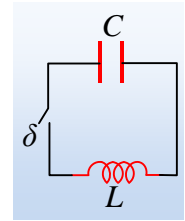


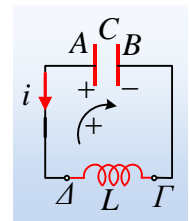
## Τα θετικά και τα αρνητικά στην Ηλεκτρική Ταλάντωση.

Ας έρθουμε σε ένα κύκλωμα LC, όπως στο διπλανό σχήμα, για το οποίο μας δίνεται ότι ο πυκνωτής έχει φορτισθεί με τάση  $V=10V$  και τη στιγμή  $t=0$  κλείνουμε το διακόπτη. Αμέσως μετά, ποιο είναι το πρόσημο για τα μεγέθη: φορτίο πυκνωτή, ένταση ρεύματος, τάση πυκνωτή, τάση του πηνίου και ΗΕΔ από αυτεπαγωγή του πηνίου;



Δεν μπορούν να απαντηθούν τα παραπάνω ερωτήματα, αν προηγουμένως δεν ορίσουμε ποιος οπλισμός του πυκνωτή φέρει το θετικό φορτίο. Ο ορισμός αυτός είναι αυθαίρετος, όπως αυθαίρετα ορίζουμε την θετική κατεύθυνση στις μηχανικές ταλαντώσεις. Έχουμε το δικαίωμα να ορίσουμε αυθαίρετα τον θετικό οπλισμό, αλλά αυτός ο ορισμός θα συμπαράσχει και τα πρόσημα όλων των άλλων μεγεθών που αναφέρθηκαν.

Έστω λοιπόν, ότι δεχόμαστε ότι ο οπλισμός Α φέρει θετικό φορτίο τη στιγμή  $t=0$ . Ο οπλισμός αυτός θα είναι ο οπλισμός αναφοράς μας και στο φορτίο του θα αναφερόμαστε, από δω και πέρα, ονομάζοντάς το «φορτίο πυκνωτή». Αλλά αν λάβουμε υπόψη ότι  $q=CV$ , σε θετικό φορτίο αντιστοιχεί και θετική τάση. Αν λοιπόν το  $q>0$  και η αντίστοιχη τάση του πυκνωτή  $V_c>0$ . Συνεπώς μιλώντας για θετική τάση, εννοούμε την τάση  $V_c=V_{AB}=+10V$



και η θετική φορά διαγραφής θα είναι όπως στο σχήμα (ωρολογιακή φορά), αφού η ένταση του ρεύματος με φορά προς τον οπλισμό Α, θα επιφέρει αύξηση του φορτίου του πυκνωτή. Όμως εδώ ο πυκνωτής εκφορτίζεται και η ένταση του ρεύματος θα είναι όπως στο σχήμα, αλλά τότε  $i<0$ , αφού είναι αντίθετης φοράς, από αυτήν που πήραμε ως θετική.

Από τον δεύτερο κανόνα του Kirchhoff θα πάρουμε (με τη φορά διαγραφής):

$$V_{AB} + V_{\Gamma\Delta} = 0 \text{ ή}$$

$$V_{\Gamma\Delta} = -V_{AB} < 0 \text{ ή}$$

$$V_L < 0$$

Δηλαδή μιλώντας για τάση στο πηνίο αυτή θα είναι αρνητική και μάλιστα  $V_L = -10V$ . Τι σημαίνει αρνητική τάση; Σημαίνει ότι το δυναμικό στο Γ είναι μικρότερο από το δυναμικό στο Δ. Να το πούμε αλλιώς;

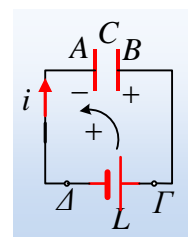
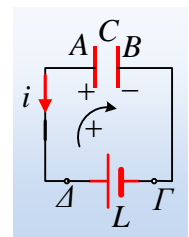
Το πηνίο λειτουργεί ως μια ηλεκτρεγερτική δύναμη με τον θετικό πόλο στο άκρο του Δ.

Πόση είναι τώρα δηλαδή η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή; Με βάση τη φορά διαγραφής:

$$E_{\text{αυτ}} = +10V.$$

Τι σημαίνει η θετική τιμή της ΗΕΔ; Ότι τείνει να δημιουργήσει στο κύκλωμα μια θετική ένταση ρεύματος!!!

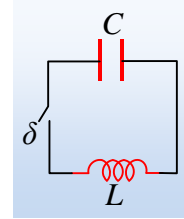
Προφανώς θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε τον οπλισμό Β να έχει το θετικό φορτίο. Η κατάσταση θα μπορούσε να μελετηθεί εξίσου σωστά, απλά τώρα θα είχαμε τα πρόσημα με βάση τη νέα φορά διαγραφής, δηλαδή  $V_{BA}>0$ ,  $i<0$ ,  $q>0$ ,  $V_L<0$  και  $E_{\text{αυτ}}>0$ . Ας προσέξουμε ότι η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή τώρα έχει αντίθετη πολικότητα από πριν, αλλά και πάλι με βάση την νέα φορά διαγραφής θεωρείται θετική.



Σε όλα τα παραπάνω δεν εφαρμόσαμε καθόλου τον κανόνα του Lenz, με την βοήθεια του οποίου θα μπορούσαμε να καταλήξουμε ευκολότερα στην πολικότητα της ΗΕΔ από αυτεπαγωγή.

### Παράδειγμα 1<sup>ο</sup>:

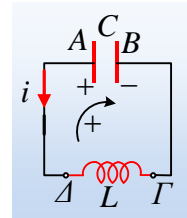
Στο ιδανικό κύκλωμα LC του σχήματος, δίνονται ότι  $C=20\mu\text{F}$  και  $L=4\text{mH}$ . Ο πυκνωτής είναι φορτισμένος με φορτίο  $Q=40\mu\text{C}$ . Τη στιγμή  $t=0$  κλείνουμε το διακόπτη. Για τη χρονική στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή γίνεται ίσο με  $q=20\mu\text{C}$ , για πρώτη φορά, να βρεθούν:



- Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
- Η τάση του πυκνωτή  $V_c$  και η τάση του πηνίου  $V_L$ , όπως και η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο.
- Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος.
- Η ισχύς του πυκνωτή και η ισχύς του πηνίου.

### Απάντηση:

Πριν προχωρήσουμε να απαντήσουμε στα ερωτήματα, θα πρέπει να αποφασίσουμε ποιος είναι ο οπλισμός αναφοράς μας, δηλαδή ποιος οπλισμός θεωρούμε ότι φέρει το θετικό φορτίο. Έστω ότι ο οπλισμός Α φέρει το θετικό φορτίο. Τότε η θετική φορά διαγραφής του κυκλώματος είναι η ωρολογιακή όπως στο σχήμα.



- Μόλις κλείσουμε το διακόπτη ο πυκνωτής αρχίζει να εκφορτίζεται. Με βάση τη διατήρηση της ενέργειας ταλάντωσης θα έχουμε:

$$\frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \rightarrow$$

$$i = \pm \sqrt{\frac{1}{LC} (Q^2 - q^2)} = \pm \sqrt{\frac{1}{4 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-6}} \left( (4 \cdot 10^{-5})^2 - (2 \cdot 10^{-5})^2 \right)} \text{A} \approx \pm 0,12 \text{A}$$

Αλλά τη στιγμή αυτή ο πυκνωτής εκφορτίζεται και το ρεύμα έχει τη φορά του σχήματος, συνεπώς:

$$i = -0,12 \text{A}$$

- Για την τάση του πυκνωτή  $V_{AB} = V_c = \frac{q}{C} = \frac{20 \cdot 10^{-6}}{20 \cdot 10^{-6}} \text{V} = +1 \text{V}$

Η τάση του πηνίου  $V_{\Gamma\Delta} = V_L = -1 \text{V}$ , όπως προκύπτει από τον 2<sup>ο</sup> κανόνα του Kirchhoff.

Η παραπάνω τιμή τάσης, μας δείχνει ότι στο πηνίο αναπτύσσεται ΗΕΔ από αυτεπαγωγή με θετικό πόλο το άκρο Δ. Αλλά τότε με βάση τη φορά διαγραφής  $E_{\text{αυτ}} = +1 \text{V}$ .

- Από τον νόμο της αυτεπαγωγής:

$$E_{\text{αυτ}} = -L \frac{di}{dt} \rightarrow$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{E_{\text{αυτ}}}{L} = -\frac{1}{4 \cdot 10^{-3}} \text{A/s} = -250 \text{A/s}$$

- Και ερχόμαστε τώρα στην ισχύ.

Σε ποια ισχύ; Έχουμε δυο διαφορετικούς ορισμούς.

Μιλάμε για την ισχύ του ρεύματος (δηλαδή το ρυθμό με τον οποίο το ρεύμα αποδίδει ενέργεια σε κάποιο στοιχείο) ή για την ισχύ με την οποία μια πηγή προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα; Στην περίπτωση μας οι ρόλοι πηγή-αποδέκτης, αλλάζουν περιοδικά.

Ας πάρουμε λοιπόν την πρώτη εκδοχή και ας βρούμε τους ρυθμούς με τους οποίους το ηλεκτρικό ρεύμα μεταφέρει ενέργεια σε κάθε ένα στοιχείο:

$$\text{Για τον πυκνωτή: } P_c = V_c \cdot i = 1V \cdot (-0,12A) = -0,12W$$

$$\text{Για το πηνίο: } P_L = V_L \cdot i = (-1V) \cdot (-0,12A) = 0,12W.$$

Τι σημαίνουν οι παραπάνω τιμές;

Το ηλεκτρικό ρεύμα δεν προσφέρει ενέργεια στον πυκνωτή, αλλά αντίθετα παίρνει ενέργεια από αυτόν  $0,12J/s$ , ή με άλλα λόγια ο πυκνωτής λειτουργεί σαν πηγή δίνοντας ενέργεια στο κύκλωμα, με αποτέλεσμα η ενέργειά του να μεταβάλλεται (μειώνεται) με ρυθμό  $\frac{dU_E}{dt} = -0,12J/s$ .

Αντίθετα το πηνίο απορροφά ενέργεια από το ρεύμα (από το κύκλωμα) με ρυθμό  $0,12J/s$ , με αποτέλεσμα η ενέργειά του να αυξάνεται και ο ρυθμός μεταβολής της να είναι  $\frac{dU_B}{dt} = +0,12J/s$ .

Ας πάρουμε τη δεύτερη εκδοχή για την ενέργεια που κάθε στοιχείο προσφέρει στο κύκλωμα:

Ο πυκνωτής εκφορτίζεται συνεπώς παρέχει ενέργεια στο κύκλωμα με ρυθμό  $P_c = V_c \cdot |i| = 0,12W$ , αλλά τότε η ενέργεια του ηλεκτρικού του πεδίου μειώνεται κατά  $0,12J/s$  και συνεπώς  $\frac{dU_E}{dt} = -0,12J/s$ .

Το πηνίο ισοδυναμεί με πηγή ΗΕΔ  $E_{\text{avt}} = 1V$ , συνεπώς ο ρυθμός με τον οποίο **παρέχει** ενέργεια στο κύκλωμα είναι  $P_L = E_{\text{avt}} \cdot i = 1V \cdot (-0,12A) = -0,12W$ , πράγμα που σημαίνει ότι τελικά δεν παρέχει, αλλά **απορροφά** ενέργεια, με αποτέλεσμα η ενέργεια του μαγνητικού του πεδίου να αυξάνεται και ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής του είναι  $\frac{dU_B}{dt} = +0,12J/s$ .

Συμπέρασμα; Και με τους δυο τρόπους μπορούμε να καταλήξουμε στα ίδια ουσιαστικά αποτελέσματα, απλά:

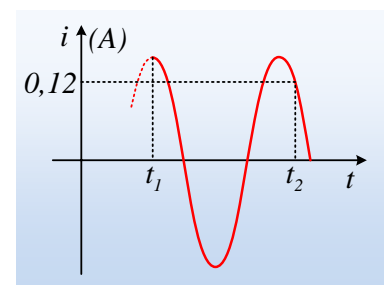
- 1) δεν πρέπει να συγχέουμε τις δύο διαφορετικές οπτικές γωνίες.
- 2) Αρκεί να μην ζητηθεί απλά μια ισχύς, χωρίς να είναι ξεκάθαρο σε τι αναφέρεται.

Ας μείνουμε λίγο ακόμη στο παραπάνω κύκλωμα.

### Παράδειγμα 2<sup>ο</sup>:

Στο παραπάνω κύκλωμα, πήραμε τη γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο, μετά από κάποια χρονική στιγμή  $t_1$ , λαμβάνοντας το διάγραμμα του διπλανού σχήματος. Για τη χρονική στιγμή  $t_2$  να βρεθούν:

- i) Το φορτίο του πυκνωτή.
- ii) Ο ρυθμός μεταβολής του φορτίου του πυκνωτή.



- iii) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος.  
 iv) Οι ρυθμοί μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή και του πηνίου.

### Απάντηση:

- i) Τη χρονική στιγμή  $t_2$  η ένταση του ρεύματος είναι θετική  $i=0,12A$ , ενώ το πηνίο λειτουργεί ως πηγή, αφού η ενέργεια του μαγνητικού του πεδίου μειώνεται (μειώνεται η ένταση του ρεύματος). Δηλαδή η κατάσταση είναι αυτή που εμφανίζεται στο διπλανό σχήμα. Από τη διατήρηση της ενέργειας προκύπτει (δες προηγούμενο παράδειγμα) ότι  $q=+20\mu C$ .
- ii) Για το ρυθμό μεταβολής του φορτίου του πυκνωτή έχουμε:

$$\frac{dq}{dt} = i = +0,12C/s$$

Το φορτίο του πυκνωτή αυξάνεται, αφού ο πυκνωτής φορτίζεται.

- iii) Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο με θετικό πόλο το άκρο Δ είναι ίση με:

$$E_{\alpha\nu\tau} = V_{AB} = \frac{q}{C} = \frac{20 \cdot 10^{-6}}{20 \cdot 10^{-6}} V = 1V$$

$$\text{Αλλά } E_{\alpha\nu\tau} = -L \frac{di}{dt} \rightarrow$$

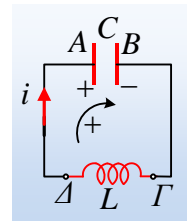
$$\frac{di}{dt} = -\frac{E_{\alpha\nu\tau}}{L} = -\frac{1}{4 \cdot 10^{-3}} A/s = -250 A/s$$

Ας σημειωθεί ότι ο παραπάνω ρυθμός είναι ίσος με την κλίση τη στιγμή  $t_2$  του διαγράμματος  $i-t$ .

- iv) Με βάση τις ιδέες που αναφέρθηκαν παραπάνω:

$$\frac{dU_E}{dt} = V_{AB} i = +0,12 J/s$$

$$\frac{dU_B}{dt} = V_{\Gamma\Delta} i = (-1) \cdot +0,12 = -0,12 J/s$$



[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)