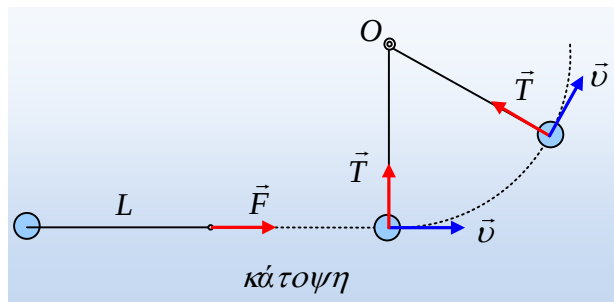


Ένα σώμα στο άκρο νήματος.

Ένα μικρό σώμα μάζας $0,2\text{kg}$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Δένουμε το σώμα με ένα αβαρές οριζόντιο νήμα μήκους L , στο άλλο άκρο του οποίου ασκούμε μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=0,4\text{N}$, τραβώντας το σώμα, τη στιγμή $t_0=0$. Τη χρονική στιγμή $t_1=4\text{s}$, παύουμε να τραβάμε το νήμα, το ελεύθερο άκρο του οποίου στερεώνουμε σε σταθερό



σημείο O του οριζοντίου επιπέδου τη στιγμή $t_2=5\text{s}$, σε τέτοια θέση, έτσι ώστε το νήμα να είναι κάθετο στην ταχύτητα του σώματος, όπως στο σχήμα, οπότε το σώμα συνεχίζει να κινείται σε οριζόντια κυκλική τροχιά ακτίνας L . Αν η τάση του νήματος στη διάρκεια της κυκλικής κίνησης είναι δεκαπλάσια της τάσης κατά την ευθύγραμμη κίνηση, να βρεθούν:

- Το μέτρο της ταχύτητας κατά τη διάρκεια της κυκλικής κίνησης.
- Το διάστημα που διανύει το σώμα από τη στιγμή t_0 μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3=8\text{s}$.
- Το μήκος του νήματος.
- Το έργο της τάσης του νήματος στα χρονικά διαστήματα:
 - από $0-4\text{s}$
 - Από $5\text{s}-9\text{s}$

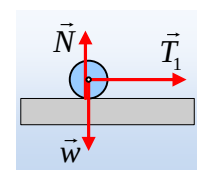
Απάντηση:

- i) Μόλις τραβήξουμε το νήμα, ασκείται στο σώμα η τάση του νήματος T_1 ίσου μέτρου με τη δύναμη F^* , οπότε το σώμα θα αποκτήσει επιτάχυνση:



$$\alpha = \frac{T_1}{m} = \frac{F}{m} = \frac{0,4}{0,2} \text{m/s}^2 = 2 \text{m/s}^2$$

αφού στην κατακόρυφη διεύθυνση το σώμα ισορροπεί, δηλαδή $\Sigma F_y=0$ ή $N=w=mg$. Έτσι το σώμα θα κινηθεί ευθύγραμμα στη διεύθυνση της ασκούμενης δύναμης, οπότε τη στιγμή t_1 θα έχει αποκτήσει ταχύτητα:



$$v = \alpha t_1 = 2 \cdot 4 \text{m/s} = 8 \text{m/s}$$

Η ταχύτητα αυτή θα παραμείνει σταθερή από $4\text{s}-5\text{s}$ και με αυτήν την ταχύτητα θα αρχίσει την ομαλή κυκλική κίνησή του.

- ii) Από $0-4\text{s}$ το σώμα μετατοπίζεται κατά:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} \alpha t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 \text{m} = 16 \text{m}$$

Από $4\text{s}-5\text{s}$: $\Delta x_2 = v \cdot \Delta t = 8 \cdot 1 \text{m} = 8 \text{m}$.

Από $5\text{s}-8\text{s}$, το μήκος του τόξου που διαγράφει είναι $s_3 = v \cdot \Delta t = 8 \cdot 3 \text{m} = 24 \text{m}$.

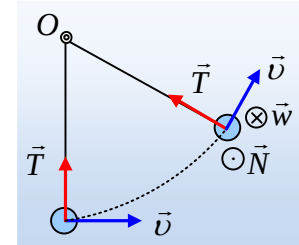
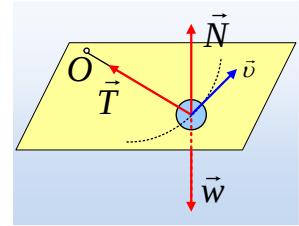
Συνεπώς το διάστημα που έχει διανύσει είναι:

$$s = \Delta x_1 + \Delta x_2 + s_3 = 16m + 8m + 24m = 48m.$$

- iii) Η τάση του νήματος είναι η κεντρομόλος δύναμη που επιβάλλει την ομαλή κυκλική κίνηση στο σώμα, αφού στην κατακόρυφη διεύθυνση το σώμα ισορροπεί, δηλαδή $\Sigma F_y = 0$ ή $N = w = mg$:

$$T = m \frac{v^2}{R} \rightarrow R = L = \frac{mv^2}{T} = \frac{0,2 \cdot 8^2}{4} m = 3,2m$$

Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δυο διαφορετικοί τρόποι σχεδίασης των δυνάμεων. Στο πρώτο με προοπτική στο χώρο, στο 2^ο κάτοψη, όπου $\otimes$ παριστά διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο της σελίδας με φορά προς τα μέσα και $\odot$ διάνυσμα επίσης κάθετο στη σελίδα με φορά προς τον αναγνώστη.



- iv) α) Στη διάρκεια της ευθύγραμμης κίνησης η δύναμη F παράγει έργο, ίσο με το έργο της τάσης T_1 :

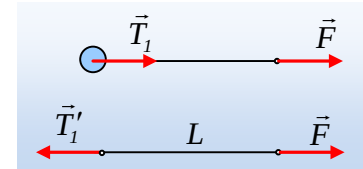
$$W_{T_1} = W_F = F \cdot \Delta x_1 = 0,4 \cdot 16 J = 6,4 J$$

- β) Στη διάρκεια της κυκλικής κίνησης η τάση του νήματος δεν παράγει έργο, αφού είναι διαρκώς κάθετη στη μετατόπιση (κάθετη στην ταχύτητα, η οποία έχει την κατεύθυνση της στοιχειώδους μετατόπισης

$$dx, \text{ αφού } \vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}.$$

Σχόλιο.

* Όταν στο άκρο του νήματος ασκήσουμε τη δύναμη $\vec{F}$, η δύναμη αυτή «μεταφέρεται» μέσω του νήματος οπότε ασκείται δύναμη ίσου μέτρου στο σώμα, από το άλλο άκρο του νήματος, δύναμη που ονομάζεται τάση του νήματος και την συμβολίσαμε παραπάνω ως $\vec{T}_1$. Γιατί;



Μόλις ασκήσουμε στο δεξιό άκρο του νήματος τη δύναμη $\vec{F}$, τότε το σώμα ασκεί στο νήμα μια δύναμη $\vec{T}_1'$ οπότε για το νήμα ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα μας δίνει:

$$\Sigma F_v = m_v a \rightarrow$$

Αν όμως το νήμα θεωρείται αβαρές, τότε $m_v \rightarrow 0$, οπότε:

$$\Sigma F_v = 0 \text{ ή}$$

$$F - T_1' = 0 \rightarrow T_1' = F = 0,4 N$$

Αλλά αν το σώμα ασκήσει στο νήμα την δύναμη $\vec{T}_1'$, τότε το νήμα ασκεί στο σώμα την αντίδρασή της $\vec{T}_1$ ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς, όπως στο σχήμα, συνεπώς $\vec{T}_1 = \vec{F}$.

dmargaris@gmail.com