

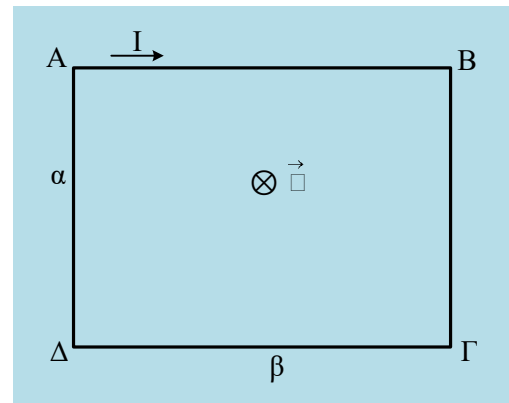
## Ένα ορθογώνιο ρευματοφόρο πλαίσιο σε μαγνητικό πεδίο

Τι συμβαίνει όταν ένα ορθογώνιο πλαίσιο με πλευρές  $\alpha$  και  $\beta$ , το οποίο διαρρέεται από ρεύμα με ένταση  $I$ , βρεθεί μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο, έντασης  $B$ ;

Ας το διερευνήσουμε, μέσω κάποιων εφαρμογών.

### Εφαρμογή 1<sup>η</sup>:

Το ορθογώνιο πλαίσιο  $AB\Gamma\Delta$  του σχήματος, αποτελείται από ένα ομογενές σύρμα που διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I$  και βρίσκεται με το επίπεδό του κάθετο προς τις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου, έντασης  $B$ .



- i) Τι συμβαίνει με τις δυνάμεις Laplace που δέχεται κάθε πλευρά του;
- ii) Ποιο το αποτέλεσμα της δράσης αυτών των δυνάμεων;

### Απάντηση:

- i) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις Laplace που ασκούνται σε κάθε πλευρά του πλαισίου. Με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων κάθε δύναμη είναι κάθετη στην αντίστοιχη πλευρά. Για τα μέτρα τους έχουμε:

$$F_1 = BI\ell = BI\beta, \quad F_2 = BI\alpha$$

$$F_3 = BI\beta \quad \text{και} \quad F_4 = BI\alpha$$

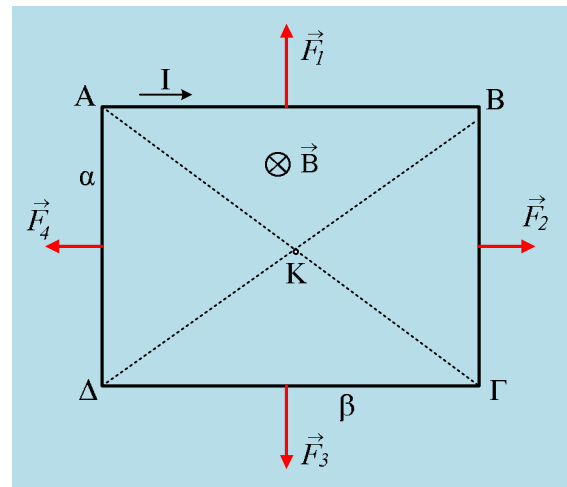
Αλλά τότε θεωρώντας άξονα  $x$  στη διεύθυνση της πλευράς  $AB$  και  $y$  στην κάθετη διεύθυνση, θα έχουμε:

$$\Sigma F_x = F_2 - F_4 = BI\alpha - BI\alpha = 0 \quad \text{και}$$

$$\Sigma F_y = F_1 - F_3 = BI\beta - BI\beta = 0$$

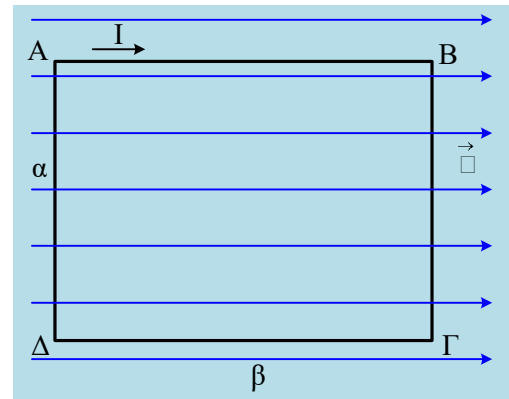
Όλες αυτές οι δυνάμεις περνούν και από το κέντρο του πλαισίου  $K$ , το οποίο είναι και το κέντρο μάζας του, οπότε δεν εμφανίζουν ροπή ως προς το  $K$ .

- ii) Με βάση αυτά η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο ορθογώνιο είναι μηδενική και με μηδενική ροπή, οπότε το πλαίσιο ισορροπεί.



**Εφαρμογή 2<sup>η</sup>:**

Το ορθογώνιο πλαίσιο ΑΒΓΔ του σχήματος, αποτελείται από ένα ομογενές και ισοπαχές σύρμα που διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I$  και βρίσκεται με το επίπεδό του παράλληλο προς τις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου, έντασης  $B$ .

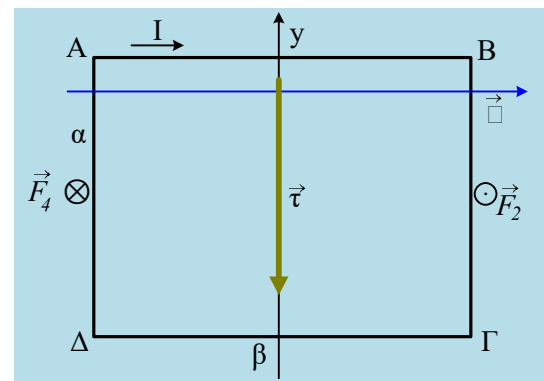


- i) Τι συμβαίνει με τις δυνάμεις Laplace που δέχεται κάθε πλευρά του;
- ii) Ποιο το αποτέλεσμα της δράσης αυτών των δυνάμεων;

**Απάντηση:**

- i) Οι πλευρές ΑΒ και ΓΔ του ορθογωνίου, δεν δέχονται δυνάμεις Laplace, αφού έχουν την διεύθυνση των δυναμικών γραμμών. Αντίθετα οι δυο άλλες πλευρές, δέχονται δυνάμεις κάθετες στις πλευρές, όπως στο σχήμα, με μέτρα:

$$F_2 = F_4 = BI \cdot \ell = BI\alpha$$



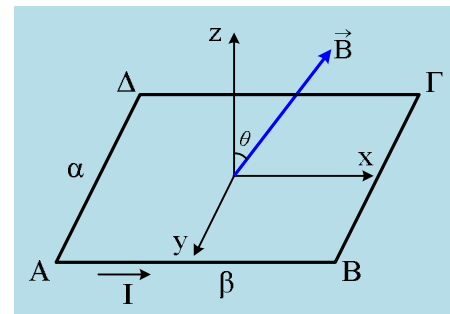
- ii) Οι δυο παραπάνω δυνάμεις αποτελούν ένα ζεύγος δυνάμεων το οποίο εμφανίζει μια ροπή, όπως στο σχήμα, η οποία τείνει να περιστρέψει το πλαίσιο γύρω από τον άξονα  $y$  ο οποίος περνά από το κέντρο του ορθογωνίου, δεξιόστροφα. Η ροπή αυτή έχει μέτρο:

$$\tau = F_2 \cdot d = (BI\alpha) \cdot \beta = B \cdot (\alpha\beta) \cdot I = B \cdot S \cdot I$$

όπου  $S$  το εμβαδόν του ορθογωνίου.

**Εφαρμογή 3<sup>η</sup>:**

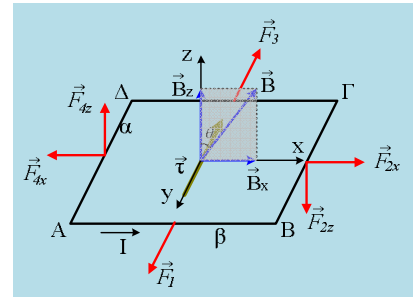
Το παραπάνω πλαίσιο, τοποθετείται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, η ένταση του οποίου σχηματίζει γωνία  $\theta$  με την κάθετη στο πλαίσιο, όπως στο διπλανό σχήμα (εδώ στο χώρο, ας φανταστούμε οριζόντιο το επίπεδο του ορθογωνίου και πλάγια την ένταση του πεδίου).



- i) Τι συμβαίνει με τις δυνάμεις Laplace που δέχεται κάθε πλευρά του;
- ii) Ποιο το αποτέλεσμα της δράσης αυτών των δυνάμεων;

**Απάντηση:**

i) Αναλύουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου, σε δυο συνιστώσες, μια  $\vec{B}_z$  κατακόρυφη παράλληλη στον άξονα z και μια οριζόντια  $\vec{B}_x$  στον άξονα x. Εξαιτίας της συνιστώσας  $\vec{B}_z$  στις πλευρές ασκούνται οι δυνάμεις  $\vec{F}_1, \vec{F}_{2x}, \vec{F}_3$  και  $\vec{F}_{4x}$ , όλες οριζόντιες και με βάση την 1<sup>η</sup> εφαρμογή η συνισταμένη τους είναι μηδενική, χωρίς να προκαλούν κάποιο αποτέλεσμα.



Εξαιτίας τώρα της οριζόντιας συνιστώσας  $\vec{B}_x$  η οποία βρίσκεται στο επίπεδο του πλαισίου, ασκούνται επιπλέον στην πλευρά ΒΓ η συνιστώσα  $\vec{F}_{2z}$  κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω και στην πλευρά ΔΑ η συνιστώσα  $\vec{F}_{4z}$ , επίσης κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω. Για τα μέτρα τους έχουμε:

$$F_{2z} = F_{4z} = B_x \cdot I \cdot \ell = B \cdot \eta \mu \theta \cdot I \cdot \alpha$$

ii) Οι δυο παραπάνω συνιστώσες αποτελούν και αυτές ζεύγος δυνάμεων έχοντας ροπή (ως προς οποιοδήποτε σημείο) στη διεύθυνση y, όπως στο σχήμα, με μέτρο:

$$\tau = F_{2z} \cdot d = B \eta \mu \theta \cdot I \cdot \alpha \cdot \beta = B \cdot (\alpha \beta) \cdot I \cdot \eta \mu \theta = B \cdot S \cdot I \cdot \eta \mu \theta$$

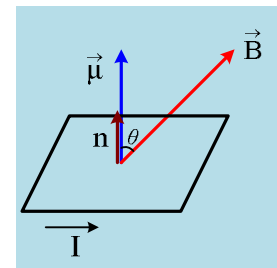
Άρα και πάλι το πλαίσιο θα περιστραφεί εξαιτίας του παραπάνω ζεύγους δεξιόστροφα, γύρω από τον οριζόντιο άξονα y.

**Σχόλιο για Καθηγητές:**

Στις παραπάνω σχέσεις, το γινόμενο  $S \cdot I$  ορίζει το φυσικό μέγεθος που ονομάζουμε μαγνητική ροπή του πλαισίου, όπου έχει την κατεύθυνση της κάθετης στο πλαίσιο και φοράς που καθορίζεται από τον δεξιόστροφο κοχλία, ενώ έχει μέτρο:

$$\mu = S \cdot I$$

Όπου S το εμβαδόν του πλαισίου.

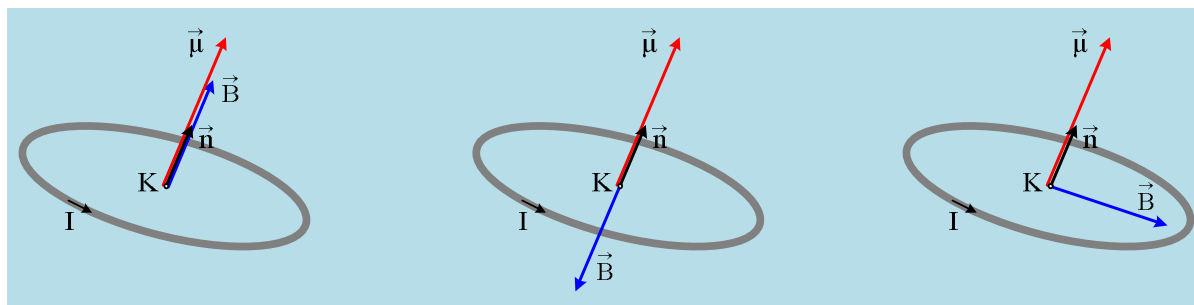


Στο σχήμα φαίνεται το διάνυσμα της μαγνητικής ροπής, για το οριζόντιο πλαίσιο, κατακόρυφο, ενώ το εξωτερικό γινόμενο της μαγνητικής ροπής και της έντασης του μαγνητικού πεδίου, μας δίνει την εμφανιζόμενη ροπή:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

Έτσι στην πρώτη εφαρμογή η ένταση έχει την κατεύθυνση της μαγνητικής ροπής, με αποτέλεσμα το εξωτερικό γινόμενο να μηδενίζεται, στο δεύτερο η γωνία είναι 90°, με αποτέλεσμα να έχουμε τη μέγιστη ροπή με μέτρο  $\tau = \mu B$ .

Αλλά ας δούμε και τρία σχήματα με κυκλικό πλαίσιο σε μαγνητικό πεδίο:



Ευσταθής ισορροπία

( $\theta=0^\circ$  και  $\tau=0$ )

Ασταθής ισορροπία

( $\theta=180^\circ$  και  $\tau=0$ )

Μέγιστη ροπή

( $\theta=90^\circ$  και  $\tau=\mu B$ )

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)