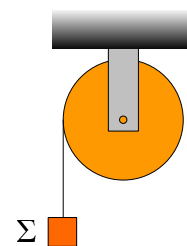


## Στροφορμή και σύστημα σωμάτων.

Ο κύλινδρος του σχήματος έχει τυλιγμένο γύρω του ένα αβαρές νήμα, στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο ένα σώμα μάζας  $\Sigma$  μάζας  $m_1=2\text{kg}$ . Ο κύλινδρος μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονά του που διέρχεται από τα κέντρα των δύο βάσεων. Σε μια στιγμή,  $t=0$ , αφήνουμε το σύστημα να κινηθεί.



Δίνονται: Η ακτίνα του κυλίνδρου  $R=0,4\text{m}$ , η μάζα του κυλίνδρου  $M=4\text{kg}$ , τριβές δεν υπάρχουν, ενώ η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής  $I=\frac{1}{2}M\cdot R^2$  και  $g=10\text{m/s}^2$ .

Να βρείτε:

- Την επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα  $\Sigma$ .
- Το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο άξονας στον κύλινδρο.
- Για τη χρονική στιγμή  $t=2\text{s}$  ζητούνται:
  - Η γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου.
  - Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του.
  - Ο ρυθμός μεταβολής της συνολικής στροφορμής του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του κυλίνδρου.

### Απάντηση:

Στο σώμα  $\Sigma$  ασκούνται το βάρος του  $w_1$  και η τάση του νήματος  $T$ . Αφού το νήμα είναι αβαρές το νήμα ασκεί και στον κύλινδρο δύναμη με μέτρο  $T$ . Στον κύλινδρο ασκούνται επίσης το βάρος του  $W$  και μια δύναμη  $F$  από τον άξονα, όπως στο σχήμα.

Για το σώμα  $\Sigma$  έχουμε  $w-T=m_1 a_1$  (1) όπου  $a_1$  η επιτάχυνση του σώματος.

Για τον κύλινδρο  $\Sigma\tau=I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}$  ή  $TR=\frac{1}{2}M\cdot R^2\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}$  (2) και επειδή

$$a_1=\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot R \text{ (βλέπε παράδειγμα 10)}$$

$$\text{έχουμε } T=\frac{1}{2}Ma_1 \text{ (3)}$$

i) Από τις εξισώσεις (1) και (3) παίρνουμε  $m_1 g=(\frac{1}{2}M+m_1)a_1 \rightarrow$

$$a_1=5\text{m/s}^2.$$

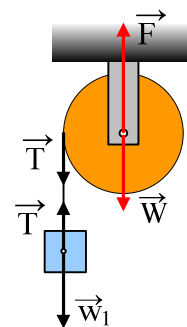
ii) Το κέντρο μάζας του κυλίνδρου δεν εκτελεί μεταφορική κίνηση, οπότε  $\Sigma\vec{F}=0 \rightarrow \vec{w}+\vec{T}+\vec{F}=0$  και επειδή το βάρος και η τάση του νήματος είναι κατακόρυφες δυνάμεις, κατακόρυφη θα είναι και η δύναμη  $F$ .

$$\text{Οπότε } F=Mg+T=Mg+\frac{1}{2}Ma_1 \rightarrow$$

$$F=50\text{N}$$

iii) Από την εξίσωση  $a_1=\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot R$  έχουμε  $\alpha_{\gamma\omega\nu}=\frac{a_1}{R}=12,5\text{rad/s}^2$ .

$$\text{Οπότε } \omega=\alpha_{\gamma\omega\nu}t=25\text{rad/s}.$$



Η μόνη δύναμη που ασκεί ροπή στον κύλινδρο είναι η τάση του νήματος για την οποία έχουμε  $T = \frac{1}{2} Ma_1 = 10\text{N}$ . Έτσι για τον κύλινδρο:

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau = T \cdot R = 4\text{kgm}^2/\text{s}^2$$

Με διεύθυνση αυτή του άξονα και φορά κάθετη στο επίπεδο του σχήματος και φορά προς τον αναγνώστη.

Ενώ η μόνη εξωτερική δύναμη για το σύστημα των σωμάτων που ασκεί ροπή είναι το βάρος του σώματος Σ. Έτσι για το σύστημα έχουμε:

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau_{\text{εξ}} = m_1 g \cdot R = 8\text{kgm}^2/\text{s}^2.$$

Με διεύθυνση επίσης αυτή του άξονα και φορά κάθετη στο επίπεδο του σχήματος και φορά προς τον αναγνώστη.