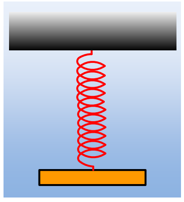
Ενέργειες σε μια φθίνουσα ταλάντωση.



Ένα σώμα μάζας 0,1kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=10N/m. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά A_0=0,3m και το αφήνουμε να ταλαντωθεί τη στιγμή t_0=0. Το σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, εξαιτίας της δράσης δύναμης απόσβεσης της μορφής $F_{απ}$=-0,1υ (μονάδες στο S.I.), όπου υ η ταχύτητα του σώματος. Σε μια στιγμή t_1 το σώμα κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα $υ_1$=2m/s, πλησιάζοντας την αρχική θέση ισορροπίας του σώματος και απέχοντας κατά 2cm από αυτήν.

Να υπολογιστούν:

i) Η αρχική ενέργεια ταλάντωσης καθώς και η ενέργεια τη στιγμή t_1.

ii) Το έργο της δύναμης απόσβεσης από t=0, μέχρι την στιγμή t_1.

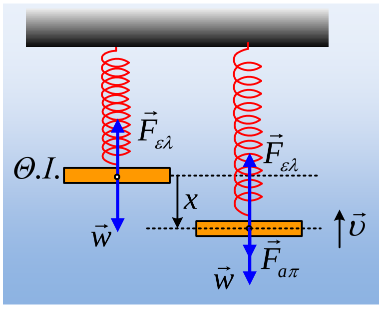
iii) Η επιτάχυνση του σώματος την παραπάνω στιγμή.

iv) Οι ρυθμοί μεταβολής:

α) Της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης, β) Της κινητικής ενέργειας καθώς και η ισχύς της δύναμης απόσβεσης τη στιγμή t_1.

Δίνεται g=10m/s^2.

Απάντηση:



Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στην αρχική θέση ισορροπίας και τη στιγμή t_1, όπου για τη θέση ισορροπίας ισχύει:

$$ΣF=0 \to k\cdot Δ\ell = mg$$

i) Η αρχική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση:

$$E_0 = \frac{1}{2}DA_0^2 = \frac{1}{2}kA_0^2 = \frac{1}{2}10\cdot 0{,}3^2\,J = 0{,}45J$$

Ενώ τη στιγμή t_1:

$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2}mυ_1^2 + \frac{1}{2}Dy_1^2 \to$$

$$E_1 = \frac{1}{2}0{,}1\cdot 2^2\,J + \frac{1}{2}10\cdot 0{,}02^2\,J = 0{,}2J + 0{,}002J = 0{,}202J\ .$$

ii) Το έργο της δύναμης απόσβεσης εκφράζει την ενέργεια που αφαιρείται από το σώμα και μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια, είναι δε ίσο με τη μεταβολή της ενέργειας ταλάντωσης:

$$W_{F_{απ}} = ΔE = E_1 - E_0 = 0{,}202J - 0{,}45J = -0{,}248J$$

Εναλλακτικά, η ενέργεια ταλάντωσης μειώθηκε κατά E_0-E_1=0,248J, συνεπώς αφαιρέθηκε ισόποση ενέργεια και $W_{F_{απ}} = -0{,}248J$.

iii) Εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$ΣF=mα \to$$

$$F_{\varepsilon\lambda}\text{-}w\text{-}|F_{\alpha\pi}| = m\cdot\alpha \rightarrow$$

$$k(\Delta\ell + x) - mg - b\upsilon = ma \rightarrow$$

$$kx - b\upsilon = ma$$

$$a = \frac{kx - b\upsilon}{m} = \frac{10\cdot 0{,}02 - 0{,}1\cdot 2}{0{,}1} = 0$$

iv)Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης, συνδέεται με το έργο της δύναμης επαναφοράς, αφού $W_{F_{\varepsilon\pi}} = -\Delta U$ ενώ η κινητική ενέργεια, με το έργο της συνισταμένης δύναμης ($\Delta K = W_{\Sigma F}$). Έτσι έχουμε:

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_{F_{\varepsilon\pi}}}{dt} = -\frac{|F_{\varepsilon\pi}||dx|\sigma\upsilon\nu\vartheta}{dt} = -|Dx||\upsilon|\sigma\upsilon\nu\vartheta \rightarrow$$

$$\frac{dU}{dt} = -|Dx||\upsilon|\sigma\upsilon\nu\vartheta = -10\cdot 0{,}02\cdot 2\cdot 1 J/s = -0{,}4 J/s$$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{|\Sigma F||dx|\sigma\upsilon\nu\vartheta}{dt} = |\Sigma F||\upsilon|\sigma\upsilon\nu\vartheta = 0$$

$$P_{F_{\alpha\pi}} = |F_{\alpha\pi}||\upsilon|\sigma\upsilon\nu\varphi = -b\upsilon^2 = -0{,}1\cdot 2^2 W = -0{,}4W$$

Σχόλιο.

Αξίζει να τονισθεί ότι τη στιγμή t_1 το σώμα απέχει κατά 2cm από την αρχική θέση ισορροπίας του, αλλά τη στιγμή αυτή η συνισταμένη δύναμη είναι μηδενική, συνεπώς το σώμα δεν έχει επιτάχυνση.

Τη στιγμή αυτή η δυναμική ενέργεια μειώνεται με ρυθμό 0,4J/s. Προσέξτε όμως ότι δεν έχουμε ισόποση αύξηση της κινητικής ενέργειας $\left(\frac{dK}{dt} = 0\right)$, αφού στο σώμα ασκείται και η δύναμη απόσβεσης, η οποία αντιτίθεται στην κίνηση, αφαιρώντας ισόποση μηχανική ενέργεια, την οποία μετατρέπει σε θερμική ενέργεια.

dmargaris@gmail.com