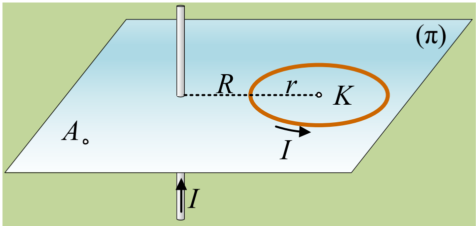
Δυο συνδυασμοί αγωγών

Σε ένα οριζόντιο επίπεδο (π) βρίσκεται ένας κυκλικός αγωγός, ακτίνας r, ο οποίος διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης Ι. Ένας ευθύγραμμος κατακόρυφος αγωγός απέχει κατά R=2r από το κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού και διαρρέεται από ρεύμα της ίδιας έντασης Ι, όπως φαίνεται στο σχήμα.



i) Στο κέντρο του κυκλικού αγωγού, ισχυρότερο μαγνητικό πεδίο δημιουργεί:

α) ο κυκλικός αγωγός, β) ο ευθύγραμμος αγωγός.

ii) Η ένταση του μαγνητικού πεδίου $B_α$, στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού:

α) Είναι οριζόντια, κάθετη στην ακτίνα R.

β) Είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω.

γ) Είναι πλάγια πάνω από το επίπεδο (π).

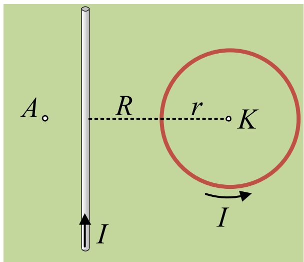
iii) Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Α του επιπέδου (π):

α) Είναι οριζόντια.

β) Είναι κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω.

γ) Είναι πλάγια στο κάτω μέρος του επιπέδου (π).

Περιστρέφουμε τον κυκλικό αγωγό, ώστε το επίπεδό του να γίνει κατακόρυφο, όπως στο διπλανό σχήμα.



iv) Η ένταση του μαγνητικού πεδίου $B_β$, στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού:

α) Είναι κατακόρυφη

β) Είναι οριζόντια, κάθετη στο επίπεδο του σχήματος.

γ) Είναι πλάγια, σχηματίζοντας γωνία με το επίπεδο του σχήματος, με φορά προς τον αναγνώστη.

v) Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Α του κατακορύφου επιπέδου:

α) Είναι κατακόρυφη

β) Είναι οριζόντια, κάθετη στο επίπεδο του σχήματος.

vi) Για τα μέτρα των εντάσεων $B_α$ και $B_β$, στις δύο αναφερόμενες περιπτώσεις των σχημάτων, ισχύει:

α) $B_α < B_β$, β) $B_α = B_β$, γ) $B_α > B_β$,

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

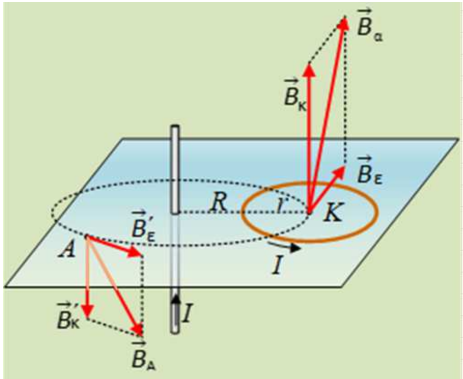
i) Στο σημείο Κ, ισχυρότερο μαγνητικό πεδίο δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός, (σωστό το α) όπως προκύπτει από τις εξισώσεις υπολογισμού του μέτρου της έντασης, για ευθύγραμμο και κυκλικό αγωγό:

$$B_\varepsilon = k_\mu \frac{2I}{R} = k_\mu \frac{2I}{2r} = k_\mu \frac{I}{r} \quad (1)$$

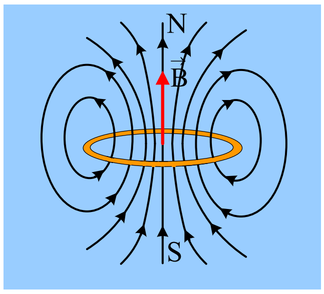
$$B_\kappa = k_\mu \frac{2\pi I}{r} = 2\pi k_\mu \frac{I}{r} = 2\pi \cdot B_{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (2)$$

Η τελευταία σχέση μας λέει ότι το μέτρο της έντασης που δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός είναι 2π φορές μεγαλύτερο από το αντίστοιχο μέτρο της έντασης που οφείλεται στον ευθύγραμμο αγωγό.

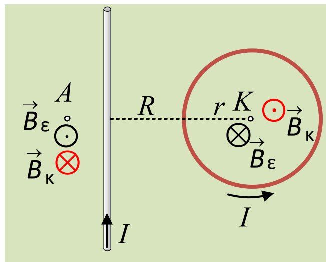
ii) Σωστή πρόταση είναι η γ). Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των εντάσεων B_ε και B_κ που δημιουργεί ο ευθύγραμμος και ο κυκλικός αγωγός αντίστοιχα. Η συνολική ένταση προκύπτει με τη μέθοδο του παραλληλογράμμου, όπου με βάση το σχήμα προκύπτει διάνυσμα, πλάγιο στο οριζόντιο επίπεδο, με φορά προς τα πάνω.



iii) Ξανά η γ) πρόταση είναι σωστή για την ένταση του πεδίου στο σημείο Α. Με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού, η ένταση του κυκλικού αγωγού, στο κέντρο Κ έχει φορά προς τα πάνω. Αυτό ισχύει για όλα τα σημεία στο εσωτερικού του κύκλου. Αλλά οι δυναμικές γραμμές είναι κλειστές και σε όλα τα σημεία του επιπέδου, εξωτερικά του κύκλου, έχουν φορά προς τα κάτω, με αποτέλεσμα η ένταση $B_\kappa{}'$ να είναι κατακόρυφη, με φορά προς τα κάτω, όπως στο σχήμα. Αλλά τότε η ολική ένταση στο σημείο Α, η B_A, θα είναι πλάγια στο επίπεδο, προς τα κάτω.



Στο διπλανό σχήμα, έχουν σχεδιαστεί τώρα τα αντίστοιχα διανύσματα για τις εντάσεις του ευθύγραμμου και του κυκλικού αγωγού, τόσο στο Κ, όσο και στο σημείο Α, με βάση όσα ειπώθηκαν και προηγουμένως.



iv) Στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού, με βάση το σχήμα η ένταση είναι κάθετη στο επίπεδο του σχήματος (άρα οριζόντια…) με φορά προς τα έξω, αφού, όπως αποδείξαμε στο i) υποερώτημα $B_\kappa > B_\varepsilon$. Σωστό το β).

v) Αλλά και στο σημείο Α, οι δυο εντάσεις είναι κάθετες στο επίπεδο του σχήματος, συνεπώς και η συνολική ένταση θα είναι επίσης κάθετη στο επίπεδο, άρα οριζόντια και σωστό το β).

vi) Για το μέτρο της έντασης στο Κ, στο πρώτο σχήμα, παίρνουμε από το πυθαγόρειο θεώρημα:

$$B_\alpha = \sqrt{B_\varepsilon^2 + B_\kappa^2} = \sqrt{\left(k_\mu \frac{I}{r}\right)^2 + \left(k_\mu \frac{2\pi I}{r}\right)^2} = k_\mu \frac{I}{r}\sqrt{4\pi^2 + 1}$$

Ενώ για το β σχήμα θα έχουμε, για το αντίστοιχο μέτρο της έντασης B_β:

$$B_\beta = B_\kappa - B_\varepsilon = k_\mu \frac{2\pi I}{r} - k_\mu \frac{I}{r} = k_\mu \frac{I}{r}(2\pi - 1)$$

Από την σύγκριση των παραπάνω, (αφού $\sqrt{4\pi^2+1} > 2\pi$) προκύπτει ότι $B_\alpha > B_\beta$.

Σωστό το γ).

dmargaris@gmail.com