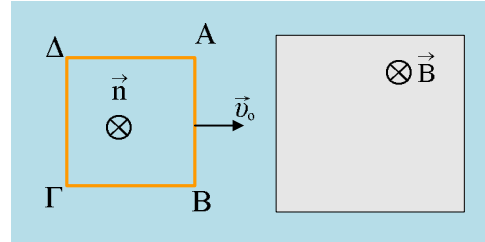


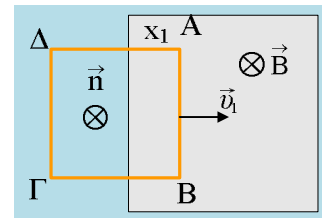
## Όταν το πλαίσιο συναντά ένα μαγνητικό πεδίο

Το τετράγωνο μεταλλικό πλαίσιο ΑΒΓΔ μάζας  $m=0,2\text{kg}$ , πλευράς  $a=0,5\text{m}$  και αντίστασης  $R=1\Omega$ , κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα  $v_0=2\text{m/s}$ , πάνω σε λείο μονωτικό οριζόντιο επίπεδο, με το επίπεδό του οριζόντιο και σε μια στιγμή συναντά μια περιοχή στην οποία υπάρχει ένα ομογενές κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο έντασης  $B=2\text{T}$ , όπως στο σχήμα (κάτωψη), στην οποία εισέρχεται.



- i) Να βρεθεί η ηλεκτρεγερτική δύναμη που αναπτύσσεται στο πλαίσιο σε συνάρτηση με την ταχύτητά του, κατά την είσοδο του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο.
- ii) Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση που θα αποκτήσει το πλαίσιο, αμέσως μετά την εισαγωγή της πλευράς ΑΒ στο μαγνητικό πεδίο.

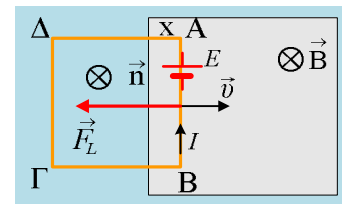
iii) Σε μια στιγμή  $t_1$  στο πεδίο έχει μπει τμήμα  $x_1=0,2\text{m}$  της πλευράς ΔΑ, ενώ η ταχύτητα του πλαισίου έχει μειωθεί στην τιμή  $v_1=1\text{m/s}$ . Για τη στιγμή αυτή να υπολογιστούν:



- α) Η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο, καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της.
- β) Η δύναμη που δέχεται το πλαίσιο από το μαγνητικό πεδίο και η ισχύς της.
- γ) Ο ρυθμός με τον οποίο η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική στον αντιστάτη του πλαισίου.
- iv) Πόση θερμότητα αναπτύχθηκε στο πλαίσιο μέχρι τη στιγμή  $t_1$ ;

### Απάντηση:

i) Έστω ότι το πλαίσιο έχει μπει κατά  $x$  στο πεδίο, όπως στο διπλανό σχήμα, έχοντας ταχύτητα  $v$ . Η ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται τη στιγμή αυτή στο πλαίσιο έχει τιμή:



$$E = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(Bax)}{dt} = -Ba \frac{dx}{dt} = -Bav \rightarrow$$

$$E = -2 \cdot 0,5 \cdot v = -v \text{ (μονάδες στο S.I.)}$$

Η πολικότητα της ΗΕΔ αυτής, είναι όπως στο σχήμα, αφού τότε το ρεύμα έχει φορά από το Β στο Α, με αποτέλεσμα η πλευρά ΑΒ να δέχεται από το πεδίο δύναμη Laplace, αντίθετης φοράς από την ταχύτητα, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz.

ii) Μόλις μπει η πλευρά ΑΒ του πλαισίου στο πεδίο, θα εμφανιστεί ΗΕΔ, σύμφωνα με το προηγούμενο ερώτημα, με τιμή:

$$E_0 = -v_0 = -2\text{V}$$

Οπότε το πλαίσιο αποτελεί ένα κλειστό κύκλωμα, το οποίο θα αρχίσει να διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

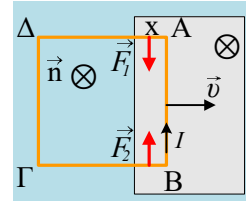
$$I_o = \frac{E_o}{R} = \frac{-2V}{1\Omega} = -2A$$

Αλλά τότε, η ασκούμενη δύναμη Laplace στην πλευρά AB, με κατεύθυνση όπως στο σχήμα, έχει **μέτρο:**

$$F_{Lo} = B \cdot I_o \cdot \ell = 2 \cdot 2 \cdot 0,5N = 2N$$

Βέβαια δυνάμεις από το μαγνητικό πεδίο, δέχονται και τα τμήματα των πλευρών ΑΔ και ΒΓ που βρίσκονται μέσα στο πεδίο, με αντίθετες κατευθύνσεις, όπως στο σχήμα και το ίδιο **μέτρο:**

$$F_1 = F_2 = B \cdot I \cdot x$$



Οπότε η συνισταμένη τους είναι μηδενική.

Με βάση το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα, το πλαίσιο θα αποκτήσει επιτάχυνση με φορά προς τα αριστερά (αντίθετη της ταχύτητας) με **μέτρο:**

$$\alpha = \frac{\Sigma F_L}{m} = \frac{F_{Lo}}{m} = \frac{2N}{0,2kg} = 10m/s^2$$

Με αποτέλεσμα το πλαίσιο να επιβραδύνεται, αφού η επιτάχυνση αυτή έχει αντίθετη φορά από την ταχύτητα.

iii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί η ΗΕΔ, η ένταση του ρεύματος και η ασκούμενη από το πεδίο δύναμη Laplace. Μας έχει ήδη δοθεί στο σχήμα ότι η κάθετη στο πλαίσιο έχει την ίδια κατεύθυνση με την ένταση του πεδίου.

α) Η μαγνητική ροή που περνά από το πλαίσιο στη θέση αυτή είναι ίση:

$$\Phi = B \cdot S = B \cdot a \cdot x_1 = 2 \cdot 0,5 \cdot 0,2Wb = 0,2Wb$$

Ενώ ο ρυθμός μεταβολής της είναι ίσος:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(Bax)}{dt} = Ba \frac{dx}{dt} = Bav = 2 \cdot 0,5 \cdot 1 \frac{Wb}{s} = 1 \frac{Wb}{s}$$

β) Το πλαίσιο διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{-v}{R} = \frac{-1}{1} A = -1A$$

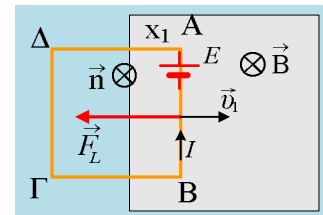
Και η δύναμη Laplace έχει **μέτρο:**

$$F_L = B \cdot I \cdot \ell = 2 \cdot 1 \cdot 0,5N = 1N$$

Με ισχύ:

$$P_{FL} = |F_L| \cdot |v| \cdot \cos\alpha = - |F_L| \cdot |v| = - 1 \cdot 1 W = -1W$$

γ) Ο ρυθμός με τον οποίο η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική στον αντιστάτη, ίση με την θερμική ισχύ, είναι, σύμφωνα με τον νόμο του Joule:



$$\frac{dQ_{\theta}}{dt} = I^2 R = 1^2 \cdot 1 \frac{J}{s} = 1 J/s$$

Τση με την ισχύ της δύναμης Laplace (το – της ισχύος απλά σημαίνει ότι μέσω του έργου της δύναμης αφαιρείται μηχανική ενέργεια από το πλαίσιο).

iv) Εφαρμόζουμε για το πλαίσιο το ΘΜΚΕ από τη στιγμή που μπαίνει στο μαγνητικό πεδίο, μέχρι τη θέση που βρίσκεται τη στιγμή  $t_1$ :

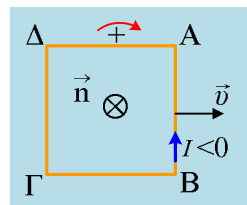
$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{FL} \rightarrow$$

$$W_{FL} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}0,2 \cdot 1^2 J - \frac{1}{2}0,2 \cdot 2^2 J = -0,3 J$$

Αλλά το έργο της δύναμης Laplace μετράει την μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε ηλεκτρική στο κύκλωμα. Στην περίπτωσή μας δηλαδή, η δύναμη Laplace μειώνει την κινητική ενέργεια κατά 0,3J την οποία μετατρέπει σε ηλεκτρική στο κύκλωμα και η οποία τελικά εμφανίζεται με τη μορφή της θερμότητας στην αντίσταση του πλαισίου.

### Σχόλιο:

Αν κάποιος αναρωτιέται γιατί κρατάμε το αρνητικό πρόσημο στο νόμο της επαγωγής, το κάνουμε αφού μέσω αυτού, μπορεί κάποιος να σχεδιάσει την ένταση του ρεύματος. Αφού η κάθετος είναι προς τα μέσα (στο επίπεδο της σελίδας), με βάση το κανόνα του δεξιού χεριού, η φορά περιμετρικής διαγραφής του πλαισίου, που θεωρείται θετική, είναι η φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού. Το αρνητικό πρόσημο της έντασης μας δείχνει ότι η φορά της είναι αντίθετη, όπως στο σχήμα.



[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)