιση της λίστας και προσπέλαση των στοιχείων της (π.χ. εκτύπωση των δεδομένων που περιέχονται σε όλους τους κόμβους της λίστας).

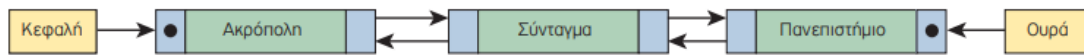
Μια λίστα μπορεί να είναι:

➔ **Απλά συνδεδεμένη**, δηλαδή να μπορούμε να κινηθούμε προς μία μόνο κατεύθυνση, ξεκινώντας από τον πρώτο κόμβο και μετακινούμενοι προς τον τελευταίο, όπως δείχνουν τα βέλη του σχήματος.

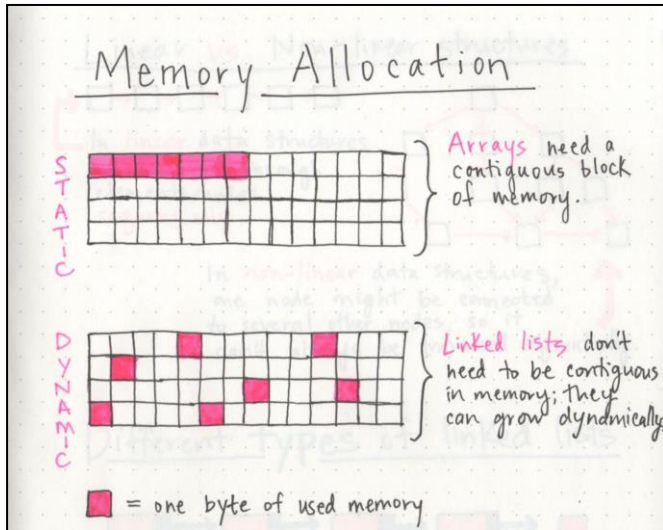


Εικόνα 1.3.7. Το παράδειγμα των αθλητών της σκυταλοδρομίας - Απλά συνδεδεμένη λίστα

➔ **Διπλά συνδεδεμένη** (doubly linked list), δηλαδή, να μπορούμε να τη διατρέξουμε και προς τις δύο κατευθύνσεις. Η χρήση του δεύτερου δείκτη προσφέρει τη δυνατότητα ξεκινώντας από οποιοδήποτε κόμβο της λίστας να μπορούμε να διαβάσουμε τη λίστα και προς τις δυο κατευθύνσεις. Κάθε κόμβος της διπλά συνδεδεμένης λίστας, συνδέεται με τον αμέσως επόμενο και τον αμέσως προηγούμενο κόμβο της λίστας. Εκτός, βέβαια, από τον αρχικό και τον τελευταίο κόμβο της λίστας.



Εικόνα 1.3.8. Οι σταθμοί του μετρό - Μια διπλά συνδεδεμένη λίστα



Παραδείγματα από την καθημερινότητα

- Αθλητές της σκυταλοδρομίας
- Ένα ταξίδι στην Κεντρική Μακεδονία
- Οι σταθμοί του μετρό
- Διανομή αλληλογραφίας από τον ταχυδρόμο
- Απλή εφαρμογή προβολής φωτογραφιών με κουμπιά πλοήγησης μπρος και πίσω
- Μια λίστα αναπαραγωγής τραγουδιών.
- Κυνήγι θησαυρού με ερωτήσεις-γρίφους (ξεκινώ από τον 1^ο, κάθε λύση με πάει στον επόμενο, με τελικό στόχο το θησαυρό)

Σωστά-Λάθος

1. Η συνδεδεμένη λίστα αποτελείται από μία σειρά από κόμβους, που συνήθως βρίσκονται σε απομακρυσμένες θέσεις μνήμης.
2. Κάθε κόμβος μιας λίστας αποτελείται από δύο κύρια τμήματα. Το πρώτο τμήμα περιέχει τη διεύθυνση του επόμενου κόμβου με τον οποίο συνδέεται και το δεύτερο τμήμα φιλοξενεί τα δεδομένα.
3. Ο δείκτης του τελευταίου κόμβου της λίστας έχει ως τιμή το NULL (κενό).
4. Μία (απλά) συνδεδεμένη λίστα (linked list) είναι ένα σύνολο κόμβων διατεταγμένων γραμμικά (ο ένας μετά τον άλλο).
5. Κάθε κόμβος περιέχει εκτός από τα δεδομένα του και έναν δείκτη που δείχνει προς τον επόμενο κόμβο.
6. Για να προσπελάσουμε τους κόμβους της λίστας χρειάζεται να γνωρίζουμε τη διεύθυνση (θέση στη μνήμη) του πρώτου κόμβου της λίστας. Η διεύθυνση αυτή αποθηκεύεται σε μία ειδική μεταβλητή που την ονομάζουμε συνήθως _____ (Δείκτη (pointer), Null (Κενό), Κεφαλή (Head), Δεδομένα).
7. Σε μια λίστα μπορούμε να προσπελάσουμε τους κόμβους της, με όποια σειρά επιθυμούμε.
8. Οι συνδεδεμένες λίστες αξιοποιούνται για την υλοποίηση της στοιβάς και της ουράς, λόγω της δυνατότητάς αυξομείωσης του μεγέθους τους.
9. Σε μια διπλά συνδεδεμένη λίστα διευκολύνεται η ταξινόμηση και η αναζήτηση, ωστόσο, αυξάνεται η πολυπλοκότητα στη διαχείριση των κόμβων, καθώς απαιτείται επιπλέον χώρος για τον δεύτερο δείκτη (επιπρόσθετη μνήμη για κάθε κόμβο).
10. Ένα πλεονέκτημα των λιστών (έναντι των πινάκων), είναι ότι η τυχαία πρόσβαση σε ένα κόμβο της λίστας δεν επιτρέπεται.
11. Δεν μπορούμε να πραγματοποιήσουμε με αποτελεσματικό τρόπο δυαδική αναζήτηση σε συνδεδεμένες λίστες.
12. Στην περίπτωση των διπλά συνδεδεμένων λιστών χρειαζόμαστε επιπλέον έναν δεύτερο δείκτη που θα δείχνει στον προηγούμενο κόμβο.
13. Μια απλά συνδεδεμένη λίστα μπορούμε να τη διατρέξουμε και προς τις δύο κατευθύνσεις.
14. Σε μία λίστα δε χρειάζεται να οριστεί ένα αρχικό μέγεθος.
15. Δεν είναι δυνατό να υπάρχει «τυχαία» πρόσβαση σε μια απλά συνδεδεμένη λίστα.
16. Σε μια λίστα, τα στοιχεία δεν μπορούν να προστεθούν ή να αφαιρεθούν από τη μέση της λίστας, παρά μόνο από την αρχή ή το τέλος της.

17. Στη διπλά συνδεδεμένη λίστα τα περιεχόμενα των κόμβων προσπελαύνονται και από τις δύο κατευθύνσεις.
18. Συχνά, η μνήμη του υπολογιστή περιέχει διάσπαρτες ελεύθερες θέσεις μνήμης και όχι υποχρεωτικά συνεχόμενες.
19. Ένας κόμβος μίας συνδεδεμένης λίστας, αποτελείται από δύο τμήματα που περιέχουν δεδομένα.
20. Ο δείκτης ενός κόμβου μίας συνδεδεμένης λίστας περιέχει αλφαριθμητικές τιμές.
21. Για να προσπελάσουμε τους κόμβους μίας συνδεδεμένης λίστας, πρέπει να γνωρίζουμε τη διεύθυνση του πρώτου κόμβου της λίστας.
22. Σε μία συνδεδεμένη λίστα, μπορούμε να προσθέσουμε κόμβους μόνο από το τέλος της.
23. Σε μία συνδεδεμένη λίστα, δεν μπορούμε να αφαιρέσουμε κόμβους.
24. Μία απλά συνδεδεμένη λίστα, μπορούμε να τη διατρέξουμε και προς τις δύο κατευθύνσεις.
25. Για να υλοποιήσουμε μία διπλά συνδεδεμένη λίστα, χρειαζόμαστε δύο δείκτες για κάθε κόμβο, ώστε να μπορέσουμε να τη διατρέξουμε και από τις δύο κατευθύνσεις.
26. Όλοι οι κόμβοι μίας διπλά συνδεδεμένης λίστας, συνδέονται και με τον προηγούμενο και με τον επόμενο κόμβο της λίστας.
27. Η λίστα είναι μία δομή ακολουθιακής προσπέλασης.
28. Οι κόμβοι μίας λίστας αποθηκεύονται πάντα σε συνεχόμενες θέσεις μνήμης.
29. Σε μία διπλά συνδεδεμένη λίστα διευκολύνεται η αναζήτηση και η ταξινόμηση.
30. Μία λίστα έχει μεγαλύτερη επιβάρυνση στη μνήμη σε σχέση με ένα πίνακα.

Παράδειγμα 1 - Δημιουργία λίστας από τις πληροφορίες των δεικτών:

Για τη δημιουργία μίας λίστας δίνονται οι ακόλουθες πληροφορίες: στον πίνακα Δεδομένα[5] αποθηκεύονται τα δεδομένα των κόμβων και στον πίνακα Δείκτης[5] η διεύθυνση του επόμενου κόμβου. Στην πρώτη θέση έχουν τοποθετηθεί τα στοιχεία του πρώτου κόμβου. Να δημιουργήσετε την λίστα.

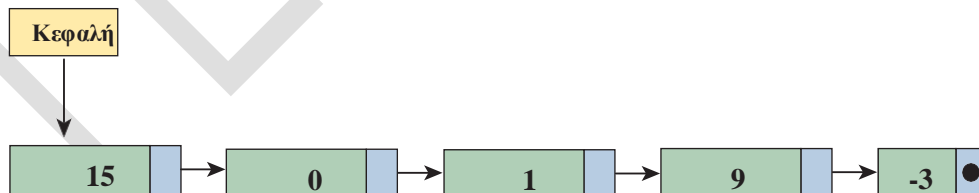
Δεδομένα				
15	-3	0	1	9
1	2	3	4	5

Δείκτης				
3	0	4	5	2
1	2	3	4	5

Επεξήγηση λύσης:

Σε κάθε κόμβο έχουμε δύο πληροφορίες: Δεδομένα και Δείκτης, ο οποίος δείχνει τον επόμενο κόμβο που θα εισαχθεί στη λίστα. Στην θέση 1 έχουμε τον πρώτο κόμβο από τα δεδομένα της άσκησης. Στη συνέχεια σκεπτόμαστε ως εξής:

- ✓ Έχουμε δείκτης[1]=3, άρα ο επόμενος κόμβος βρίσκεται στο δεδομένα[3]=0 το οποίο τοποθετούμε δεύτερο στη λίστα.
- ✓ Έχουμε δείκτης[3]=4, άρα ο επόμενος κόμβος βρίσκεται στο δεδομένα[4]=1, το οποίο τοποθετούμε τρίτο στη λίστα.
- ✓ Έχουμε δείκτης[4]=5, άρα ο επόμενος κόμβος βρίσκεται στο δεδομένα[5]=9, το οποίο τοποθετούμε τέταρτο στη λίστα.
- ✓ Έχουμε δείκτης[5]=2, άρα ο επόμενος κόμβος βρίσκεται στο δεδομένα[2]=-3, το οποίο τοποθετούμε τελευταίο στη λίστα. Επίσης έχουμε δείκτης[2]=0, κάτι που επαληθεύει πως είναι το τελευταίο στοιχείο (τιμή Null).



Παράδειγμα 2 - Δημιουργία λίστας με βάση τον επόμενο κόμβο:

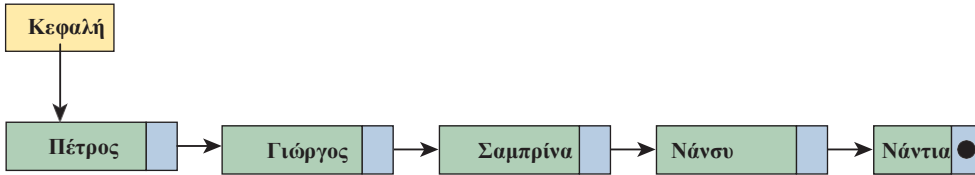
Για τη δημιουργία μίας λίστας, κάποιος μαθητής ακολούθησε την παρακάτω διαδικασία: για κάθε κόμβο σημείωσε δύο πληροφορίες: αρχικά τα δεδομένα και στη συνέχεια έναν αριθμό που έδειχνε ποιος είναι ο επόμενος στη σειρά κόμβος. Να δημιουργήσετε τη λίστα.

Γιώργος 3, Πέτρος 2, Νάνσυ 5, Νάντια 0, Σαμπρίνα 4.

Επεξήγηση λύσης:

- ✓ Ο πρώτος κόμβος θα είναι αυτός που έχει ως επόμενο κόμβο το 2, οπότε θα είναι ο Πέτρος.
- ✓ Τελευταίος θα είναι ο κόμβος με επόμενο κόμβο το 0, δηλαδή η Νάντια.

- ✓ Οι υπόλοιποι κόμβοι τοποθετούνται με αύξουσα σειρά αριθμού.

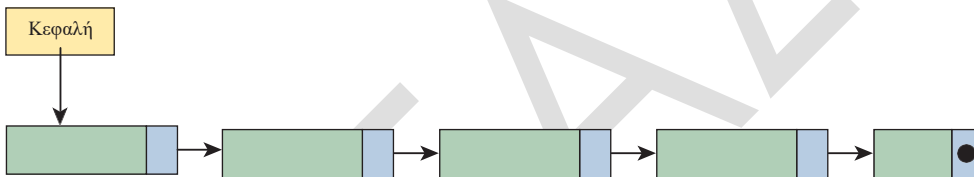


ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Σε μία λίστα έχουμε τοποθετήσει διαδοχικά τους αριθμούς 42, 40, 38, 18. α) να περιγράψετε τη διαδικασία που απαιτείται για την προσθήκη του αριθμού 66 μετά τον αριθμό 40 και να σχεδιάσετε τη νέα μορφή της λίστας και β) να περιγράψετε την διαδικασία που απαιτείται ώστε να διαγραφεί ο 4ος κόμβος στη λίστα που προέκυψε από το ερώτημα α και να σχεδιάσετε τη νέα λίστα.
2. Σε μία λίστα έχουμε τοποθετήσει διαδοχικά τους χαρακτήρες Γ, Α, Ι, Ο, Υ α) να περιγράψετε τη διαδικασία που απαιτείται για την προσθήκη του χαρακτήρα Ζ μετά το χαρακτήρα Α να σχεδιάσετε την μορφή της νέας λίστας και β) να περιγράψετε τη διαδικασία που απαιτείται ώστε να διαγραφεί ο πέμπτος και ο έκτος κόμβος στη λίστα που προέκυψε από το ερώτημα α και να σχεδιάσετε τη νέα λίστα.
3. Ένας καθηγητής του ΑΕΠΠ, για να οργανώσει την ύλη του καλοκαιριού, αποθήκευσε σε πίνακα κεφάλαιο[5] το όνομα του κεφαλαίου που θα διδάξει και σε πίνακα επόμενο[5] τη θέση του επόμενου κεφαλαίου στον πίνακα. Να σχεδιάσετε την αντίστοιχη λίστα, αν γνωρίζετε πως η **κεφαλή** της λίστας είναι στη θέση 3.

κεφάλαιο[5]				
Δομή επιλογής	ΓΛΩΣΣΑ	Δομή ακολουθίας	Γενικές ασκήσεις	Ασκήσεις με ΑΝ
1	2	3	4	5

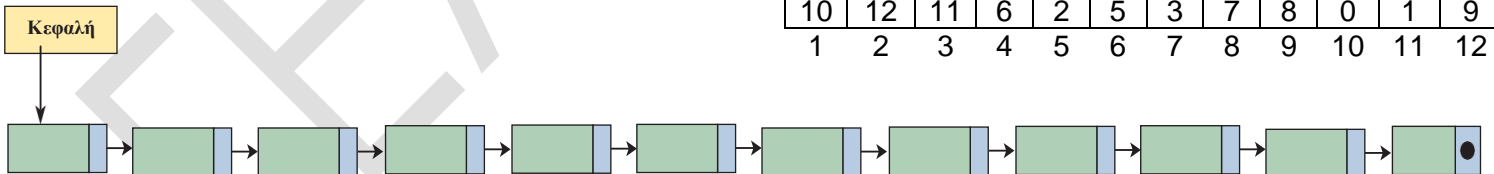
επόμενο[5]				
5	4	1	0	2
1	2	3	4	5



4. Για τη δημιουργία μίας λίστας δίνονται οι ακόλουθες πληροφορίες: στον πίνακα Δεδομένα[12] αποθηκεύονται τα δεδομένα των κόμβων και στον πίνακα Δείκτης[12] η διεύθυνση του επόμενου κόμβου. Στην **τέταρτη** θέση έχουν τοποθετηθεί τα στοιχεία του **πρώτου** κόμβου. Να δημιουργήσετε τη λίστα.

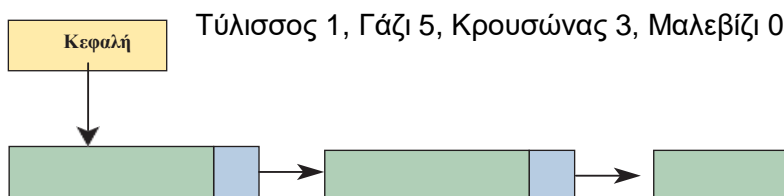
Δεδομένα											
Ι	Η	Υ	Κ	Λ	Α	Τ	Ι	Π	Α	Χ	Ε
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Δείκτης											
10	12	11	6	2	5	3	7	8	0	1	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12



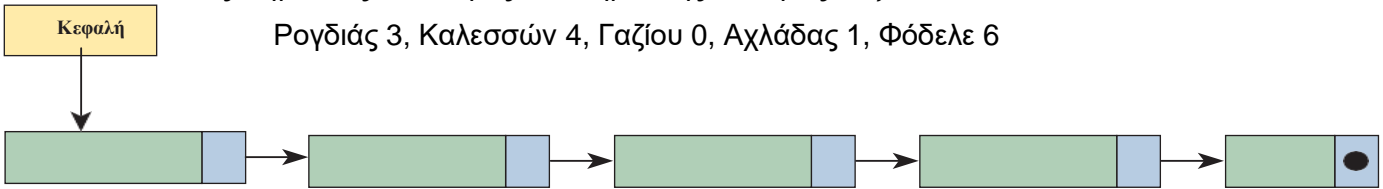
5. Για τη δημιουργία μίας λίστας ένας μαθητής ακολούθησε την παρακάτω διαδικασία: για κάθε κόμβο, σημείωσε δύο πληροφορίες: αρχικά τα δεδομένα του και στη συνέχεια έναν αριθμό που έδειχνε ποιος θα είναι ο επόμενος στη σειρά κόμβος. Να δημιουργήσετε τη λίστα σχετικά με:

- τις Δημοτικές ενότητες του Δήμου Μαλεβιζίου:



- τις Δημοτικές κοινότητες του Δημοτικής ενότητας Γαζίου:

Ρογδιάς 3, Καλεσσών 4, Γαζίου 0, Αχλάδας 1, Φόδελε 6



ΑΣΚΗΣΕΙΣ (ΘΕΜΑΤΑ)

Δίδεται η λίστα:

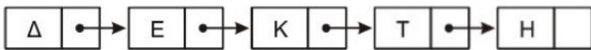
1. 2016 Νέο

α. Να περιγράψετε τη διαδικασία για την εισαγωγή του κόμβου με δεδομένα Ε ανάμεσα στον δεύτερο και τρίτο κόμβο της λίστας. (μ.3)

β. Να περιγράψετε τη διαδικασία για τη διαγραφή του κόμβου με δεδομένα Κ από την αρχική λίστα. (μ.3)

2. Επ 2016 Νέο

Δίνεται μια λίστα η οποία αποτελείται από 5 κόμβους. Το πρώτο πεδίο του κάθε κόμβου είναι ένα γράμμα και το δεύτερο πεδίο είναι η διεύθυνση του επόμενου κόμβου, όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα, που σχηματίζει τη λέξη ΔΕΚΤΗ:



Η λίστα αυτή απεικονίζεται στη μνήμη με τη μορφή που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

...	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	...
...		E	25		Δ	16					K	30		H	0	T	28	...

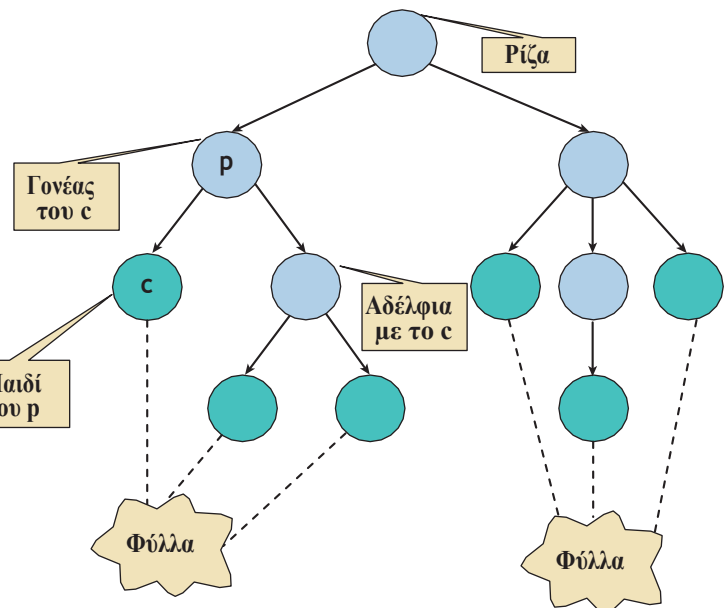
- α. Να σχεδιάσετε στο τετράδιό σας την απεικόνιση της μνήμης μετά από τη διαγραφή του κατάλληλου κόμβου από την αρχική λίστα, ώστε να σχηματιστεί η λέξη ΔΕΤΗ. (μονάδες 2)
- β. Να σχεδιάσετε στο τετράδιό σας την απεικόνιση της μνήμης μετά από την εισαγωγή, στην αρχική λίστα, του κόμβου με πρώτο πεδίο το γράμμα Α στη θέση 21, ώστε να σχηματιστεί η λέξη ΔΕΚΑΤΗ. (μ.4)

2. Δένδρο (tree)

Ένα δένδρο (tree) είναι μία μη-γραμμική ευέλικτη δομή δεδομένων (τα δεδομένα δεν ακολουθούν μια σειρά). Όταν δύο κόμβοι συνδέονται μεταξύ τους με μία ακμή, τότε ονομάζουμε «γονέα» τον κόμβο από τον οποίο ξεκινάει η ακμή και «παιδί» τον κόμβο στον οποίο καταλήγει η ακμή. Ένας κόμβος μπορεί να έχει κανένα, ένα ή περισσότερα παιδιά. Όλοι οι κόμβοι, εκτός από έναν, έχουν ακριβώς έναν γονέα. Ο κόμβος χωρίς γονέα ονομάζεται «ρίζα» (root) και βρίσκεται στην κορυφή του δένδρου. Κόμβοι με τον ίδιο γονέα ονομάζονται «αδέλφια». Οι κόμβοι χωρίς παιδιά ονομάζονται «φύλλα».

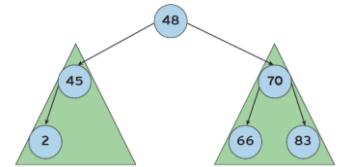
Μία δομή που αποτελείται από ένα σύνολο κόμβων και ένα σύνολο ακμών μεταξύ των κόμβων με βάση τους εξής κανόνες:

- ❖ Υπάρχει ένας ξεχωριστός κόμβος που ονομάζεται **ρίζα**. Αυτός είναι ένας κόμβος χωρίς γονέα.
- ❖ Για κάθε κόμβο c, εκτός από τη ρίζα, υπάρχει **μόνο μια ακμή** που καταλήγει στον κόμβο αυτόν ξεκινώντας από κάποιον άλλον κόμβο p. Ο κόμβος p ονομάζεται **γονέας** του c και ο κόμβος c παιδί του p.
- ❖ Για κάθε κόμβο υπάρχει **μία μοναδική διαδρομή**, δηλαδή, μια ακολουθία διαδοχικών ακμών, που ξεκινάει από τη ρίζα και τερματίζει σε αυτόν τον κόμβο.



Δένδρο θεωρούμε και το κενό δένδρο, δηλαδή το δένδρο που δεν έχει ούτε κόμβους, ούτε ακμές. Το κενό δένδρο είναι το μόνο δένδρο χωρίς ρίζα.

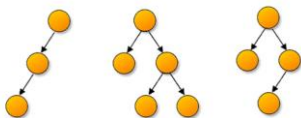
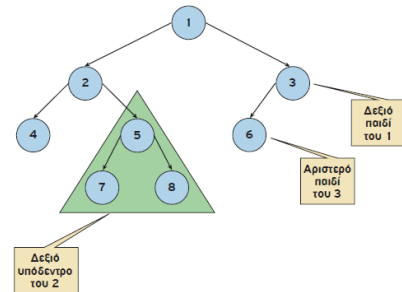
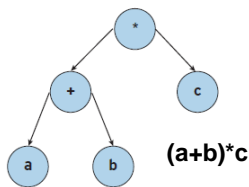
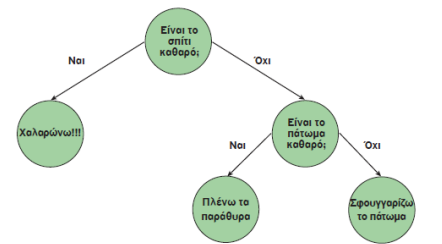
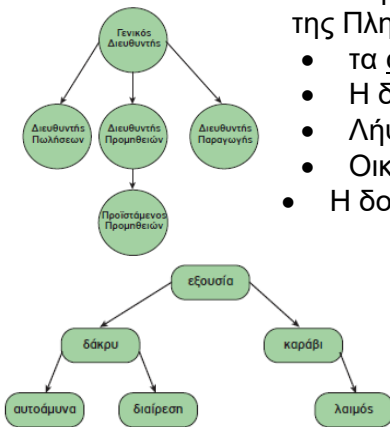
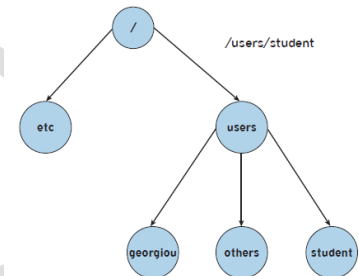
Μέσα σε ένα δένδρο μπορούμε να εντοπίσουμε και άλλα μικρότερα δένδρα, που ονομάζονται **υποδένδρα**. Πιο συγκεκριμένα, κάθε κόμβος ενός δένδρου μπορεί να θεωρηθεί ως ρίζα ενός υποδένδρου, δηλαδή ενός άλλου μικρότερου δένδρου, που ξεκινάει από τον κόμβο αυτόν.



Αν θέλουμε να μοντελοποιήσουμε την ιεραρχική σχέση των μελών μιας οικογένειας και μας ενδιαφέρει να οργανώσουμε τα αδέλφια σύμφωνα με την ηλικία τους, τότε τα αδέλφια που θα έχουν γεννηθεί νωρίτερα θα τοποθετηθούν στην δενδρική δομή πιο αριστερά σε σχέση με αυτά που θα έχουν γεννηθεί αργότερα. Σε αυτή την περίπτωση, που για κάθε κόμβο υπάρχει μία γραμμική σχέση μεταξύ των παιδιών του κόμβου αυτού, αναφερόμαστε σε ένα **διατεταγμένο δένδρο**.

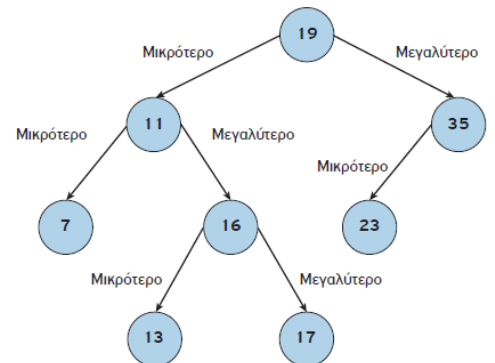
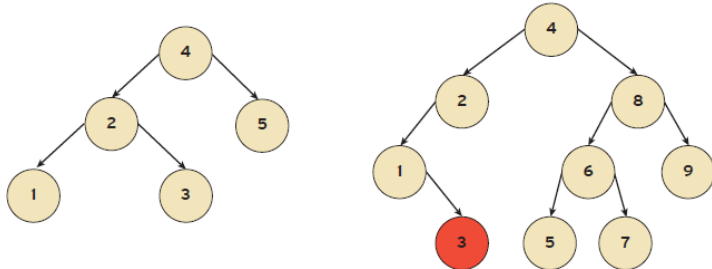
Τα δένδρα είναι τόσο ισχυρά λόγω της **δυναμικότητάς** τους (είναι πολύ εύκολο να προσθέσετε, να αφαιρέσετε ή να αναζητήσετε ένα στοιχείο σε ένα δένδρο) και επειδή η δομή των δένδρων **μεταφέρει πληροφορίες**. Έχουν αρκετές δυνατότητες και εφαρμογές, όπως:

- Αναπαραστάσεις δεδομένων του πραγματικού κόσμου αλλά και της Πληροφορικής που διέπονται από ένα είδος φυσικής ιεραρχίας
 - τα αρχεία και οι φάκελοι ενός υπολογιστή
 - Η δομή μιας πρότασης
 - Λήψη αποφάσεων
 - Οικογενειακό δένδρο
- Η δομή ενός οργανισμού ή μιας εταιρείας
 - Τα μέρη που απαρτίζουν την μηχανή ενός αυτοκινήτου,
 - Ο πίνακας περιεχομένων ενός βιβλίου
 - Οργάνωση ενός λεξικού
 - Οργάνωση και διαχείριση δεδομένων
 - Συμπύεση εικόνων, η ταξινόμηση, η αυτόματη συμπλήρωση λέξεων σε συσκευές κινητών τηλεφώνων, η μεταγλώττιση ενός προγράμματος
- Δένδρο του παιχνιδιού (game tree) (μοντελοποιεί όλες τις πιθανές κινήσεις των παικτών π.χ. σκάκι, τάβλι)
- Υπολογισμός αριθμητικών εκφράσεων



Διαδικό δένδρο (binary tree) είναι ένα διατεταγμένο δένδρο, στο οποίο κάθε κόμβος έχει το πολύ δύο παιδιά, το αριστερό και το δεξί παιδί (αριστερό και δεξιό υποδένδρο ενός κόμβου).

Ένα **διαδικό δένδρο αναζήτησης** (binary search tree) είναι ένα διαδικό δένδρο, όπου για κάθε κόμβο u, όλοι οι κόμβοι του αριστερού υποδένδρου έχουν τιμές μικρότερες της τιμής του κόμβου u και όλοι οι κόμβοι του δεξιού υποδένδρου έχουν τιμές μεγαλύτερες (ή ίσες) της τιμής του κόμβου u. Για λόγους απλοποίησης θεωρούμε ότι δεν υπάρχουν τιμές ίσες με την τιμή του κόμβου u.



Εικόνα 1.3.23. α: Διαδικό δένδρο αναζήτησης

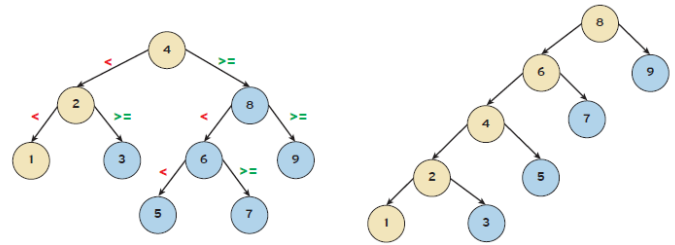
β: Μη διαδικό δένδρο αναζήτησης

Στο παράδειγμα β υπάρχει ένας τουλάχιστον κόμβος (3) που δεν πληροί το κριτήριο του διαδικού δένδρου αναζήτησης, επομένως δεν μπορούμε να κατατάξουμε το διαδικό αυτό δένδρο στα διαδικά δένδρα αναζήτησης. Θα μπορούσε να τοποθετηθεί ο κόμβος 3 δεξιά από τον κόμβο 2, έτσι ώστε το δένδρο αυτό να είναι ένα διαδικό δένδρο αναζήτησης.

Πλεονεκτήματα των δυαδικών δένδρων αναζήτησης:

- ✓ Η αναζήτηση για μια συγκεκριμένη τιμή γίνεται ταχύτερα χάρη στον τρόπο αποθήκευσης των τιμών.
- ✓ συνδυάζουν τα πλεονεκτήματα των λιστών, όσον αφορά τις πράξεις της εισαγωγής και της διαγραφής (εισάγουμε και διαγράφουμε εύκολα ένα στοιχείο), αλλά και τα πλεονεκτήματα των ταξινομημένων πινάκων, όσον αφορά την πράξη της αναζήτησης.

Έχει σημασία η δομή ενός δυαδικού δένδρου αναζήτησης στην εύρεση στοιχείων. αν θέλουμε να έχουμε γρήγορους αλγόριθμους αναζήτησης πρέπει να αποθηκεύουμε τις τιμές στα δυαδικά δένδρα αναζήτησης με έναν συγκεκριμένο τρόπο (**ισορροπημένα** δένδρα).



Εικόνα 1.3.25. Η σημασία της δομής ενός δυαδικού δένδρου αναζήτησης στην εύρεση στοιχείων

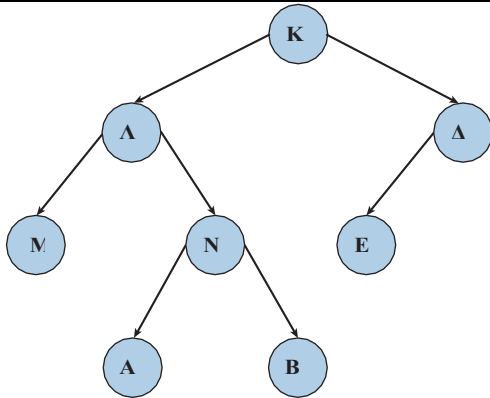
τιμές στα δυαδικά δένδρα αναζήτησης με έναν συγκεκριμένο τρόπο (**ισορροπημένα** δένδρα).

Σωστά-Λάθος

1. Ένα δένδρο αποτελείται από ακμές, οι οποίες συνδέονται μεταξύ τους με κόμβους.
2. Όταν δύο κόμβοι, ενός δένδρου, συνδέονται μεταξύ τους με μία ακμή, τότε ονομάζουμε «γονέα» τον κόμβο από τον οποίο ξεκινάει η ακμή και «παιδί» τον κόμβο στον οποίο καταλήγει η ακμή.
3. Ένας κόμβος σε ένα δένδρο πρέπει να έχει τουλάχιστον ένα «παιδί»
4. Ο κόμβος χωρίς γονέα ονομάζεται _____ και βρίσκεται στην κορυφή του δένδρου (ρίζα, παιδί, φύλλο, Τίποτα από τα παραπάνω).
5. Δένδρο θεωρούμε και το κενό δένδρο, δηλαδή το δένδρο που δεν έχει ούτε κόμβους, ούτε ακμές
6. Τα δένδρα απόφασης, είναι δένδρα στα οποία κάθε κόμβος αντιπροσωπεύει ένα χαρακτηριστικό. (ιδιότητα), κάθε ακμή αντιπροσωπεύει μια απόφαση (κανόνα) και κάθε φύλλο αντιπροσωπεύει ένα αποτέλεσμα.
7. Στους αλγόριθμους μηχανικής μάθησης (machine learning) τα δένδρα απόφασης δεν έχουν πρωτεύοντα ρόλο
8. Ένα δυαδικό δένδρο (binary tree) είναι ένα διατεταγμένο δένδρο, στο οποίο κάθε κόμβος έχει το πολύ δύο παιδιά, το αριστερό και το δεξί παιδί.
9. Τα δυαδικά δένδρα αναζήτησης συνδυάζουν τα πλεονεκτήματα των λιστών, όσον αφορά τις πράξεις της εισαγωγής και της διαγραφής, αλλά και τα πλεονεκτήματα των ταξινομημένων πινάκων, όσον αφορά την πράξη της αναζήτησης.
10. Σε ένα δένδρο, όλοι οι κόμβοι έχουν ακριβώς ένα γονέα.
11. Οι κόμβοι χωρίς παιδιά σε ένα δένδρο ονομάζονται φύλλα.
12. Οι κόμβοι με τον ίδιο πατέρα ονομάζονται αδέρφια.
13. Ένας κόμβος-γονέας μπορεί να έχει μόνο ένα κόμβο-παιδί.
14. Στα δένδρα μπορούμε εύκολα να προσθέσουμε και να αφαιρέσουμε κόμβους.
15. Ένα δένδρο μπορεί να έχει περισσότερες από μία ρίζες.
16. Ένα από τα προβλήματα στην επίλυση των οποίων βοηθούν τα δένδρα είναι η αυτόματη συμπλήρωση λέξεων σε συσκευές κινητών.
17. Σε ένα δυαδικό δένδρο αναζήτησης, κάθε κόμβος μπορεί να έχει 2 ή περισσότερα παιδιά.
18. Σε ένα δυαδικό δένδρο αναζήτησης, κάθε κόμβος έχει τιμή μεγαλύτερη από όλους τους κόμβους του αριστερού υποδένδρου του και τιμή μικρότερη ή ίση από όλους τους κόμβους του δεξιού υποδένδρου του.
19. Τα δυαδικά δένδρα αναζήτησης προσφέρουν πλεονεκτήματα στη λειτουργία της αναζήτησης.
20. Σε ένα δυαδικό δένδρο αναζήτησης, κάποιος κόμβος μπορεί να έχει ένα μόνο παιδί.
21. Υπάρχουν δένδρα που βοηθούν στη μοντελοποίηση των κινήσεων σε παιχνίδια όπως η τρίλιζα.
22. Σε ένα δένδρο, υπάρχει μία μοναδική διαδρομή για κάθε κόμβο, δηλαδή μία ακολουθία ακμών, που ξεκινάει από τη ρίζα και τερματίζει σε αυτόν τον κόμβο.
23. Ένας κόμβος που είναι παιδί για ένα κόμβο, μπορεί να είναι πατέρας για κάποιον άλλο κόμβο.
24. Σε ένα δυαδικό δένδρο, κάποιος κόμβος μπορεί να έχει τρία υποδένδρα.
25. Η ρίζα ενός δένδρου δεν μπορεί ποτέ να είναι φύλλο.
26. Σε ένα δυαδικό δένδρο, φύλλα συναντάμε μόνο στο αριστερό υποδένδρο.
27. Σε ένα δυαδικό δένδρο, κάθε κόμβος-γονέας μπορεί να έχει το πολύ δύο παιδιά.
28. Δεν είναι δυνατό να υπάρχουν δύο διαφορετικές διαδρομές από την ρίζα προς έναν άλλον κόμβο ενός δένδρου.
29. Σε ένα δυαδικό δένδρο, κάθε κόμβος έχει μηδέν, ένα ή δύο υποδένδρα.
30. Η ρίζα ενός δένδρου είναι ο μόνος κόμβος ενός δένδρου που δεν έχει γονέα.
31. Τα φύλλα ενός δένδρου είναι απομονωμένοι κόμβοι που δε συνδέονται με άλλους κόμβους.
32. Σε ένα δένδρο, κάθε κόμβος-γονέας μπορεί να έχει οποιοδήποτε αριθμό παιδιών.
33. Μπορούν να υπάρχουν διαφορετικές δομές δυαδικών δένδρων αναζήτησης που αποθηκεύουν τα ίδια στοιχεία.
34. Κάθε δένδρο είναι γράφος.

Παράδειγμα 1 - Δημιουργία δένδρου: Να δημιουργήσετε το δένδρο που προκύπτει από τις ακόλουθες πληροφορίες: ο κόμβος K έχει παιδιά τους κόμβους Λ και Δ ο κόμβος M έχει πατέρα τον κόμβο Λ ο κόμβος N είναι αδέρφια με τον κόμβο M και έχει παιδιά τους κόμβους A και B ο κόμβος E έχει πατέρα τον κόμβο Δ.

Λύση - Παρατηρήσεις



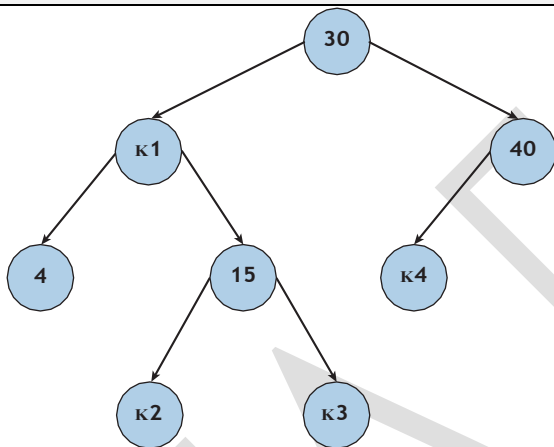
- ✓ Για να συνδυάσουμε τις παραπάνω πληροφορίες θα πρέπει να προσέξουμε:
- ✓ Ο κόμβος-πατέρας βρίσκεται πάνω από τον κόμβο-παιδί και ενώνονται με ακμή.
- ✓ Όλοι οι κόμβοι-παιδιά ενός κόμβου-πατέρα βρίσκονται ένα επίπεδο κάτω από τον κόμβο πατέρα και στο ίδιο επίπεδο μεταξύ τους.
- ✓ Όταν δύο κόμβοι είναι αδέρφια έχουν τον ίδιο κόμβο-πατέρα.
- ✓ Όταν ένας κόμβος – παιδί έχει δικά του παιδιά, τότε αυτά βρίσκονται ένα επίπεδο κάτω.
- ✓ Η ρίζα του δένδρου είναι ο κόμβος που δεν έχει πατέρα.

Παράδειγμα 2 – Δυαδικό δένδρο αναζήτησης:

Για να προκύψει δυαδικό δένδρο αναζήτησης θα πρέπει κάθε κόμβος να έχει τιμή μεγαλύτερη από όλους τους κόμβους του αριστερού υποδένδρου του και τιμή μικρότερη από όλους τους κόμβους του δεξιού υποδένδρου του.

➔ Να συμπληρώσετε τα κενά K1, K2, K3, και K4 στο παρακάτω δένδρο με κατάλληλες τιμές, ώστε να προκύψει ένα δυαδικό δένδρο αναζήτησης.

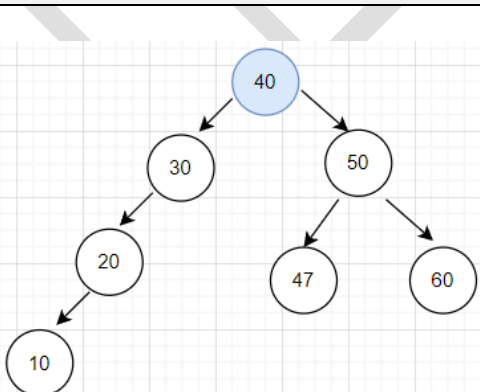
Λύση



- ✓ **K1:** θα πρέπει να έχει τιμή μικρότερη από το 30 (το K1 βρίσκεται στο αριστερό υποδένδρο του 30), μεγαλύτερη από το 4 (το 4 βρίσκεται στο αριστερό υποδένδρο του K1) και μικρότερη από το 15 (το 15 βρίσκεται στο δεξί υποδένδρο του K1), για παράδειγμα το **10**.
- ✓ **K2:** θα πρέπει να έχει τιμή μεγαλύτερη από το 10 που επιλέξαμε στο K1 (το K2 βρίσκεται στο δεξί υποδένδρο του K1) και τιμή μικρότερη από το 15 (το K2 βρίσκεται στο αριστερό υποδένδρο του 15), για παράδειγμα το **14**.
- ✓ **K3:** θα πρέπει να έχει τιμή μεγαλύτερη από το 10 που επιλέξαμε στο K1 (το K3 βρίσκεται στο δεξί υποδένδρο του K1) και τιμή μεγαλύτερη από το 15 (το K3 βρίσκεται στο δεξί υποδένδρο του 15), για παράδειγμα το **16**.
- ✓ **K4:** θα πρέπει να έχει τιμή μεγαλύτερη από το 30 (το K4 βρίσκεται στο δεξί υποδένδρο του 30) και τιμή μικρότερη από το 40 (το K4 βρίσκεται στο αριστερό υποδένδρο του 40), για παράδειγμα το **35**.

➔ Εισάγετε τις τιμές 40, 50, 30, 20, 10, 60, 47 σε κενό δένδρο ώστε να προκύψει ένα δυαδικό δένδρο αναζήτησης.

Λύση

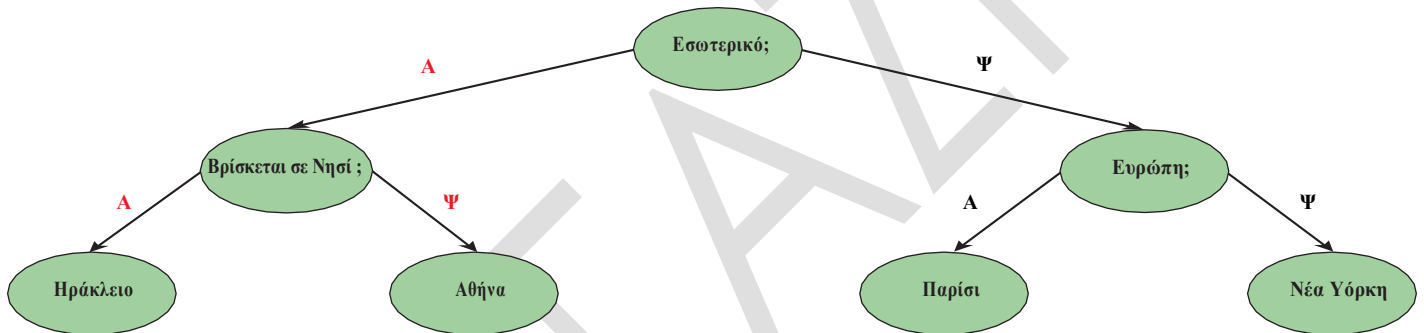


- ✓ Ξεκινώ από την πρώτη τιμή 40 που θα γίνει ρίζα
- ✓ Το 50 είναι μεγαλύτερο από τη ρίζα, άρα θα πρέπει να πάει από δεξιά.
- ✓ Το 30 το συγκρίνω ξανά με τη ρίζα (όχι με το 50 του προηγούμενου βήματος) και είναι μικρότερο από τη ρίζα, άρα θα πάει αριστερά.
- ✓ Το 20 είναι μικρότερο της ρίζας, άρα αριστερά και μικρότερο του 30, άρα πάλι αριστερά και του 30.
- ✓ Το 10 είναι μικρότερο της ρίζας, άρα αριστερά και μικρότερο του 30, άρα πάλι αριστερά του 30 και μικρότερο του 20, άρα πάλι αριστερά του 20.
- ✓ Το 60 είναι μεγαλύτερο από τη ρίζα, άρα θα πρέπει να πάει από δεξιά της ρίζας και μεγαλύτερο του 50, άρα πάλι δεξιά και του 50.
- ✓ Το 47 είναι μεγαλύτερο από τη ρίζα, άρα θα πρέπει να πάει από δεξιά της ρίζας και μικρότερο του 50, άρα αριστερά του 50.

➔ Δίνεται το παρακάτω δέντρο. Να εξετάσετε αν πρόκειται για ένα δυαδικό δένδρο αναζήτησης.

Λύση	
	<p>Εξετάζουμε αν ισχύουν τα παρακάτω:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Το αριστερό παιδί 10 είναι μικρότερο της ρίζας 17; ✓ Το δεξί παιδί 20 είναι μεγαλύτερο της ρίζας 17; ✓ Το 13 είναι μεγαλύτερο του γονέα του 10; Είναι μικρότερο από τη ρίζα αφού βρίσκεται στο αριστερό υποδένδρο; ✓ Το 12 είναι μικρότερο του γονέα του 13; Είναι μεγαλύτερο του 10 αφού βρίσκεται στο δεξί υποδένδρο του 10; Είναι μικρότερο από τη ρίζα 17 αφού βρίσκεται στο αριστερό υποδένδρο; ✓ Το 15 είναι μεγαλύτερο του γονέα του 13; Είναι μεγαλύτερο του 10 αφού βρίσκεται στο δεξί υποδένδρο του 10; Είναι μικρότερο από τη ρίζα 17 αφού βρίσκεται στο αριστερό υποδένδρο; <p>Ισχύουν όλα τα προηγούμενα, άρα είναι δυαδικό δένδρο αναζήτησης</p>

Παράδειγμα 3 – Δένδρο απόφασης: Να δημιουργήσετε ένα δένδρο απόφασης, που θα κατηγοριοποιεί τους προορισμούς: Ηράκλειο, Αθήνα, Παρίσι, Νέα Υόρκη σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά: **1)** αν είναι προορισμός εσωτερικού ή εξωτερικού **2)** στην περίπτωση του εσωτερικού αν βρίσκεται σε νησί ή όχι **3)** στην περίπτωση του εξωτερικού αν είναι Ευρώπη ή όχι.



Επεξήγηση λύσης: Σε ένα δένδρο απόφασης, κάθε κόμβος αποτελεί ένα χαρακτηριστικό, κάθε ακμή μία απόφαση (Ναι – Όχι, Αληθής - Ψευδής) και κάθε φύλλο ένα αποτέλεσμα. Στο παράδειγμά μας, αρχικά θα χρησιμοποιήσουμε έναν κόμβο για το ερώτημα αν είναι προορισμός εσωτερικού η όχι, με δύο ακμές (μία για Αληθής και μία για Ψευδής). Στην περίπτωση Αληθής θα χρειαστούμε άλλον ένα κόμβο, για το ερώτημα αν βρίσκεται σε νησί ή όχι (ξανά με ακμές Αληθής - Ψευδής) και θα καταλήξουμε σε δύο φύλλα, ένα για Αθήνα και ένα για Ηράκλειο. Στην περίπτωση Ψευδής, θα χρειαστούμε άλλον ένα κόμβο, για το ερώτημα αν είναι Ευρώπη η όχι (ακμές Αληθής – Ψευδής) και θα καταλήξουμε σε δύο φύλλα, ένα για Παρίσι και ένα για Νέα Υόρκη.

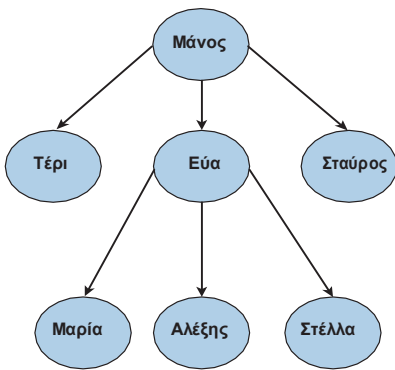
Παράδειγμα 4 – Δένδρο υπολογισμού αριθμητικών εκφράσεων: Να δημιουργήσετε ένα δένδρο το οποίο θα αναπαριστά τη λύση της πράξης $(\alpha + \beta)^{\gamma - 2}$.

Λύση	
	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Ο τελεστής που θα εκτελεστεί τελευταίος στην ιεραρχία θα τοποθετηθεί ως ρίζα του δένδρου. ✓ Οι τελεστές θα τοποθετηθούν ως παιδιά της ρίζας, διατεταγμένες ως προς τη σειρά εκτέλεσής τους. ✓ Στα φύλλα θα τοποθετηθούν οι μεταβλητές ή οι αριθμοί στους οποίους εφαρμόζονται οι τελεστές.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να δημιουργήσετε ένα δένδρο το οποίο θα αναπαριστά τη λύση των πράξεων: i) $(\alpha \text{ MOD } \beta) * (\gamma \text{ DIV } \delta)$
ii) $(A \text{ H' } B) \text{ ΚΑΙ } \Gamma$ iii) $(\alpha + \beta) * (\gamma - \delta)$

2. Να απαντήσετε στις ερωτήσεις σχετικά με το ακόλουθο δένδρο: **1)** ποια είναι η ρίζα του δένδρου; **2)** ποια είναι τα παιδιά της Εύας; **3)** ποια είναι τα αδέρφια του Σταύρου; **4)** ποιος είναι ο γονέας της Τέρι; **5)** ποια παιδιά είναι αδέρφια μεταξύ τους; **6)** Ποιοι κόμβοι αποτελούν φύλλα; **7)** να προσθέσετε στο Σταύρο δύο παιδιά, το Νεκτάριο και τη Δήμητρα και στην Τέρι ένα παιδί, το Γιώργο και να παρουσιάσετε τη νέα μορφή του δένδρου.

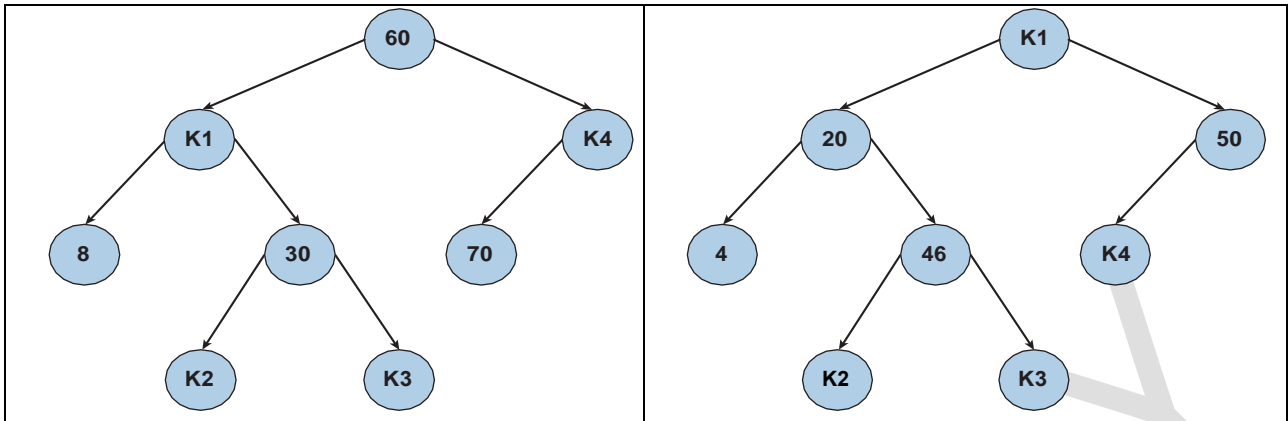


- 1)
2)
3)
4)
5)
6)

3. Να σχεδιάσετε το δένδρο που προκύπτει από τις ακόλουθες πληροφορίες: **1)** ο κόμβος A έχει παιδιά τους κόμβους B και Γ **2)** ο κόμβος B έχει παιδιά τους κόμβους Δ και Ε **3)** ο κόμβος Γ έχει παιδιά τους κόμβους Z και Η.

4. Να σχεδιάσετε το δένδρο που προκύπτει από τις ακόλουθες πληροφορίες: **1)** ο κόμβος A έχει παιδιά τους κόμβους B, Γ και Δ **2)** οι κόμβοι E και Z έχουν πατέρα τον κόμβο Δ **3)** ο κόμβος K έχει αδέρφια τους κόμβους Λ και Μ και πατέρα τον κόμβο Γ **4)** ο κόμβος Π έχει παιδί τον κόμβο Ρ και πατέρα τον κόμβο Β.

5. Να συμπληρώσετε τα κενά Κ1, Κ2, Κ3, και Κ4 στα παρακάτω δένδρα με κατάλληλες τιμές, ώστε να προκύψει ένα δυαδικό δένδρο αναζήτησης.



6. Ένας σινεφίλ έχει οργανώσει τις ταινίες του με τον παρακάτω τρόπο σε Κατηγορίες. Να σχεδιάσετε ένα δένδρο που να αναπαριστά το περιεχόμενο αυτό.

- Ντοκιμαντέρ
 - Βιογραφικές
 - Πολεμικές
 - Ιστορικές
 - Μουσικές
- Δραματικές
- Δράσης
 - Περιπέτειες
 - Αστυνομικές
 - Κατασκοπείας
- Θρίλερ
 - Τρόμου
 - Μυστηρίου
 - Ψυχολογικές
 - Επιστημονικής Φαντασίας
- Οικογενειακές
 - Κωμωδίες
 - Κομεντί
 - Κινούμενα σχέδια
 - Μεταγλωτισμένα
 - Με υπότιτλους

7. Δίνεται ο ακόλουθος ταξινομημένος πίνακας. Να σχηματίσετε το αντίστοιχο δυαδικό δένδρο αναζήτησης.

Ανάφη	Γαύδος	Ικαρία	Κύθηρα	Μήλος	Μύκονος	Σέριφος
-------	--------	--------	--------	-------	---------	---------

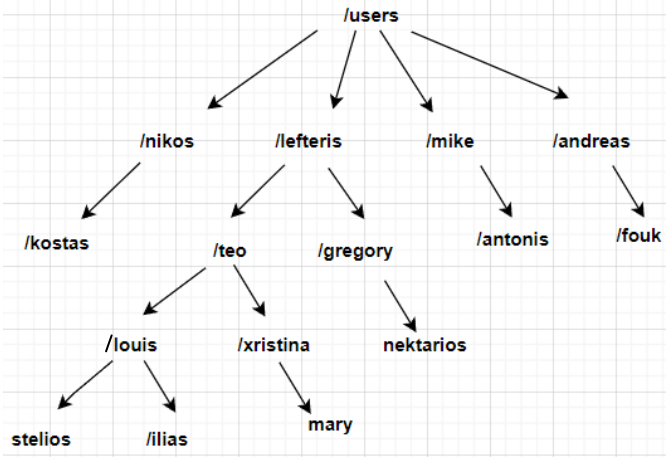
8. Να αναπαραστήσετε το παρακάτω τμήμα εντολών με τη μορφή δέντρου χωρίζοντας την εντολή Αν σε δύο μέρη, στη συνθήκη και το μπλοκ των εντολών που εκτελούνται όταν η συνθήκη είναι Αληθής.

```

Αν X>=Y τότε
    Z ← X MOD 5
Γράψε Z
Τέλος_αν
    
```

9. Να αναπαραστήσετε τον παρακάτω ταξινομημένο πίνακα Α με ένα δυαδικό δένδρο αναζήτησης, το οποίο έχει ως ρίζα τον αριθμό -1.

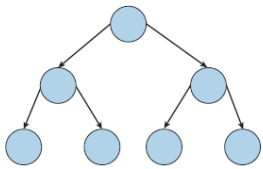
A	-11	-10	-8	-5	-3	-1	0	2	4	7
---	-----	-----	----	----	----	----	---	---	---	---



10. Το διπλανό δέντρο αναπαριστά την ιεραρχική δομή (αρχεία/φακέλους) του σκληρού δίσκου του εργαστηρίου πληροφορικής. Ποια διαδρομή πρέπει να ακολουθήσετε προκειμένου να φτάσω από τη ρίζα στο:

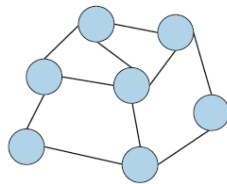
- A) αρχείο stelios
- B) αρχείο mary
- Γ) φάκελο ilias
- Δ) φάκελο antonis
- E) αρχείο nektarios

3. Γράφος (graph)



Εικόνα 1.3.27.

α: Δένδρο



β: Γράφος

Γραμμικές δομές: σε μία γραμμική δομή, μετά από κάθε στοιχείο ακολουθεί ένα άλλο στοιχείο, εκτός αν είναι τελευταίο. Παράδειγμα γραμμικής δομής είναι οι πίνακες και οι συνδεδεμένες λίστες.

Μη-Γραμμικές δομές: Τα δεδομένα τους δεν ακολουθούν κάποια σειρά, όπως για παράδειγμα στα δένδρα, όπου ξεκινούν από έναν κόμβο-ρίζα ο οποίος μπορεί να συνδεθεί με άλλους κόμβους, περισσότερους από έναν. Επίσης κάθε δένδρο μπορεί να περιέχει άλλα υποδένδρα.

Ένας **γράφος** είναι μία δομή που αποτελείται από ένα σύνολο κόμβων (ή σημείων ή κορυφών) και ένα σύνολο γραμμών (ή ακμών ή τόξων) που ενώνουν μερικούς ή όλους τους κόμβους. Ο γράφος αποτελεί την πιο γενική δομή δεδομένων, με την έννοια ότι όλες οι προηγούμενες δομές που παρουσιάστηκαν μπορούν να θεωρηθούν περιπτώσεις γράφων.

Συγκριση δένδρου-Γράφου

- Ένα δένδρο μπορεί μόνο να ρέει προς μία κατεύθυνση, από τον κόμβο ρίζας σε κόμβους φύλλων ή κόμβους παιδιών. Οι γράφοι δεν έχουν την έννοια ενός κόμβου «ρίζας».
- Ένα δένδρο μπορεί να έχει μόνο μονόδρομες συνδέσεις - ένας κόμβος παιδιού μπορεί να έχει μόνο έναν γονέα και ένα δένδρο δεν μπορεί να έχει βρόχους ή κυκλικούς δεσμούς. Στους γράφους οι κόμβοι μπορούν να συνδεθούν με οποιοδήποτε τρόπο. Για παράδειγμα, ένας κόμβος μπορεί να συνδεθεί με άλλους πέντε. Οι γράφοι, επίσης, δεν έχουν «μονοκατευθυντική» ροή - αντ' αυτού, μπορεί να έχουν κατεύθυνση ή να μην έχουν καμιά κατεύθυνση.
- Ένα δένδρο θα είναι πάντα ένα γράφος, αλλά δεν είναι όλοι οι γράφοι δένδρα.
- Τα δένδρα, γενικά, διέπονται από συγκεκριμένους κανόνες ενώ σε ορισμένους τύπους δένδρων ισχύουν ιδιαίτεροι κανόνες, όπως στα δυαδικά δένδρα αναζήτησης, στα οποία οι κόμβοι μπορεί να έχουν μόνο δύο συνδέσεις με δύο κόμβους ανά πάσα στιγμή. Αν αγνοήσουμε αυτούς τους κανόνες τότε, δεν αναφερόμαστε σε δένδρα αλλά σε μία νέα δυναμική δομή δεδομένων, που ονομάζεται γράφος.

(α) Κατευθυνόμενη ακμή: είναι η ακμή που έχει κατεύθυνση. Στην περίπτωση αυτή οι κόμβοι συνδέονται σε πολύ συγκεκριμένο τρόπο.

Υπάρχει ένας μόνο τρόπος να ταξιδέψουμε μεταξύ των κόμβων και αυτός είναι από τον κόμβο A στον κόμβο B. Συνήθως, τον κόμβο από τον οποίο ξεκινάμε αναφέρουμε ως προέλευση και τον κόμβο στον οποίο ταξιδεύουμε ως προορισμό.

(β) Μη κατευθυνόμενη ακμή: είναι η ακμή που δεν έχει κατεύθυνση. Στην περίπτωση αυτή η σύνδεση μεταξύ των κόμβων είναι πιο γενική.

Μπορούμε να «ταξιδέψουμε» και προς τις δύο κατευθύνσεις, η διαδρομή μεταξύ των δύο κόμβων είναι αμφίδρομη, πράγμα που σημαίνει ότι οι κόμβοι προέλευσης και προορισμού δεν είναι σταθεροί.



α: Κατευθυνόμενη ακμή



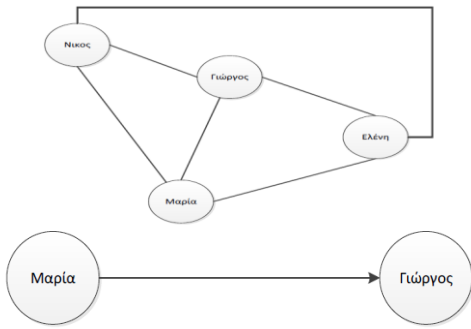
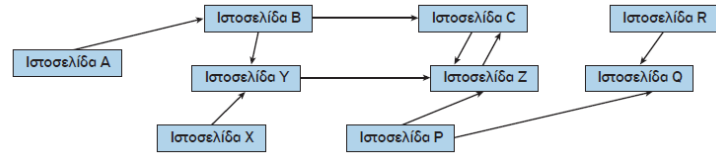
β: μη κατευθυνόμενη ακμή

■ Εάν όλες οι ακμές σε έναν γράφο έχουν κατεύθυνση, ο γράφος ονομάζεται **κατευθυνόμενος γράφος** (directed graph).

■ Εάν όλες οι ακμές σε έναν γράφο δεν έχουν κατεύθυνση, ο γράφος ονομάζεται **μη κατευθυνόμενος γράφος** (undirected graph).

Παραδείγματα από την καθημερινότητα

- Παγκόσμιος Ιστός (WWW) -μερικές φορές αυτές οι αναπαραστάσεις γράφων έχουν κόμβους με ακμές που είναι μη κατευθυνόμενες και άλλες ακμές που κατευθύνονται.



Εικόνα 5. Twitter – Η Μαρία ακολουθεί τον Γιώργο



Εικόνα 6. Twitter - Η Μαρία ακολουθεί τον Γιώργο και ο Γιώργος ακολουθεί τη Μαρία

- **Κοινωνικά Δίκτυα (Facebook)**

Η σχέση μεταξύ δύο χρηστών (κόμβοι), είναι αμφίδρομη, δηλαδή μη κατευθυνόμενες ακμές, καθώς αν κάποιος χρήστης είναι φίλος με κάποιον άλλο, ισχύει και το αντίστροφο.

- **Κοινωνικά Δίκτυα (Twitter)**

A) Θα μπορούσαμε να αναπαραστήσουμε το Twitter ως κατευθυνόμενο γράφο. Κάθε ακμή που δημιουργούμε αντιπροσωπεύει μια μονόδρομη σχέση. Όταν με ακολουθείς στο Twitter, δημιουργείται μια ακμή στον γράφο με τον λογαριασμό σου ως κόμβο προέλευσης και τον λογαριασμό μου ως τον κόμβο προορισμού.

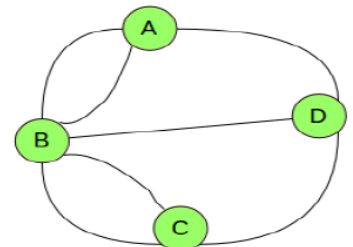
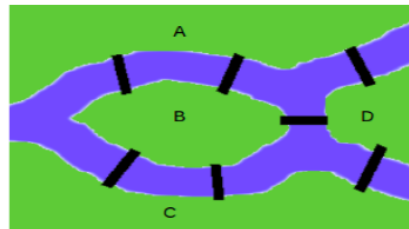
B) Αν αποφασίσω να σε ακολουθήσω και εγώ δεν αλλάζω την κατεύθυνση της ακμής που δημιουργήθηκε όταν με ακολουθήσε, η ακμή δε γίνεται αμφίδρομη και επομένως μη κατευθυνόμενη, γιατί θα μπορούσα να σε αγνοήσω σε οποιοδήποτε χρονική στιγμή. Όταν σε ακολουθώ στο Twitter, δημιουργώ μια δεύτερη ακμή, με τον λογαριασμό μου σαν κόμβο προέλευσης και τον δικό σου σαν κόμβο προορισμού. Οι ακμές αναπαρίστανται ως δύο διαφορετικές κατευθυνόμενες ακμές.

- **Επτά γέφυρες του Königsberg**



Ο Leonhard Euler προσομοίωσε αυτό το πρόβλημα (ξηρά και γέφυρες) σε γράφους, όπου η γη αντιστοιχούσε σε κόμβους και οι γέφυρες σε ακμές. Ο Euler, συνειδητοποίησε ότι για να υπάρχει λύση, θα πρέπει κάθε κόμβος (κομμάτι γης) να συνδέεται με δύο ακμές (γέφυρες), μία να καταλήγει και μία άλλη να ξεκινάει από αυτό. Αν όμως “ξαναπερνούσες” από τον ίδιο κόμβο, θα έπρεπε και πάλι να υπάρχει μία ακμή «από» και μία άλλη «προς» αυτό. Με άλλα λόγια, ο αριθμός των γραμμών

που περνούν από κάθε κόμβο πρέπει σε κάθε περίπτωση να είναι ζυγός (με την εξαίρεση των κόμβων της εκκίνησης και του τερματισμού της “διαδρομής”, από τα οποία, αντιστοίχως, μόνο μία ακμή ξεκινάει και μόνο μία ακμή καταλήγει αντίστοιχα. Κατά συνέπεια, για να υπάρχει λύση, πρέπει όλοι οι κόμβοι να έχουν ζυγό αριθμό ακμών, και μόνο δύο κόμβοι (της εκκίνησης και του τερματισμού) να έχουν μονό αριθμό ακμών. Μετρώντας, όμως, τις ακμές στον γράφο των Επτά Γεφυρών του Königsberg, διαπιστώνουμε ότι και οι τέσσερις κόμβοι έχουν μονό αριθμό ακμών (τρεις κόμβοι έχουν 3 ακμές και ο τέταρτος 5). Άρα, δεν μπορεί να περάσει κανείς και από τις επτά γέφυρες (ακμές), έχοντας διασχίσει την καθεμιά από αυτές μία και μόνο φορά. Ο Euler απέδειξε μέσω της θεωρίας γράφων ότι δεν υπάρχει κανένας τρόπος με τον οποίο κάποιος μπορεί να περπατήσει μέσα από την πόλη και να διασχίσει όλες τις γέφυρες μόνο μία φορά.

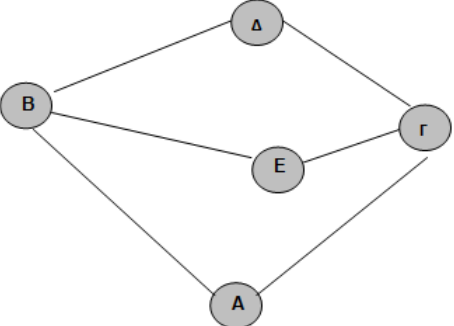


Σωστά-Λάθος

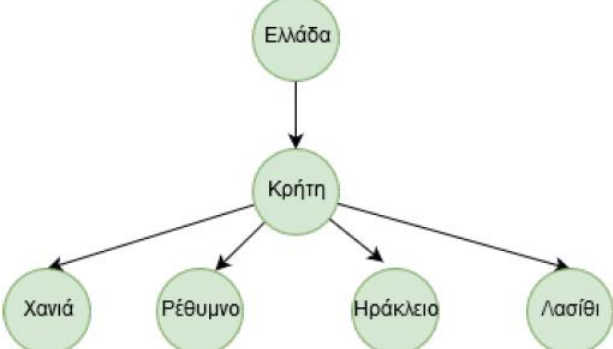
1. Ένας γράφος μπορεί μόνο να ρέει προς μία κατεύθυνση.
2. Ένας γράφος (graph) είναι μία δομή που αποτελείται από ένα σύνολο κόμβων (ή σημείων ή κορυφών) και ένα σύνολο γραμμών (ή ακμών ή τόξων) που ενώνουν μερικούς ή όλους τους κόμβους.
3. Οι γράφοι διακρίνονται σε δυο κατηγορίες, τους απλά συνδεδεμένους και τους διπλά συνδεδεμένους.
4. Εάν όλες οι ακμές σε έναν γράφο έχουν κατεύθυνση, ο γράφος ονομάζεται κατευθυνόμενος γράφος.
5. Ένας γράφος έχει υποχρεωτικά μία ρίζα.
6. Ο γράφος είναι η πιο γενική δομή δεδομένων.
7. Σε ένα γράφο, ένας κόμβος μπορεί να συνδέεται μέχρι και με δύο άλλους κόμβους.
8. Σε μία γραμμική δομή δεδομένων, τα δεδομένα ακολουθούν μία συγκεκριμένη σειρά.
9. Ένα δένδρο είναι πάντα γράφος.
10. Ένας γράφος είναι πάντα δένδρο.
11. Υπάρχουν δύο είδη ακμών, οι κατευθυνόμενες και οι μη κατευθυνόμενες.

- 12. Εάν όλες οι ακμές σε ένα γράφο έχουν κατεύθυνση, ο γράφος ονομάζεται κατευθυνόμενος.
- 13. Σε μία μη κατευθυνόμενη ακμή, η σύνδεση των κόμβων είναι αμφίδρομη.
- 14. Στο Facebook, υπάρχει μη αμφίδρομη σχέση μεταξύ των χρηστών.
- 15. Κάθε δένδρο είναι γράφος.

Παράδειγμα 1 - Δημιουργία γράφου: Να σχεδιάσετε μία μορφή δεδομένων τύπου γράφου που θα απεικονίζει τις διαδρομές μεταξύ πέντε πόλεων Α, Β, Γ, Δ, Ε, με βάση τις ακόλουθες πληροφορίες:

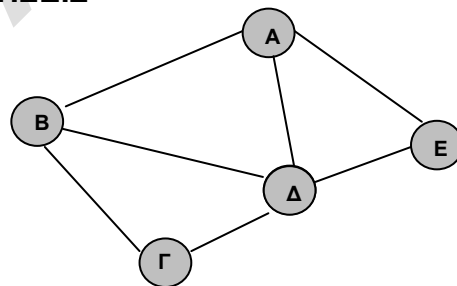
	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Η πόλη Α έχει οδικές συνδέσεις με τις πόλεις Β και Γ. ✓ Η πόλη Γ έχει οδικές συνδέσεις με τις πόλεις Α, Ε και Δ. ✓ Η πόλη Β έχει οδικές συνδέσεις με τις πόλεις Α, Ε και Δ <p>Επεξήγηση λύσης: Θα χρησιμοποιήσουμε μη κατευθυνόμενες ακμές, καθώς οι οδικές συνδέσεις είναι αμφίδρομες. Κάθε πόλη που έχει σύνδεση με μία άλλη, ενώνονται με μία ακμή.</p>
---	---

Παράδειγμα 2- Σχεδιάστε γεωγραφικές ιεραρχίες: Σχεδιάστε ένα δένδρο που θα αποτυπώνει την ιεραρχία μιας γεωγραφικής περιοχής σε επίπεδο χωρών, νομών και πόλεων.

	<p>Παρουσιάζεται ένα τμήμα της κατανομής του σχεδίου Καλλικράτης που αναφέρεται στην Περιφέρεια της Κρήτης με τις τέσσερις περιφερειακές ενότητες.</p>
--	--

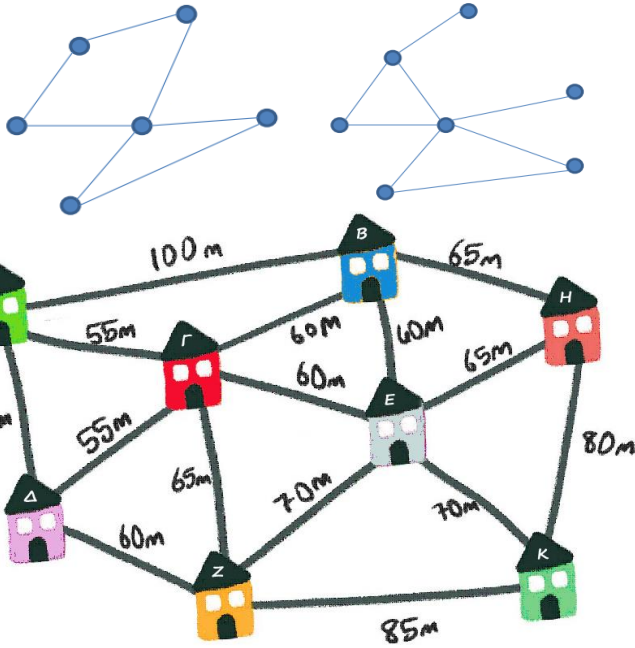
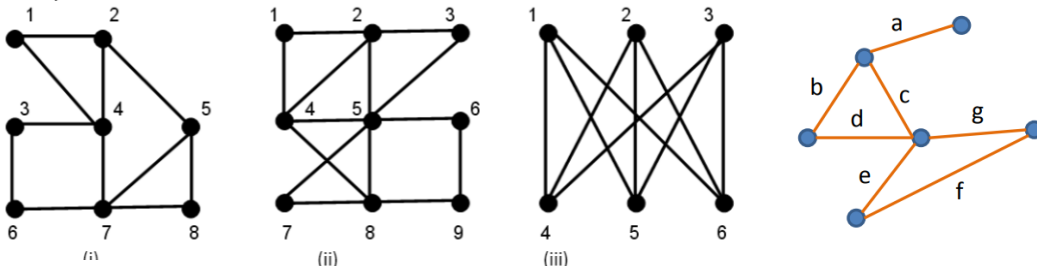
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Για τον ακόλουθο γράφο να γράψετε:
 - A) αν είναι κατευθυνόμενος και γιατί
 - B) τον αριθμό των κόμβων που έχει
 - Γ) τον αριθμό των ακμών που έχει
 - Δ) δύο διαφορετικές διαδρομές για να μετακινηθούμε από τον κόμβο Β στον κόμβο Ε διασχίζοντας όσο το δυνατόν λιγότερους κόμβους.



2. Να σχεδιάσετε γράφο που περιλαμβάνει τους κόμβους K1, K2, K3 και K4 οι οποίοι συνδέονται μεταξύ τους με μονοκατευθυντήριες συνδέσεις ως εξής: ο κόμβος K1 συνδέεται με τους κόμβους K2 και K3 (προέλευση ο K1) , ο κόμβος K2 συνδέεται με τον κόμβο K4 (προέλευση ο K2) και ο κόμβος K4 συνδέεται με τους κόμβους K1 και K3 (προέλευση ο K4).

3. Για καθένα από τους γράφους (i), (ii) και (iii) του παρακάτω σχήματος να εξετάσετε αν ακολουθεί τη θεωρία του Euler. Αιτιολογήστε την απάντησή σας.



4. Ο διπλανός γράφος αναπαριστά τα χωριά μια περιοχής. Κάθε σπίτι-κόμβος αναπαριστά ένα χωριό. Μεταξύ τους συνδέονται με ακμές με την αντίστοιχη χιλιομετρική απόσταση. Να βρείτε στο γράφο αυτό τη συντομότερη διαδρομή την οποία μπορεί να ακολουθήσει κάποιος για να ξεκινήσει από το χωριό Α και να φτάσει στο χωριό Κ.

5. Οι διαθέσιμες συνδέσεις μεταξύ των σπιτιών 6 συμμαθητών καταγράφονται στον ακόλουθο πίνακα καθώς και η απόσταση μεταξύ τους σε λεπτά με τα πόδια. Να σχεδιάσετε ένα γράφο που απεικονίζει τις συνδέσεις μεταξύ των σπιτιών, με τρόπο ώστε οι ακμές του να μην τέμνονται. Στη συνέχεια να βρείτε τη συντομότερη διαδρομή που μπορεί να ακολουθήσει κάποιος για να ξεκινήσει με τα πόδια από το σπίτι του Πέρι και να φτάσει στο σπίτι της Τέρι.

Σύνδεση σπιτιών	Απόσταση σε λεπτά
Πέρι με Ηλία	15
Πέρι με Σταμ	18
Ηλία με Σταμ	13
Ηλία με Στέλλα	17
Σταμ με Στέλλα	19
Σταμ με Χέρσο	23
Στέλλα με Τέρι	25
Χέρσο με Τέρι	19

ΘΕΜΑΤΑ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ

Δίνεται το παρακάτω δυαδικό δένδρο αναζήτησης:

Στο δένδρο αυτό προστίθεται μόνον ένας νέος κόμβος. Να σχεδιάσετε στο τετράδιό σας το νέο δένδρο, όπως θα διαμορφωθεί, σε κάθε περίπτωση, μετά την προσθήκη του νέου κόμβου στο αρχικό δένδρο: Περίπτωση 1. 20 Περίπτωση 2. 15 Περίπτωση 3. 8 Περίπτωση 4. 40 (Μον. 8)

