

Μια κίνηση και η μελέτη της σαν σύνθετη Ταλάντωση.

Ένα σώμα μάζας 0,2kg κινείται παλινδρομικά γύρω από μια θέση Ο και η εξίσωση κίνησής του είναι:

$$x = 0,5 \cdot \sigma\upsilon\nu(20t) + 0,5 \sqrt{3} \cdot \eta\mu(20t) \quad \text{μονάδες στο S.I.}$$

όπου x η απομάκρυνση από το σημείο Ο.

- i) Ν' αποδειχθεί ότι η κίνηση του σώματος είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.
- ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{12}$ s.
- iii) Αν επιπλέον η κίνηση του σώματος είναι ΑΑΤ, να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσής του. Μπορεί η παραπάνω κίνηση να μην είναι ΑΑΤ, αλλά κάποια άλλη κίνηση; Εξηγήστε.

Απάντηση:

- i) Η κίνηση του σώματος θα μπορούσε να θεωρηθεί ως σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων, οι οποίες πραγματοποιούνται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας Ο, με εξισώσεις:

$$x_1 = 0,5 \cdot \sigma\upsilon\nu(20t) = 0,5 \cdot \eta\mu\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{και} \quad x_2 = 0,5 \sqrt{3} \eta\mu(20t).$$

Συνεπώς έχουμε δύο αρμονικές ταλαντώσεις οι οποίες παρουσιάζουν διαφορά φάσης $\pi/2$ με πλάτη $A_1 = 0,5\text{m}$ και $A_2 = 0,5 \sqrt{3} \text{ m}$, οπότε η σύνθεσή τους θα έχει εξίσωση της μορφής:

$$x = A \cdot \eta\mu(20t + \theta)$$

$$\text{όπου} \quad A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = \sqrt{0,5^2 + (0,5\sqrt{3})^2} \text{ m} = 1\text{m}$$

$$\text{και} \quad \varepsilon\varphi\theta = \frac{A_1 \eta\mu \frac{\pi}{2}}{A_2 + A_1 \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{2}} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{0,5}{0,5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \text{ή} \quad \theta = \frac{\pi}{6}$$

οπότε:

$$x = 1 \cdot \eta\mu\left(20t + \frac{\pi}{6}\right) \quad (\text{S.I.})$$

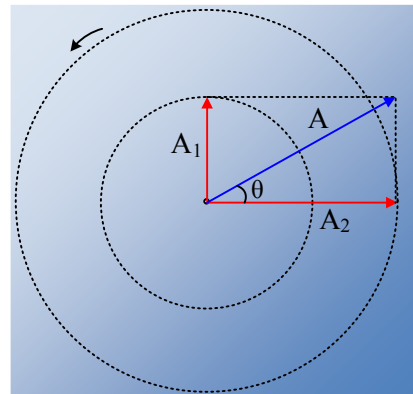
Παρατηρώντας το διπλανό σχήμα με τα περιστρεφόμενα διανύσματα, μπορείτε να διαπιστώσετε, ότι με την χρήση τους τα πράγματα γίνονται, ευκολότερα!

- ii) Η εξίσωση της ταχύτητας του σώματος είναι της μορφής:

$$v = \omega \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(20t + \frac{\pi}{6}\right) = 20 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(20t + \frac{\pi}{6}\right) \quad (\text{S.I.})$$

συνεπώς τη στιγμή t_1 το σώμα έχει ταχύτητα:

$$v_1 = 20 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(20t + \frac{\pi}{6}\right) = 20 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(20 \cdot \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6}\right) = 20 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{11\pi}{6}\right) \rightarrow$$



$$v_I = 20 \cdot \sigma \nu \left(2\pi - \frac{\pi}{6} \right) = 20 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) m/s = 10\sqrt{3} m/s$$

iii) Η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος είναι ίση:

$$E = \frac{1}{2} DA^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} 0,2 \cdot 20^2 \cdot 1^2 J = 40J$$

Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι μια ειδική κίνηση, η οποία πραγματοποιείται, όταν η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι μια συντηρητική δύναμη, της μορφής $\Sigma F = -Dx$.

Θα μπορούσε όμως την ίδια εξίσωση κίνησης να έχουμε και σε πολλές άλλες περιπτώσεις και η πιο χαρακτηριστική, είναι η γνωστή μας εξαναγκασμένη ταλάντωση με γωνιακή συχνότητα διεγέρτη $\omega_\delta = 20 \text{ rad/s}$.

dmargaris@sch.gr