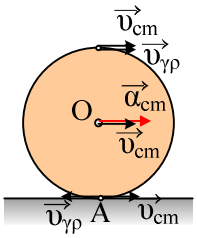
# *Κύλιση τροχού.*

Ένας τροχός ακτίνας R=0,5m, κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή επιτάχυνση $2m/s^2$ ξεκινώντας από την ηρεμία. Μετά από χρονικό διάστημα t=5s, να βρείτε:

i) Την ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού Ο.
ii) Την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τροχού.
iii) Τη ταχύτητα και την οριζόντια επιτάχυνση του σημείου επαφής του τροχού με το έδαφος, σημείο Α, καθώς και του αντιδιαμετρικού του σημείου Β.

Απάντηση

i) Όταν αναφέρεται η επιτάχυνση του τροχού, υπονοείται η μεταφορική επιτάχυνσή του, η οποία είναι η επιτάχυνση του κέντρου Ο του τροχού $\vec{\alpha}_{cm}$.




Για την μεταφορική κίνηση ο τροχός αντιμετωπίζεται σαν υλικό σημείο, το οποίο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, οπότε ισχύουν οι εξισώσεις:

$$\upsilon_{cm} = \upsilon_0 + \alpha_{cm}\cdot t \ (1) \text{ και } x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha_{cm}\cdot t^2. \ (2)$$

Οπότε από την εξίσωση (1) παίρνουμε $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha_{cm}\cdot t = 0+2\cdot 5m/s = 10m/s$.

Όλα τα σημεία του τροχού έχουν κάθε στιγμή ταχύτητα εξαιτίας της μεταφορικής κίνησης, ίση με την $\upsilon_{cm}$.

ii) Επειδή ο τροχός κυλίεται χωρίς ολίσθηση ισχύει $\alpha_{cm}=\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot R \rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu}=\frac{\alpha_{cm}}{R} = 4rad/s^2$.

Άρα ο τροχός εκτελεί και στροφική ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, οπότε:

και $\omega=\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot t=20rad/s$.

Την ίδια τιμή θα βρούμε χρησιμοποιώντας την εξίσωση:

$$\upsilon_{cm} = \omega R \rightarrow \quad \omega=\frac{\upsilon}{R}=\frac{10}{0,5}=20rad/s.$$

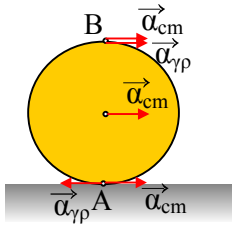
iii) Το σημείο Α έχει μια ταχύτητα προς τα δεξιά, την $\upsilon_{cm}$ αλλά και μια ταχύτητα προς τ' αριστερά εξαιτίας της στροφικής κίνησης $\upsilon_{\gamma\rho}=\omega\cdot R = 20\cdot 0,5m/s = 10m/s$.

Άρα η συνολική ταχύτητα του σημείου Α είναι ίση με μηδέν.

Αυτό είναι και το βασικό κριτήριο για να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ο τροχός.

Με την ίδια λογική το σημείο Β θα έχει ταχύτητα $\upsilon_B=\upsilon_{cm}+\upsilon_{\gamma\rho} = 20m/s$.

Για τις επιταχύνσεις των δύο σημείων:




Το σημείο Α έχει εξαιτίας της μεταφορικής κίνησης επιτάχυνση $\alpha_{cm}$ και εξαιτίας της στροφικής κίνησης μια επιτρόχια επιτάχυνση με φορά προς τ' αριστερά, η οποία είναι ίση με $\alpha_{\varepsilon\pi}=\alpha_{\gamma\rho}=\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot R = 4\cdot 0,5m/s^2 = 2m/s^2$.

Άρα η συνολική επιτάχυνση του σημείου Α είναι:

$\alpha_A=\alpha_{cm} - \alpha_{\gamma\rho} = 0$.

Ενώ για το σημείο Β: $\alpha_B= \alpha_{cm}+\alpha_{\gamma\rho}= 2m/s^2 + 2m/s^2 =4m/s^2$.

**Σχόλιο:** Αφού το σημείο επαφής με το έδαφος έχει ταχύτητα μηδενική, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι είναι ένα σημείο ενός ΣΤΙΓΜΙΑΙΟΥ ΑΞΟΝΑ περιστροφής του τροχού. Έτσι η κίνηση του τροχού μπορεί να θεωρηθεί μόνο στροφική (γύρω από τον στιγ-

μιαίο άξονα περιστροφής) και όχι σύνθετη.

**dmargaris@sch.gr**