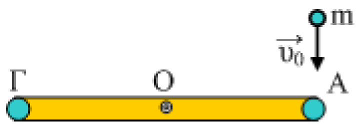
Διατήρηση Στροφορμής σε κρούση.

Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ με μήκος l=1m και μάζα M=1,2kg μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που είναι κάθετος σε αυτή και διέρχεται από το μέσον της Ο. Στα δύο άκρα της ράβδου έχουμε στερεώσει δύο σφαιρίδια αμελητέων διαστάσεων, μάζας m=0,2kg το καθένα. Αρχικά η ράβδος ισορροπεί οριζόντια, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Βλήμα μάζας m=0,2kg αμελητέων διαστάσεων, κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου υ_0= 10m/s και ενσωματώνεται ακαριαία στο σφαιρίδιο στο άκρο Α της ράβδου. Να υπολογίσετε:

1. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος, αμέσως μετά την κρούση.
2. Το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που χάθηκε κατά την κρούση.
3. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος, αμέσως μετά την κρούση.
4. Το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου στο άκρο Γ της ράβδου, τη στιγμή που αυτή γίνεται κατακόρυφη.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο προς αυτήν άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της I_{cm}= *1/12* ml^2 και $g=10m/s^2$.

Απάντηση:

1) Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της στροφορμής, ως προς τον άξονα περιστροφής, για την κρούση και έχουμε:

$$\mathbf{L}_{\pi\rho\iota\nu}=\mathbf{L}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}.$$

$$m\upsilon_0 l/2= I\cdot\omega_0 \quad (1)$$

όπου ω_0 η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του συστήματος αμέσως μετά την κρούση.

Αλλά $I= Ml^2/12+ ml^2/4+ 2ml^2/4 = Ml^2/12+ 3ml^2/4 = 0,25Kg.m^2$ και η (1) δίνει:

$$m\upsilon_0\cdot l/2 = (M/12+3m/4)\, l^2\cdot\omega_0 \text{ ή}$$

$$\omega_0= m\upsilon_0/(M/6+3m/2)\cdot l = 0,2\cdot 10/(1,2/6+3\cdot 0,2/2)\cdot 1= 4rad/s.$$

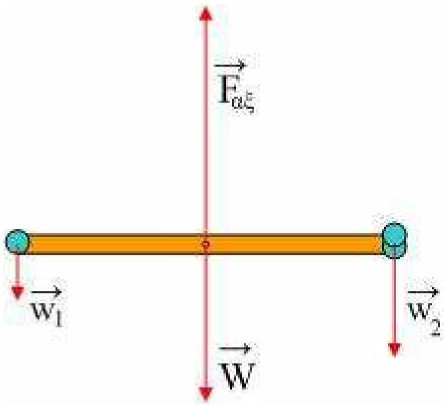
2) Η απώλεια της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση είναι:

$$\Delta K= ½\, m\upsilon_0^2 – ½\, I\cdot\omega_0^2 = ½\, 0,2\cdot 100J- ½\, 0,25\cdot 16J= 10J-2J= 8J$$

Οπότε το κλάσμα της κινητικής ενέργειας που «χάθηκε» είναι:

$$\Delta K/K_{\alpha\rho\chi}= 8/10 = 4/5.$$

3) Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής παίρνουμε:



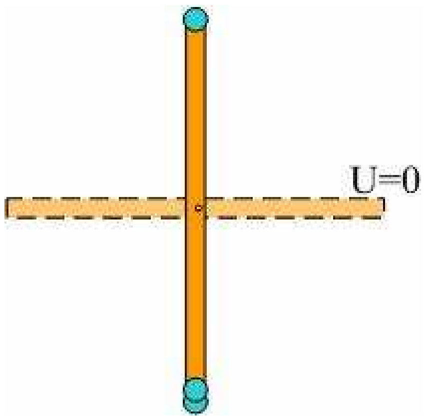
$$\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \text{ ή}$$

$$w_2\cdot l/2 - w_1\cdot l/2 = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \text{ ή}$$

$$2mg\cdot l/2 - mg\cdot l/2 = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \text{ ή}$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = 0{,}2\cdot 10/2\cdot 0{,}25 \text{ rad/s}^2 = 4\text{rad/s}^2.$$

4) Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της Μηχανικής ενέργειας ανάμεσα στην αρχική θέση και στην κατακόρυφη θέση:



$$½\ I\omega_0^2 + 0 = ½\ I\omega^2 + mgl/2 - 2mgl/2 \text{ ή}$$

$$I\omega_0^2 = I\omega^2 - mgl \text{ ή}$$

$$0{,}25\cdot 16 = 0{,}25\omega^2 - 0{,}2\cdot 10\cdot 1 \text{ ή}$$

$$\omega = 2\cdot\sqrt{6} \text{ rad/s}.$$

Οπότε η ταχύτητα του Γ είναι:

$$\upsilon = \omega\cdot l/2 = \sqrt{6} \text{ m/s}.$$

dmargaris@sch.gr