

Στη στήλη “Μέσα στην τάξη” παρουσιάζονται ιδέες, πρακτικές και σχέδια μαθήματος που έχουν εφαρμοστεί στην τάξη και προτείνουν μια πρωτότυπη, διαφορετική, καινοτόμα διδακτική προσέγγιση που προκαλεί το ενδιαφέρον στα παιδιά.

### **Τα μαθηματικά ως εργαλείο κατανόησης αντιστρεπτών μεταβολών στη θερμοδυναμική**

**Ιωάννης Σφαέλος και Αγγελική Ευσταθίου**

«Το θαύμα της καταλληλότητας της γλώσσας των μαθηματικών στη διατύπωση των νόμων της Φυσικής είναι ένα θαυμάσιο δώρο το οποίο ούτε κατανοούμε αλλά ούτε και αξίζουμε. Θα πρέπει να είμαστε ευγνώμονες γι' αυτό και να ελπίζουμε ότι θα συνεχίσει να ισχύει στη μελλοντική έρευνα, και ότι θα επεκταθεί και σε άλλους κλάδους της γνώσης ανεξάρτητα αν αυτό μας προκαλεί ευχαρίστηση ή αμηχανία» (Wigner, 1960). Ιστορικά υπήρξε μια πολύ ιδιαίτερη σχέση ανάμεσα στη Φυσική και στα Μαθηματικά η οποία αποτέλεσε το παράδειγμα ανάπτυξης παρόμοιων προσεγγίσεων στις περιοχές τουλάχιστον της Βιολογίας, της Πληροφορικής, αλλά και της Γλωσσολογίας.

Αν και η Φυσική αποτελεί το ιδανικό περιβάλλον για την εφαρμογή των μαθηματικών σε ένα επιστημονικό πλαίσιο, στη σχολική πραγματικότητα οι δύο αυτοί κλάδοι αντιμετωπίζονται ως δύο διαφορετικοί και αποκλίνοντες επιστημονικοί τρόποι σκέψης. Η Φυσική έχει να κάνει με τα φυσικά φαινόμενα όπου η παρατήρηση και το πείραμα κυριαρχούν ενώ τα μαθηματικά ασχολούνται με συμβολικές διαδικασίες όπου κυριαρχεί ο λογισμός και η απόδειξη (Καστάνης, 2009). Οι φυσικοί επίσης, συχνά εκπλήσσονται για το πόσο λίγα μαθηματικά γνωρίζουν οι μαθητές σε αντίθεση με τις επιδόσεις τους στα μαθήματα των μαθηματικών (Redish, 2005), αλλά όμως και οι ίδιοι πολύ λίγα έχουν κάνει στην κατεύθυνση της χρήσης των σχολικών μαθηματικών και των μεθόδων τους με τρόπους συμβατούς με τη διδασκαλία και τη μεθοδολογία των Φυσικών Επιστημών (Θεοχάρης, 2012). Μία από τις αιτίες του προβλήματος αυτού πιστεύουμε πως είναι η αναντιστοιχία της σειράς που διδάσκονται κάποιες μαθηματικές έννοιες στο Λύκειο με την εφαρμογή τους σε άλλους γνωστικούς τομείς και ιδιαίτερα στη Φυσική.

Η μελέτη των αντιστρεπτών μεταβολών και ειδικότερα η μελέτη της ισόθερμης μεταβολής αερίων αποτελεί ένα παράδειγμα όπου οι μαθητές ανακαλούν στη μνήμη τους και εφαρμόζουν βασικές μαθηματικές έννοιες (όπως της συνάρτησης που εκφράζει τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά και της

γραφικής τους παράστασης) αλλά συγχρόνως αποτελεί αφορμή για επέκταση των μαθηματικών εργαλείων και εννοιών που διαθέτουν οι μαθητές (όπως η έννοια του φυσικού λογάριθμου, ο υπολογισμός του εμβαδού καμπυλόγραμμου επίπεδου χωρίου). Κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας της μελέτης των αντιστρεπτών μεταβολών εμφανίζονται, σχεδόν πάντα, κάποια χαρακτηριστικά ερωτήματα από τους μαθητές, όπως:

- Πώς υπολογίζεται το εμβαδό του επιπέδου χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $p=p(V)$ , τον άξονα  $x'x$  και τις ευθείες  $V=V_{\alpha\rho\chi}$  και  $V=V_{\tau\epsilon\lambda}$  ώστε να υπολογίσουμε το έργο που παράγεται κατά την ισόθερμη μεταβολή;
- Τι είναι το " $\ln \frac{V_{\tau\epsilon\lambda}}{V_{\alpha\rho\chi}}$ " που εμφανίζεται στην ενέργεια που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον του;
- Γιατί  $\ln \frac{V_{\tau\epsilon\lambda}}{V_{\alpha\rho\chi}} = \ln V_{\tau\epsilon\lambda} - \ln V_{\alpha\rho\chi}$ ;

Για την ομαλότερη διεξαγωγή της εν λόγω ενότητας προτείνουμε στο μάθημα της Άλγεβρας της Β' Λυκείου κατόπιν της διδασκαλίας του 1ου και 2ου κεφαλαίου (Γραμμικά και μη Γραμμικά Συστήματα, Συναρτήσεις) να ακολουθήσει η διδασκαλία της έννοιας της εκθετικής συνάρτησης, του λογάριθμου και βασικών ιδιοτήτων τους. Ακολουθώντας, θα μπορούσε ενδεχομένως να παρουσιασθεί ακόμη και η περίφημη μέθοδος της εξάντλησης του Αρχιμήδη προς υπολογισμό του εμβαδού οποιουδήποτε επίπεδου χωρίου, ως εισαγωγή στην έννοια του ολοκληρώματος που θα ακολουθήσει στην Γ' Λυκείου.

Η υλοποίηση των προτάσεών μας διευκολύνεται σημαντικά με τη χρήση των εκπαιδευτικών λογισμικών *Interactive Physics* και *Geogebra* (η χρήση των προσομοιώσεων στη Θερμοδυναμική προκύπτει από το ότι παρουσιάζονται συνήθως δυσκολίες στην πραγματοποίηση πειραμάτων στο πραγματικό εργαστήριο). Συγκεκριμένα, το *Interactive Physics* δίνει τη δυνατότητα εικονικής αναπαράστασης της ισόχωρης, της ισοβαρούς, της ισόθερμης και της αδιαβατικής μεταβολής ενός ιδανικού αερίου και ταυτόχρονα των γραφικών απεικονίσεων σε διαγράμματα πίεσης-όγκου ( $p$ - $V$ ), πίεσης-θερμοκρασίας ( $p$ - $T$ ), όγκου-θερμοκρασίας ( $V$ - $T$ ) και εσωτερικής ενέργειας-χρόνου ( $U$ - $t$ ).

Με το λογισμικό *Geogebra* αρχικά, οι μαθητές μπορούν να διερευνήσουν την αναπαράσταση των σημείων ( $p, V$ ) που θα προκύψουν από την εκτέλεση της προσομοίωσης της ισόθερμης μεταβολής και εξασκούνται να εφαρμόζουν τη "μέθοδο της εξάντλησης" προκειμένου να υπολογίσουν το έργο που παράγεται στη μεταβολή αυτή. Επιπλέον η χρήση του παραπάνω υπολογιστικού εργαλείου προβλέπει δυναμικό χειρισμό μαθηματικών αντικειμένων ώστε σχέσεις και ιδιότητες να γίνονται αντικείμενο προβληματισμού, διερεύνησης και διαπραγμάτευσης στοχεύοντας στην επεξήγηση της έννοιας ή στην απαραίτητη εμβάθυνση για την κατανόησή της από τους μαθητές.

Η εκτιμώμενη διάρκεια εκτέλεσης των δραστηριοτήτων είναι τέσσερις διδακτικές ώρες και σαν χώρος υλοποίησης προτείνεται ο χώρος του εργαστηρίου Πληροφορικής του σχολείου. Οι μαθητές θα εργαστούν σε ομάδες των δύο ατόμων και καθοδηγούμενοι από φύλλο εργασίας καλούνται να εξερευνήσουν συγκεκριμένα σχήματα και να απαντήσουν συγκεκριμένες ερωτήσεις. Η διερεύνηση

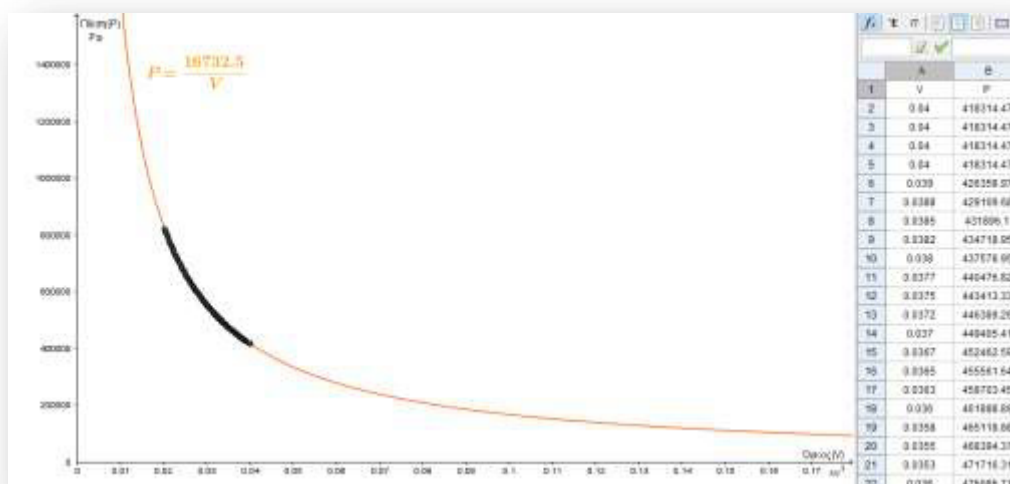
δηλαδή γίνεται συνεργατικά. Με κατάλληλες βέβαια παρεμβάσεις του διδάσκοντα οι δραστηριότητες μπορούν να διεξαχθούν και στην τάξη με χρήση βιντεοπροβολέα χωρίς σημαντική αλλοίωση της αξίας της διδακτικής πρότασης.

### Διδάσκοντας τις απαραίτητες μαθηματικές έννοιες

Στην ενότητα αυτή προτείνουμε μια σειρά από δραστηριότητες και περιγράφουμε συνοπτικά μια ενδεικτική πορεία εκτέλεσής τους που θα βοηθήσει τους μαθητές να ανακαλέσουν και να εφαρμόσουν γνωστές τους μαθηματικές έννοιες αλλά και να τις επεκτείνουν. Έτσι με τις δύο πρώτες δραστηριότητες, μέσω του προβλήματος της ισόθερμης μεταβολής, βοηθάμε τους μαθητές να ανακαλέσουν και να εφαρμόσουν τις έννοιες των ανάλογων και αντιστρόφως ανάλογων ποσών και των γραφικών τους παραστάσεων. Στη συνέχεια δίνεται έμφαση στη μέθοδο εξάντλησης του επιπέδου χωρίου και γίνεται εισαγωγή στην έννοια της εκθετικής συνάρτησης και του νεπέριου λογάριθμου καθώς και στις βασικές ιδιότητες των πράξεων μεταξύ των νεπέριων λογάριθμων.

#### 1<sup>η</sup> Δραστηριότητα: Εύρεση της σχέσης μεταξύ πίεσης και όγκου στην ισόθερμη μεταβολή

Οι μαθητές ανοίγουν το αρχείο "ΙΣΟΘΕΡΜΗ -1" του *Interactive Physics* (είναι διαθέσιμο στο δικτυακό τόπο του περιοδικού ως υποστηρικτικό υλικό αυτής της εργασίας) και πατώντας "Εκτέλεση" καταγράφουν την πίεση ( $p$ ) και τον όγκο ( $V$ ) μιας ποσότητας αερίου ( $n=5$  moles) σε σταθερή θερμοκρασία ( $T=400$  K) θέλοντας να διερευνήσουν τη σχέση τους κατά την εξέλιξη του φαινομένου. Προς το σκοπό αυτό ανοίγουν ένα αρχείο *Geogebra*, καταγράφουν τις παραπάνω μετρήσεις ( $p, V$ ) στο υπολογιστικό φύλλο από όπου έχουν τη δυνατότητα να αποστείλουν τα σημεία στο Παράθυρο "Γραφικά" και να πάρουν την γραφική παράσταση του Σχήματος 1.

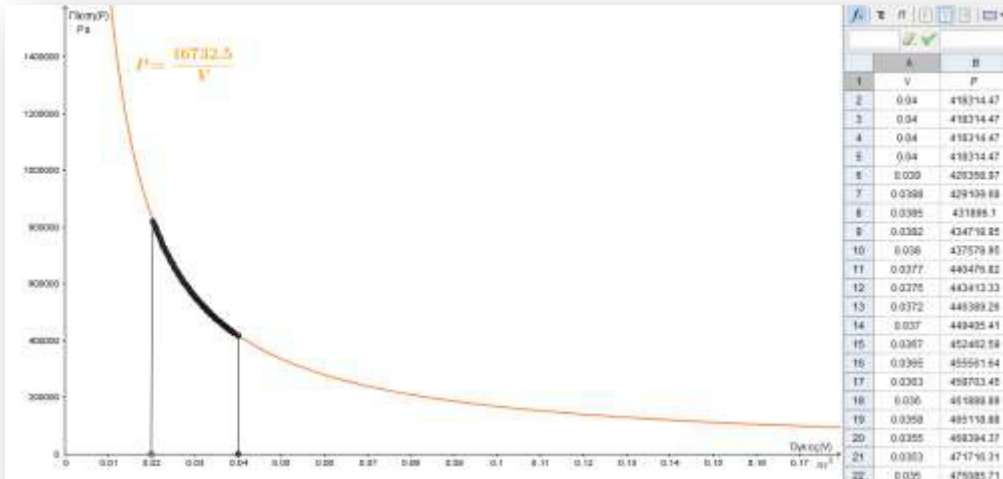


Σχήμα 1. Διάταξη των σημείων ( $p, V$ ) της ισόθερμης μεταβολής.

Η θέση των σημείων  $(p,V)$  υποδεικνύει τη σταθερότητα του γινομένου  $p \cdot V$  η οποία επιβεβαιώνεται με τη βοήθεια του υπολογιστικού φύλλου ότι ισούται με 16732,5 Nm. Έτσι βρίσκουν ότι η συνάρτηση που περιγράφει τη συµµεταβολή αυτή είναι η εξής:

$$p = \frac{16732,5}{V}$$

την οποία αυτόματα σχεδιάζουν στο παράθυρο "Γραφικά", όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.

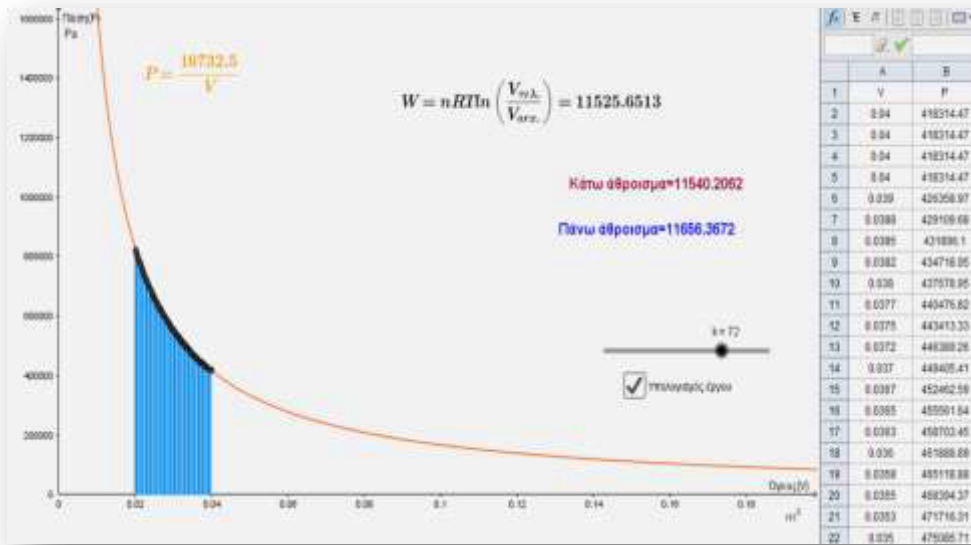


Σχήμα 2. Η συνάρτηση  $p=p(V)$  της ισόθερμης μεταβολής.

2<sup>η</sup> Δραστηριότητα: Υπολογισμός εμβαδού επίπεδου χωρίου

Οι μαθητές θέλοντας να υπολογίσουν το εμβαδό του μεικτόγραμμου χωρίου προτρέπονται να χωρίσουν το διάστημα  $[0.02, 0.04]$  σε ισομήκη διαστήματα (αρχικά  $k=3$ , όπου  $k$  ο αριθμός των διαμερίσεων) και να σχεδιάσουν τα ορθογώνια που έχουν μήκος το πλάτος του κάθε υποδιαστήματος και ύψος τη μικρότερη και τη μεγαλύτερη τιμή της συνάρτησης  $p=p(V)$  σε καθένα από τα υποδιαστήματα. Εφόσον ονομάσουμε "Κατώτερο άθροισμα L" το άθροισμα των εμβαδών των πρώτων ορθογωνίων και "Ανώτερο άθροισμα U" το άθροισμα των εμβαδών των δεύτερων ορθογωνίων, ζητάμε από τους μαθητές να εικάσουν πότε αυτά τα δύο αθροίσματα θα προσεγγίσουν ικανοποιητικά το ζητούμενο εμβαδό. Προκειμένου να ισχυροποιήσουν την εικασία τους προτρέπονται να ανοίξουν το αρχείο "ΥπολογισμόςW.ggb" (είναι διαθέσιμο στο δικτυακό τόπο του περιοδικού ως υποστηρικτικό υλικό αυτής της εργασίας) όπου σύροντας το δρομέα  $k$  μεταβάλλουν τον αριθμό των διαμερίσεων ενώ σχεδιάζονται και υπολογίζονται αυτόματα το πάνω και κάτω άθροισμα των εμβαδών των ορθογωνίων (Σχήμα 3). Εύκολα αντιλαμβάνονται ότι για μεγάλο αριθμό διαμερίσεων  $k$  τα δύο αθροίσματα σταθεροποιούνται γύρω από τον ίδιο αριθμό και δίνουν μια πολύ καλή προσέγγιση για το ζητούμενο εμβαδό. Κάνοντας κλικ στο κουμπί "Υπολογισμός έργου" οι μαθητές θα διαπιστώσουν ότι η κοινή τιμή των παραπάνω αθροισμάτων συμπίπτει με την τιμή του έργου που

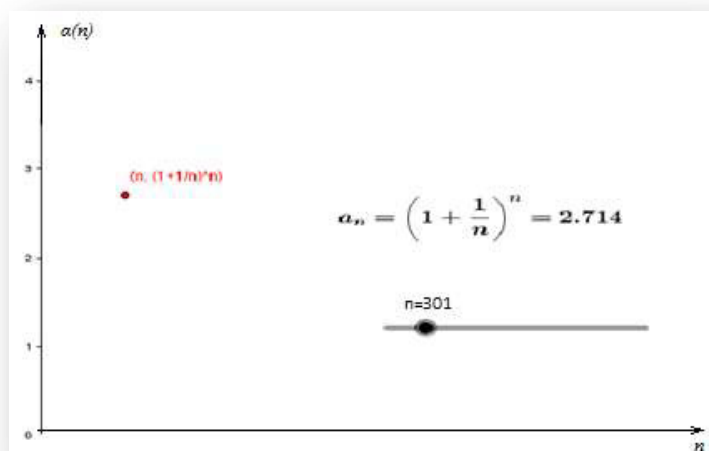
παράγεται κατά την ισόθερμη μεταβολή όπως υπολογίζεται από τον τύπο  $W = nRT \ln \frac{V_{τελ}}{V_{αρχ}}$  (που θα μάθουν στη Φυσική).



Σχήμα 3. Υπολογισμός του έργου W στην ισόθερμη μεταβολή.

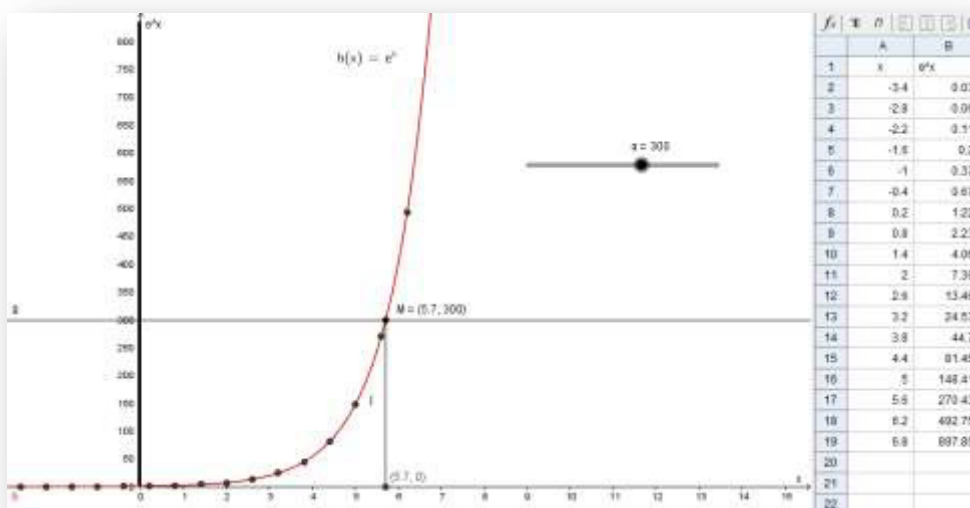
3<sup>η</sup> Δραστηριότητα: Εισαγωγή στην έννοια της εκθετικής συνάρτησης και του φυσικού λογάριθμου.

Οι μαθητές προτρέπονται να ανοίξουν το αρχείο "Ο αριθμός e.ggb" (είναι διαθέσιμο στο δικτυακό τόπο του περιοδικού ως υποστηρικτικό υλικό αυτής της εργασίας) και να παρατηρήσουν τα ίχνη του σημείου με συντεταγμένες  $(n, (1 + \frac{1}{n})^n)$  τα οποία σημειώνονται καθώς κινούν το δρομέα n με τιμές στους θετικούς ακεραίους (Σχήμα 4). Η σταθερή τιμή (2.714 με στρογγυλοποίηση σε τρία δεκαδικά ψηφία) της τεταγμένης του για αρκετά μεγάλες τιμές του θετικού ακεραίου n, συμβολίζεται με e και ορίζεται από το διδάσκοντα ότι είναι ο αριθμός Euler.



Σχήμα 4. Ο αριθμός Euler

Στη συνέχεια οι μαθητές ανοίγουν ένα αρχείο του *Geogebra* και καθοδηγούνται από το διδάσκοντα να συμπληρώσουν τις δύο στήλες του λογιστικού φύλλου με τις τιμές του πραγματικού αριθμού  $x$  (1η στήλη) και τις τιμές των αντίστοιχων δυνάμεων  $e^x$  (2η στήλη). Στη συνέχεια αποστέλλουν το σύνολο των σημείων  $(x, e^x)$  στο παράθυρο "Γραφικά" και γράφοντας στο πεδίο εντολών τον τύπο της συνάρτησης  $h(x) = e^x$  θα προκύψει μία γραμμή η οποία διέρχεται από όλα τα παραπάνω σημεία του πίνακα τιμών. Προτρέπουμε επίσης τους μαθητές να παρατηρήσουν σχεδιάζοντας σημεία με τετμημένες άρρητους αριθμούς και τεταγμένες τις τιμές τους μέσω της  $h(x) = e^x$ , ότι είναι σημεία της παραπάνω γραμμής. Ο διδάσκων ορίζει τη συνάρτηση αυτή ως *εκθετική* και από τη γραφική της παράσταση οι μαθητές μπορούν να παρατηρήσουν ότι ορίζεται στο σύνολο των πραγματικών αριθμών και έχει σύνολο τιμών το  $(0, +\infty)$  (Σχήμα 5). Στο ίδιο αρχείο οι μαθητές μπορούν να δουν της λύσεις των εξισώσεων  $e^x = a$  για κάθε θετικό πραγματικό αριθμό  $a$ , οι οποίες προσδιορίζονται από τις τετμημένες του σημείου τομής της γραφικής παράστασης της  $h$  και της οριζόντιας ευθείας  $y=a$  για τις διάφορες τιμές του  $a > 0$ . Ο διδάσκων ορίζει την τετμημένη του παραπάνω σημείου ως *νεπέριο λογάριθμο* του  $a > 0$  και συμβολίζει αυτή με  $\ln a$  (Σχήμα 5).



Σχήμα 5. Η Εκθετική συνάρτηση - Νεπέριος λογάριθμος.

### 4<sup>η</sup> Δραστηριότητα: Οι βασικές ιδιότητες των πράξεων

Επανερχόμενοι στον ορισμό ότι ο αριθμός  $\ln a$  με  $a > 0$ , αποτελεί τη μοναδική λύση της εξίσωσης  $e^x = a$ , οι μαθητές, με κατάλληλα διατυπωμένα ερωτήματα στο φύλλο εργασίας (είναι διαθέσιμο στο δικτυακό τόπο του περιοδικού ως υποστηρικτικό υλικό αυτής της εργασίας), θα οδηγηθούν στην απόδειξη των βασικών ιδιοτήτων των πράξεων, όπως:

- $\ln(a_1 \cdot a_2) = \ln a_1 + \ln a_2$  για κάθε  $a_1, a_2 > 0$
- $\ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right) = \ln a_1 - \ln a_2$  για κάθε  $a_1, a_2 > 0$  και
- $\ln a^k = k \cdot \ln a$ , για κάθε  $a > 0$ .

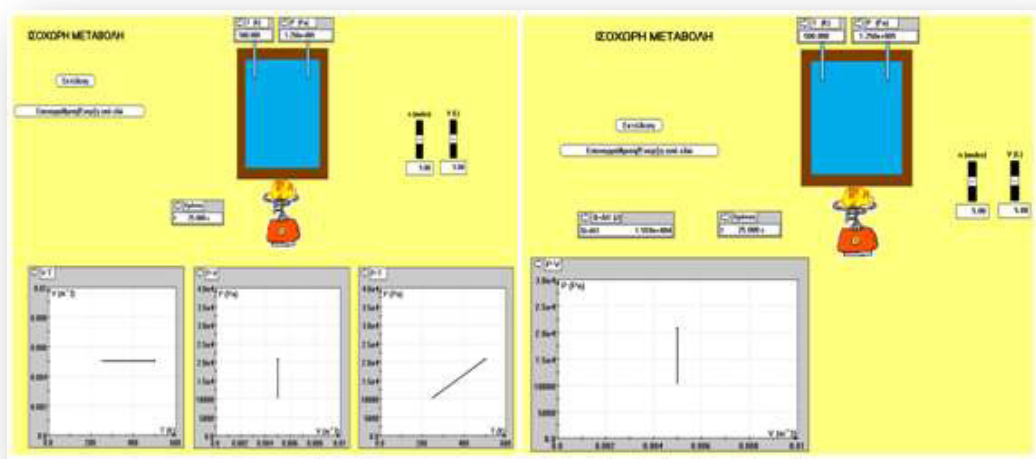
### Μελέτη αντιστρεπτών μεταβολών ιδανικού αερίου

Έχοντας εξοικειωθεί με τις απαραίτητες μαθηματικές έννοιες οι μαθητές μπορούν πλέον να εκτελέσουν δραστηριότητες σχετικές με τις αντιστρεπτές μεταβολές ιδανικού αερίου. Οι διδακτικοί στόχοι των δραστηριοτήτων που ακολουθούν είναι οι εξής:

1. Οι μαθητές να εξοικειωθούν στη χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού και να γνωρίσουν τον τρόπο άντλησης δεδομένων από την εικονική προσομοίωση.
2. Εφαρμογή του 1<sup>ου</sup> Θερμοδυναμικού Νόμου στις αντιστρεπτές μεταβολές ιδανικών αερίων, όπως την ισόχωρη, ισοβαρή, ισόθερμη και αδιαβατική μεταβολή.
3. Εφαρμογή θεωρητικών γνώσεων στις μεταβολές αερίου και εκμετάλλευση των πληροφοριών που απορρέουν από τις γραφικές παραστάσεις.

Οι μαθητές εργάζονται σε ομάδες 2 ατόμων ανά υπολογιστή στην αίθουσα Πληροφορικής. Γίνεται χρήση του λογισμικού *Interactive Physics*, το οποίο πρέπει να είναι εγκατεστημένο στον υπολογιστή. Εναλλακτικά, το μάθημα μπορεί να γίνει στην αίθουσα διδασκαλίας με έναν Η/Υ και βιντεοπροβολέα. Στους μαθητές δίνεται εξ αρχής ένα φύλλο εργασίας (είναι διαθέσιμο στο δικτυακό τόπο του περιοδικού ως υποστηρικτικό υλικό αυτής της εργασίας) και αμέσως αρχίζει η εργασία στον υπολογιστή. Το μάθημα προτείνεται να γίνει σε 2 διδακτικές ώρες, 1 για τις μεταβολές ισοβαρή και ισόχωρη και 1 για την ισόθερμη και την αδιαβατική με το αντίστοιχο θεωρητικό πλαίσιο για κάθε μία μεταβολή.

#### 1<sup>η</sup> Δραστηριότητα: Ισόχωρη μεταβολή



Σχήμα 6. Εικονική προσομοίωση της ισόχωρης μεταβολής

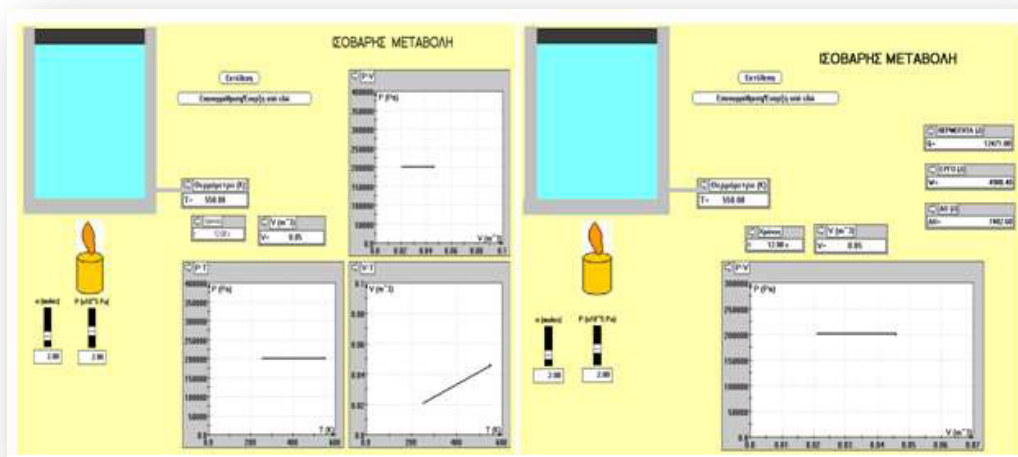
Ανοίγουμε το αρχείο "ΙΣΟΧΩΡΗ -1" (είναι διαθέσιμο στο δικτυακό τόπο του περιοδικού ως υποστηρικτικό υλικό αυτής της εργασίας). Με τους μετρητές καθορίζουμε τα moles και τον όγκο του



αερίου (εδώ επιλέγουμε  $n=5$  moles,  $V=5$  L). Πατάμε “Εκτέλεση” και παρακολουθούμε την εξέλιξη της μεταβολής. Ταυτόχρονα παίρνουμε τα διαγράμματα  $V$ - $T$ ,  $p$ - $V$  και  $p$ - $T$  (Σχήμα 6, αριστερά). Στο δοχείο έχουμε προσαρτήσει ένα θερμόμετρο και ένα μανόμετρο για να βλέπουμε τη θερμοκρασία και την πίεση του αερίου κάθε χρονική στιγμή. Αν πατήσουμε διπλό κλικ στο βελάκι που υπάρχει στο διάγραμμα  $V$ - $T$ , μπορούμε να παρακολουθούμε και την εξέλιξη του όγκου με τη θερμοκρασία του αερίου κάθε χρονική στιγμή.

Ακολούθως, ανοίγουμε το αρχείο “ΙΣΟΧΩΡΗ -2” (είναι διαθέσιμο στο δικτυακό τόπο του περιοδικού ως υποστηρικτικό υλικό αυτής της εργασίας). Καθορίζουμε με τους μετρητές τις ίδιες τιμές για τα moles και τον όγκο του αερίου και πατάμε “Εκτέλεση”. Τώρα παρακολουθούμε την εξέλιξη της μεταβολής και το διάγραμμα  $p$ - $V$  (Σχήμα 6, δεξιά). Επίσης, βλέπουμε κάθε χρονική στιγμή την τιμή της θερμότητας που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον του  $Q$ , όπως και τη μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας  $\Delta U$ , που στην προκειμένη περίπτωση είναι ίση με τη θερμότητα, εφόσον  $W=0$ .

### 2<sup>η</sup> Δραστηριότητα: Ισοβαρής μεταβολή



Σχήμα 7. Εικονική προσομοίωση της ισοβαρούς μεταβολής.

Ανοίγουμε το αρχείο “ΙΣΟΒΑΡΗΣ -1” (είναι διαθέσιμο στο δικτυακό τόπο του περιοδικού ως υποστηρικτικό υλικό αυτής της εργασίας). Με τους μετρητές καθορίζουμε τα moles και την πίεση του αερίου (εδώ επιλέγουμε  $n=2$  moles,  $p=2 \cdot 10^5$  Pa). Πατάμε “Εκτέλεση” και παρακολουθούμε την εξέλιξη της μεταβολής. Ταυτόχρονα παίρνουμε τα διαγράμματα  $V$ - $T$ ,  $p$ - $V$  και  $p$ - $T$  (Σχήμα 7, αριστερά). Στο δοχείο έχουμε προσαρτήσει ένα θερμόμετρο για να βλέπουμε τη θερμοκρασία του αερίου κάθε χρονική στιγμή. Επίσης, μπορούμε να παρακολουθούμε τον όγκο του αερίου κάθε χρονική στιγμή.

Ακολούθως, ανοίγουμε το αρχείο “ΙΣΟΒΑΡΗΣ -2” (είναι διαθέσιμο στο δικτυακό τόπο του περιοδικού ως υποστηρικτικό υλικό αυτής της εργασίας). Καθορίζουμε με τους μετρητές τις ίδιες

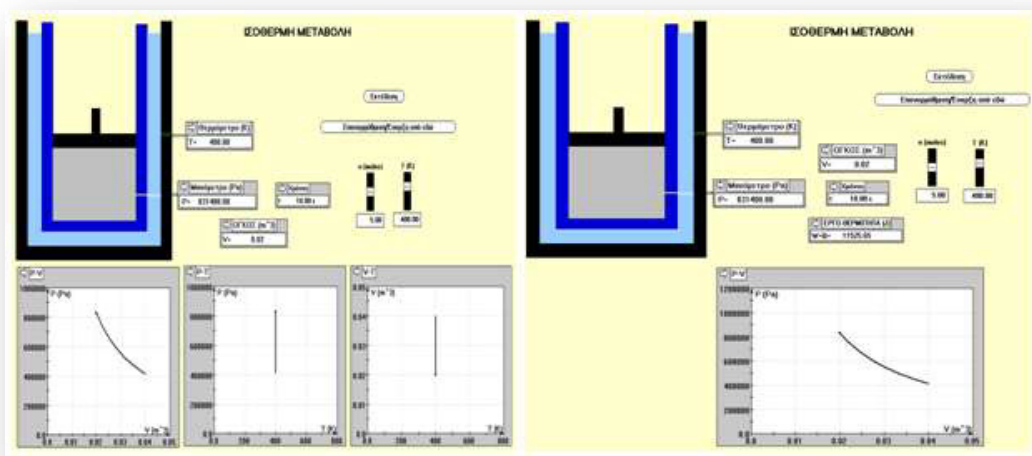


τιμές για τα moles και την πίεση του αερίου και πατάμε “Εκτέλεση”. Τώρα παρακολουθούμε την εξέλιξη της μεταβολής και το διάγραμμα p-V (Σχήμα 7, δεξιά). Επίσης, βλέπουμε κάθε χρονική στιγμή την τιμή της θερμότητας Q, που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον του, την ενέργεια που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον με τη μορφή έργου W, όπως και τη μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας ΔU. Έτσι μπορούν οι μαθητές να επιβεβαιώνουν τον 1<sup>ο</sup> Θερμοδυναμικό Νόμο.

### 3<sup>η</sup> Δραστηριότητα: Ισόθερμη μεταβολή

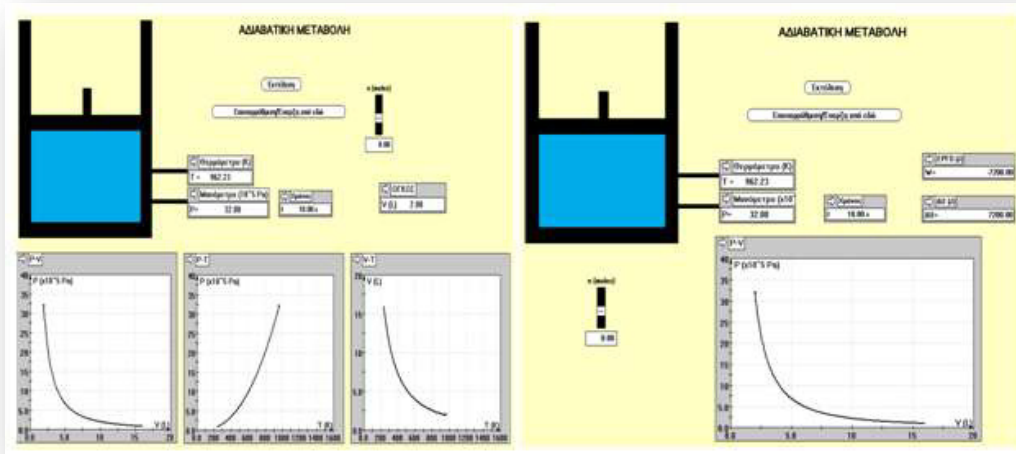
Ανοίγουμε το αρχείο “ΙΣΟΘΕΡΜΗ -1” (είναι διαθέσιμο στο δικτυακό τόπο του περιοδικού ως υποστηρικτικό υλικό αυτής της εργασίας). Με τους μετρητές καθορίζουμε τα moles και τη θερμοκρασία του αερίου (εδώ επιλέγουμε n=5 moles, T=400 K). Πατάμε “Εκτέλεση” και παρακολουθούμε την εξέλιξη της μεταβολής. Ταυτόχρονα παίρνουμε τα διαγράμματα p-V, p-T και V-T (Σχήμα 8, αριστερά). Στο δοχείο έχουμε προσαρτήσει ένα θερμόμετρο και ένα μανόμετρο για να βλέπουμε τη θερμοκρασία και την πίεση του αερίου κάθε χρονική στιγμή. Επίσης, μπορούμε να παρακολουθούμε τον όγκο του αερίου κάθε χρονική στιγμή.

Ακολούθως, ανοίγουμε το αρχείο “ΙΣΟΘΕΡΜΗ -2” (είναι διαθέσιμο στο δικτυακό τόπο του περιοδικού ως υποστηρικτικό υλικό αυτής της εργασίας). Καθορίζουμε με τους μετρητές τις ίδιες τιμές για τα moles και τη θερμοκρασία του αερίου και πατάμε “Εκτέλεση”. Τώρα παρακολουθούμε την εξέλιξη της μεταβολής και το διάγραμμα p-V (Σχήμα 8, δεξιά). Επίσης, βλέπουμε κάθε χρονική στιγμή την τιμή της θερμότητας Q, που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον του, την ενέργεια που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον με τη μορφή έργου W, που στην προκειμένη περίπτωση είναι ίση με τη θερμότητα, εφόσον η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου είναι ΔU=0.



Σχήμα 8. Εικονική προσομοίωση της ισόθερμης μεταβολής.

### 4<sup>η</sup> Δραστηριότητα: Αδιαβατική μεταβολή



Σχήμα 9. Εικονική προσομοίωση της αδιαβατικής μεταβολής.

Ανοίγουμε το αρχείο “ΑΔΙΑΒΑΤΙΚΗ -1” (είναι διαθέσιμο στο δικτυακό τόπο του περιοδικού ως υποστηρικτικό υλικό αυτής της εργασίας). Με το μετρητή καθορίζουμε τα moles του αερίου (εδώ επιλέγουμε  $n=0,8$  moles). Πατάμε “Εκτέλεση” και παρακολουθούμε την εξέλιξη της μεταβολής. Ταυτόχρονα παίρνουμε τα διαγράμματα  $p$ - $V$ ,  $p$ - $T$  και  $V$ - $T$ , που αντιστοιχούν στις σχέσεις:  $P \cdot V^{5/3}=C_1$ ,  $P^{-2/3} \cdot T^{5/3}=C_2$  και  $T \cdot V^{2/3}=C_3$ , αντίστοιχα, όπου  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  σταθερές (Σχήμα 9, αριστερά). Στο δοχείο έχουμε προσαρτήσει ένα θερμόμετρο και ένα μανόμετρο για να βλέπουμε τη θερμοκρασία και την πίεση του αερίου κάθε χρονική στιγμή. Αν πατήσουμε διπλό κλικ στο βελάκι που υπάρχει στο διάγραμμα  $V$ - $T$ , μπορούμε να παρακολουθούμε και τον όγκο του αερίου κάθε χρονική στιγμή.

Ακολούθως, ανοίγουμε το αρχείο “ΑΔΙΑΒΑΤΙΚΗ -2” (είναι διαθέσιμο στο δικτυακό τόπο του περιοδικού ως υποστηρικτικό υλικό αυτής της εργασίας). Καθορίζουμε με το μετρητή την ίδια τιμή για τα moles του αερίου και πατάμε “Εκτέλεση”. Τώρα παρακολουθούμε την εξέλιξη της μεταβολής και το διάγραμμα  $p$ - $V$  (Σχήμα 9, δεξιά). Επίσης, βλέπουμε κάθε χρονική στιγμή την τιμή της μεταβολής της εσωτερικής ενέργειας του αερίου  $\Delta U$ , όπως επίσης και την ενέργεια που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον με τη μορφή έργου  $W$ .

### Συμπερασματικά

Ο εκπαιδευτικός της σημερινής εποχής θα πρέπει να διαθέτει γνώσεις για τους τρόπους με τους οποίους θα μπορεί να χρησιμοποιεί τις νέες τεχνολογίες για τη βελτίωση της μάθησης αλλά και να κατανοεί τον τρόπο με τον οποίο η τεχνολογία μπορεί να ενσωματωθεί στο πρόγραμμα σπουδών. Σε ένα τέτοιο περιβάλλον μάθησης δεν αρκεί μόνο η επιστημονική ή τεχνική κατάρτιση του εκπαιδευτικού, αλλά και η ικανότητά του να αξιοποιεί τις θεωρίες μάθησης στη διδακτική αλλά και στην ευρύτερη εκπαιδευτική διαδικασία (Disessa, 1983; Hoyles & Noss, 1987).

Με την υλοποίηση της παραπάνω διδακτικής πράξης εφαρμόσαμε σύγχρονες διδακτικές και παιδαγωγικές μεθόδους που συνέβαλαν στην αλλαγή της στάσης μαθητών και εκπαιδευτικών στην καθημερινή σχολική πραγματικότητα.

Ως προς τη μαθηματική επεξεργασία ο υπολογιστής μας βοήθησε στις εικονοποιήσεις των σχημάτων, προσφέροντας οικονομία χρόνου και ακρίβεια. Μας έδωσε τη δυνατότητα να παραστήσουμε, να εξηγήσουμε το πάνω και το κάτω μερικό άθροισμα των εμβαδών των ορθογωνίων και να καταδείξουμε ότι το εμβαδό είναι η κοινή τιμή τους. Η κατασκευή γραφικών παραστάσεων είναι μια δύσκολη και χρονοβόρα διαδικασία, καθώς απαιτεί ακρίβεια τόσο στον υπολογισμό όσο και στο σχεδιασμό των αντίστοιχων τιμών της συνάρτησης. Η χρήση του λογισμικού διευκόλυνε τη διαδικασία αυτή δίνοντας χρόνο στους μαθητές για πειραματισμό, διερεύνηση και εξαγωγή συμπερασμάτων.

Ως προς τη μελέτη των μεταβολών των αερίων οι μαθητές θα έχουν τη δυνατότητα εικονικής αναπαράστασης των τριών μεταβολών η οποία είναι αδύνατη να πραγματοποιηθεί στο πραγματικό εργαστήριο, να χρησιμοποιήσουν τα μαθηματικά εργαλεία για τη μοντελοποίηση των φαινομένων και την εξαγωγή συμπερασμάτων (Wright, 1974). Επιπλέον η διδασκαλία αυτή βοήθησε τους μαθητές να αρχίσουν να συνειδητοποιούν ότι τα μαθηματικά δεν αποτελούν ένα σύνολο διακριτών και ασύνδετων εννοιών, αφού για παράδειγμα η έννοια της συνάρτησης αποτέλεσε το εργαλείο για τη δημιουργία σχέσεων και ότι η μελέτη του φυσικού κόσμου αποτελεί το ιδανικό περιβάλλον για την εφαρμογή των μαθηματικών (Ραβάνης, 2003).

Τέλος, με την πρόταση μας αυτή θέλουμε να επισημάνουμε την αναγκαιότητα διεπιστημονικών συμπράξεων για να κατανοηθεί και να ερμηνευθεί ο κόσμος στην ολότητά του καθώς και την αναγκαιότητα αναδιάρθρωσης του αναλυτικού προγράμματος σπουδών, ιδιαίτερα στην Α' και Β' τάξη του Λυκείου προκειμένου να επιτύχουμε την ενεργητική σύνδεση των μαθηματικών με τις Φυσικές Επιστήμες (Χρυσ αφίδης, 2009 ).

Καλούμε εκπαιδευτικούς και των δύο ειδικοτήτων να προτείνουν για το πώς και ποιες μαθηματικές έννοιες θα διδάξουμε, ωθώντας τα πράγματα προς νέες διδακτικές κατευθύνσεις προκειμένου να οικοδομήσουμε τις προϋποθέσεις για την αξιοποίηση των γνώσεων και εμπειριών των μαθητών στην αντιμετώπιση προβλημάτων και φαινομένων του φυσικού κόσμου.

### Αναφορές

- Disessa, A. (1983). Phenomenology and the Evolution of Intuition. In: Gentner, D. & Stevens, A. (Eds). *Mental Models*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, pp.15-33.
- Hoyle s, C & Noss, R. (1987). Children Working in a Structured Logo Environment: From Doing to Understanding. *Recherché en Didactique de Mathématiques*, 8(12), pp.131-175.
- Redish, E. (2005). *Problem Solving and the Use of Math in Physics Courses*. Presented at the conference World View on Physics Education in 2005. Διαθέσιμο στη διεύθυνση: <http://www.physics.umd.edu/perg/papers/redish/IndiaMath.pdf>

- Wigner, E. P. (1960). The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in Natural Sciences. *Pure and Applied Math.*13, 1-14.
- Wright P.G. (1974). Against the Teaching of Thermodynamics in School. *Education in Chemistry* 11, 9-10.
- Θεοχάρης, Δ. (2012). Η σχέση αλληλεπίδρασης μεταξύ των Μαθηματικών και της Φυσικής στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Αθήνα. Διαθέσιμο στη διεύθυνση: <http://docplayer.gr/1699597-Diplomatiki-ergasia-i-shesi-allilepidrasis-metaxy-tis-fysikis-kai-ton-mathimatikon-stin-deyterovathmia-ekpaideysi-dionysios-theoharis-a-m.html>.
- Καστάνης, Ν. (2009). *Πραγματικότητα - Φυσικός Νόμος- Συνάρτηση*. Θεσσαλονίκη. Διαθέσιμο στη διεύθυνση: [http://users.auth.gr/~nioka/Files/Pragmatikothta\\_Fusikos\\_Nomos\\_Sunarthsh.pdf](http://users.auth.gr/~nioka/Files/Pragmatikothta_Fusikos_Nomos_Sunarthsh.pdf)
- Ραβάνης, Κ. (2003). *Εισαγωγή στη Διδακτική των Φυσικών Επιστημών*. Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών. Αθήνα
- Χρυσσαφίδης, Κ. (2009). *Η διαθεματική προσέγγιση της γνώσης*. Εκδόσεις Δίπτυχο. Αθήνα



Ο Ιωάννης Σφαέλος είναι φυσικός, Έχει μεταπτυχιακό δίπλωμα στη Θεωρητική Φυσική και διδακτορικό στην Αστροφυσική από το Πανεπιστήμιο της Πάτρας. Εργάζεται ως διευθυντής στο Πειραματικό Λύκειο του Πανεπιστημίου της Πάτρας.



Η Αγγελική Ευσταθίου είναι μαθηματικός, Έχει μεταπτυχιακό δίπλωμα στα Υπολογιστικά Μαθηματικά και είναι υποψήφια διδάκτωρ του Τμήματος Μαθηματικών του Πανεπιστημίου της Πάτρας. Από το 2010 εργάζεται στο Πειραματικό Λύκειο του Πανεπιστημίου της Πάτρας.