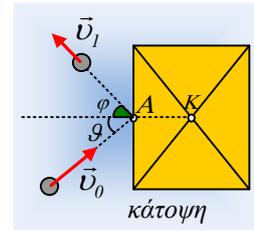
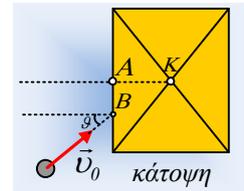


Μια κρούση σφαίρας με ορθογώνια πλάκα

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο έχουμε καρφώσει μια ορθογώνια πλάκα κέντρου Κ και μάζας $M=1,2\text{kg}$. Μια μικρή σφαίρα μάζας $m=0,4\text{kg}$ κινείται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, χωρίς τριβές, με ταχύτητα $v_0=5\text{m/s}$ και συγκρούεται ελαστικά στο σημείο Α, με την μια πλευρά του ορθογωνίου. Η ταχύτητα αυτή σχηματίζει γωνία θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ με την κάθετη στην πλευρά, η οποία διέρχεται και από το κέντρο Κ της πλάκας, όπως στο σχήμα (σε κάτοψη). Η κρούση διαρκεί απειροελάχιστα και στη διάρκειά της δεν αναπτύσσονται τριβές μεταξύ σφαίρας και πλάκας (λείες επιφάνειες).



- i) Να βρεθεί η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση και η γωνία φ που σχηματίζει αυτή με την κάθετη ΑΚ.
- ii) Απελευθερώνουμε την πλάκα και επαναλαμβάνουμε το ίδιο ακριβώς πείραμα, αλλά τώρα η πλάκα μπορεί να κινηθεί μετά την κρούση.
 - α) Ποια η τελική ταχύτητα της σφαίρας και ποια η νέα γωνία φ_1 που σχηματίζει με την ΑΚ;
 - β) Ποια η ταχύτητα της πλάκας μετά την κρούση;
- iii) Σε μια επανάληψη του πειράματος η σφαίρα συγκρούεται με την πλάκα στο σημείο Β του σχήματος. Θα αλλάξει κάτι όσον αφορά τις κινήσεις των δύο σωμάτων μετά την κρούση;



Απάντηση:

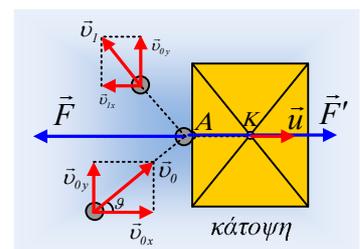
- i) Από τη στιγμή που είναι καρφωμένη η πλάκα, η κρούση είναι απολύτως ίδια, ωσάν η σφαίρα να συγκρουόταν ελαστικά με σώμα άπειρης μάζας (κρούση με τοίχο). Αλλά τότε ισχύουν τα συμπεράσματα του σχολικού βιβλίου, δηλαδή η σφαίρα μετά την κρούση έχει ταχύτητα μέτρου $v_1=v_0$ ενώ η διεύθυνσή της σχηματίζει με την κάθετη στην επιφάνεια γωνία $\varphi=\theta$.
- ii) Στη διάρκεια της κρούσης η σφαίρα δέχεται δύναμη \vec{F} κάθετη στην επιφάνεια, όπως στο σχήμα. Η αντίδρασή της \vec{F}' ασκείται στην πλάκα, με αποτέλεσμα αυτή να αποκτήσει ταχύτητα \vec{u} στη διεύθυνση ΑΚ. Αλλά τότε δεν έχουμε καμιά μεταβολή της ορμής της σφαίρας στη διεύθυνση y (κάθετη στην ΑΚ) και η συνιστώσα v_{0y} παραμένει σταθερή. Και στην διεύθυνση όμως x η ορμή διατηρείται, οπότε:

$$mv_{0x} = mv_{1x} + Mu \quad (1)$$

όπου $v_{0x} = v_0 \cdot \sin\theta = 5 \cdot 0,8\text{m/s} = 4\text{m/s}$ και $v_{0y} = v_0 \cdot \eta\mu\theta = 5 \cdot 0,6\text{m/s} = 3\text{m/s}$.

Ενώ η ολική κινητική ενέργεια, επίσης παραμένει σταθερή, πριν και μετά την κρούση:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mu^2 \rightarrow$$



$$\frac{1}{2}m(v_{0x}^2 + v_{0y}^2) = \frac{1}{2}m(v_{1x}^2 + v_{1y}^2) + \frac{1}{2}Mu^2 \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_{0x}^2 = \frac{1}{2}mv_{1x}^2 + \frac{1}{2}Mu^2 \quad (2)$$

Το σύστημα των εξισώσεων (1) και (2) οδηγεί στις εξισώσεις της κεντρικής ελαστικής κρούσης:

$$v_{1x} = \frac{m-M}{m+M}v_{0x} \quad (3) \quad \text{και} \quad u = \frac{2m}{m+M}v_{0x} \quad (4)$$

α) Με αντικατάσταση στην (3):

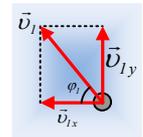
$$v_{1x} = \frac{0,4-1,2}{0,4+1,2}4m/s = -2m/s$$

Με βάση τα παραπάνω η σφαίρα μετά την κρούση έχει ταχύτητα μέτρου:

$$v_{1x} = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2} = \sqrt{2^2 + 3^2}m/s = \sqrt{13}m/s$$

Ενώ η διεύθυνσή της σχηματίζει με την κάθετη (AK) γωνία φ_1 όπου

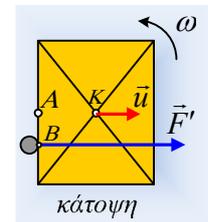
$$\varepsilon\varphi\varphi_1 = \frac{|v_{0y}|}{|v_{1x}|} = \frac{3}{2}$$



β) Με αντικατάσταση στην (4) παίρνουμε:

$$u = \frac{2m}{m+M}v_{0x} = \frac{2 \cdot 0,4}{0,4+1,2}4m/s = 2m/s$$

iii) Αν η σφαίρα συγκρουστεί με την πλάκα στο σημείο B, τότε η δύναμη F' που δέχεται η πλάκα δεν περνά από το κέντρο μάζας της K, ως προς το οποίο παρουσιάζει κάποια ροπή. Αποτέλεσμα είναι να έχουμε μεν διαφορετική ταχύτητα v_1 της σφαίρας, αλλά κυρίως η πλάκα, πέρα από κάποια ταχύτητα κέντρου μάζας u που θα αποκτήσει, να περιστραφεί αποκτώντας και κάποια γωνιακή ταχύτητα ω .



dmargaris@gmail.com