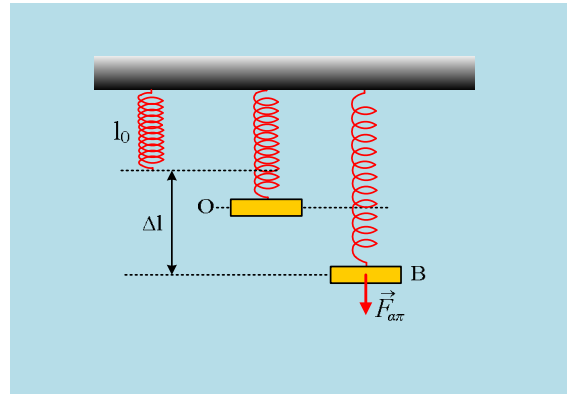


## Ακόμη μια φθίνουσα ταλάντωση

Μια πλάκα ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, στη θέση Ο. Εκτρέπουμε την πλάκα κατακόρυφα και την αφήνουμε να εκτελέσει φθίνουσα ταλάντωση. Σε μια στιγμή  $t_1$  η πλάκα περνά από τη θέση Β, όπου το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί κατά  $\Delta l$ , και στο σχήμα έχει σχεδιαστεί η δύναμη απόσβεσης που δέχεται τη στιγμή αυτή.



Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις:

- i) Η θέση Β είναι ακραία θέση, θέση πλάτους.
- ii) Η ταχύτητα του σώματος στη θέση Β έχει κατεύθυνση προς τα πάνω.
- iii) Τη στιγμή που το σώμα περνά από τη θέση Ο έχει μηδενική επιτάχυνση.
- iv) Η δύναμη επαναφοράς στη θέση Β έχει μέτρο  $F=k \cdot \Delta l$ .
- v) Η ενέργεια ταλάντωσης τη στιγμή  $t_1$  είναι ίση με το άθροισμα  $\frac{1}{2} k y^2 + \frac{1}{2} m v^2$ , όπου  $y$  η απόσταση ΟΒ και  $v$  η ταχύτητα της πλάκας.
- vi) Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης τη στιγμή  $t_1$  μειώνεται με ρυθμό ανάλογο του γινομένου  $|y v|$ .
- vii) Η ενέργεια ταλάντωσης μειώνεται με ρυθμό ανάλογο της ταχύτητας  $v$ .

Να δώσετε σύντομες δικαιολογήσεις.

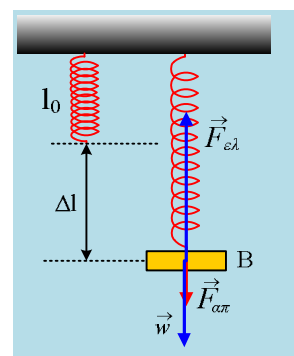
### Απάντηση:

- i) Η πρόταση είναι λανθασμένη. Στην ακραία θέση η ταχύτητα μηδενίζεται οπότε δεν ασκείται και δύναμη απόσβεσης της μορφής  $F_{\alpha\pi} = -b \cdot v$  (1), ενώ στη θέση Β, ασκείται τέτοια δύναμη.
- ii) Με βάση την εξίσωση (1) η δύναμη απόσβεσης έχει αντίθετη κατεύθυνση από την ταχύτητα, άρα εδώ το σώμα κινείται προς τα πάνω. Σωστή η πρόταση.
- iii) Τη στιγμή που το σώμα περνά από τη θέση Ο, την αρχική θέση ισορροπίας του, δέχεται δύναμη απόσβεσης, συνεπώς έχει και επιτάχυνση, αφού:

$$\Sigma F = m \cdot a \rightarrow -b \cdot v = m \cdot a$$

Λανθασμένη πρόταση.

- iv) Η δύναμη με μέτρο  $F=k \cdot \Delta l$  είναι η δύναμη του ελατηρίου, ενώ δύναμη επαναφοράς είναι η συνισταμένη της δύναμης του ελατηρίου και του βάρους. Λάθος πρόταση.
- v) Η πρόταση είναι σωστή. Η πλάκα τη στιγμή  $t_1$  απέχει από τη θέση ισορροπίας Ο κατά  $y$ , άρα έχει απομάκρυνση  $y$  και δυναμική ενέργεια



$$U_1 = \frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{2}ky^2$$

Ενώ ταυτόχρονα έχει και κινητική ενέργεια:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv^2$$

Το άθροισμα  $U_1 + K_1$  αποτελεί την ενέργεια ταλάντωσης.

vi) Η πρόταση είναι σωστή. Πρώτα – πρώτα η πλάκα πλησιάζει στη θέση ισορροπίας, άρα μειώνεται η δυναμική ενέργεια! Από κει και πέρα, ας το δούμε από πιο κοντά...

Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας συνδέεται με το έργο της δύναμης επαναφοράς με τη σχέση:

$$W_{F_{\varepsilon\pi}} = -\Delta U \rightarrow$$

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_F}{dt} = -\frac{|F_{\varepsilon\pi}||dy|\sigma\upsilon\nu\alpha}{dt} = -|ky||v|$$

Αφού η γωνία μεταξύ δύναμης και μετατόπισης είναι  $\alpha=0^\circ$ .

Το (-) στην παραπάνω εξίσωση μας λέει ότι έχουμε μείωση της δυναμικής ενέργειας, ενώ αν θέλουμε, μπορούμε να γράψουμε την παραπάνω εξίσωση και με τη μορφή:

$$\frac{dU}{dt} = -|ky||v| = -k|yv|$$

Ωστε να εμφανιστεί το γινόμενο  $|yv|$  της απομάκρυνσης επί την ταχύτητα.

vii) Το σύστημα χάνει ενέργεια, μέσω του έργου της δύναμης απόσβεσης, οπότε και ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας ταλάντωσης θα είναι ίσος με την ισχύ της δύναμης αυτής:

$$\frac{dE}{dt} = P_{F_{\alpha\pi}} = -|F_{\alpha\pi}| \cdot |v| = -b \cdot v^2$$

Η πρόταση είναι λανθασμένη, αφού ο ζητούμενος ρυθμός είναι ανάλογος με το τετράγωνο της ταχύτητας και όχι απλά με την ταχύτητα.

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)