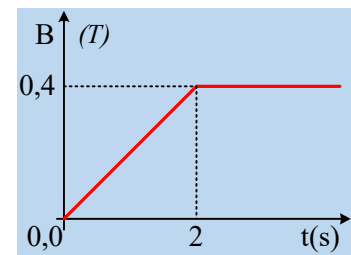
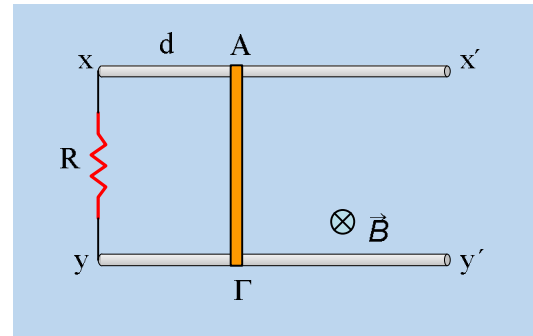


Οι δύο όψεις της επαγωγής

Η ράβδος ΑΓ μήκους $\ell=1\text{m}$ και μάζας $m=0,5\text{kg}$ μπορεί να κινείται χωρίς τριβές, σε επαφή με τους οριζώντιους αγωγούς xx' και yy' παραμένοντας συνεχώς κάθετη σε αυτούς. Τα άκρα x και y των αγωγών συνδέονται μέσω ενός αντιστάτη με αντίσταση $R=0,2\Omega$, ενώ η ράβδος και οι αγωγοί xx' και yy' δεν παρουσιάζουν αντίσταση. Κάποια στιγμή $t_0=0$ στον χώρο δημιουργείται ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B , με φορά όπως στο σχήμα, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο δεύτερο σχήμα.



i) Για το χρονικό διάστημα από 0 έως τη στιγμή $t_1=2,5\text{s}$, να υπολογιστούν:

α) Η απαραίτητη οριζόντια δύναμη F_1 που πρέπει να ασκούμε στην ράβδο ΑΓ, ώστε να μην μετακινηθεί, παραμένοντας στην θέση της, και να κάνετε τη γραφική της παράσταση σε συνάρτηση με το χρόνο, αν δίνεται η απόσταση $(xA)=d=0,8\text{m}$.

β) Η ενέργεια που μεταφέρεται στη ράβδο μέσω της παραπάνω δύναμης F_1 , καθώς και το αντίστοιχο έργο της ασκούμενης, από το μαγνητικό πεδίο στη ράβδο, δύναμης Laplace.

γ) Η ηλεκτρική ενέργεια που εμφανίζεται στο κύκλωμα.

ii) Τη χρονική στιγμή t_1 ασκούμε στο μέσον της ράβδου μια σταθερή οριζόντια δύναμη με φορά προς τα δεξιά, μέτρου $F_2=2\text{N}$, με αποτέλεσμα μετά από λίγο, τη στιγμή t_2 η ράβδος να έχει ταχύτητα $v_2=2\text{m/s}$. Για τη στιγμή αυτή να υπολογιστούν:

α) Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στη ράβδο, μέσω του έργου της δύναμης F_2 , καθώς και η αντίστοιχη ισχύς της δύναμης Laplace.

β) Η ηλεκτρική ισχύς που εμφανίζεται στο κύκλωμα, καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου.

Απάντηση:

i) Στην περίπτωση που η ράβδος παραμένει ακίνητη, έχουμε στην πραγματικότητα ένα πλαίσιο $xAGy$ το οποίο είναι ακίνητο και βρίσκεται μέσα σε ένα μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο. Αλλά τότε στο χρονικό διάστημα $0-2\text{s}$ εμφανίζεται στο πλαίσιο αυτό μια ΗΕΔ από επαγωγή, οπότε θεωρώντας την κάθετη στο πλαίσιο να έχει φορά προς τα κάτω (ίδια με την ένταση του πεδίου B), παίρνουμε:

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(Bd\ell)}{dt} = -d\ell \frac{dB}{dt} = -d\ell \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

Αφού η κλίση στο διάγραμμα $B-t$ είναι σταθερή, οπότε η ο στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής ταυτίζεται με τον αντίστοιχο μέσο ρυθμό. Έτσι βρίσκουμε:

$$\mathcal{E}_1 = -d\ell \frac{\Delta B}{\Delta t} = -0,8 \cdot 1 \cdot \frac{0,4 - 0}{2} V = -0,16V$$

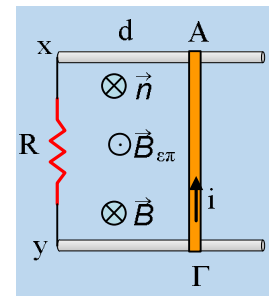
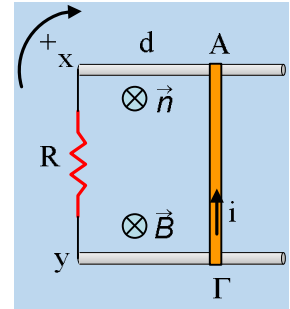
Αλλά τότε το πλαίσιο διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα, με ένταση:

$$i = \frac{\mathcal{E}_1}{R} = -\frac{0,16}{0,2} A = -0,8A$$

Αντίθετα στο χρονικό διάστημα 2s-2,5s η ένταση του πεδίου παραμένει σταθερή και δεν έχουμε καμιά μεταβολή της μαγνητικής ροής, με αποτέλεσμα να μην εμφανίζεται ΗΕΔ στο πλαίσιο, οπότε προφανώς ούτε ένταση ρεύματος, δύναμη Laplace, ούτε απαιτείται και η άσκηση κάποιας δύναμης F_1 .

Ορίζοντας την κάθετη στο πλαίσιο να έχει φορά προς τα κάτω, με βάση το δεξιόστροφο κοχλία έχουμε ορίζει θετική φορά περιμετρικής διαγραφής του πλαισίου την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού. Η ένταση του ρεύματος προέκυψε αρνητική, πράγμα που σημαίνει ότι έχει αντίθετη φορά, όπως στο σχήμα.

Εναλλακτικά, αφού η ένταση του πεδίου έχει φορά προς τα κάτω, λόγω Lenz, το πλαίσιο θα διαρρέεται από ρεύμα τέτοιας φοράς, ώστε να δημιουργεί μαγνητικό πεδίο προς τα πάνω. Για να συμβεί αυτό θα πρέπει το πλαίσιο να διαρρέεται από ρεύμα με φορά από το Γ στο Α, όπως στο διπλανό σχήμα.



α) Από τη στιγμή που η ράβδος ΑΓ διαρρέεται από ρεύμα, από 0-2s και βρίσκεται

σε μαγνητικό πεδίο, θα δεχτεί δύναμη Laplace, η οποία με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων βρίσκεται να έχει φορά προς τα αριστερά. Αλλά το μαγνητικό πεδίο μεταβάλλεται και η έντασή του ικανοποιεί μια συνάρτηση της μορφής $B=\lambda \cdot t$, όπου για $t=2s$ $B=0,4$, οπότε $\lambda=0,2T/s$. Έτσι ισχύει $B=0,2t$ (S.I.).

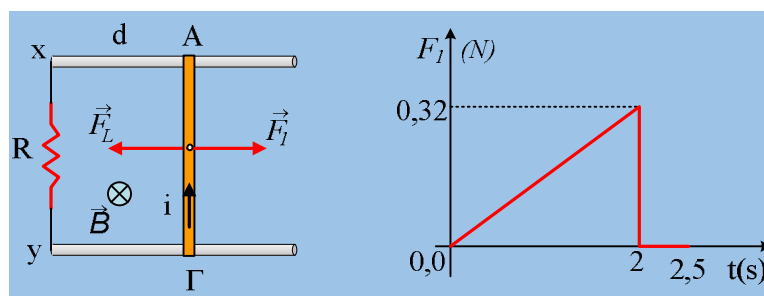
Για το μέτρο της δύναμης Laplace έχουμε:

$$F_L = B \cdot i \cdot \ell = 0,2t \cdot 0,8 \cdot 1 = 0,16t \text{ (S.I.)}$$

Ερχόμαστε τώρα στην ισορροπία της ράβδου:

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_1 - F_L = 0 \rightarrow F_1 = 0,16t \text{ (S.I.)}$$

Όπου η F_1 έχει αντίθετη φορά από την δύναμη Laplace, έχει δηλαδή κατεύθυνση προς τα δεξιά, όπως στο παρακάτω σχήμα. Αλλά τότε η γραφική της παράσταση από 0-2,5s είναι αυτή του δεξιού σχήματος.



β) Η ράβδος στο διάστημα από 0-2s παραμένει ακίνητη οπότε οι ασκούμενες δυνάμεις F_L και F_1 δεν παράγουν έργο. Έχουμε δηλαδή:

$$W_{FL} = W_{F1} = 0$$

γ) Αντίθετα το κύκλωμα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα και η εμφανιζόμενη ηλεκτρική ενέργεια (η οποία τελικά θα απελευθερωθεί στο περιβάλλον με τη μορφή της θερμότητας στον αντιστάτη), είναι ίση:

$$W_{\eta\lambda} = \mathcal{E}_1 \cdot i \cdot t = (-0,16 \text{ V}) \cdot (-0,8 \text{ A}) \cdot 2 \text{ s} = 0,256 \text{ J}$$

ii) Τη στιγμή t_2 που η ράβδος έχει ταχύτητα προς τα δεξιά αναπτύσσεται πάνω της μια ΗΕΔ από επαγωγή, με τιμή:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_2 &= -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B \cdot \ell \cdot x)}{dt} = -B \cdot \ell \cdot \frac{dx}{dt} = -B \cdot \ell \cdot v_2 \rightarrow \\ \mathcal{E}_2 &= -0,4 \cdot 1 \cdot 2 \text{ V} = -0,8 \text{ V} \end{aligned}$$

Οπότε στο κύκλωμα έχουμε ηλεκτρικό ρεύμα με ένταση:

$$i_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{R} = -\frac{0,8}{0,2} \text{ A} = -4 \text{ A}$$

Με βάση δε, όσα αναφέρθηκαν στο i) ερώτημα, η πολικότητα της ΗΕΔ και η φορά του ρεύματος, είναι όπως στο σχήμα.

Εξάλλου στη θέση αυτή ασκείται στη ράβδο δύναμη Laplace, η οποία με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων έχει φορά προς τα αριστερά (αντιστέκεται στην κίνηση), με μέτρο:

$$F_L = B \cdot i_2 \cdot \ell = 0,4 \cdot 4 \cdot 1 \text{ N} = 1,6 \text{ N}$$

α) Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται μηχανική ενέργεια στη ράβδο, μέσω του έργου της ασκούμενης δύναμης F_2 , είναι ίσος με την ισχύ της δύναμης:

$$P_2 = |F_2| \cdot |v_2| \cdot \cos 0^\circ = 2 \cdot 2 \text{ W} = 4 \text{ W}$$

Ενώ η ισχύς της δύναμης Laplace είναι ίση:

$$P_{FL} = |F_L| \cdot |v_2| \cdot \cos 180^\circ = -1,6 \cdot 2 \text{ W} = -3,2 \text{ W}$$

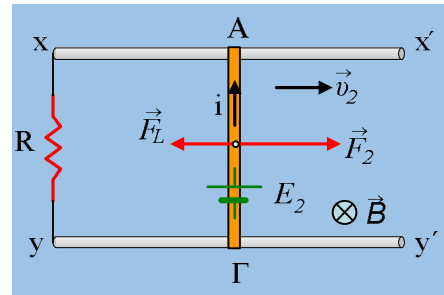
β) Η ηλεκτρική ισχύς στο κύκλωμα είναι ίση:

$$P_{\eta\lambda} = \mathcal{E}_2 \cdot i_2 = (-0,8 \text{ V}) \cdot (-4 \text{ A}) = 3,2 \text{ W}$$

Ενώ ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

$$\begin{aligned} \frac{dK}{dt} &= \frac{dW}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dx \cdot \cos \alpha}{dt} = (F_2 - F_L) \cdot v_2 \rightarrow \\ \frac{dK}{dt} &= (2 - 1,6) \cdot 2 \text{ J/s} = 0,8 \text{ J/s} \end{aligned}$$

Δεν τελειώσαμε...



Σχόλια:

1. Αξίζει να προσέξουμε ότι τη στιγμή t_2 προσφέρεται στη ράβδο ενέργεια μέσω του έργου της F_2 με ρυθμό 4J/s , τα 3J/s αφαιρούνται από την ράβδο μέσω του έργου της δύναμης Laplace και μετατρέπονται σε ηλεκτρική και τα υπόλοιπα $0,8\text{J/s}$, παραμένουν στη ράβδο αυξάνοντας την κινητική της ενέργεια.
2. Αν συγκρίνουμε τα ενεργειακά συμπεράσματα στις ερωτήσεις i) και ii), βλέπουμε ότι έχουμε δύο εντελώς διαφορετικές περιπτώσεις. Στην i) ερώτηση δεν έχουμε μετατροπή μηχανικής ενέργειας σε ηλεκτρική. Δεν προσφέρεται ενέργεια μέσω έργου. Δεν αφαιρείται ενέργεια μέσω της δύναμης Laplace για να εμφανιστεί ως ηλεκτρική!!! Η ηλεκτρική ενέργεια εμφανίζεται λόγω μεταβολής της έντασης του μαγνητικού πεδίου, άρα θα πρέπει να ψάξουμε τι συμβαίνει με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου (...ναι, υπάρχει και τέτοια...), η οποία συνήθως μετατρέπεται σε ηλεκτρική.
Λέμε συνήθως, αφού δεν γνωρίζουμε πώς επιτυγχάνεται αυτή η αύξηση του B , μπορεί να κρύβεται κάποια κίνηση μαγνήτη, οπότε και πάλι η μηχανική ενέργεια γίνεται ηλεκτρική...

Το σίγουρο πάντως είναι ότι δεν πρέπει **χωρίς μελέτη** να εφαρμόζουμε συνταγές, όπως:

«Το έργο της δύναμης Laplace μετράει την ενέργεια που μετατρέπεται από μηχανική σε ηλεκτρική».

Η συνταγή ισχύει σε μερικές περιπτώσεις, όχι πάντα...

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονόσης Μάργαρης