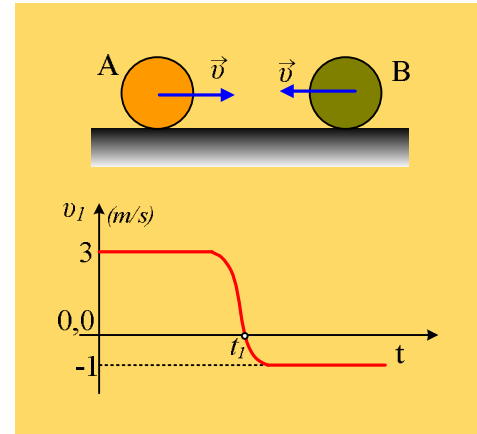


## Μια κρούση και πληροφορίες από ένα διάγραμμα

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινούνται δυο ελαστικές σφαίρες με ίσες ακτίνες, η μία προς την άλλη, με ταχύτητες ίσου μέτρου, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά και στο διάγραμμα φαίνεται η ταχύτητα της Α σφαίρας, η οποία έχει μάζα  $m_1=2\text{kg}$ , σε συνάρτηση με το χρόνο.



- i) Τι ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της Α σφαίρας μεταφέρεται στην Β σφαίρα, στη διάρκεια της κρούσης;
- ii) Αφού υπολογίσετε την μάζα της Β σφαίρας, να χαράξετε ένα ποιοτικό διάγραμμα για την ταχύτητα της Β σφαίρας σε συνάρτηση με το χρόνο.
- iii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα της Β σφαίρας τη στιγμή  $t_1$  που μηδενίζεται η ταχύτητα της σφαίρας Α.
- iv) Πόση είναι η δυναμική ενέργεια ελαστικής παραμόρφωσης των σφαιρών τη στιγμή  $t_1$ ;
- v) Ένας μαθητής κοιτάζοντας το διάγραμμα που δίνεται, συμπεραίνει ότι τη στιγμή  $t_1$  η γραφική παράσταση τέμνει σχεδόν κάθετα τον άξονα του χρόνου. Συμφωνείτε ή όχι με την εκτίμηση αυτή; Να δικαιολογήσετε την άποψή σας.

### Απάντηση:

- i) Με βάση το διάγραμμα η αρχική ταχύτητα της Α σφαίρας είχε μέτρο  $3\text{m/s}$  και η τελική  $1\text{m/s}$ , πράγμα που σημαίνει ότι έχασε ενέργεια κινητική, ίση με  $K_{\text{αρχ}} - K_{\text{τελ}}$ , ενέργεια που μεταφέρθηκε στη Β σφαίρα. Αλλά τότε το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας που μεταφέρεται στην σφαίρα Β είναι:

$$\pi = \frac{|\Delta K_1|}{K_{\text{πρην}}} 100\% = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1'^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} 100\% = \frac{v_1^2 - v_1'^2}{v_1^2} 100\% \rightarrow$$

$$\pi = \frac{v_1^2 - v_1'^2}{v_1^2} 100\% = \frac{3^2 - 1^2}{3^2} 100\% \approx 88,9\%$$

- ii) Για τις εξισώσεις των δύο σφαιρών μετά την κεντρική και ελαστική κρούση τους, έχουμε:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \quad (1)$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 \quad (2)$$

Με αντικατάσταση τιμών στην εξίσωση (1) όπου  $v_2 = -3\text{m/s}$ , παίρνουμε:

$$-1 = \frac{2 - m_2}{2 + m_2} 3 + \frac{2m_2}{2 + m_2} (-3) \rightarrow$$

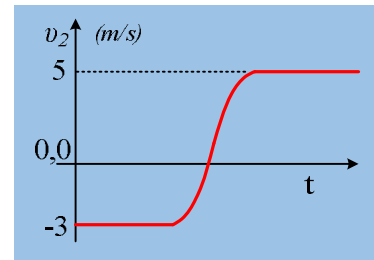
$$m_2 = 1\text{kg}$$

Και με αντικατάσταση στην (2) (εναλλακτικά από ΑΔΟ...) βρίσκουμε:

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 = \left( \frac{2 \cdot 2}{2 + 1} 3 + \frac{1 - 2}{2 + 1} (-3) \right) m/s$$

$$v'_2 = 5 m/s$$

Με βάση τις παραπάνω τιμές, το διάγραμμα της ταχύτητας της Β σφαίρας σε συνάρτηση με το χρόνο, θα έχει τη μορφή του σχήματος.



iii) Εφαρμόζουμε τη διατήρηση τη ορμής από μια στιγμή πριν την κρούση, μέχρι τη στιγμή  $t_1$ :

$$\vec{P}_{\pi\rho\nu} = \vec{P}_{t_1} \rightarrow m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot 0 + m_2 \cdot v_{2t_1} \rightarrow$$

$$v_{2t_1} = \frac{m_1}{m_2} v_1 + v_2 = \left( \frac{2}{1} \cdot 3 + (-3) \right) m/s = 3 m/s$$

iv) Αφού η κρούση είναι ελαστική, η μηχανική ενέργεια σε όλη τη διάρκεια της παραμένει σταθερή. Έτσι αν εφαρμόσουμε την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μεταξύ μιας στιγμής πριν την κρούση μέχρι τη στιγμή  $t_1$ , παίρνουμε:

$$E_{\pi\rho\nu} = E_{t_1} \rightarrow K_1 + K_2 = K_{1t_1} + K_{2t_1} + U \rightarrow$$

$$U = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} m_2 v_{2t_1}^2 \rightarrow$$

$$U = \frac{1}{2} 2 \cdot 3^2 J + \frac{1}{2} 1 \cdot 3^2 J - \frac{1}{2} 1 \cdot 3^2 J = 9 J$$

v) Στο διάγραμμα v-t, η κλίση μας δίνει την επιτάχυνση του σώματος. Αλλά τότε στο διάγραμμα που μας δίνεται δεν θα μπορούσε η γραφική παράσταση να τέμνει σχεδόν κάθετα τον άξονα των χρόνων, αφού τότε θα είχαμε γωνία που να τείνει στις  $90^\circ$  και με κλίση που να τείνει στο άπειρο! Άπειρη κλίση όμως σημαίνει άπειρη επιτάχυνση και άπειρη ασκούμενη δύναμη, πράγμα που δεν μπορεί να συμβεί.

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)