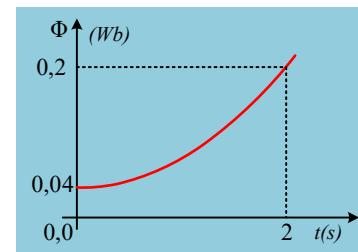
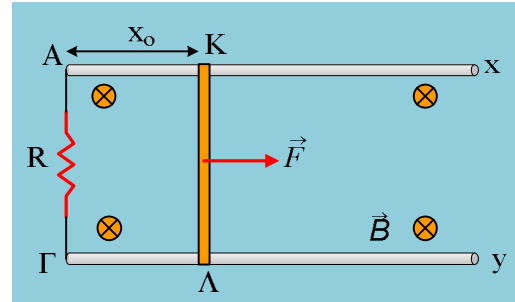


Η επαγωγή κατά μια επιταχυνόμενη κίνηση.

Ο αγωγός ΚΛ του σχήματος, μάζας 0,5kg και μήκους $\ell=1\text{m}$, μπορεί να κινείται οριζόντια, σε επαφή με δυο παράλληλους αγωγούς Αx και Γy χωρίς τριβές, μέσα σε ένα ομογενές κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο έντασης B, το οποίο εκτείνεται στην περιοχή που ορίζεται από τους αγωγούς Αx και Γy. Ο αγωγός ΚΛ και οι δύο αγωγοί Αx και Γy δεν παρουσιάζουν αντίσταση, ενώ μεταξύ των άκρων Α και Γ συνδέεται αντιστάτης με αντίσταση

$R=0,32\Omega$. Ο αγωγός ΚΛ βρίσκεται ακίνητος, όπως στο σχήμα απέχοντας κατά $(AK)=(\Gamma\Lambda)=x_0=0,2\text{m}$ από τα άκρα Α και Γ των παραλλήλων αγωγών. Σε μια στιγμή $t=0$, ο αγωγός ΚΛ δέχεται την επίδραση κατάλληλης οριζόντιας (εξωτερικής) δύναμης F, κάθετης στον αγωγό, με αποτέλεσμα να αποκτήσει σταθερή επιτάχυνση και να κινείται προς τα δεξιά. Στο διάγραμμα φαίνεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του ορθογωνίου ΑΚΛΓ σε συνάρτηση με το χρόνο.



- i) Να βρεθεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου B, καθώς και η απόσταση d του άκρου Κ του αγωγού ΚΛ από το σημείο Α τη στιγμή $t_1=2\text{s}$.
- ii) Να αποδειχθεί ότι στο ορθογώνιο ΑΚΛΓ αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή, ανάλογη του χρόνου και να βρεθεί η τιμή της τη στιγμή t_1 .
- iii) Να υπολογιστεί το συνολικό φορτίο που περνά από 0- t_1 από μια διατομή του αγωγού ΚΛ.
- iv) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο, από 0- t_1 των μεγεθών:
 - α) Της ΗΕΔ από επαγωγή,
 - β) Της έντασης του ρεύματος,
 - γ) Της δύναμης Laplace που ασκείται στον αγωγό ΚΛ.
 - δ) της ασκούμενης (εξωτερικής) δύναμης F.

Δίνεται ότι η προς τα δεξιά κατεύθυνση, θεωρείται θετική, όπως επίσης ότι η κάθετος στην επιφάνεια του ορθογωνίου ΑΚΛΓ έχει την κατεύθυνση της έντασης του μαγνητικού πεδίου

Απάντηση:

- i) Θεωρώντας την κάθετη στο ορθογώνιο ΑΚΛΓ να έχει την ίδια κατεύθυνση με την ένταση του μαγνητικού πεδίου, όταν ο αγωγός ΚΛ είναι ακίνητος, διέρχεται από το ορθογώνιο μαγνητική ροή:

$$\Phi_0 = B \cdot S \cdot \sin 90^\circ = B \cdot \ell \cdot x_0 \rightarrow$$

$$B = \frac{\Phi_0}{\ell \cdot x_0} = \frac{0,04\text{Wb}}{1\text{m} \cdot 0,2\text{m}} = 0,2\text{T}$$

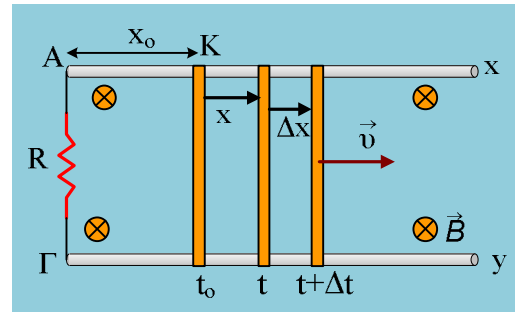
Οπότε τη στιγμή $t_1=2\text{s}$, ο ΚΛ απέχει κατά d από τα άκρα ΑΓ, όπου:

$$\Phi_1 = B \cdot S \cdot \sin 0^\circ = B \cdot \ell \cdot d \rightarrow$$

$$d = \frac{\Phi_1}{B\ell} = \frac{0,2Wb}{0,2m \cdot 1m} = 1m$$

ii) Έστω ότι τη χρονική στιγμή t ο αγωγός ΚΛ βρίσκεται στη θέση x (έχει μετατοπισθεί κατά x από την αρχική του θέση), ενώ τη στιγμή $t+\Delta t$ έχει μια επιπλέον μετατόπιση Δx , όπως στο σχήμα. Στο χρονικό αυτό διάστημα Δt , αυξήθηκε η ροή που διέρχεται από το ορθογώνιο ΑΚΛΓ κατά:

$$\Delta\Phi = \Delta(B \cdot S) = B \cdot \Delta S = B \cdot \ell \cdot \Delta x$$



Αλλά τότε εμφανίστηκε στο κύκλωμα ηλεκτρεγερτική δύναμη:

$$E = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{B \cdot \ell \cdot \Delta x}{\Delta t} = -B \cdot \ell \cdot v = -B \cdot \ell \cdot at$$

Όμως στο χρονικό διάστημα από 0- t_1 ο αγωγός μετατοπίσθηκε κατά $x=d-x_0=1m-0,2m=0,8m$, οπότε:

$$x = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow a = \frac{2x}{t^2} = \frac{2 \cdot 0,8}{2^2} m/s^2 = 0,4m/s^2$$

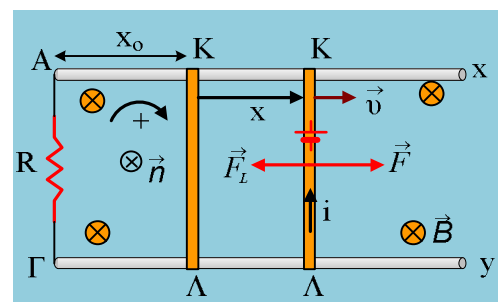
Οπότε τη στιγμή t_1 η εμφανιζόμενη ΗΕΔ έχει τιμή:

$$E_1 = -B \cdot \ell \cdot at_1 = -0,2 \cdot 1 \cdot 0,4 \cdot 2V = -0,16V$$

iii) Από τον νόμο του Neumann παίρνουμε για το φορτίο που μετακινήθηκε μέσω μιας διατομής του αγωγού, από $t_0=0$ έως τη στιγμή t_1 :

$$Q = \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{B\ell \cdot x}{R} = \frac{0,2 \cdot 1 \cdot 0,8}{0,32} C = 0,5C$$

iv) Λαμβάνοντας την κάθετη στο ορθογώνιο να έχει φορά προς τα κάτω, στην πραγματικότητα έχουμε ορίσει θετική φορά διαγραφής, τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αλλά τότε η αρνητική τιμή της ΗΕΔ ($E=-0,16V$) σημαίνει ότι έχει τον προσανατολισμό του σχήματος, τείνοντας να δώσει ρεύμα με φορά από το Λ στο Κ, συνεπώς και αρνητική ένταση ρεύματος.



Λαμβάνοντας αυτά υπόψη μας θα έχουμε για τα αναφερόμενα μεγέθη και για το χρονικό διάστημα από 0-2s έχουμε:

α) Για την ΗΕΔ από επαγωγή, βρήκαμε παραπάνω ότι:

$$E = -B \cdot \ell \cdot at = -0,2 \cdot 1 \cdot 0,4t = -0,08t \text{ (S.I.)}$$

Με γραφική παράσταση, όπως στο σχήμα της επόμενης σελίδας.

β) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα προκύπτει από το νόμο του Ohm:

$$i = \frac{E}{R} = \frac{-0,08t}{0,32} = -0,25t \text{ (S.I.)}$$

γ) Η ασκούμενη δύναμη Laplace έχει μέτρο:

$$|F_L| = B \cdot i \cdot \ell = 0,2 \cdot 0,25t \cdot 1 = 0,05t \text{ (S.I.)}$$

Ενώ η κατεύθυνσή της προκύπτει από τον κανόνα των τριών δακτύλων, να είναι αντίθετη της ταχύτητας, οπότε θεωρώντας θετική την κατεύθυνση προς τα δεξιά, η δύναμη Laplace έχει (αλγεβρική) τιμή:

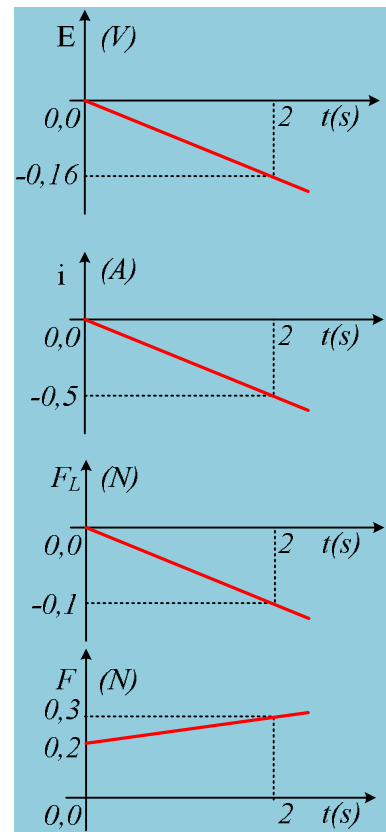
$$F_L = -0,05t \text{ (S.I.)}$$

δ) Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής, παίρνουμε για τον αγωγό ΚΛ:

$$\Sigma F = m \cdot a \rightarrow F - F_L = m \cdot a \rightarrow F - 0,05t = 0,5 \cdot 0,4 \rightarrow$$

$$F = 0,2 + 0,05t \text{ (S.I.)}$$

Με βάση τις παραπάνω συναρτήσεις παίρνουμε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις του διπλανού σχήματος.



dmargaris@gmail.com