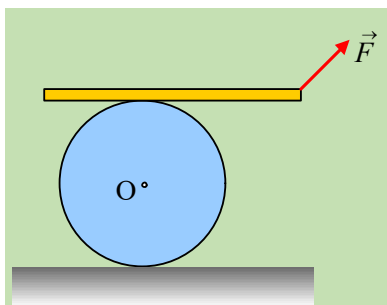


Κύλινδρος και δοκός σε κίνηση.



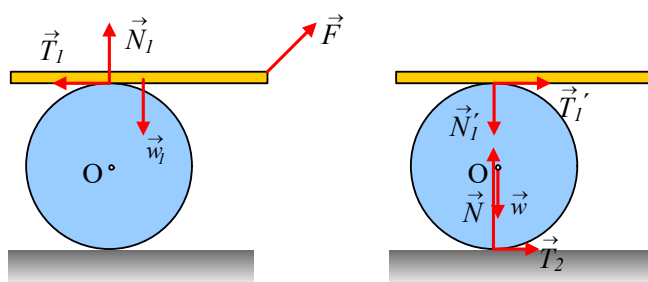
Στο σχήμα ένας κύλινδρος μάζας m ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Τοποθετούμε πάνω του μια δοκό μάζας $m_1=10m$ και ασκούμε πάνω της μια κατάλληλη δύναμη F , ώστε η δοκός να παραμένει οριζόντια όπως στο σχήμα. Αν ο κύλινδρος δεν ολισθαίνει ούτε ως προς το επίπεδο, ούτε ως προς την δοκό:

- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο.
- ii) Αν κάποια στιγμή η δοκός έχει ταχύτητα $v_1=0,6\text{m/s}$ ποια η ταχύτητα του άξονα περιστροφής του κυλίνδρου;
- iii) Αν κάποια στιγμή t_1 η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου είναι ίση με $3J$, πόση είναι τη στιγμή αυτή η κινητική ενέργεια της δοκού;
- iv) Υπολογίστε το έργο της δύναμης F , μέχρι τη στιγμή t_1 .

Δίνεται για τον κύλινδρο $I = \frac{1}{2} mR^2$.

Απάντηση:

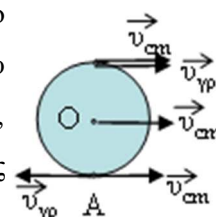
- i) Οι δυνάμεις που ασκούνται σε δοκό και κύλινδρο, φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Η δοκός σύρεται εξαιτίας της δύναμης F , οπότε πάνω της ασκείται από τον κύλινδρο η τριβή T_1 . Η αντίδρασή της T_1' ασκείται στον κύλινδρο, ενώ στον κύλινδρο ασκείται και από το έδαφος η T_2 .

- ii) Αν v_{cm} η ταχύτητα του άξονα του κυλίνδρου, τότε με βάση και το σχήμα, η ταχύτητα του σημείου A είναι $v_A = v_{cm} - v_{\gamma\pi\alpha\mu} = 0$, ενώ του αντιδιαμετρικού του σημείου B (το σημείο επαφής ράβδου-δοκού), $v_B = v_{cm} + v_{\gamma\pi} = 2 v_{cm}$, αφού δεν έχουμε ολίσθηση. Άρα η ταχύτητα της δοκού είναι ίση με την ταχύτητα του σημείου B . Δηλαδή:

$$v_1 = 2 v_{cm} \text{ ή } v_{cm} = 0,3\text{m/s.}$$



iii) Η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου είναι:

$$K = \frac{1}{2} m v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$K = \frac{1}{2} m v_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m R^2 \cdot \omega^2 = \frac{3}{4} m v_{cm}^2 (1)$$

$$\text{Ενώ της δοκού } K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 (2)$$

Με διαίρεση των (2) και (1) κατά μέλη παίρνουμε:

$$K_1/K = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 / \frac{3}{4} m v_{cm}^2 \quad \text{ή}$$

$$K_1/K = \frac{1}{2} \cdot 10m \cdot 4v_{cm}^2 / \frac{3}{4} m v_{cm}^2 \quad \text{ή}$$

$$K_1 = 80J.$$

iv) Το έργο της δύναμης F είναι ίσο με την ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα. Οι δυνάμεις τριβής (στατική τριβή), δεν αφαιρούν μηχανική ενέργεια για να την μετατρέψουν σε θερμότητα. Άρα το έργο της δύναμης είναι ίσο με την ολική κινητική ενέργεια, δηλαδή:

$$W_F = K + K_1 = 83J$$

dmargaris@sch.gr