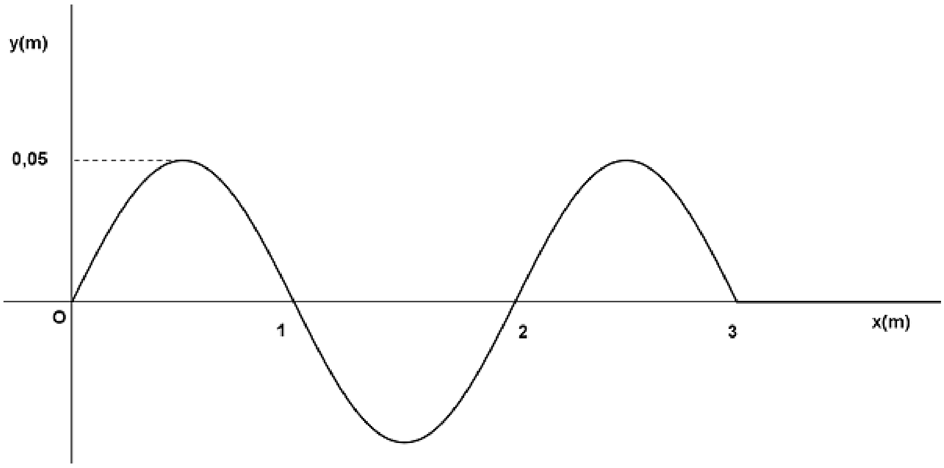
- **ΕΡΩΤΗΣΗ 1**

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα με φορά προς την κατεύθυνση του θετικού ημιάξονα Οx. Το σημείο της θέσης $x = 0$ ταλαντώνεται σύμφωνα με τη σχέση $y = 0,05\eta\mu(8\pi t)(S.I.)$. Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση $3m$.



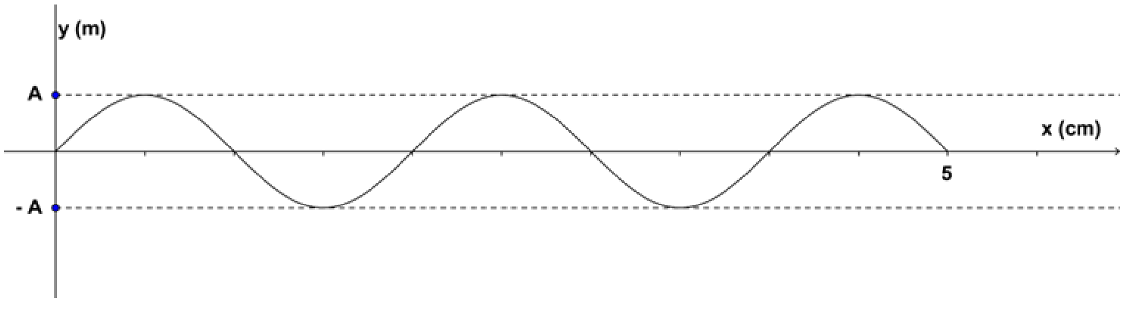
Η ταχύτητα (v) διάδοσης του κύματος στο ελαστικό μέσο, είναι

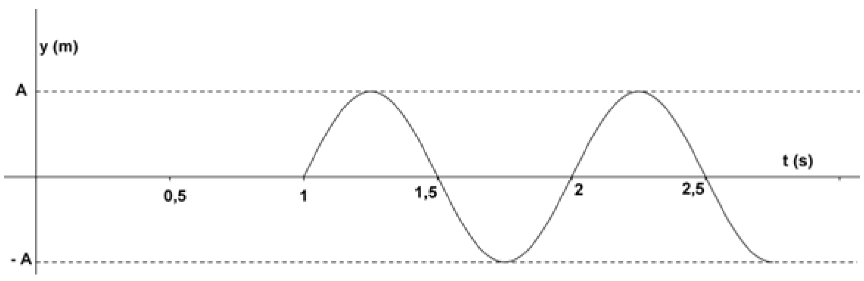
1) $v = 8\frac{m}{s}$,2) $v = 12\frac{m}{s}$,3) $v = \frac{3}{4\pi}\frac{m}{s}$.

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

- **ΕΡΩΤΗΣΗ 2**

Το διάγραμμα 1 παριστάνει το στιγμιότυπο ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος μια δεδομένη χρονική στιγμή t_1 , ενώ το διάγραμμα 2 παριστάνει την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο, ενός δεδομένου σημείου Γ του ελαστικού μέσου, στο οποίο διαδίδεται το παραπάνω κύμα.





Τη χρονική στιγμή t_1, που αντιστοιχεί το παραπάνω στιγμιότυπο, η πηγή και το υλικό σημείο Γ περνούν από τη θέση ισορροπίας τους με

α) αρνητική ταχύτητα,

β) αντίθετες ταχύτητες.

γ) θετική ταχύτητα.

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

- **ΕΡΩΤΗΣΗ 3**

Δύο σύγχρονες πηγές αρμονικών κυμάτων O_1 και O_2 δημιουργούν κύματα ίδιου πλάτους Α και μήκους κύματος $\lambda = 0,5cm$. Αν για τις αποστάσεις r_1 και r_2 ενός σημείου Σ από τις πηγές ισχύει $r_1 - r_2 = 4cm$, τότε το σημείο Σ

α) ταλαντώνεται με πλάτος $2A$.

β) ταλαντώνεται με πλάτος A.

γ) παραμένει ακίνητο.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

- **ΕΡΩΤΗΣΗ 4**

Δύο κύματα που διαδίδονται πάνω στην ίδια ευθεία έχουν εξισώσεις:

$y_1 = 4\eta\mu(10\pi t - \frac{\pi}{6}x)$ και $y_2 = 5\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{6}x)$.

Από τη συμβολή των δύο παραπάνω κυμάτων:

α) δεν μπορεί να προκύψει στάσιμο κύμα.

β) θα δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, γιατί τα δύο κύματα διαδίδονται στην ίδια διεύθυνση με αντίθετες φορές, έχουν ίδιες συχνότητες και ίδιο μήκος κύματος.

γ) θα δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, γιατί τα δύο κύματα έχουν ίδιες συχνότητες, και διαδίδονται σε αντίθετες κατευθύνσεις.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- **ΕΡΩΤΗΣΗ 5**

Στην επιφάνεια υγρού διαδίδονται δύο αρμονικά εγκάρσια κύματα ίδιου πλάτους Α και ίδιας συχνότητας, που παράγονται από δύο σύγχρονες πηγές Π_1, Π_2 με εξισώσεις ταλάντωσης $y_1 = y_2 = A\eta\mu\omega t$. Σε ένα σημείο Μ της επιφάνειας του υγρού πρώτα φτάνει το κύμα από την πηγή Π_1 και μετά από χρονικό διάστημα 3T/4 φτάνει το κύμα από την πηγή Π_2. Λόγω της συμβολής των δύο κυμάτων το σημείο Μ ταλαντώνεται με πλάτος

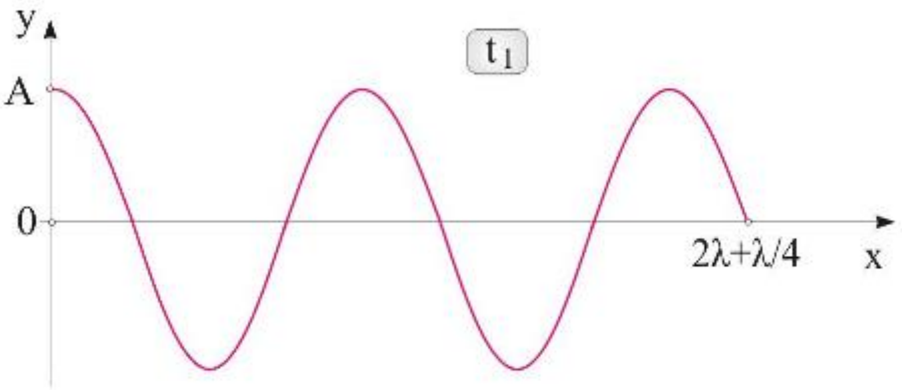
α) $A\sqrt{2}$,β) $\frac{A\sqrt{2}}{2}$,γ) $2A$

Δίνεται: $\sigma\upsilon\nu\frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- **ΕΡΩΤΗΣΗ 6**

Κατά μήκος χορδής μεγάλου μήκους διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους Α και μήκους κύματος λ. Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_1 είναι όπως στο σχήμα.



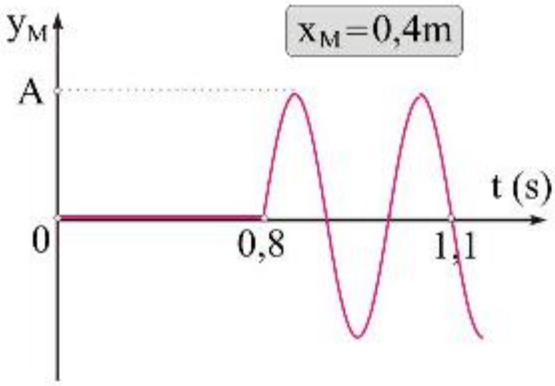
Το σημείο Μ που βρίσκεται στη θέση $x = \frac{5\lambda}{3}$ τη χρονική στιγμή t_1 έχει απομάκρυνση

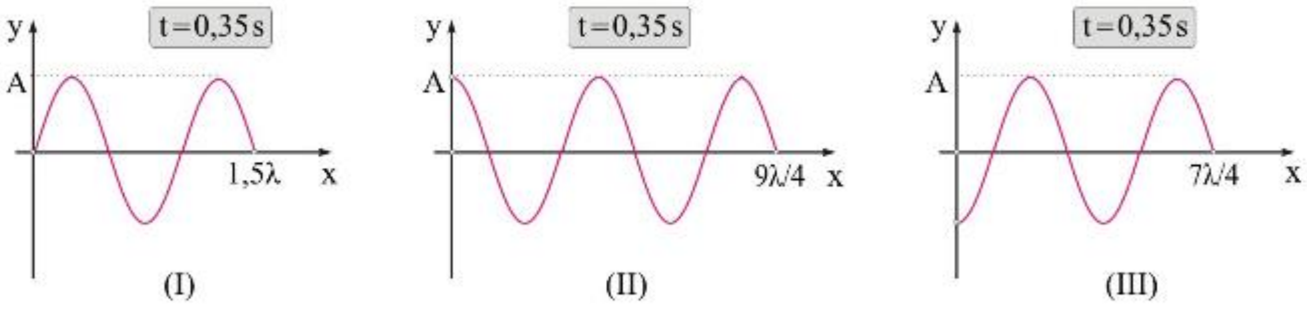
α) Α , β) Α/3 , γ) -Α/2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. Δίνεται: $\eta\mu\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

ΕΡΩΤΗΣΗ 7

Ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται χωρίς απώλειες κατά μήκος του άξονα x΄Οx. Το σημείο της θέσης $x = 0$, ταλαντώνεται σύμφωνα με τη σχέση $y = A\eta\mu\omega t$. Στο διάγραμμα φαίνεται για ένα σημείο Μ του ελαστικού μέσου που απέχει $x_M = 40cm$ από την πηγή η απομάκρυνση σε συνάρτηση με το χρόνο. Το διάγραμμα της απομάκρυνσης όλων των σημείων του ελαστικού μέσου (στιγμιότυπο του κύματος) τη χρονική στιγμή $t = 0,35s$ είναι το



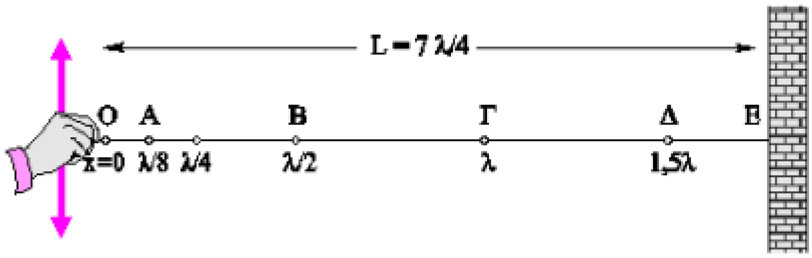


α. (Ι), β. (ΙΙ), γ. (ΙΙΙ)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 8

Σε ένα οριζόντιο σχοινί που έχει το ένα άκρο του ελεύθερο και το άλλο στερεωμένο ακλόνητα, δημιουργούμε στάσιμο κύμα σχηματίζοντας στο ελεύθερο άκρο κοιλία. Το μήκος του σχοινιού είναι $L = 7\lambda/4$ όπου λ είναι το μήκος κύματος του στάσιμου. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ όλα τα σημεία του σχοινιού διέρχονται από τη θέση ισορροπίας τους.



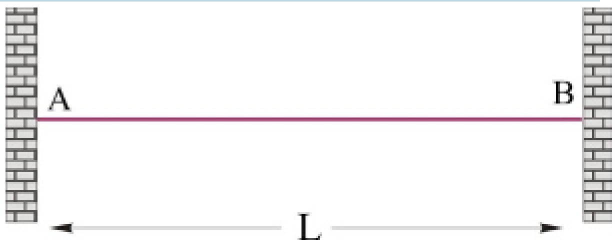
Ο λόγος των πλατών των ταχυτήτων των σημείων Α και Γ είναι αντίστοιχα

α. $\frac{v_{\max}^{A}}{v_{\max}^{\Gamma}} = \sqrt{2}$, β. $\frac{v_{\max}^{A}}{v_{\max}^{\Gamma}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, γ. $\frac{v_{\max}^{A}}{v_{\max}^{\Gamma}} = \sqrt{3}$

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 9

Τα άκρα μιας ελαστικής χορδής μήκους $L = 2,5m$ είναι δεμένα στα σταθερά σημεία Α και Β. Στη χορδή έχουμε δημιουργία στάσιμου κύματος από τρέχοντα κύματα που είχαν ταχύτητα διάδοσης $12\ m/s$.



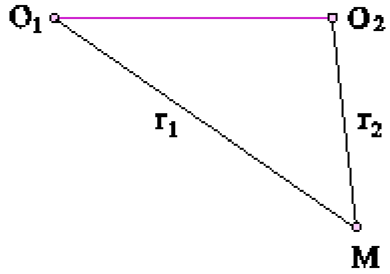
Η συχνότητα με την οποία ένα σημείο της χορδής ταλαντώνεται μπορεί να είναι

α. $5\ Hz$, β. $4,4\ Hz$, γ. $7,2\ Hz$

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 10

Οι πηγές O_1 και O_2 του σχήματος βρίσκονται σε συμφωνία φάσης και δημιουργούν στην ήρεμη επιφάνεια υγρού αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους Α, που διαδίδονται με ταχύτητα μέτρου $v = 6\ cm/s$ παράγοντας φαινόμενα συμβολής. Το σημείο Μ απέχει $r_1 = 31,5\ cm$ και $r_2 = 34,5\ cm$ από τις πηγές αντίστοιχα. Για να βρίσκεται το σημείο Μ σε υπερβολή απόσβεσης, θα πρέπει οι πηγές να εκπέμπουν τα κύματα με συχνότητες



α. $f = 1,3,5,7\ldots\ldots Hz$

β. $f = 2,4,6,8\ldots\ldots Hz$

γ. $f = 1,2,3,4,5\ldots Hz$

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 11

Μια ηχητική πηγή κινείται με σταθερή ταχύτητα v_s προς ακίνητο παρατηρητή. Τα μήκη κύματος που εκπέμπει η πηγή προς την κατεύθυνση του παρατηρητή, πριν και μετά τη διέλευση της από αυτόν, διαφέρουν μεταξύ τους κατά λ/10, όπου λ το μήκος κύματος που εκπέμπει η πηγή όταν είναι ακίνητη. Αν υ η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα, ο λόγος $υ_s/υ$ είναι:

α) $\frac{1}{5}$, β) $\frac{1}{10}$, γ) $\frac{1}{20}$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 12

Ένας παρατηρητής απομακρύνεται από ακίνητη ηχητική πηγή με σταθερή ταχύτητα v_A. Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι μειωμένη σε σχέση με αυτή που εκπέμπει η πηγή. Το μήκος κύματος λ_A του ήχου που φτάνει στον παρατηρητή σε σχέση με το μήκος κύματος λ που εκπέμπει η πηγή είναι:

α) $\lambda_A < \lambda$, β) $\lambda_A > \lambda$, γ) $\lambda_A = \lambda$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 13

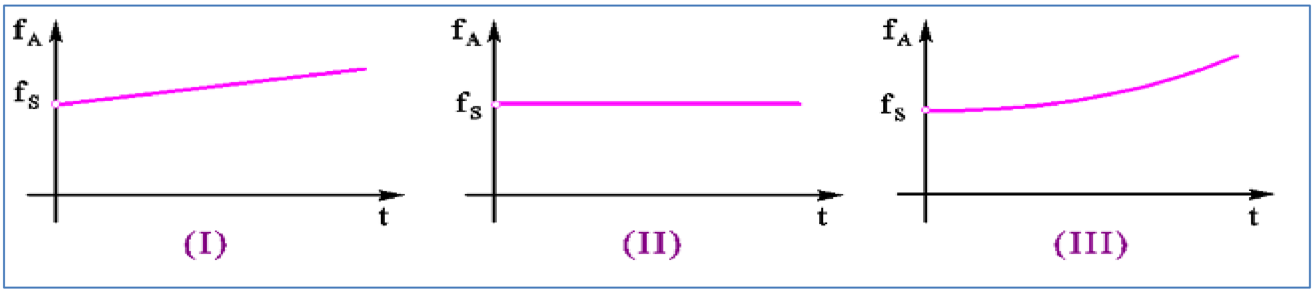
Μεταξύ δύο ακίνητων παρατηρητών B και A κινείται πηγή S με σταθερή ταχύτητα v_s πλησιάζοντας προς τον A. Τα μήκη κύματος που φτάνουν στους παρατηρητές A και B είναι λ_A και λ_B αντίστοιχα. Όταν η πηγή είναι ακίνητη εκπέμπει ήχο μήκους κύματος λ. Το μήκος κύματος λ και τα μήκη κύματος λ_A και λ_B συνδέονται με τη σχέση

α) $\lambda = \frac{(\lambda_A + \lambda_B)}{2}$, β) $\lambda = \frac{(\lambda_A - \lambda_B)}{2}$, γ) $\lambda = \frac{\lambda_A \lambda_B}{(\lambda_A + \lambda_B)}$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 14

Ο ποδηλάτης Α του σχήματος πλησιάζει προς την ακίνητη ηχητική πηγή S με σταθερή επιτάχυνση μέτρου α ξεκινώντας από την ηρεμία. Η πηγή εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας f_S. Η συχνότητα f_A που αντιλαμβάνεται ο ποδηλάτης σε σχέση το χρόνο καθώς αυτός πλησιάζει την πηγή δίνεται από το διάγραμμα

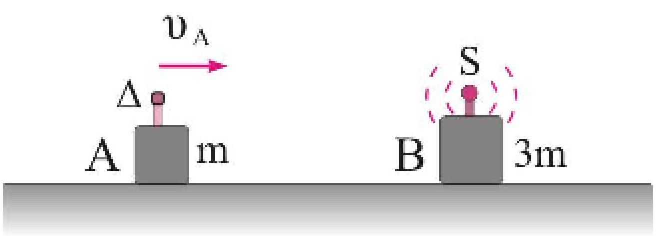


α. (I), β. (II) , γ. (III)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 15

Το σώμα Α μάζας m κινείται προς το ακίνητο σώμα Β μάζας $3m$ με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_A = \upsilon_{\eta\chi}/5$ και συγκρούεται κεντρικά ελαστικά με αυτό. Το σώμα Β περιέχει ηχητική πηγή S που εκπέμπει κύματα σταθερής συχνότητας f_S, ενώ το Α περιέχει δέκτη Δ που την καταγράφει. Η συχνότητα f_2 που καταγράφει ο δέκτης μετά την κρούση και η συχνότητα f_S συνδέονται με τη σχέση



α. $f_2 = \frac{10}{11} f_S$, β. $f_2 = \frac{11}{12} f_S$ γ. $f_2 = \frac{9}{11} f_S$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- **ΑΣΚΗΣΗ 1**

Το σημείο Ο ομογενούς ελαστικής χορδής μεγάλου μήκους, τη χρονική στιγμή $t = 0$, αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = 0,05\eta\mu 8\pi t$ (S.I.) κάθετα στη διεύθυνση της χορδής. Το αρμονικό κύμα που παράγεται διαδίδεται με ταχύτητα μέτρου $2m/s$, κατά τη θετική φορά του άξονα x΄Ox, κατά μήκος της χορδής.

α) Να βρεθούν ο χρόνος που χρειάζεται ένα υλικό σημείο του ελαστικού μέσου για να εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση καθώς και το μήκος κύματος του αρμονικού κύματος.

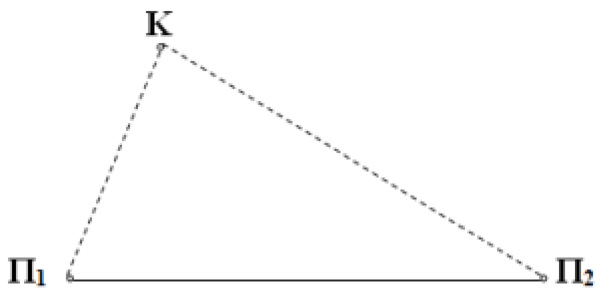
β) Να γραφεί η εξίσωση του κύματος που παράγεται και να βρεθούν οι θέσεις όλων των σημείων που βρίσκονται σε συμφωνία φάσης με την πηγή.

γ) Να γράψετε και να σχεδιάσετε την εξίσωση της ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου για ένα υλικό σημείο Α που απέχει απόσταση $x = \frac{3\lambda}{2}$ από την πηγή.

δ) Να σχεδιάσετε τα στιγμιότυπα του κύματος τις χρονικές στιγμές $t_1 = \frac{T}{4}$ και $t_2 = \frac{3T}{4}$

- **ΑΣΚΗΣΗ 2**

Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π$_1$, Π$_2$ δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται με απομακρύνσεις που περιγράφονται από τη σχέση $y = 0,05\eta\mu(4\pi t)$, (SI). Η ταχύτητα διάδοσης των εγκαρσίων κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι ίση με $v = 2m/s$. Σε ένα σημείο Κ, της επιφάνειας του υγρού, το κύμα από την πηγή Π$_1$ φτάνει τη χρονική στιγμή $t_1 = 1s$, ενώ το κύμα από την πηγή Π$_2$ φτάνει στο σημείο Κ όταν η πηγή Π$_2$ έχει εκτελέσει 4 πλήρεις ταλαντώσεις.



Να βρείτε:

α. Πόσο απέχει το σημείο Κ από τις δύο πηγές.

β. Πόση θα είναι η συχνότητα και το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Κ μετά την συμβολή των δύο κυμάτων;

γ. Πόσες υπερβολές ενίσχυσης υπάρχουν ανάμεσα στο σημείο Κ και την μεσοκάθετο στο ευθύγραμμο τμήμα $Π_1Π_2$;

δ. Πόση είναι η ταχύτητα του σημείου Κ τη χρονική στιγμή $t = 4,75s$;

ΑΣΚΗΣΗ 3

Κατά μήκος μιας ελαστικής χορδής μεγάλου μήκους που το ένα άκρο της είναι ακλόνητα στερεωμένο, διαδίδονται δύο κύματα, των οποίων οι εξισώσεις είναι αντίστοιχα: $y_1 = 10\eta\mu 2\pi(5t - x)$ και $y_2 = 10\eta\mu 2\pi(5t + x)$, όπου y και x είναι μετρημένα σε cm και το t σε s . Στη θέση $x = 0$, που είναι το "ελεύθερο" άκρο της χορδής δημιουργείται κοιλία.

α) Να βρείτε την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στη χορδή.

β) Να βρείτε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που θα δημιουργηθεί από τη συμβολή των δύο αυτών κυμάτων και το πλάτος ταλάντωσης κάθε υλικού σημείου της χορδής, συναρτήσει της απόστασής του από το "ελεύθερο" άκρο της.

γ) Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις απομάκρυνσης - χρόνου, για τα σημεία Α, Β και Γ, τα οποία απέχουν από το "ελεύθερο" άκρο αντίστοιχα, $x_A = \frac{\lambda}{4}$, $x_B = \frac{\lambda}{2}$ και $x_\Gamma = \lambda$, αφού δημιουργηθεί το στάσιμο.

δ) Να βρείτε τη σχέση που δίνει τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης κάθε υλικού σημείου της χορδής. Μεταξύ ποιών τιμών κυμαίνεται το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας των υλικών σημείων της χορδής;

ε) Ποιά είναι η απόσταση από το "ελεύθερο" άκρο της χορδής των σημείων που παραμένουν ακίνητα και των σημείων που πάλλονται με μέγιστο πλάτος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1

Σε ομογενή ελαστική χορδή μήκους $L = 22,5cm$ που το ένα άκρο της είναι ακλόνητα στερεωμένο, δημιουργούνται στάσιμα κύματα. Ένα από τα αρμονικά κύματα που δημιούργησαν το στάσιμο κύμα περιγράφεται από την εξίσωση $y = 4\eta\mu\left(8\pi t - \frac{\pi x}{5}\right)$ (t σε s , y και x σε cm). Το ελεύθερο άκρο της χορδής βρίσκεται στη θέση $x = 0$ και γνωρίζουμε ότι σε αυτό δημιουργείται κοιλία.

α) Να γραφούν οι εξισώσεις του ανακλώμενου και του στάσιμου κύματος.

β) Να βρεθούν ο αριθμός των δεσμών και ο αριθμός των κοιλιών, που δημιουργούνται κατά μήκος της χορδής.

γ) Να γίνουν τα στιγμιότυπα του κύματος τις χρονικές στιγμές $t_1 = \frac{T}{4}$ και $t_2 = \frac{3T}{4}$ στο ίδιο διάγραμμα.

δ) Να βρεθούν οι θέσεις των σημείων της χορδής που έχουν μέγιστη ταχύτητα μέτρου ίσου με το μισό της μέγιστης ταχύτητας μιας κοιλίας.

▪ ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2

Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π$_1$ και Π$_2$ δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού που ηρεμεί εγκάρσια κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $v = 80\frac{cm}{s}$. Οι δύο πηγές τη χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζουν να εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση, σε διεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια του υγρού και η εξίσωση ταλάντωσής τους είναι $y = A\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$.

Με την επίδραση των δύο κυμάτων ένα μικρό κομμάτι φελλού που βρίσκεται στην επιφάνεια του υγρού ταλαντώνεται, με εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας του:

$y = 4\eta\mu 2\pi(8t - 4)$, όπου y σε cm και t σε s .

Οι αποστάσεις του φελλού από τις πηγές Π$_1$ και Π$_2$ είναι r_1 , r_2 αντίστοιχα και συνδέονται με τη σχέση $r_1 - r_2 = 2\lambda$, όπου λ το μήκος κύματος λ των δυο κυμάτων.

α) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης των πηγών.

β) Να υπολογίσετε το μήκος κύματος λ των κυμάτων καθώς και τις αποστάσεις r_1 και r_2 .

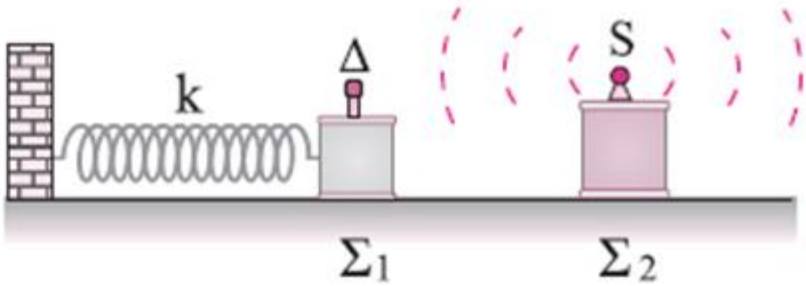
γ) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση ταλάντωσης του φελλού την χρονική στιγμή $t_1 = 1s$.

δ) Να βρείτε τη χρονική στιγμή t , κατά την οποία ο φελλός περνάει από τη θέση μέγιστης απομάκρυνσης $y = 4cm$ για 1^η φορά, εκτελώντας σύνθετη ταλάντωση.

ε) Να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης των σημείων που βρίσκονται στην μεσοκάθετη του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τις δύο πηγές.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3

Το ελατήριο του σχήματος έχει σταθερά $k = 400N/m$ και έχει στο ένα άκρο του στερεωμένο ένα σώμα, Σ$_1$, μάζας $m_1 = 1kg$ που φέρει ενσωματωμένο ένα δέκτη ήχου, Δ. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $0,4m$ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή που το σώμα Σ$_1$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, συγκρούεται κεντρικά ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ$_2$, μάζας $m_2 = 3kg$, το οποίο φέρει ενσωματωμένη πηγή ήχου συχνότητας $f_S = 688Hz$.



Να βρείτε:

α) την ταχύτητα του σώματος Σ_1 ελάχιστα πριν τη σύγκρουση.

β) τις ταχύτητες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αμέσως μετά τη σύγκρουση καθώς και το πλάτος της νέας ταλάντωσης.

γ) τη συχνότητα που ανιχνεύει ο δέκτης όταν το σώμα Σ_1 διέρχεται για $1^η$ και για $2^η$ φορά μετά την κρούση από την απομάκρυνση $x_1 = -0,1\sqrt{3}m$. Να θεωρήσετε θετικό τον ημιάξονα προς τα δεξιά.

δ) το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 τη στιγμή που ανιχνεύει συχνότητα $f_A = 680Hz$.

Δίνεται η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα, $v_{ηχ} = 340m/s$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Ε1. Σωστή απάντηση είναι η 1.

Ε2. Σωστή απάντηση είναι η α.

Ε3. Σωστή απάντηση είναι η α.

Ε4. Σωστή απάντηση είναι η α.

Ε5. Σωστή απάντηση είναι η α.

Ε6. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Ε7. Σωστή απάντηση η γ.

Ε8. Σωστή απάντηση είναι η β.

Ε9. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Ε10. Σωστή απάντηση η α.

Ε11. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Ε12. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Ε13. Σωστή απάντηση είναι η α.

Ε14. Σωστή απάντηση είναι η α.

Ε15. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Η κρούση είναι κεντρική και ελαστική, επομένως οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση είναι:

$$v_A' = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_A = -\frac{v_A}{2},\ v_B' = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_A = \frac{v_A}{2}$$

Μετά την κρούση ο δέκτης καταγράφει συχνότητα

$$f_2 = f_S \frac{v_{\eta\chi} - \frac{v_A}{2}}{v_{\eta\chi} + \frac{v_A}{2}} = f_S \frac{v_{\eta\chi} - \frac{v_{\eta\chi}}{10}}{v_{\eta\chi} + \frac{v_{\eta\chi}}{10}} \Rightarrow f_2 = \frac{9}{11} f_S$$

Ασκ1.

α) Από την εξίσωση $y = 0,05\eta\mu 8\pi t$ (S.I.) βρίσκουμε:

$A = 0,05m$, $\omega = 8\pi\ rad/s$ και $T = 0,25s$ άρα $f = 4Hz$.

$$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{2m/s}{4Hz} \Rightarrow \lambda = 0,5m$$.

β) $y = 0,05\eta\mu 2\pi(4t - 2x)\,(SI)$

Τα σημεία που είναι σε συμφωνία φάσης με την πηγή απέχουν από αυτή ακέραιο αριθμό μηκών κύματος, δηλαδή βρίσκονται σε θέσεις για τις οποίες ισχύει $x = k\lambda = k \cdot 0,5m k = 1,2,3,\ldots$

γ) $v = 0,4\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(4t - 2x)$ στο (S.I.).

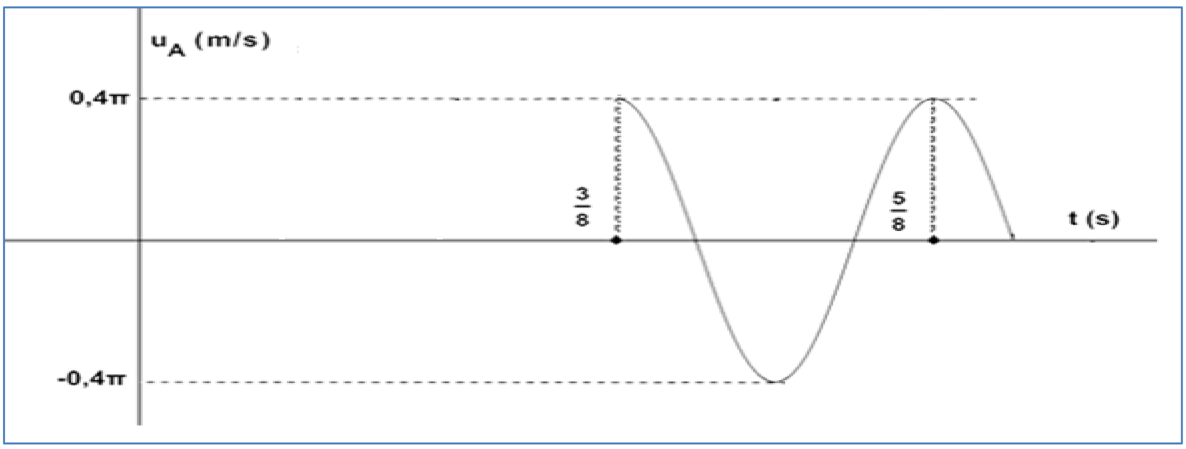
Με αντικατάσταση στη γενική εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του x = 3λ/2 =3/4 , προκύπτει

$$v_A = 0,4\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(4t - \frac{3}{2})\,(SI)$$

Το κύμα φθάνει στο Α τη χρονική στιγμή χ/υ = 3/4/2= 3/8s.

Για t<3/8s , το σημείο Α παραμένει ακίνητο. Άρα η εξίσωση ταχύτητας – χρόνου είναι:

$v_A = 0,4\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(4t - 2x)$ για $t \geq \frac{3}{8}s$ στο S.I.

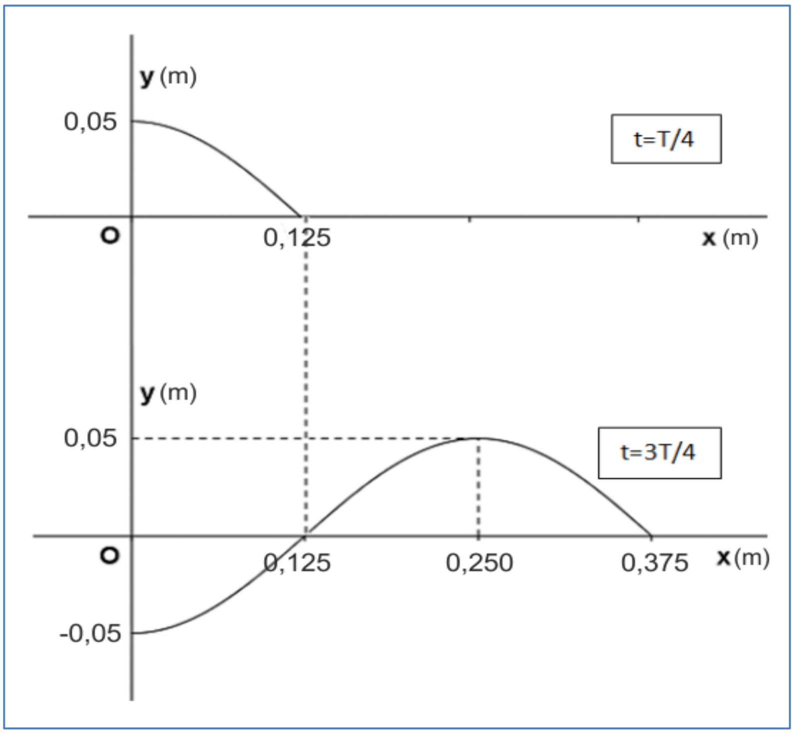


δ) Για να σχεδιάσουμε το στιγμιότυπο, βρίσκουμε την εξίσωση της απομάκρυνσης συναρτήσει της απόστασης και υπολογίζουμε που έχει φθάσει το κύμα την κάθε χρονική στιγμή.

Τη χρονική στιγμή T/4 , το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση

$$x = \upsilon t = \upsilon \frac{T}{4} = \frac{\lambda}{4} = 0,125m$$,

ενώ τη χρονική στιγμή 3T/4 το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση $x = \upsilon t = \upsilon \frac{3T}{4} = \frac{3\lambda}{4} = 0,375m$



Ασκ2

α. Από την εξίσωση ταλάντωσης των πηγών $y = 0,05\eta\mu(4\pi t)$ προκύπτει ότι:

$A = 0,05m$ και $\omega = 4\pi\ rad/s$, $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi}s \Rightarrow T = 0,5s$.

Το κύμα διαδίδεται με σταθερή ταχύτητα. Άρα η απόσταση του σημείου Κ από την πρώτη πηγή θα είναι: $r_1 = \upsilon \cdot t_1 = 2m/s \cdot 1s$, $r_1 = 2m$.

Η απόσταση του σημείου Κ από την δεύτερη πηγή θα είναι ομοίως, $r_2 = \upsilon \cdot t_2$.

Το κύμα από την πηγή Π_2 φτάνει στο σημείο Κ όταν η πηγή Π_2 έχει εκτελέσει 4 πλήρεις ταλαντώσεις, δηλαδή $t_2 = 4T = 4 \cdot 0,5s$, $t_2 = 2s$

$r_2 = \upsilon \cdot t_2 = (2m/s) \cdot 2s$, $r_2 = 4m$.

β. Το σημείο Κ μετά την συμβολή των δύο κυμάτων θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση, με συχνότητα ίδια με τη συχνότητα των δύο κυμάτων που συμβάλλουν.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5s} \Rightarrow f = 2Hz$$
.

Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Κ μετά την συμβολή των δύο κυμάτων θα είναι:

$$|A_K{}'| = 2A\left|\sigma\ \upsilon\ \nu\ 2\ \pi\frac{r_2 - r_1}{2\lambda}\right| = 2\cdot 0,05\left|\sigma\ \upsilon\ \nu\ 2\ \pi\frac{4m - 2m}{2\cdot 1m}\right| =$$

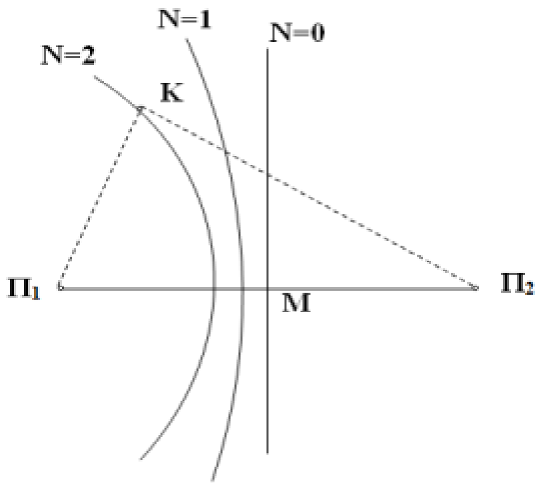
$$0,1\cdot|\sigma\ \upsilon\ \nu\ 2\ \pi| \Rightarrow |A_K{}'| = 0,1m$$
.

Το σημείο Κ είναι λοιπόν ένα σημείο ενισχυτικής συμβολής.

γ. Θα βρούμε το σημείο Κ σε ποια υπερβολή ενισχυτικής συμβολής ανήκει. Είναι

$$r_2 - r_1 = N\cdot\lambda \Rightarrow 4m - 2m = N\cdot 1m \Rightarrow N = 2$$
.

Κατά συνέπεια ανάμεσα στην υπερβολή ενίσχυσης που περνά από το σημείο Κ ($N = 2$) και την μεσοκάθετο στο ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$, που είναι η υπερβολή ενίσχυσης με $N = 0$, περνά μία υπερβολή ενίσχυσης, αυτή που αντιστοιχεί σε $N = 1$



δ. Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Κ είναι:

$$y = 2A\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{r_2 - r_1}{2\lambda}\cdot\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right) = 0,1\cdot\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0,5} - \frac{2+4}{2}\right)(SI) \Rightarrow$$

$$y = 0,1\cdot\eta\mu 2\pi\,(2t - 3)\,(SI)$$
.

Άρα, η εξίσωση της ταχύτητας του σημείου Κ συναρτήσει του χρόνου θα είναι:

$$v = 0,1\cdot 4\pi\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi\,(2t - 3) \Rightarrow v = 0,4\pi\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi\,(2t - 3)\,(SI)$$
.

Τη χρονική στιγμή $t = 4,75s$ η ταχύτητα του σημείου Κ είναι

$$v = 0,4\pi\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi\,(2\cdot 4,75 - 3) = 0,4\pi\cdot\sigma\upsilon\nu 13\pi = 0,4\pi\cdot\sigma\upsilon\nu\pi \Rightarrow$$

$$v = -0,4\pi\ m/s$$
.

Ασκ3.

α) από την εξίσωση $y_1 = 10\eta\mu 2\pi(5t - x)$, προκύπτει:

$5t = \frac{t}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{5}s$ και $\frac{x}{\lambda} = x \Rightarrow \lambda = 1cm$

και από υ=λf ➔ υ=5cm/s

β) Η γενική εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι $y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\cdot\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$.

Με αντικατάσταση των τιμών των Α, λ και Τ προκύπτει: $y = 20\sigma\upsilon\nu(2\pi x)\cdot\eta\mu(10\pi t)$,

όπου y και x είναι μετρημένα σε cm και το t σε s.

Άρα το πλάτος ταλάντωσης συναρτήσει της απόστασης είναι:

$A' = 20\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi x\right|(cm)$

γ) Αντικαθιστούμε στην εξίσωση του στάσιμου τις τιμές του x των τριών σημείων.

Για το υλικό σημείο Α:

$$y_A = 20\cdot\sigma\upsilon\nu(2\pi\frac{x_A}{\lambda})\cdot(10\pi t)\,(cm,s) \Rightarrow y_A = 20\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}\right)\cdot(10\pi t)\,(cm,s) \Rightarrow$$

$$y_A = 20\cdot 0\cdot(10\pi t)\,(cm,s) \Rightarrow y_A = 0cm$$

Το σημείο Α παραμένει ακίνητο, άρα είναι δεσμός.

Για το υλικό σημείο Β:

$$y_B = 20\cdot\sigma\upsilon\nu(2\pi\frac{x_B}{\lambda})\cdot\eta\mu(10\pi t)\,(cm,s) = 20\cdot\sigma\upsilon\nu(\pi)\cdot\eta\mu(10\pi t)\,(cm,s),$$

$$y_B = -20\cdot\eta\mu 10\pi t(cm,s).$$

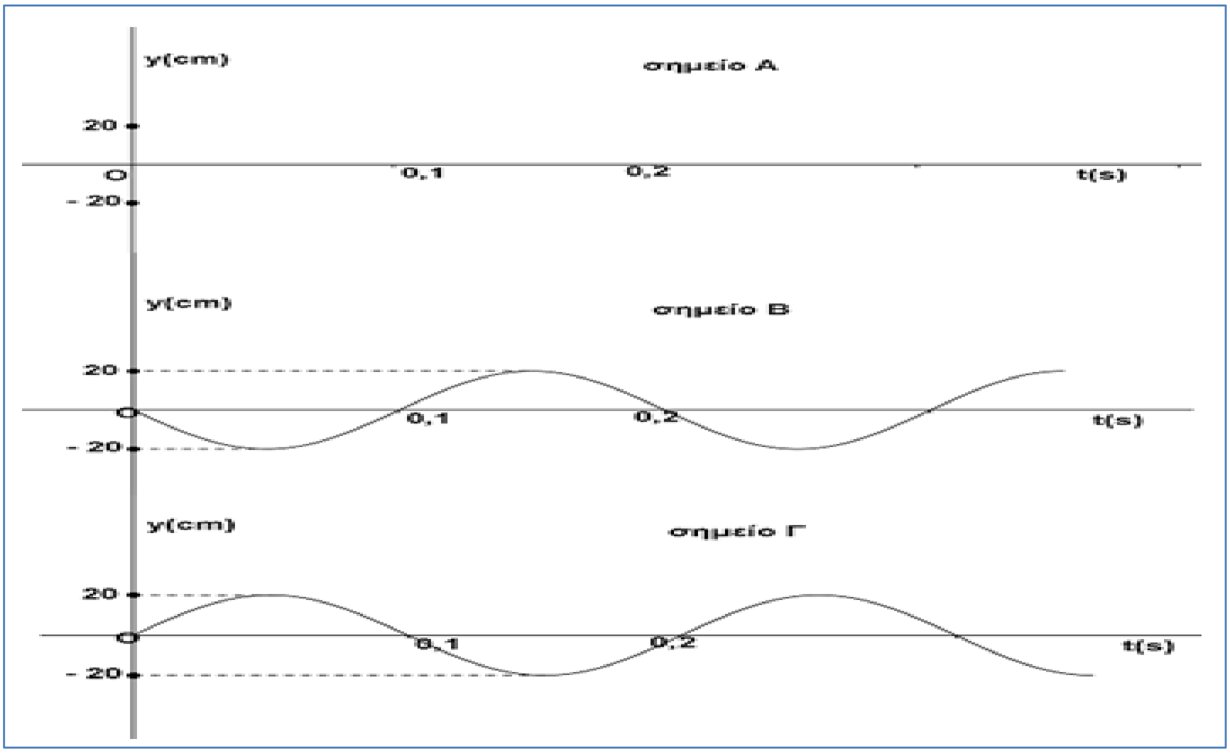
Άρα το υλικό σημείο Β πάλλεται με μέγιστο πλάτος, επομένως είναι κοιλία.

Για το υλικό σημείο Γ:

$$y_\Gamma = 20\cdot\sigma\upsilon\nu(2\pi\frac{x_\Gamma}{\lambda})\cdot\eta\mu(10\pi t)\,(cm,s) \Rightarrow y_\Gamma = 20\cdot\sigma\upsilon\nu(2\pi)\cdot\eta\mu(10\pi t)\,(cm,s)$$

$$y_\Gamma = 20\cdot\eta\mu 10\pi t\,(cm,s).$$

Άρα και το υλικό σημείο Γ πάλλεται με μέγιστο πλάτος, επομένως είναι κοιλία.



δ) Το τυχαίο υλικό σημείο της χορδής ταλαντώνεται με βάση την εξίσωση $y = A'\eta\mu(10\pi t)\,(cm, s)$, όπου $A' = 20\sigma\upsilon\nu(2\pi x)\,(cm)$.

Η μέγιστη ταχύτητα με την οποία ταλαντώνεται κάθε υλικό σημείο θα είναι:

$$v_{\max} = \omega\,|A'| = 200\pi \cdot |\sigma\upsilon\nu(2\pi x)|\,(cm/s)$$

Επειδή $0 \leq |\sigma\upsilon\nu(2\pi x)| \leq 1$, το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας των υλικών σημείων κυμαίνεται μεταξύ της ελάχιστης τιμής $v = 0$ και της μέγιστης $v_{\max} = 200\pi \dfrac{cm}{s}$.

ε) Τα σημεία που παραμένουν ακίνητα απέχουν από το ελεύθερο άκρο της χορδής, $x = \dfrac{(2K+1)\,\lambda}{4} = \dfrac{(2K+1)}{4} cm$, όπου $K = 0, 1, 2, 3$

Για τα σημεία που πάλλονται με μέγιστο πλάτος ισχύει: $x = \dfrac{K\lambda}{2} = \left(\dfrac{K}{2}\right) cm$, όπου $K = 0, 1, 2, 3...$

Προβλ1.

α) Η δοθείσα εξίσωση γράφεται: $y = 4\eta\mu 2\pi\left(4t - \dfrac{x}{10}\right)$ άρα του ανακλώμενου είναι:

$$y = 4\eta\mu 2\pi\left(4t + \frac{x}{10}\right)$$

Στη γενική περίπτωση η εξίσωση του στάσιμου είναι: $y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu\dfrac{2\pi x}{\lambda} \cdot \eta\mu 2\pi f t$

Άρα, η ζητούμενη εξίσωση του στάσιμου θα είναι:

$$y = 2 \cdot 4 \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{10} \cdot \eta\mu 2\pi 4t \Rightarrow y = 8 \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{5} \cdot \eta\mu 8\pi t$$

Συγκρίνοντας την τελευταία εξίσωση με τη γενική εξίσωση του στάσιμου κύματος έχουμε: $\dfrac{2\pi x}{\lambda} = \dfrac{\pi x}{5}$, άρα $\lambda = 10\text{cm}$

και $8\pi t = 2\pi f$, άρα $f = 4Hz$. Συνεπώς η ταχύτητα διάδοσης θα είναι:

$$v = \lambda f = 40\ cm/s$$

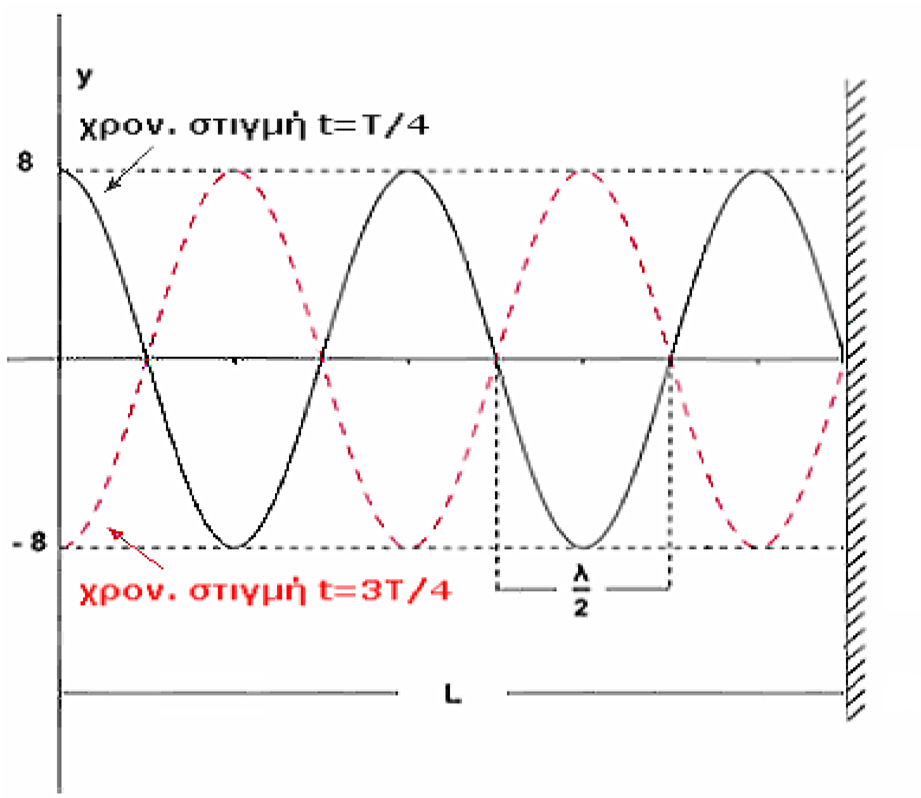
β) Η απόσταση κάθε δεσμού από τη θέση $x = 0$, όπου δημιουργείται κοιλία θα είναι:

$x = \dfrac{\lambda}{4} + \dfrac{\kappa\lambda}{2}$. Αν θέσουμε όπου $x = L = 22,5cm$ και $\lambda = 10cm$ βρίσκουμε $\kappa = 4$, συνεπώς οι δεσμοί θα είναι συνολικά 5, συμπεριλαμβανόμενου και του δεσμού στο ακλόνητο άκρο. Τόσες θα είναι και οι κοιλίες, δηλαδή 5.

γ) Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι: $y = 8 \cdot \sigma\upsilon\nu\dfrac{\pi x}{5} \cdot \eta\mu 8\pi t$ (t σε s, y και x σε cm)

Για $t = \dfrac{T}{4}$, γίνεται: $y = 8\sigma\upsilon\nu\dfrac{\pi x}{5}(cm)$.

Για $t = \dfrac{3T}{4}$ γίνεται: $y = -8\sigma\upsilon\nu\dfrac{\pi x}{5}\,(cm)$. Οπότε τα στιγμιότυπα θα είναι τα παρακάτω:



δ) Κάθε υλικό σημείο της χορδής εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των κοιλιών είναι $\upsilon_{\max(\kappa)} = \omega A_{\max(\kappa)} \Rightarrow \upsilon_{\max(\kappa)} = \omega 2A$. Εμείς ψάχνουμε τις θέσεις των σημείων της χορδής που έχουν μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης $\upsilon_{\max}=\omega A$, δηλαδή έχουν πλάτος ταλάντωσης $A' = A = 4cm$.

Το πλάτος ταλάντωσης των σημείων του στάσιμου περιγράφεται από τη σχέση

$$A' = \left|8 \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{5}\right| (cm)$$

$$4 = \left|8 \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{5}\right| \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{5} = \pm\frac{1}{2} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{5} = \frac{1}{2}$$ και $$\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{5} = -\frac{1}{2}.$$

Η λύση της 1ης εξίσωσης δίνει:

$$\frac{\pi x}{5} = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 10k \pm \frac{5}{3}(cm)$$ με $0 < x < 22,5cm$ ή $0 < x < \frac{67,5}{3}cm$

$$k = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{3}cm$$,

$$k = 1 \Rightarrow x = \frac{35}{3}cm$$ και $$x = \frac{25}{3}cm$$

$$k = 2 \Rightarrow x = \frac{65}{3}cm$$ και $$x = \frac{55}{3}cm$$

Η λύση της 2ης εξίσωσης δίνει:

$\frac{\pi x}{5} = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 10k \pm \frac{10}{3}\,(cm)$ με $0 < x < 22,5cm$ ή $0 < x < \frac{67,5}{3}cm$

$k = 0 \Rightarrow x = \frac{10}{3}cm$

$k = 1 \Rightarrow x = \frac{40}{3}cm$ και $x = \frac{20}{3}cm$

$k = 2 \Rightarrow x = \frac{70}{3}cm$ (απορρίπτεται) και $x = \frac{50}{3}cm$

Οι ζητούμενες θέσεις είναι συνολικά 9 .

Προβλ2.

α) Συγκρίνουμε τη δοθείσα εξίσωση

$y = 4\eta\mu 2\pi(8t - 4)(cm, s)$

με τη γενική εξίσωση της συμβολής εγκαρσίων κυμάτων στην επιφάνεια υγρού

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\left[\frac{2\pi(r_1 - r_2)}{2\lambda}\right] \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right)$$

Για το πλάτος του υλικού σημείου ισχύει:

$$2A\sigma\upsilon\nu\left[\frac{2\pi(r_1 - r_2)}{2\lambda}\right] = 4cm \Rightarrow 2A\sigma\upsilon\nu\left[\frac{2\pi(2\lambda)}{2\lambda}\right] = 4cm \Rightarrow$$

$$2A = 4cm \Rightarrow A = 2cm$$

β) Το μήκος κύματος βρίσκεται με αντικατάσταση στη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής αφού πρώτα βρεθεί η περίοδος T .

Συγκρίνουμε τη δοθείσα εξίσωση με τη γενική εξίσωση της συμβολής εγκαρσίων κυμάτων:

(i) Για την περίοδο ισχύει: $8t = \frac{t}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{8}s$

Υπολογισμός μήκους κύματος: $\upsilon = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = \upsilon T \Rightarrow \lambda = 0,8\frac{m}{s} \cdot \frac{1}{8}s \Rightarrow \lambda = 0,1m$.

Άρα $\lambda = 10cm = 0,1m$.

(ii) Για τον όρο $\frac{(r_1 + r_2)}{2\lambda}$ ισχύει:

$$\frac{r_1 + r_2}{2\lambda} = 4 \Rightarrow r_1 + r_2 = 8\lambda \Rightarrow r_1 + r_2 = 8 \cdot 10cm \Rightarrow r_1 + r_2 = 80cm$$

Από τις σχέσεις $r_1 + r_2 = 80cm$ και $r_1 - r_2 = 2\lambda = 20cm$ προκύπτει $r_1 = 50cm$ και

$r_2 = 30cm$.

γ) Η μέγιστη επιτάχυνση του φελλού θα είναι

$$\alpha_{\max} = \omega^2 A_0 = \left(16\pi \frac{rad}{s}\right)^2 \cdot \left(4 \cdot 10^{-2} m\right) \Rightarrow \alpha_{\max} = 102,4 \frac{m}{s^2}$$

Άρα για $t_1 = 1s$ έχουμε

$$\alpha = -\alpha_{\max} \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right) = -102,4 \cdot \eta\mu 2\pi \left(8t - 4\right) \Rightarrow$$

$$\alpha = -102,4 \cdot \eta\mu 2\pi \left(4\right) \ \ (SI) \Rightarrow$$

$$\alpha = 0$$

Δηλαδή τη χρονική στιγμή $t_1 = 1s$ ο φελλός έχει μηδενική επιτάχυνση άρα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας $(y = 0cm)$ και η ταχύτητά του είναι μέγιστη.

δ) Η ζητούμενη χρονική στιγμή είναι $\frac{T}{4}$ μετά από τη χρονική στιγμή άφιξης του δεύτερου κύματος. Για τη χρονική στιγμή άφιξης t_1 του δευτέρου κύματος ισχύει:

$$t_1 = \frac{r_1}{v} = \frac{50cm}{80cm/s} \Rightarrow t_1 = \frac{5}{8}s$$

Άρα η ζητούμενη χρονική στιγμή είναι:

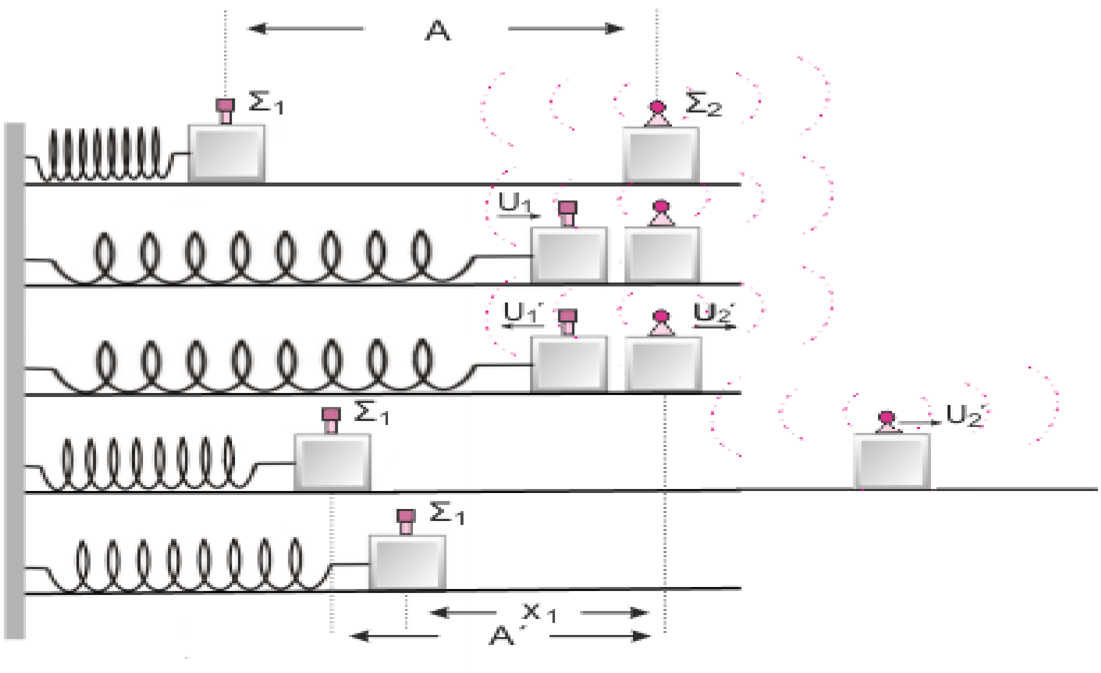
$$t = t_1 + \frac{T}{4} = \frac{5}{8}s + \frac{1/8}{4}s \Rightarrow t = \left(\frac{20}{32} + \frac{1}{32}\right)s \Rightarrow t = \frac{21}{32}s$$

ε) Για τα σημεία της μεσοκαθέτου ισχύει $r_1 = r_2$, οπότε το πλάτος της ταλάντωσης για κάθε σημείο είναι:

$$\left|2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi(r_1 - r_2)}{2\lambda}\right)\right| = 2A\sigma\upsilon\nu 0 = 2A = 4cm$$

Άρα, Όλα τα σημεία της μεσοκαθέτου πάλλονται με μέγιστο πλάτος $4cm$.

Προβλ3



α) Το σώμα $Σ_1$ ελάχιστα πριν τη σύγκρουση κινείται με τη υ_{max} της ταλάντωσης, επειδή διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του.

$$\upsilon_{\max} = \upsilon_1 = \omega A \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}A = \sqrt{\frac{400N/m}{1kg}} \cdot 0,4m \Rightarrow \upsilon_1 = 8m/s$$

β) Η κρούση των δύο σωμάτων είναι κεντρική ελαστική, οπότε οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση θα είναι:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{1kg - 3kg}{1kg + 3kg} \cdot 8m/s \Rightarrow \upsilon_1' = -4m/s$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{2 \cdot 1kg}{1kg + 3kg} \cdot 8m/s \Rightarrow \upsilon_2' = 4m/s$$

Άρα, μετά την κρούση η ηχητική πηγή απομακρύνεται με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_2' = 4m/s$ και το σώμα $Σ_1$ γυρνά πίσω ξεκινώντας νέα ταλάντωση με περίοδο ίδια με την αρχική και νέα μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης $\upsilon_{\max}' = 4m/s$. Άρα το νέο πλάτος ταλάντωσης είναι:

$$\upsilon_{\max}' = \omega A' \Rightarrow A' = \frac{\upsilon_{\max}'}{\omega} = \frac{\upsilon_{\max}'}{\sqrt{\frac{k}{m}}} \Rightarrow A' = \frac{4m/s}{\sqrt{\frac{400N/m}{1kg}}} \Rightarrow A' = 0,2m$$

γ) Εφαρμόζοντας τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση υπολογίζουμε την ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ όταν αυτό διέρχεται από τη θέση $x_1 = -0,1\sqrt{3}m$.

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_{\max}'^2 = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_{\max}'^2 - \frac{k}{m_1}x_1^2} = \sqrt{(4m/s)^2 - \frac{400N/m}{1kg} \cdot (-0,1\sqrt{3}m)^2} \Rightarrow$$

$$v_1 = \pm 2\frac{m}{s}$$

Την 1η φορά ο δέκτης κινείται προς τα αριστερά απομακρυνόμενος από την ηχητική πηγή, οπότε η συχνότητα που ανιχνεύεται θα είναι:

$$f_1 = f_s \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1}{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_s} = 688Hz \cdot \frac{340\frac{m}{s} - 2\frac{m}{s}}{340\frac{m}{s} + 4\frac{m}{s}} \Rightarrow f_1 = 676Hz$$

Τη 2η φορά ο δέκτης κινείται προς τα δεξιά κατευθυνόμενος προς την ηχητική πηγή, που απομακρύνεται, οπότε η συχνότητα που ανιχνεύεται θα είναι:

$$f_1 = f_s \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_1}{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_s} = 688Hz \cdot \frac{340\frac{m}{s} + 2\frac{m}{s}}{340\frac{m}{s} + 4\frac{m}{s}} \Rightarrow f_1 = 684Hz$$

δ) $\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{\Delta W_F}{\Delta t} = \frac{\Sigma F \cdot \Delta x}{\Delta t} = \Sigma F \cdot \upsilon \Rightarrow \frac{\Delta K}{\Delta t} = -kx\upsilon$ (1)

Πρέπει να υπολογιστούν τα $x,\ \upsilon$.

Για τη συχνότητα f_A που ανιχνεύεται από το δέκτη ισχύει:

$$f_A = f_s \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_s} \Rightarrow 680 = 688\frac{340 + \upsilon_A}{340 + 4}(SI) \Rightarrow \upsilon_A = 0$$

Άρα, το σώμα Σ_1 βρίσκεται σε ακραία θέση, η ταχύτητα του είναι ίση με μηδέν, οπότε με αντικατάσταση στη σχέση (1) προκύπτει

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = 0$$