

Με την περιστροφή το νήμα τυλίγεται.

Ένα σώμα μάζας $0,4\text{kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος και στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, ενώ το νήμα τυλίγεται σε έναν ακλόνητο οριζόντιο κυλινδρικό σωλήνα ακτίνας $r=0,6/\pi\text{ m}$. Σε μια στιγμή το νήμα είναι κατακόρυφο και το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου $v_1=5\text{m/s}$, (θέση (1)) ενώ το ελεύθερο μήκος του νήματος είναι $\ell_1 = 2\text{m}$.

- i) Να βρεθεί η τάση του νήματος στη θέση αυτή.
- ii) Μετά από λίγο το νήμα ξαναγίνεται κατακόρυφο, θέση (2). Για τη θέση αυτή να βρεθούν:
 - α) Το μήκος του νήματος ℓ_2 .
 - β) Η κινητική ενέργεια του σώματος.
 - γ) Το μέτρο της τάσης του νήματος.
- iii) Όταν το σώμα ολοκληρώσει μια «περιστροφή» με το νήμα κατακόρυφο, για το μέτρο της ταχύτητά του v_3 ισχύει:

$$\alpha) v_3 < v_1, \quad \beta) v_3 = v_1, \quad \gamma) v_3 > v_1.$$

Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη θέση (1) φαίνονται στο διπλανό σχήμα, όπου T_1 η τάση του νήματος και w το βάρος, η δε συνισταμένη τους «παίζει το ρόλο της κεντρομόλου:

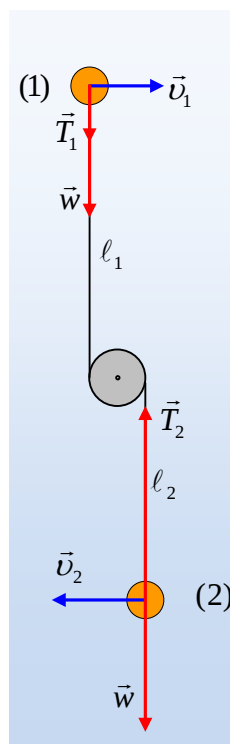
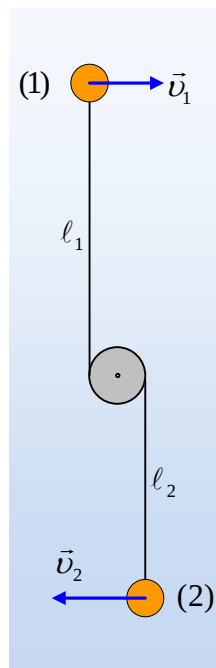
$$\Sigma F = m \frac{v^2}{R} \rightarrow$$

$$w + T_1 = m \frac{v^2}{\ell_1} \rightarrow T_1 = m \frac{v^2}{\ell_1} - mg$$

$$T_1 = 0,4 \frac{5^2}{2} \text{ N} - 0,4 \cdot 10 \text{ N} = 1 \text{ N}$$

Ας σημειωθεί ότι στη θέση αυτή το σώμα εκτελεί κυκλική κίνηση, με ακτίνα ίση με το ελεύθερο μήκος ℓ_1 του νήματος, αφού το σημείο A, είναι ένα σημείο του νήματος με μηδενική ταχύτητα, όπως ακριβώς θα είχαμε, αν το άκρο A ήταν δεμένο σε κάποιο σταθερό σημείο.

- ii) α) Καθώς περιστρέφεται το σώμα, το νήμα τυλίγεται στον κύλινδρο. Έτσι τη στιγμή που το σώμα φτάνει στη θέση (2) έχει τυλιχθεί νήμα, μήκους ίσου με το μισό του μήκους του κύκλου. Άρα για το ελεύθερο μήκος του νήματος έχουμε:



$$\ell_2 = \ell_1 - \frac{1}{2}s = \ell_1 - \frac{1}{2}2\pi r = \ell_1 - \pi r = 2m - \pi \frac{0,6}{\pi} m = 1,4m.$$

β) Εφαρμόζοντας τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για την κίνηση του σώματος από τη θέση (1) μέχρι τη θέση (2), με δεδομένο ότι η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι το βάρος (συντηρητική δύναμη) παίρνουμε:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

Θεωρώντας δε, ότι στη θέση (2) $U_2 = 0$ έχουμε:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0 \rightarrow$$

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mg(\ell_1 + \ell_2) \rightarrow$$

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}0,4 \cdot 5^2 J + 0,4 \cdot 10(2 + 1,4)J = 18,6J$$

γ) Για την κεντρομόλο δύναμη στη θέση (2) έχουμε:

$$\Sigma F = m \frac{v^2}{R}$$

$$T_2 - w = m \frac{v_2^2}{\ell_2} \rightarrow T_2 = mg + m \frac{v_2^2}{\ell_2} \rightarrow$$

Και λαμβάνοντας υπόψη ότι $K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \rightarrow mv_2^2 = 2K_2$ παίρνουμε:

$$T_2 = mg + \frac{2K_2}{\ell_2} = 0,4 \cdot 10N + \frac{2 \cdot 18,6}{1,4} N = 30,6N$$

iii) Μόλις το σώμα έχει ολοκληρώσει μια περιστροφή, το ελεύθερο μήκος του νήματος είναι ίσο με $\ell_3 = \ell_1 - s = \ell_1 - 2\pi r = 0,8m$. Οπότε θεωρώντας επίπεδο μηδενικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το σημείο Α έχουμε:

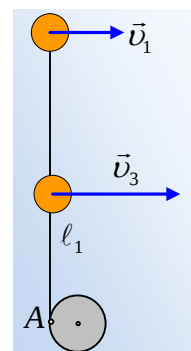
$$K_1 + U_1 = K_3 + U_3 \rightarrow$$

$$K_1 + mg\ell_1 = K_3 + mg\ell_3 \rightarrow$$

$$K_3 - K_1 = mg\ell_1 - mg\ell_3 > 0 \rightarrow$$

$$K_3 > K_1$$

Συνεπώς και $v_3 > v_1$. Σωστό το γ)



dmargaris@gmail.com