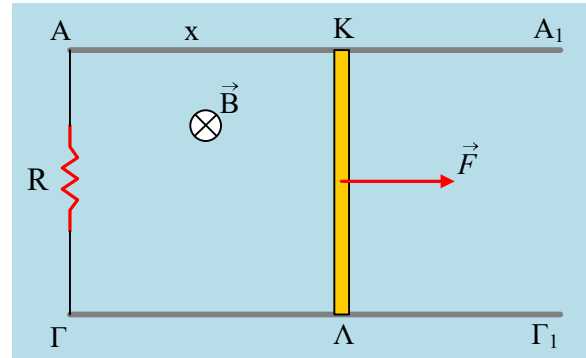


Η επαγωγή σε επιταχυνόμενη ράβδο

Ο αγωγός ΚΛ μήκους $\ell=1\text{m}$, μάζας $0,4\text{kg}$ και με αντίσταση $r=1\Omega$, μπορεί να κινείται οριζόντια, μέσα σε ένα ομογενές κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο έντασης $B=1\text{T}$, σε επαφή με δυο παράλληλους αγωγούς AA_1 και $\Gamma\Gamma_1$, οι οποίοι δεν παρουσιάζουν αντίσταση και απέχουν $d=1\text{m}$. Μεταξύ των άκρων Α και Γ συνδέεται αντιστάτης με αντίσταση $R=3\Omega$. Σε μια στιγμή ασκούμε στον αγωγό ΚΛ μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=0,7\text{N}$ με αποτέλεσμα ο αγωγός να κινείται προς τα δεξιά.



- i) Να βρείτε τη ροή που διέρχεται από το ορθογώνιο πλαίσιο ΑΚΛΓ σε συνάρτηση με την απόσταση $AK=x$ και να εξηγήσετε γιατί ο αγωγός ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα.
- ii) Να βρείτε τη φορά της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R.
- iii) Για τη στιγμή t_1 που ο αγωγός έχει στιγμιαία ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$, να υπολογιστούν:
 - α) Η ΗΕΔ από επαγωγή που εμφανίζεται στο πλαίσιο.
 - β) Η τάση $V_{ΚΛ}$.
 - γ) Η επιτάχυνση του αγωγού ΚΛ.
 - δ) Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στον αγωγό ΚΛ, μέσω της δύναμης F και ο ρυθμός με τον οποίο η ενέργεια αυτή μετατρέπεται σε ηλεκτρική. Είναι ή όχι ίσοι οι δυο παραπάνω ρυθμοί; Να εξηγήσετε τις ενεργειακές μετατροπές που εμφανίζονται τη στιγμή αυτή στο πλαίσιο.

Απάντηση:

- i) Θεωρώντας την κάθετη στην επιφάνεια του πλαισίου ΑΚΛΓ, να έχει φορά προς τα κάτω, ίδια με την ένταση του μαγνητικού πεδίου, θα έχουμε για την διερχόμενη από αυτό μαγνητική ροή:

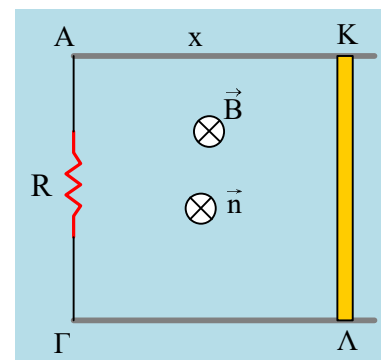
$$\Phi = B \cdot S = B \cdot \ell \cdot x$$

Από την παραπάνω εξίσωση βλέπουμε ότι καθώς κινείται ο αγωγός ΚΛ, μεταβάλλεται (αυξάνεται) η ροή που διέρχεται από την επιφάνεια ΑΚΛΓ, οπότε εμφανίζεται ΗΕΔ από επαγωγή με τιμή:

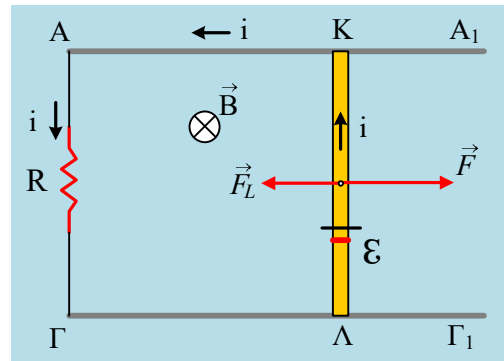
$$\mathcal{E} = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Οπότε αφού το κύκλωμα είναι κλειστό θα διαρρέεται από (επαγωγικό) ρεύμα με ένταση:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$



ii) Η φορά του ρεύματος θα προκύψει με εφαρμογή του κανόνα του Lenz. Το επαγωγικό ρεύμα θα έχει τέτοια φορά ώστε να αντιτίθεται στην αιτία που το δημιουργεί. Εδώ η αιτία είναι η αύξηση της ροής, η οποία οφείλεται στην προς τα δεξιά κίνηση του αγωγού ΚΛ. Αλλά τότε το ρεύμα θα έχει τέτοια φορά, ώστε η δύναμη Laplace, την οποία το μαγνητικό πεδίο θα ασκήσει στον αγωγό ΚΛ, να έχει φορά προς τα αριστερά. Έτσι με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων βρίσκουμε ότι



η ένταση του ρεύματος στην πλευρά ΚΛ έχει τη φορά που είναι σημειωμένη στο σχήμα, προς τα πάνω και αντίστοιχα στον αντιστάτη R, θα έχει φορά προς τα κάτω. (Για να συμβεί αυτό, σημαίνει ότι στο κύκλωμά μας έκανε την εμφάνιση ΗΕΔ από επαγωγή με την πολικότητα που έχει σημειωθεί στο σχήμα, η οποία στην πραγματικότητα εμφανίστηκε στον ΚΛ, η κίνηση του οποίου την προκάλεσε...)

iii) Παραπάνω βρήκαμε την πολικότητα της ΗΕΔ που αναπτύσσεται λόγω επαγωγής. Έτσι αυτό που μένει πια είναι να υπολογιστεί η τιμή της.

α) Για την στιγμιαία τιμή της ΗΕΔ, από τον νόμο της επαγωγής παίρνουμε:

$$\mathcal{E} = \left| -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{BS_2 - BS_1}{\Delta t} = \frac{B\ell x_2 - B\ell x_1}{\Delta t} = B\ell \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = B\ell \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow$$

$$\mathcal{E} = B\ell v_1$$

Με αντικατάσταση:

$$\mathcal{E} = 1 \cdot 1 \cdot 2V = 2V$$

β) Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα, παίρνουμε για την στιγμιαία ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα στην παραπάνω θέση:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{2V}{(3 + 1)\Omega} = 0,5A$$

Αντιμετωπίζοντας τώρα τον αγωγό ΚΛ ως μια πηγή με ΗΕΔ $\mathcal{E} = 2V$ και εσωτερική αντίσταση $r=1\Omega$, τότε η τάση στα άκρα του θα είναι ίση με την «πολική τάση» της πηγής, με τιμή:

$$V_{KL} = V_{\text{πολ}} = \mathcal{E} - ir = 2V - 0,5 \cdot 1V = 1,5V.$$

Εναλλακτικά η ζητούμενη τάση είναι και η τάση στα άκρα του αντιστάτη:

$$V_{KL} = V_{A\Gamma} = iR = 0,5 \cdot 3V = 1,5V$$

γ) Ο αγωγός ΚΛ δέχεται δύναμη Laplace από το μαγνητικό πεδίο, οριζόντια με φορά προς τα αριστερά και μέτρο:

$$F_L = B \cdot i \cdot \ell = 1 \cdot 0,5 \cdot 1N = 0,5N$$

Οπότε εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο το Νεύτωνα για την κίνησή του, έχουμε (το βάρος και η κατακόρυφη αντίδραση από τους αγωγούς στήριξης αλληλοεξουδετερώνονται...):

$$\Sigma F = ma \rightarrow a = \frac{F - F_L}{m} \rightarrow$$

$$a = \frac{F - F_L}{m} = \frac{0,7 - 0,5}{0,4} m/s^2 = 0,5 m/s^2.$$

δ) Ενέργεια μεταφέρεται στη ράβδο (άρα και στο κύκλωμα) μέσω του έργου της ασκούμενης (εξωτερικά) δύναμης \vec{F} . Ο ζητούμενος ρυθμός, είναι ίσος με την ισχύ της δύναμης:

$$P_F = F \cdot v \cdot \cos 0^\circ = F \cdot v_1 = 0,7 \cdot 2 W = 1,4 W$$

Δηλαδή ο ζητούμενος ρυθμός είναι ίσος με 1,4J/s.

Ο ρυθμός με τον οποίο η ενέργεια μετατρέπεται σε ηλεκτρική είναι ίσος με την ισχύ της πηγής:

$$P_{\eta\lambda} = P_{\pi\eta\gamma} = \mathcal{E} \cdot i = 2 \cdot 0,5 W = 1 W$$

Βέβαια η ισχύς αυτή είναι τελικά ίση και με την ισχύ που θα εμφανιστεί ως θερμότητα στους αντιστάτες:

$$P_Q = i^2 \cdot (R + r) = 0,5^2 \cdot (3 + 1) W = 1 W$$

Αυτή η μετατροπή της ενέργειας μπορεί να εκφραστεί μέσω της ισχύος της δύναμης Laplace:

$$P_{FL} = F_L \cdot v \cdot \cos 180^\circ = -F_L \cdot v_1 = -0,5 \cdot 2 W = -1 W$$

Όπου το αρνητικό πρόσημο, δείχνει την αφαίρεση της μηχανικής ενέργειας από την ράβδο.

Αλλά αν η δύναμη \vec{F} προσφέρει ενέργεια 1,4J/s και η \vec{F}_L αφαιρεί ενέργεια 1J/s, ενώ δεν ασκείται άλλη δύναμη στη ράβδο που να παράγει έργο, σημαίνει ότι η ενέργεια της ράβδου θα αυξάνεται κατά $(1,4 - 1) J/s = 0,4 J/s$ και η ενέργεια αυτή (που αυξάνεται), δεν μπορεί παρά να είναι η κινητική ενέργεια της ράβδου...

Πράγματι:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dw_{ολ}}{dt} = (\Sigma F) \cdot v \cdot \cos \alpha = (\Sigma F) \cdot v_1 = (0,7 - 0,5) 2 J/s = 0,4 J/s$$

dmargaris@gmail.com