Διονύσης Μάργαρης

Φυσική

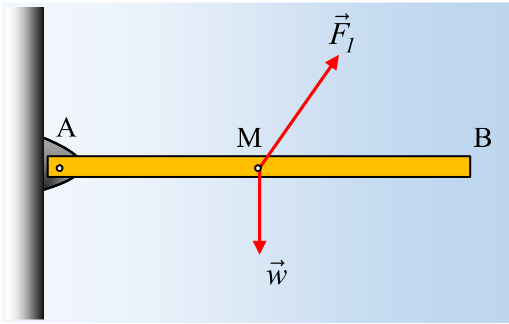
Γ΄ Λυκείου

Μηχανική Στερεού

Ασκήσεις 2019-20

1) Ισορροπία με την επίδραση ζεύγους

Η ομογενής ράβδος ΑΒ βάρους w και μήκους l, είναι αρθρωμένη σε τοίχο στο άκρο της Α και ισορροπεί σε οριζόντια θέση με την επίδραση ενός ζεύγους δυνάμεων F_1- F_2, όπου η δύναμη F_1 ασκείται στο μέσον Μ της ράβδου και έχει μέτρο F_1=2w.



i) Χωρίς να προχωρήσετε σε υπολογισμούς, μπορείτε να σχεδιάστε πάνω στο σχήμα την δύναμη F_2, δίνοντας και μια σύντομη δικαιολόγηση;

ii) Για τον μοχλοβραχίονα d του ζεύγους, ισχύει:

$$\alpha)\ d=\frac{l}{4},\qquad \beta)\ d=\frac{l}{3},\qquad \gamma)\ d=\frac{l}{2}.$$

iii) Για την δύναμη F, την οποία ασκεί η άρθρωση στη ράβδο ισχύει:

α) Είναι πλάγια μέτρου F=2w.

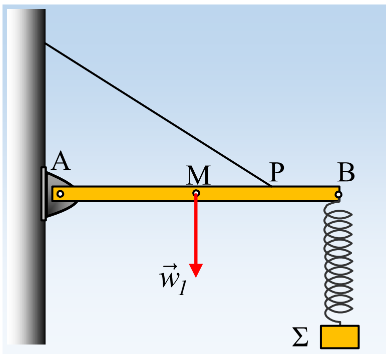
β) Είναι κατακόρυφη μέτρου F=3w.

γ) Είναι παράλληλη της F_1 και έχει μέτρο F=w.

δ) Είναι κατακόρυφη μέτρου F=w.

2) Η αλγεβρική τιμή και το μέτρο της δύναμης

Η ομογενής δοκός ΑΒ μάζας Μ, μπορεί να στρέφεται γύρω από άρθρωση στο άκρο της Α και ισορροπεί οριζόντια, όταν στο άκρο της Β κρέμεται μέσω ελατηρίου ένα σώμα Σ, μάζας m, ενώ συγκρατείται μέσω νήματος, το οποίο έχουμε δέσει στο σημείο Ρ, όπως στο σχήμα. Κάποια στιγμή θέτουμε το Σ σε κατακόρυφη ταλάντωση με πλάτος Α=2mg/k.



i) Θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική, η αλγεβρική τιμή της δύναμης του ελατηρίου η οποία ασκείται στο σώμα Σ, σε συνάρτηση της απομάκρυνσης y, δίνεται από την σχέση:

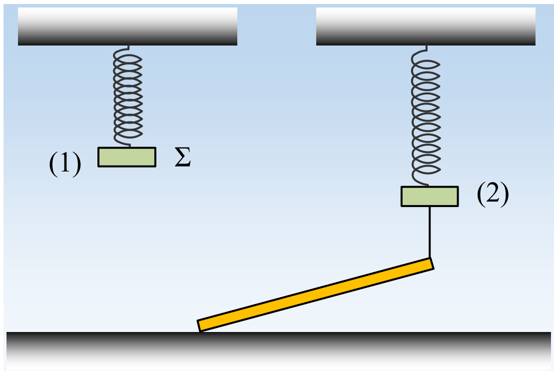
α) $F_{ελ}$=-mg+ky, β) $F_{ελ}$=mg-ky, γ) $F_{ελ}$=-mg-ky

ii) Αν κατά την παραπάνω ταλάντωση οριακά εξασφαλίζεται η ισορροπία της ράβδου, χωρίς να λυγίζει το νήμα, τότε για τις μάζες M και m ισχύει:

α) M=m, β) M=2m, γ) M=3m, δ) M=4m.

3) Δυο ισορροπίες, η μία με ράβδο

Ένα σώμα Σ μάζας m ηρεμεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, στη θέση (1) του σχήματος. Δένουμε μέσω νήματος, το σώμα Σ στο άκρο ομογενούς ράβδου μάζας M=2m, το άλλο άκρο της οποίας στηρίζεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και αφήνουμε το σύστημα να ταλαντωθεί. Εξαιτίας αποσβέσεων, μετά από λίγο το σώμα Σ ηρεμεί ξανά στη θέση (2).



i) Στη θέση (2) το ελατήριο είναι κατακόρυφο ή όχι; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

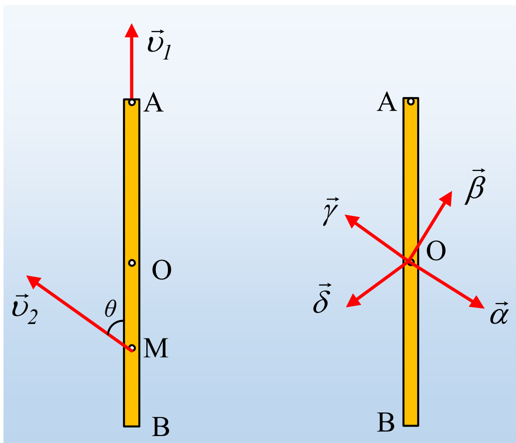
ii) Αν U_1 η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη θέση (1) και U_2 η αντίστοιχη στη θέση (2), ισχύει:

α) $U_2=2U_1$, β) $U_2=3U_1$, γ) $U_2=4U_1$, δ) $U_2=5U_1$.

iii) Να αποδείξτε ότι η απώλεια της μηχανικής ενέργειας, εξαιτίας των αποσβέσεων, είναι ίση με την αρχική δυναμική ενέργεια του ελατηρίου U_1.

4) Η κίνηση μιας ράβδου

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται ελεύθερα μια λεπτή ομογενής οριζόντια ράβδος ΑΒ και στο σχήμα δίνονται οι ταχύτητες του άκρου Α και του σημείου Μ, όπου (ΟΜ)=(ΜΒ) κάποια στιγμή t_1. Η ταχύτητα του Α έχει την διεύθυνση της ράβδου και μέτρο $υ_1$, ενώ η ταχύτητα $υ_2$ του Μ σχηματίζει γωνία θ με τη ράβδο. Το σχήμα μας δείχνει τη ράβδο σε κάτοψη.



i) Συμφωνείτε ή διαφωνείτε με τις παρακάτω δύο προτάσεις;

α) Η κίνηση της ράβδου είναι μεταφορική.

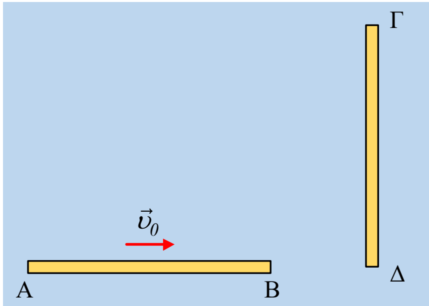
β) Το μέσον Ο της ράβδου παραμένει ακίνητο.

ii) Ποιο από τα διανύσματα $\vec{α}, \vec{β}, \vec{γ}$ *και* $\vec{δ}$ του δεξιού σχήματος μπορεί να παριστάνει την ταχύτητα του μέσου Ο της ράβδου;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

5) Ανελαστική ή πλαστική κρούση δύο ράβδων

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δύο όμοιες οριζόντιες ομογενείς ράβδοι μήκους l=4m και μάζας m=3kg η καθεμιά. Σε μια στιγμή εκτοξεύουμε την ράβδο ΑΒ με αρχική ταχύτητα $υ_0$=4m/s κάθετη προς την ράβδο ΓΔ, όπως στο σχήμα, οπότε τη στιγμή της κρούσης οι ράβδοι είναι κάθετες, ενώ συγκρούονται τα άκρα τους Β και Δ.



i) Αν η ταχύτητα της πρώτης ράβδου ΑΒ μετά την κρούση έχει μέτρο υ_1=2,5m/s, με φορά προς τα δεξιά, η κρούση μεταξύ των δύο ράβδων είναι:

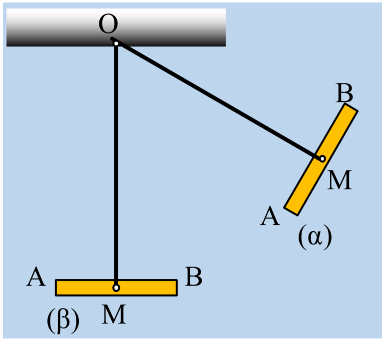
α) Ελαστική, β) Ανελαστική, γ) Πλαστική.

ii) Ποια θα ήταν η αντίστοιχη απάντησή σας αν η ταχύτητα της πρώτης ράβδου μετά την κρούση είχε μέτρο υ_{11}=3,2m/s.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I_{cm} = \frac{1}{12}ml^2$.

6) Όταν δεν έχουμε «μια στιγμούλα», αλλά δύο!

Μια ομογενής ράβδος ΑΒ συγκρατείται στη θέση (α), δεμένη στο μέσον της Μ με αβαρές νήμα ΜΟ (1ο ενδεχόμενο) ή καρφωμένη (πακτωμένη) σταθερά με αβαρή ράβδο ΜΟ, η οποία μπορεί να στρέφεται γύρω από το άκρο της Ο (2ο ενδεχόμενο). Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερη τη ράβδο και μετά από λίγο περνά από τη θέση (β), όπου γίνεται οριζόντια.



Να χαρακτηρισθούν ως σωστές ή λανθασμένες οι παρακάτω προτάσεις, δίνοντας τις κατάλληλες δικαιολογήσεις:

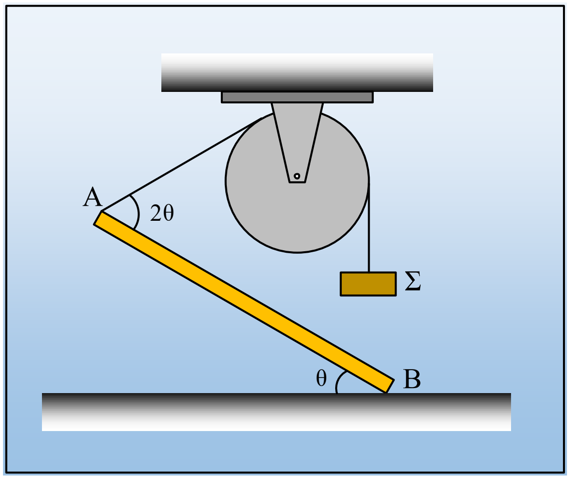
i) Η κίνηση της ράβδου δεν μπορεί να χαρακτηρισθεί ως μεταφορική.

ii) Αν η ράβδος είναι δεμένη με αβαρές νήμα (1η περίπτωση), τότε υπεύθυνη για την περιστροφή της ράβδου γύρω από το Ο, είναι η ροπή του βάρους ως προς το σημείο πρόσδεσης Ο.

iii) Η ράβδος του σχήματος έχει προσδεθεί στο άκρο αβαρούς ράβδου ΟΜ (2η περίπτωση) και όχι αβαρούς νήματος.

7) Ένα σύστημα σε ισορροπία.

Το σύστημα του σχήματος ισορροπεί, με την ομογενή ράβδο ΑΒ, μάζας Μ=2kg, να σχηματίζει γωνία θ, όπου ημθ=0,6, με το οριζόντιο επίπεδο. Με ένα αβαρές νήμα, το οποίο έχουμε περάσει από τροχαλία, ακτίνας R=0,3m και μάζας επίσης Μ, έχουμε συνδέσει το άκρο Α της ράβδου με υλικό σημείο Α μάζας m=0,4kg, ενώ η γωνία που σχηματίζει το νήμα με την ράβδο είναι ίση με 2θ. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που περνά από το κέντρο της, με τον οποίο εμφανίζει τριβές.



i) Να μελετηθεί η ισορροπία της ράβδου, υπολογίζοντας την τριβή που δέχεται από το οριζόντιο επίπεδο, καθώς και την δύναμη F που δέχεται από το νήμα, στο άκρο της Α.

ii) Να υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται η τροχαλία από τον άξονά της.

iii) Πόση είναι η ροπή των τριβών που ασκούνται στην τροχαλία από τον άξονα περιστροφής της και της εξασφαλίζουν την μη περιστροφή της;

Δίνεται $g=10m/s^2$.

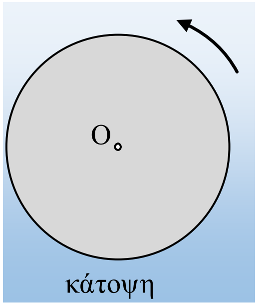
8) Ο σκουριασμένος άξονας…

Συμπέρασμα:

Η άσκηση μιας δύναμης σε ένα τυχαίο σημείο Α ενός στερεού, ισοδυναμεί με μια ίση δύναμη στο κέντρο μάζας και μια ροπή ζεύγους (F-F_2).

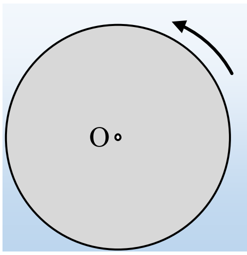
Εφαρμογή 1η:

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στρέφεται ένας ομογενής δίσκος γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα z, ο οποίος περνά από το κέντρο του Ο, χωρίς τριβές, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω. Να βρεθεί η δύναμη που ο άξονας ασκεί στο δίσκο.



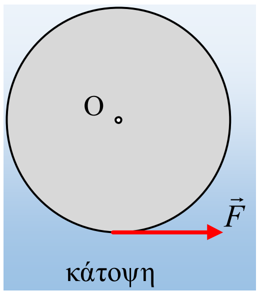
Εφαρμογή 2η:

Ένας ομογενής δίσκος στρέφεται γύρω από σταθερό **οριζόντιο** άξονα x, ο οποίος περνά από το κέντρο του Ο, χωρίς τριβές, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω. Να βρεθεί η δύναμη που ο άξονας ασκεί στο δίσκο. Τι αλλάζει αν ο δίσκος παραμένει ακίνητος;



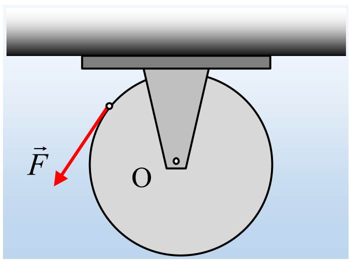
Εφαρμογή 3η:

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στρέφεται ένας ομογενής δίσκος γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα z, ο οποίος περνά από το κέντρο του Ο, χωρίς τριβές, με την επίδραση μιας σταθερού μέτρου δύναμης F, εφαπτομενικής στον δίσκο. Να βρεθεί η δύναμη που ο άξονας ασκεί στο δίσκο.

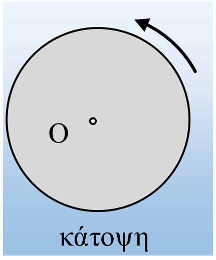


Εφαρμογή 4η:

Ένας ομογενής δίσκος στρέφεται, γύρω από σταθερό **οριζόντιο** άξονα x, ο οποίος περνά από το κέντρο του Ο, χωρίς τριβές, με την επίδραση δύναμης F, μέσω νήματος, όπως στο σχήμα. Να βρεθεί η δύναμη που ο άξονας ασκεί στο δίσκο.

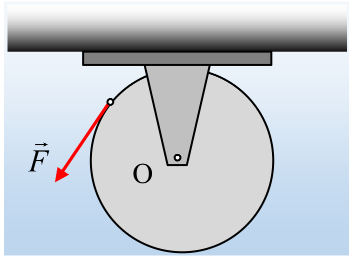


Εφαρμογή 5η:



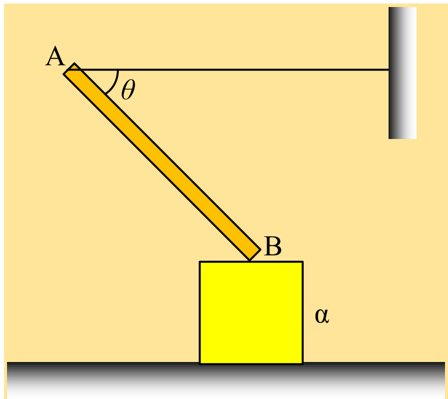
Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στρέφεται ένας ομογενής δίσκος, με αρχική γωνιακή ταχύτητα ω_0, γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα z, ο οποίος περνά από το κέντρο του Ο, με τον οποίο εμφανίζει τριβές. Ο δίσκος επιβραδύνεται λόγω των τριβών και μετά από λίγο σταματά. Να βρεθεί ποια η επίδραση του άξονα στον δίσκο.

Εφαρμογή 6η:



Ένας ομογενής δίσκος μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό **οριζόντιο** άξονα x, ο οποίος περνά από το κέντρο του Ο, με τον οποίο εμφανίζει τριβές. Ασκούμε μέσω νήματος στο δίσκο μια δύναμη F, όπως στο σχήμα και ο δίσκος παραμένει ακίνητος. Να βρεθεί ποια η επίδραση του άξονα στον δίσκο.

9) Και μία και δύο ισορροπίες.



Η ομογενής δοκός ΑΒ βάρους 500Ν, ισορροπεί όπως στο σχήμα, δεμένη στο άκρο της Α με οριζόντιο νήμα, με το οποίο σχηματίζει γωνία θ, όπου ημθ=0,8, ενώ το άκρο της Β στηρίζεται σε κύβο πλευράς α=0,4m, στο κέντρο της πάνω βάσης του.

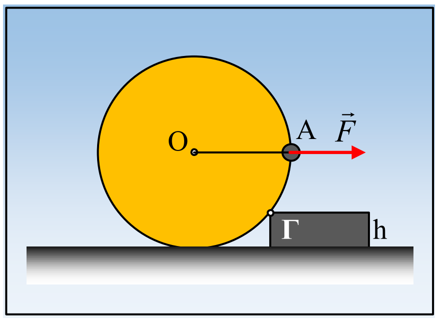
i) Να υπολογιστεί η τάση του νήματος.

ii) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής τριβής μεταξύ δοκού και κύβου για να εξασφαλίζεται η παραπάνω ισορροπία;

iii) Να υπολογιστεί η ροπή της κάθετης αντίδρασης του επιπέδου, η οποία ασκείται στον κύβο, ως προς το κέντρο Ο του κύβου.

10) Σκαλοπάτι – σκαλοπάτι…

Ένας ομογενής κύλινδρος μάζας Μ=10kg και ακτίνας R, ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, σε επαφή με σκαλοπάτι ύψους h=0,4R, όταν στο άκρο Α μιας οριζόντιας ακτίνας ΟΑ έχει προσκολληθεί σημειακή μάζα m=1kg, στην οποία ασκούμε οριζόντια δύναμη μέτρου F=40N, όπως στο σχήμα. Δίνονται οι συντελεστές τριβής μεταξύ κυλίνδρου και σκαλοπατιού $\mu=\mu_s=0,8$ και $g=10m/s^2$.



i) Να υπολογιστεί η τριβή που ασκείται στον κύλινδρο στο σημείο επαφής του με το σκαλοπάτι.

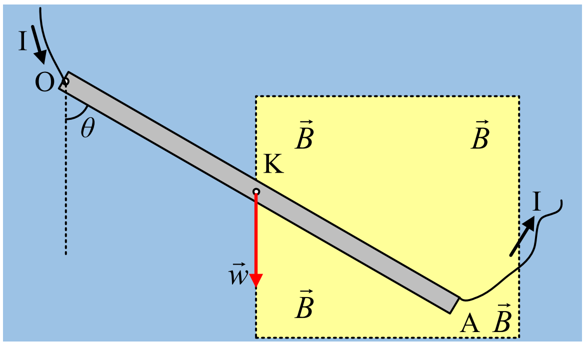
ii) Να βρεθεί η κάθετη αντίδραση Ν από το σκαλοπάτι και να επιβεβαιωθεί ότι μπορεί να ασκηθεί η παραπάνω απαιτούμενη στατική τριβή.

iii) Πόση δύναμη δέχεται ο κύλινδρος από το οριζόντιο επίπεδο;

iv) Αρχίζουμε να μειώνουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F. Ποια η ελάχιστη τιμή της δύναμης, η οποία είναι απαραίτητη για την εξασφάλιση της ισορροπίας του κυλίνδρου;

11) Μια αγώγιμη ράβδος σε μαγνητικό πεδίο

Μια λεπτή ομογενής μεταλλική ράβδος ΟΑ, μήκους ℓ=1m και μάζας m=0,3kg, μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της Ο. Η ράβδος τροφοδοτείται από ρεύμα έντασης Ι και ισορροπεί όπως στο σχήμα, σχηματίζοντας γωνία θ με την κατακόρυφη, όπου ημθ=0,8 και συνθ=0,6, χωρίς οι αγωγοί σύνδεσης να επηρεάζουν την ισορροπία της. Στο χώρο υπάρχει ένα οριζόντιο μαγνητικό πεδίο έντασης Β=2Τ (περιοχή κίτρινου χρώματος), εντός του οποίου βρίσκεται η μισή ράβδος.



i) Να σημειώσετε στο σχήμα την κατεύθυνση του διανύσματος της έντασης του μαγνητικού πεδίου, δικαιολογώντας την κατεύθυνσή της.

ii) Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την ράβδο.

iii) Σε μια στιγμή μεταβάλλουμε την ένταση του ρεύματος στην τιμή I_1=2Α, με την ίδια φορά. Να υπολογιστούν αμέσως μετά:

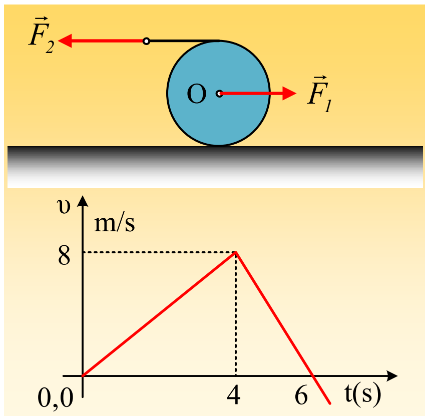
α) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας Κ της ράβδου.

β) Η δύναμη που ο άξονας ασκεί στη ράβδο.

Δίνονται g=10m/s^2, ενώ η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της στο άκρο Ο, I_o= 1/3 mR^2.

12) Κύλιση και με μία και με δύο δυνάμεις…

Ο ομογενής κύλινδρος του σχήματος μάζας m=1kg και ακτίνας R, ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστές τριβής μ_s= μ=0,5. Ασκούμε στο κέντρο του Ο μια σταθερή οριζόντια δύναμη F_1, με αποτέλεσμα να αρχίσει να κινείται και τη στιγμή t_1=4s, μέσω ενός νήματος που έχουμε τυλίξει γύρω του, μια δεύτερη σταθερή οριζόντια δύναμη F_2 αντίθετης κατεύθυνσης, όπως στο σχήμα. Στο διάγραμμα δίνεται η ταχύτητα του κέντρου μάζας Ο του κυλίνδρου σε συνάρτηση με το χρόνο, ενώ σε όλη τη διάρκεια της κίνησης έχουμε μόνο κύλιση (χωρίς ολίσθηση).



i) Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης F_1, καθώς και το μέτρο της τριβής που ασκείται στον κύλινδρο μέχρι τη στιγμή t_1.

ii) Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης F_2 και το αντίστοιχο μέτρο της ασκούμενης τριβής τη χρονική στιγμή t_2=5s.

iii) Αν τη στιγμή t_1 που ασκείται στον κύλινδρο η δύναμη F_2, με τιμή αυτή που υπολογίστηκε παραπάνω, σταματούσε η δράση της δύναμης F_1, να εξετάσετε:

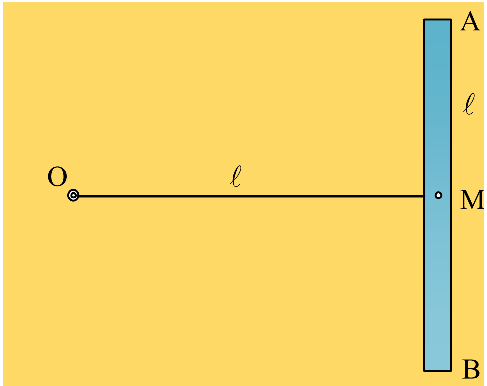
α) Αν μπορεί να συνεχίσει η κύλιση του κυλίνδρου.

β) Ποια χρονική στιγμή θα μηδενιζόταν στιγμιαία η ταχύτητα του κέντρου Ο;

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του I_{cm}= ½ mR^2 και $g=10m/s^2$.

13) Αβαρές νήμα και αβαρής ράβδος

ή Μεταφορική και Στροφική κίνηση



Μια ομογενής λεπτή ράβδος ΑΒ μήκους $\ell = 2m$ συγκρατείται σε κατακόρυφη θέση, δεμένη στο άκρο οριζόντιου νήματος, μήκους επίσης ℓ, στο μέσον της Μ. Το άλλο άκρο του νήματος στερεώνεται σε σταθερό σημείο Ο.

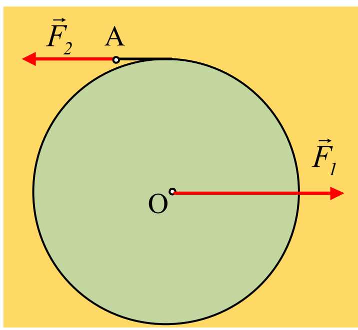
i) Αφήνουμε τη ράβδο να κινηθεί. Να βρεθούν οι επιταχύνσεις του μέσου της Μ και του άκρου Β της ράβδου, αμέσως μόλις αφεθεί ελεύθερη να κινηθεί.

ii) Ποια θα είναι η αντίστοιχη απάντηση στο παραπάνω ερώτημα, αν αντικαταστήσουμε το αβαρές νήμα, με αβαρή ράβδο ΟΜ;

Δίνεται $g=10m/s^2$, καθώς και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα ο οποίος περνά από το μέσον της $I_{cm} = \frac{1}{12} m\ell^2$.

14) Τα έργα των δυνάμεων και η κινητική ενέργεια

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας ομογενής οριζόντιος δίσκος μάζας 20kg και ακτίνας 0,5m. Τυλίγουμε γύρω του ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα, στο άκρο Α του οποίου τη στιγμή t=0 ασκούμε, μια οριζόντια δύναμη μέτρου F_2=10Ν, ενώ ταυτόχρονα στο κέντρο του Ο ασκούμε μια αντιπαράλληλη δύναμη μέτρου F_1=16Ν, όπως στο σχήμα (σε κάτοψη). Διατυπώνονται δύο προτάσεις:



Α) Το έργο της δύναμης F_1 μετράει την ενέργεια που μεταφέρεται στο δίσκο και εμφανίζεται με τη μορφή της «μεταφορικής» κινητικής ενέργειας.

Β) Το έργο της δύναμης F_2 μπορεί να υπολογιστεί και ως έργο της ροπής F_2.

Για τον έλεγχο της ορθότητας των παραπάνω προτάσεων, ας δούμε τα παρακάτω ερωτήματα:

Για την κίνηση από τη στιγμή t=0 μέχρι τη στιγμή t_1=10s, να υπολογιστούν:

i) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας Ο του δίσκου, καθώς και η γωνιακή του επιτάχυνση.

ii) Το έργο της δύναμης F_1 και η αντίστοιχη κινητική ενέργεια, τη στιγμή t_1, η οποία συνδέεται με την μεταφορική κίνηση του δίσκου.

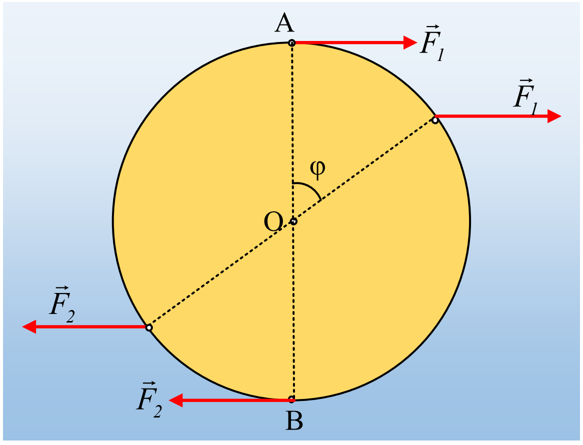
iii) Το έργο της δύναμης F_2 και το αντίστοιχο έργο της ροπής της δύναμης.

iv) Η κινητική ενέργεια του δίσκου τη στιγμή t_1.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς κάθετο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο του O, $I= ½ mR^2$.

15) Ένα ζεύγος περιστρέφει έναν δίσκο

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ελεύθερος ένας ομογενής δίσκος μάζας M=20kg και ακτίνας R=2m. Σε μια στιγμή t=0, ασκούμε στα άκρα A και B μιας διαμέτρου του, δύο σταθερές αντίθετες δυνάμεις με μέτρα $F_1=F_2=14N$, όπως στο σχήμα (σε κάτοψη).



i) Να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση του κέντρου O και η αντίστοιχη γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου.

Μετά από λίγο τη στιγμή t_1 ο δίσκος έχει στραφεί κατά γωνία φ (ημφ=0,8 και συνθ=0,6), έχοντας γωνιακή ταχύτητα $ω_1$=1,5rad/s. Για τη στιγμή αυτή:

ii) Να βρεθεί η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του δίσκου, ως προς κατακόρυφο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο του O.

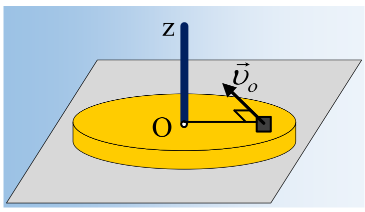
iii) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του δίσκου και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής του ενέργειας.

iv) Μπορείτε να υπολογίστε την στιγμιαία ισχύ της δύναμης F_1 στη στιγμή t_1, χωρίς αναφορά σε ροπή δύναμης ή ροπή ζεύγους δυνάμεων;

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του $I= ½ MR^2$.

16) Όταν μαζεύεται το νήμα

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας ομογενής δίσκος, μάζας m=2kg και ακτίνας R=1m, ο οποίος μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο σωλήνα- άξονα z, μικρής ακτίνας, χωρίς τριβές. Στο σωλήνα έχει δεθεί το ένα άκρο αβαρούς νήματος, μήκους ℓ=0,5m, στο άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί σώμα Σ, ίσης μάζας m, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο αμελητέων διαστάσεων. Με τεντωμένο το νήμα, κτυπάμε το σώμα προσδίδοντάς του αρχική ταχύτητα μέτρου $υ_0$=2,8m/s, κάθετη στο νήμα, όπως στο σχήμα. Μεταξύ σώματος Σ και δίσκου αναπτύσσεται τριβή, ενώ κατά την περιστροφή του σώματος, το νήμα τυλίγεται στο σωλήνα. Μόλις σταματήσει η ολίσθηση του Σ πάνω στο δίσκο, το σύστημα έχει γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω=2rad/s. Ζητούνται:



i) Η αρχική στροφορμή του σώματος Σ, ως προς τον άξονα z καθώς και η τελική ολική στροφορμή του συστήματος, ως προς τον ίδιο άξονα.

ii) Το μήκος του νήματος που τυλίχθηκε γύρω από τον σωλήνα.

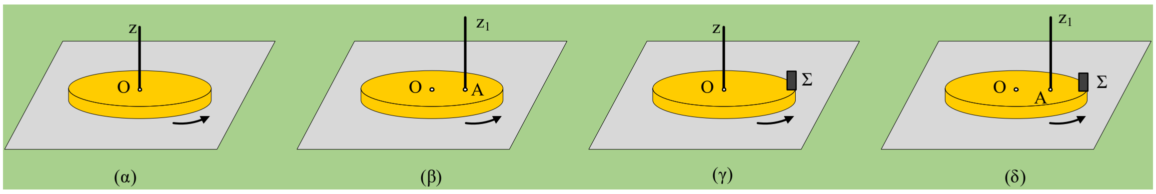
iii) Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας λόγω τριβής.

iv) Κάποια στιγμή t_1 η στροφορμή του Σ, ως προς τον άξονα z, μειώνεται με ρυθμό $0{,}8 kgm^2/s^2$. Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του δίσκου, ως προς τον άξονα z, την ίδια στιγμή.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του $I= ½\, mR^2$, ενώ η ροπή της τάσης του νήματος, ως προς τον άξονα περιστροφής θεωρείται αμελητέα.

17) Ο ρόλος του άξονα περιστροφής

Σε επαφή με λείο οριζόντιο επίπεδο στρέφεται ένας ομογενής δίσκος, μάζας m με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω, γύρω από σταθερό (υπαρκτό) κατακόρυφο άξονα, χωρίς τριβές. Η στροφορμή του δίσκου στο (α) σχήμα γύρω από τον άξονα z, ο οποίος περνά από το κέντρο του, έχει μέτρο L_o.



i) Αν στο (β) σχήμα ο δίσκος στρέφεται γύρω από τον άξονα z_1 ο οποίος περνά από το σημείου Α, όπου (ΟΑ) = ½ R, με την ίδια γωνιακή ταχύτητα, τότε:

α) Για το μέτρο της στροφορμής του δίσκου $L_β$, γύρω από τον άξονα z_1 ισχύει:

a) $L_β=L_o$, b) $L_β=1{,}5L_o$, c) $L_β=2L_o$ d) $L_β=2{,}5L_o$.

β) Για την δύναμη που κάθε άξονας ασκεί στο δίσκο, ισχύει:

a) $F_α=F_β=0$, b) $F_α=F_β \neq 0$, c) $F_α= 0$ και $F_β \neq 0$, d) $F_α \neq 0$ και $F_β =0$.

ii) Στα σχήματα (γ) και (δ), στο άκρο μιας ακτίνας του δίσκου, έχει προσκολληθεί ένα σώμα Σ, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο αμελητέων διαστάσεων, μάζας επίσης m, με αποτέλεσμα να παίρνουμε ένα στερεό s με κέντρο μάζας το σημείο Α. Το στερεό s στρέφεται επίσης με γωνιακή ταχύτητα ω, γύρω από τους αντίστοιχους άξονες z και z_1.

α) Για το μέτρο της στροφορμής του στερεού $L_δ$, γύρω από τον άξονα z_1 ισχύει:

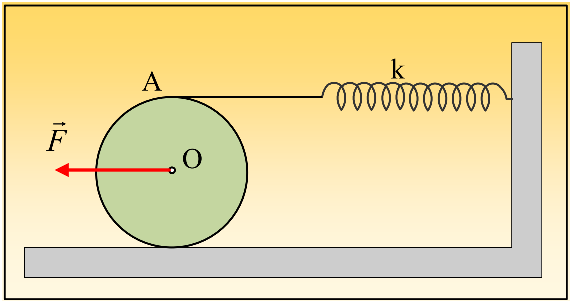
a) $L_δ=L_o$, b) $L_δ=2L_o$, c) $L_δ=3L_o$ d) $L_δ=4L_o$.

β) Αν $F_β$ το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο άξονας z_1 στο δίσκο του (β) σχήματος, τότε για τα μέτρα των αντίστοιχων δυνάμεων στα σχήματα (γ) και (δ) ισχύουν:

a) $F_γ=0$ και $F_δ=2F_β$, b) $F_γ=2F_β$, $F_δ=0$, c) $F_γ= 0$ και $F_B =0$, d) $F_γ =4F_β$ και $F_δ =2F_β$.

18) Μια ισορροπία και μια επιτάχυνση μέσω ελατηρίου

Ο ομογενής κύλινδρος του σχήματος μάζας m=4kg και ακτίνας R, ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο, ενώ γύρω του έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα στο άκρο του οποίου συνδέεται οριζόντιο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k=100N/m, με την επίδραση οριζόντιας δύναμης F=30N, η οποία ασκείται στο κέντρο μάζας του Ο.



i) Να δικαιολογήσετε γιατί ο κύλινδρος εμφανίζει τριβή με το επίπεδο.

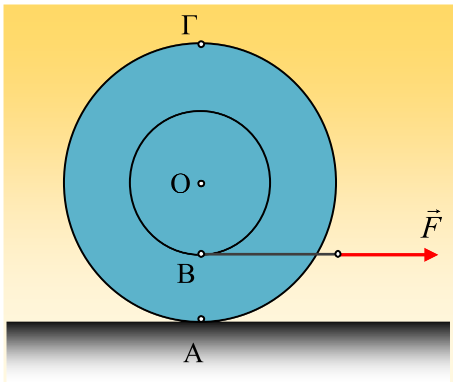
ii) Να βρείτε την επιμήκυνση του ελατηρίου, καθώς και τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου, για την παραπάνω ισορροπία.

iii) Κάποια στιγμή σταματάμε την εξάσκηση της δύναμης F. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση την οποία θα αποκτήσει το ανώτερο σημείο του κυλίνδρου Α, καθώς και η τριβή η οποία θα ασκηθεί στον κύλινδρο, αμέσως μόλις αφεθεί να κινηθεί.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου I_{cm}= ½ mR^2 και $g=10m/s^2$.

19) Δύο κινήσεις του ίδιου κυλίνδρου

Ο κύλινδρος του σχήματος έχει μάζα m=4kg και ακτίνα R και στο κεντρικό του τμήμα φέρει εγκοπή ακτίνας r=0,5R. Στην εγκοπή έχουμε τυλίξει ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα, στο άκρο του οποίου ασκούμε μια οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου F=16N. Στο σχήμα βλέπετε τρία σημεία Α, Β και Γ, όπου το Α είναι ένα σημείο επαφής του κυλίνδρου με το επίπεδο, το Β το σημείο όπου το νήμα έρχεται σε επαφή με το κύλινδρο και το Γ είναι αντιδιαμετρικό του σημείου Α.



i) Αν το επίπεδο είναι λείο:

α) Να βρεθούν οι αρχικές επιταχύνσεις των σημείων Α και Β.

β) Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των αντίστοιχων σημείων στις θέσεις των Α, Β και Γ τη χρονική στιγμή t_1=5s.

ii) Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις αν ο κύλινδρος παρουσίαζε με το επίπεδο συντελεστή τριβής μ=0,2;

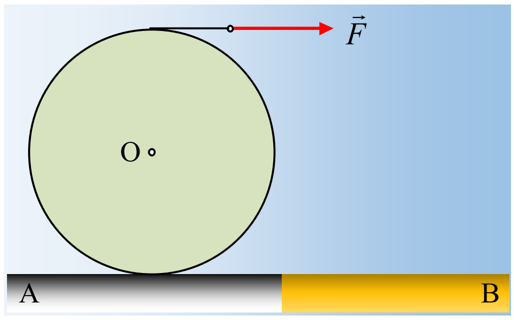
Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου γύρω από τον άξονα περιστροφής του I= ½ mR^2 και $g=10m/s^2$.

20) Όταν εμφανιστεί η τριβή…

Γύρω από ένα κύλινδρο, ο οποίος ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο Α, έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Σε μια στιγμή τραβάμε το νήμα ασκώντας στον κύλινδρο μια σταθερή οριζόντια δύναμη F, όπως στο σχήμα.

i) Η κίνηση του κυλίνδρου θα είναι μια κύλιση (χωρίς ολίσθηση) ή όχι και γιατί;

ii) Μετά από λίγο ο κύλινδρος περνά σε δεύτερο μη λείο οριζόντιο επίπεδο Β, όπως στο σχήμα, οπότε:



α) Θα δεχτεί στατική τριβή με φορά προς τα αριστερά.

β) Θα δεχτεί στατική τριβή με φορά προς τα δεξιά.

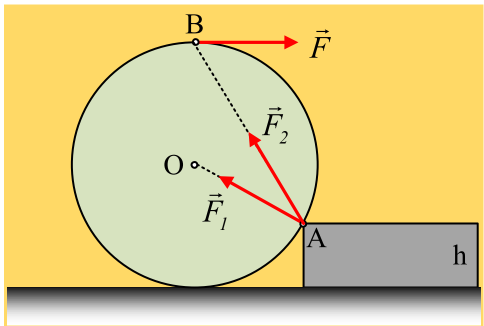
γ) Θα δεχτεί τριβή ολίσθησης με φορά προς τα αριστερά.

δ) Θα δεχτεί τριβή ολίσθησης με φορά προς τα δεξιά.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς άξονα που ενώνει τα κέντρα των δύο βάσεών του I= ½ MR^2.

21) Η δύναμη από το σκαλοπάτι και η τριβή.



Γύρω από ένα κύλινδρο έχουμε τυλίξει ένα νήμα, στο άκρο του οποίου ασκούμε μια οριζόντια δύναμη F. Ο κύλινδρος ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, σε επαφή με εμπόδιο ύψους h, όπως στο σχήμα.

i) Η δύναμη που δέχεται ο κύλινδρος από το εμπόδιο είναι:

α) η δύναμη F_1 με κατεύθυνση προς το κέντρο Ο του κυλίνδρου.

β) η δύναμη F_2 με κατεύθυνση προς το ανώτερο σημείο Β του κυλίνδρου.

γ) Καμιά από τις δύο παραπάνω περιπτώσεις.

ii) Να αποδείξετε ότι μεταξύ κυλίνδρου και σκαλοπατιού αναπτύσσεται δύναμη τριβής.

iii) Για το μέτρο της ασκούμενης τριβής ισχύει:

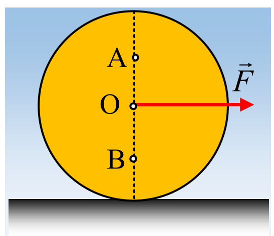
α) $T < F$, β) $T = F$, γ) $T > F$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

22) Μερικές ερωτήσεις στη δυναμική στερεού.

Στις παρακάτω ερωτήσεις ένας ομογενής δίσκος μπορεί να κινείται σε οριζόντιο **μη λείο** επίπεδο.

Ερώτηση 1η:



Ο δίσκος αρχικά ηρεμεί και κάποια στιγμή δέχεται στο κέντρο του οριζόντια δύναμη F, με αποτέλεσμα να αρχίσει να κυλίεται.

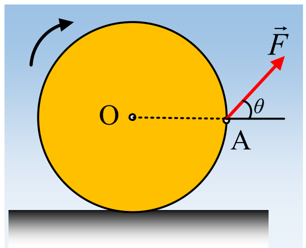
i) Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στον δίσκο είναι ή όχι οριζόντια;

ii) Ο φορέας της συνισταμένης δύναμης στον δίσκο, περνά από το σημείο:

α) το κέντρο Ο του δίσκου, β) Α, γ) το Β.

όπου τα σημεία Α και Β είναι σημεία μιας κατακόρυφης διαμέτρου, όπως στο σχήμα.

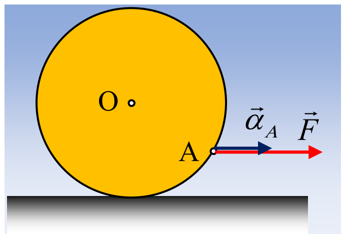
Ερώτηση 2η:



Ο δίσκος κυλίεται με σταθερή ταχύτητα κέντρου μάζας Ο, με την επίδραση δύναμης F, στο άκρο μιας οριζόντιας ακτίνας Α. Για την γωνία θ που σχηματίζει η δύναμη με την οριζόντια διεύθυνση ισχύει:

α) θ < 45°, β) θ=45°, γ) θ> 45°.

Ερώτηση 3η:

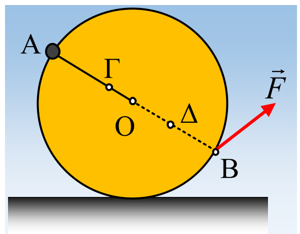


Ο παραπάνω δίσκος δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης F, στο σημείο Α, όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα το σημείο Α να αποκτά επιτάχυνση $α_Α$ της ίδιας κατεύθυνσης.

i) Η επιτάχυνση του κέντρου Ο είναι μικρότερη, ίση ή μεγαλύτερη από την επιτάχυνση του σημείου Α;

ii) Ο φορέας της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στον δίσκο περνά ή όχι από το Ο;

Ερώτηση 4η:



Σε ένα σημείο Α, στην περιφέρεια του δίσκου προσκολλάται μια σημειακή μάζα m, δημιουργώντας το στερεό s. Στο αντιδιαμετρικό σημείο του Α, σημείο Β, ασκούμε μια σταθερή δύναμη F όπως στο σχήμα. Το αποτέλεσμα είναι το στερεό μας s να εκτελεί μόνο επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση.

i) Η συνισταμένη δύναμη στο στερεό s είναι ή όχι οριζόντια;

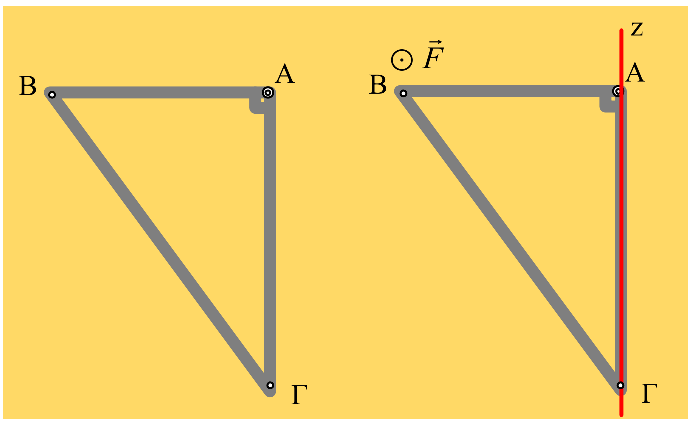
ii) Ο φορέας τη συνισταμένης περνά:

α) Από το κέντρο Ο του δίσκου.

β) Από το σημείο Γ μεταξύ Α και Ο.

γ) Από το σημείο Δ μεταξύ Ο και Β.

23) Η ροπή αδράνειας ενός τριγώνου



Στο σχήμα βλέπετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο, οι πλευρές του οποίου έχουν προκύψει από την ίδια ομογενή λεπτή ράβδο, έχοντας μήκη (ΑΒ)= 3m, (ΑΓ)= 4m και (ΒΓ)= 5m. Το τρίγωνο έχει μάζα 24kg και μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από την κορυφή Α, όπως στο πρώτο σχήμα, ενώ συγκρατείται σε τέτοια θέση, ώστε η πλευρά ΑΒ να είναι οριζόντια.

i) Να υπολογιστεί η μάζα κάθε ράβδου-πλευράς του τριγώνου.

ii) Αν η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα ο οποίος περνά από το μέσον της, δίνεται από την σχέση $I_{cm}= (m\ell^2/12)$, να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση της κορυφής Β, μόλις το τρίγωνο αφεθεί να περιστραφεί.

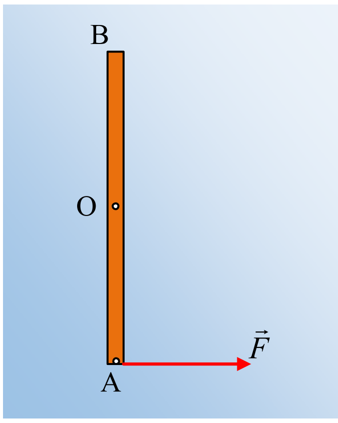
Στο δεύτερο σχήμα, το τρίγωνο μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα z, ο οποίος ταυτίζεται με την πλευρά ΑΓ.

iii) Ξεκινώντας από τον ορισμό της ροπής αδράνειας, μπορείτε να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της ράβδου ΒΓ ως προς τον άξονα z, συσχετίζοντάς την με την αντίστοιχη ροπή αδράνειάς της ως προς κάθετο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της Γ;

iv) Πόση δύναμη, κάθετη στο επίπεδο του τριγώνου και με σταθερό μέτρο, πρέπει να ασκηθεί στην κορυφή Β, ώστε το τρίγωνο να περιστραφεί κατά 120° σε χρόνο Δt=2s;

Δίνεται $g=10m/s^2$.

24) Γύρω από ποιο άξονα περιστρέφεται η ράβδος;



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ηρεμεί μια ομογενής ράβδος μήκους ℓ=2m και μάζας m=3kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή δέχεται μια οριζόντια δύναμη μέτρου F=6N, κάθετη στην ράβδο, στο άκρο της Α, όπως στο σχήμα. Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της Ο, $I_{cm}= m\ell^2/12$.

i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του κέντρου μάζας Ο της ράβδου, καθώς και η επιτάχυνση του άκρου Α, αμέσως μόλις ασκηθεί η δύναμη F.

ii) Υποστηρίζεται ότι η κίνηση της ράβδου μπορεί να θεωρηθεί μόνο στροφική. Να εξετάσετε αν αυτό είναι σωστό ή όχι.

iii) Μπορείτε να υπολογίσετε την γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου, θεωρώντας ως σημείο αναφοράς το άκρο Α της ράβδου και όχι το κέντρο μάζας Ο;

iv) Αν σας δίνετε ότι το άκρο Α της ράβδου αποκτά επιτάχυνση $\alpha_A=4m/s^2$, όταν αλλάξουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης, να βρείτε την αρχική επιτάχυνση του κέντρου Ο της ράβδου, θεωρώντας την κίνηση σύνθετη, μια μεταφορική και μια περιστροφή γύρω από κατακόρυφο άξονα ο οποίος περνά από το σημείο Α.

Τα δύο τελευταία ερωτήματα απευθύνονται μόνο σε καθηγητές.

25) Ένα τρίγωνο και η ροπή αδράνειάς του

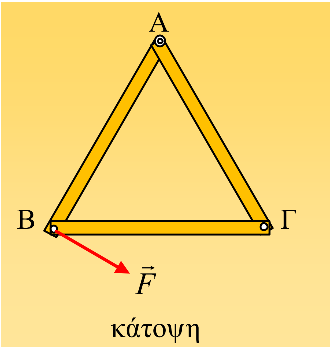
Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα στερεό s, το οποίο έχει σχήμα ισοπλεύρου τριγώνου, αποτελούμενο από τρεις ίδιες ομογενείς λεπτές ράβδους, μήκους ℓ=1m και μάζας m=2kg η καθεμιά. Το στερεό μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα z, ο οποίος περνά από την κορυφή Α του τριγώνου. Σε μια στιγμή $t_0=0$ ασκούμε στην κορυφή Β δύναμη σταθερού μέτρου F=1,5π (N), η οποία είναι διαρκώς κάθετη στην πλευρά ΑΒ, όπως στο σχήμα. Το στερεό εκτελεί 4,5 περιστροφές μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1=6s$.

i) Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση του τριγώνου, καθώς και η επιτάχυνση της κορυφής Β που έχει την κατεύθυνση της ασκούμενης δύναμης F.

ii) Να υπολογισθεί η επιτάχυνση της κορυφής Β που είναι κάθετη στην δύναμη F, τη χρονική στιγμή t_1.

iii) Πόση είναι η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής z;

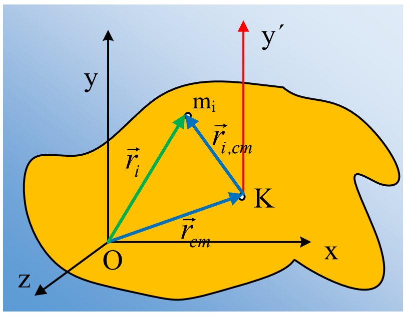
iv) Αν η ροπή αδράνειας της ράβδου ΑΒ ως προς τον άξονα z δίνεται από την σχέση $I_{AB}=\lambda \cdot m\ell^2$, να βρεθεί η σταθερά αναλογίας λ.



26) Τα θεωρήματα παραλλήλων και καθέτων αξόνων

Ας ξεκινήσουμε από το «εντός ύλης» θεώρημα των παραλλήλων αξόνων (θεώρημα Steiner).

Έστω ένα επίπεδο στερεό, τυχαίου σχήματος και Κ το κέντρο μάζας του. Έστω επίσης ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων x,y,z, με αρχή το σημείο Ο, όπου μας ενδιαφέρει η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα y. Χωρίζουμε το στερεό σε στοιχειώδεις μάζες m_i και έστω μια από αυτές στο σχήμα με διάνυσμα θέσης $\vec{r}_i$ όπου, με βάση το σχήμα ισχύει:

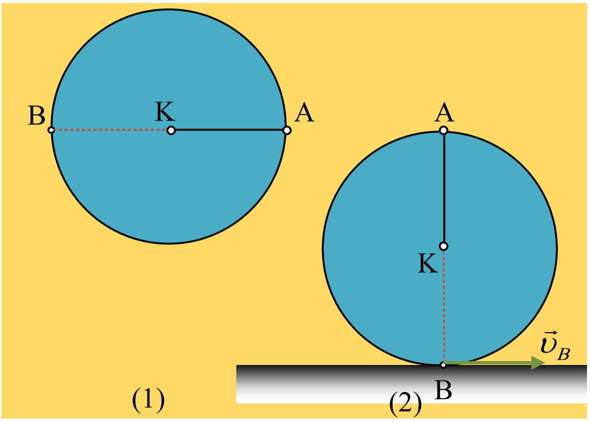


$$\vec{r}_i = \vec{r}_{cm} + \vec{r}_{i,cm}$$

Έτσι η ροπή αδράνειας του στερεού μας ως προς τον άξονα y…

27) Η κίνηση ενός δίσκου.

Ο ομογενής δίσκος του σχήματος, κέντρου Κ και ακτίνας R=0,2m μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος περνά από το σημείο Α, στο άκρο της ακτίνας ΚΑ, χωρίς τριβές. Συγκρατούμε το δίσκο σε τέτοια θέση, ώστε η ακτίνα ΚΑ να είναι οριζόντια (θέση 1) και σε μια στιγμή τον αφήνουμε να κινηθεί.



i) Για τη στιγμή αμέσως μόλις αφεθεί ελεύθερος ο δίσκος να κινηθεί, να βρεθούν η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου καθώς και οι επιταχύνσεις του κέντρου Κ του δίσκου, καθώς και του σημείου Β, αντιδιαμετρικού του σημείου Α.

Μετά από λίγο η ακτίνα ΚΑ γίνεται κατακόρυφη (σχήμα 2), οπότε τη στιγμή αυτή το σημείο Β έρχεται σε επαφή με λείο οριζόντιο επίπεδο, έχοντας ταχύτητα υ_B=8 m/s. Στη θέση αυτή ο δίσκος αποδεσμεύεται από τον άξονα περιστροφής του στο Α και κινείται πλέον ελεύθερα στο οριζόντιο επίπεδο.

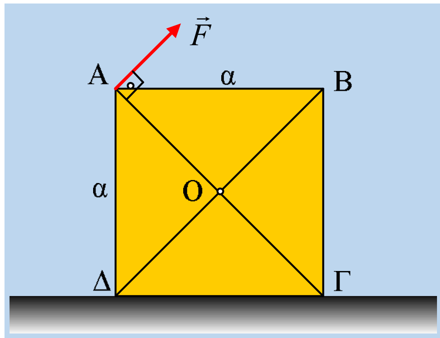
ii) Να υπολογιστούν οι επιταχύνσεις των σημείων Κ και Β ελάχιστα πριν την αποδέσμευση του δίσκου από τον άξονα και αμέσως μετά.

iii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σημείου Β μετά από χρονικό διάστημα Δt= (π/10)s, από τη στιγμή της αποδέσμευσης του δίσκου από τον άξονα.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας Κ $I_{cm}= ½\ MR^2$.

28) Μια τετράγωνη πλάκα που δεν ανατρέπεται…

Μια ομογενής τετράγωνη πλάκα πλευράς α=1m και μάζας 50kg (w=500N) ηρεμεί όρθια, σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής $\mu_s=\mu=0,3$. Ασκούμε στην κορυφή Α μια δύναμη F, κάθετη στη διαγώνιο ΑΓ, όπως στο σχήμα.



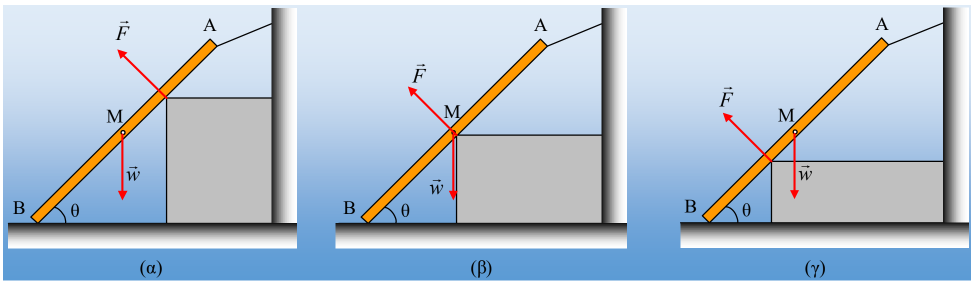
i) Αν η δύναμη F έχει μέτρο F=100N, να υπολογιστούν όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στην πλάκα και να βρεθούν οι ροπές τους ως προς το κέντρο της Ο.

ii) Να βρεθεί η επιτάχυνση της κορυφής Α, αν αυξήσουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην τιμή F_1=170N.

iii) Ποια είναι η μέγιστη επιτάχυνση που μπορεί να αποκτήσει το κέντρο μάζας Ο της πλάκας, χωρίς να αρχίσει η πλάκα να ανατρέπεται και για ποια τιμή της ασκούμενης δύναμης θα συμβεί αυτό;

29) Πότε εξασφαλίζεται η ισορροπία;

Στο σχήμα μια ομογενής λεία ράβδος ΑΒ, ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, σχηματίζοντας γωνία θ με αυτό, δεμένη με νήμα, στο άκρο της Α. Το νήμα σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση κλίση μικρότερη από τη γωνία θ. Η ράβδος στηρίζεται σε ορθογώνιο δεχόμενη δύναμη F, ενώ παρακάτω βλέπετε τρεις εκδοχές, οι οποίες αντιστοιχούν σε διαφορετικά ύψη του ορθογωνίου και στις οποίες δεν χάνεται η επαφή με το οριζόντιο επίπεδο, στο άκρο Β.



Η ράβδος **μπορεί** να ισορροπεί:

α) Μόνο στο (α) σχήμα.

β) Στα σχήματα (α) και (β)

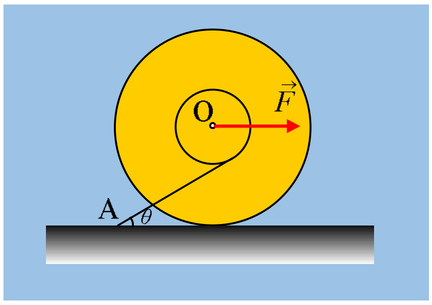
γ) Σε όλα τα σχήματα

δ) Δεν μπορούμε να απαντήσουμε, αφού μας λείπουν δεδομένα.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

30) Ένας κύλινδρος ισορροπεί

Στο σχήμα βλέπουμε έναν κύλινδρο βάρους w=42N και ακτίνας R, που στο κεντρικό του τμήμα φέρει εγκοπή ακτίνας r=0,4R, και στην οποία έχουμε τυλίξει ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα, το άκρο του οποίου έχουμε δέσει σε σταθερό σημείο Α του εδάφους, έτσι ώστε το νήμα να σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία θ όπου ημθ=0,6 και συνθ=0,8.



Ασκούμε στο κέντρο του κυλίνδρου οριζόντια δύναμη με μέτρο F=12N και ο κύλινδρος ισορροπεί.

i) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο, δικαιολογώντας την κατεύθυνσή τους, χωρίς να προβείτε σε υπολογισμούς.

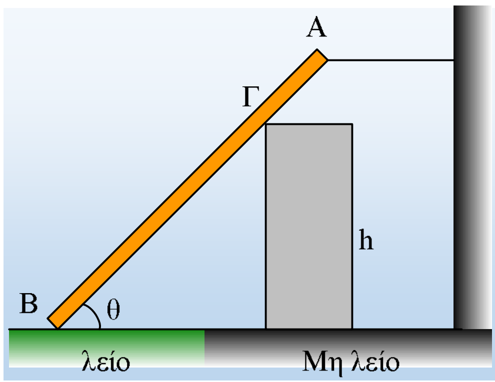
ii) Να υπολογίστε το όριο θραύσης του νήματος, ώστε να εξασφαλίζεται η παραπάνω ισορροπία.

iii) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ κυλίνδρου επιπέδου, ο οποίος εξασφαλίζει την απαραίτητη δύναμη στατικής τριβής;

iv) Πόση θα ήταν η τάση του νήματος στην περίπτωση που είχαμε τυλίξει αντίθετα το νήμα στην εγκοπή, διατηρώντας την ίδια γωνία θ με το επίπεδο;

31) Το εμπόδιο εξασφαλίζει την ισορροπία

Μια ομογενής λεία ράβδος ΑΒ, μήκους ℓ=1m και βάρους w=40N, ισορροπεί όπως στο σχήμα, σχηματίζοντας γωνία θ με το λείο οριζόντιο επίπεδο, όπου ημθ=0,6 (συνθ=0,8), δεμένη με οριζόντιο νήμα, στο άκρο της Α. Η ράβδος στηρίζεται στην κορυφή Γ ενός βαρέος ορθογωνίου, ύψους h, το οποίο ισορροπεί σε μη λείο επίπεδο.



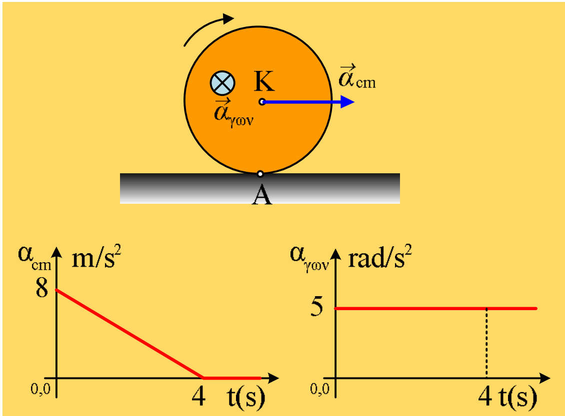
i) Αν h=45,6cm, να υπολογιστεί η τάση του νήματος και η δύναμη που ασκείται στη ράβδο από το οριζόντιο επίπεδο.

ii) Να βρεθεί το ελάχιστο ύψος h_{min} του ορθογωνίου, ώστε να μην χάνει η ράβδος την επαφή με το λείο οριζόντιο επίπεδο, διατηρώντας σταθερή την κλίση της θ με το επίπεδο, με δεδομένο ότι το ορθογώνιο παραμένει ακίνητο.

iii) Να βρεθεί η τριβή που ασκείται στο ορθογώνιο από το επίπεδο στην παραπάνω περίπτωση,

32) Η σύνθετη κίνηση ενός τροχού

Ένας τροχός ακτίνας R=0,8m ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή t_o=0 τίθεται σε κίνηση αποκτώντας επιτάχυνση κέντρου μάζας Κ, όπως στο πρώτο από τα διπλανά διαγράμματα και γωνιακή επιτάχυνση, όπως στο δεύτερο διάγραμμα, με κατευθύνσεις όπως στο σχήμα.

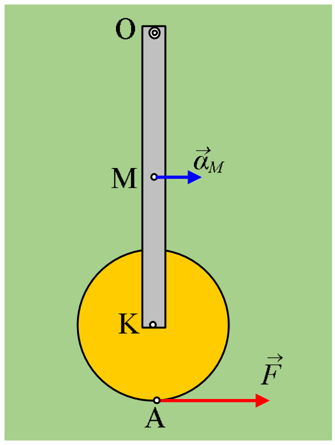


Να βρεθούν η ταχύτητα και η οριζόντια επιτάχυνση του σημείου επαφής του τροχού με το επίπεδο, σημείου Α, τις χρονικές στιγμές:

i) t_1= 2s, ii) t_2= 4^+(s) και iii) t_3= 5s.

(η στιγμή $t_2=4^+$s είναι ελάχιστα μεγαλύτερη από τη στιγμή 4s, οπότε έχει μηδενιστεί η επιτάχυνση του Κ.)

33) Ένα σύστημα αρχίζει να στρέφεται



Ένας ομογενής δίσκος κέντρου Κ και ακτίνας R=1m μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από άρθρωση στο άκρο Κ μιας ράβδου (ΟΚ) μήκους l=4m, η οποία μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από σταθερό άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της Ο. Το σύστημα ηρεμεί με την ράβδο κατακόρυφη. Τυλίγουμε στο δίσκο ένα αβαρές νήμα και σε μια στιγμή t=0, α-σκούμε μια κατάλληλη οριζόντια δύναμη στο δίσκο, με αποτέλεσμα αμέσως μετά μόλις ασκηθεί η δύναμη F, ο δίσκος να αποκτά γωνιακή επιτάχυνση $α_{γων,1}=5rad/s^2$ αρχίζοντας να περιστρέφεται αριστερόστροφα, ενώ ταυτόχρονα το μέσον Μ της ράβδου αποκτά οριζόντια επιτάχυνση $α_Μ=1m/s^2$.

Για τη στιγμή $t=0^+$:

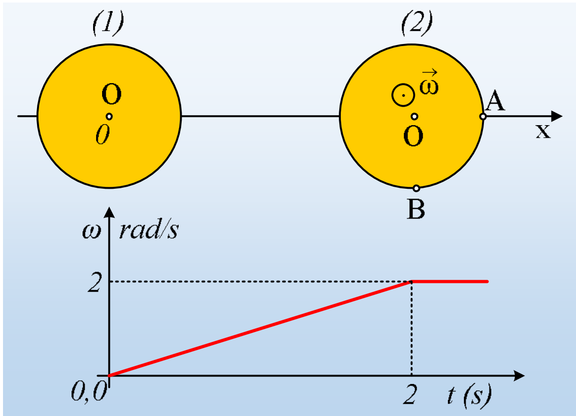
i) Να σημειωθεί στο σχήμα η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου, για την περιστροφή του γύρω από τον άξονα στο άκρο Κ της ράβδου, καθώς και η γωνιακή επιτάχυνση για την περιστροφή της ράβδου.

ii) Να βρεθεί η επιτάχυνση του σημείου Α, στην περιφέρεια του δίσκου και στην προέκταση της ράβδου.

iii) Ποια είναι αντίστοιχα η αρχική επιτάχυνση του αντιδιαμετρικού σημείου του Α (σημείο Β);

34) Ένας πλαγιασμένος δίσκος κινείται

Ένας οριζόντιος ομογενής δίσκος ακτίνας R=0,5m ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με το κέντρο του Ο στην αρχή x=0 ενός οριζόντιου άξονα x΄x, στη θέση (1). Σε μια στιγμή δέχεται ένα κατάλληλο συνδυασμό ροπής και δύναμης, με αποτέλεσμα να αποκτά μια σταθερή επιτάχυνση κέντρου μάζας και να κινείται κατά μήκος του άξονα x, ενώ ταυτόχρονα αρχίζει να περιστρέφεται με φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού και στο



διάγραμμα δίνεται η μεταβολή της γωνιακής του ταχύτητας, η οποία τη στιγμή t_1=2s όπου το κέντρο Ο έχει φτάσει στη θέση (2) σταθεροποιείται. Αν μόλις σταθεροποιηθεί η γωνιακή ταχύτητα μηδενίζεται η επιτάχυνση του σημείου Α (η ακτίνα ΟΑ βρίσκεται πάνω στον άξονα x), ζητούνται:

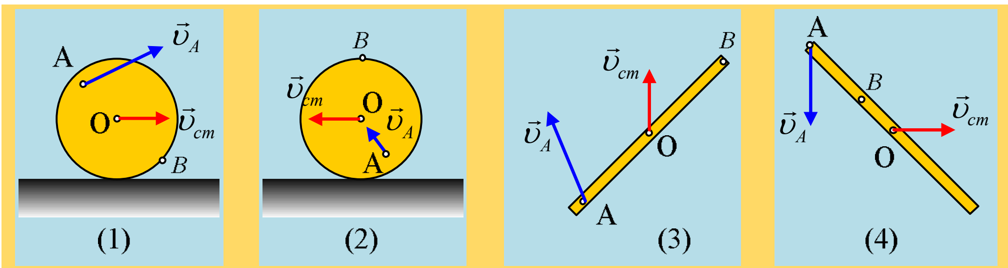
i) Η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου.

ii) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας Ο, καθώς και η απόσταση μεταξύ των θέσεων (1) και (2).

iii) Η ταχύτητα του σημείου Α τη στιγμή t=2s, καθώς και η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σημείου Β, όπου η ακτίνα ΟΒ είναι κάθετη στην ΟΑ, τη στιγμή που μηδενίζεται η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου.

35) Ξεκινώντας από τις ταχύτητες δύο σημείων

Στο σχήμα δίνονται 4 περιπτώσεις στερεών. Στις δυο πρώτες περιπτώσεις ένας ομογενής τροχός κινείται σε οριζόντιο επίπεδο, ενώ στις δύο τελευταίες (τα σχήματα σε κάτοψη), μια ομογενής ράβδος κινείται σε οριζόντιο επίπεδο.



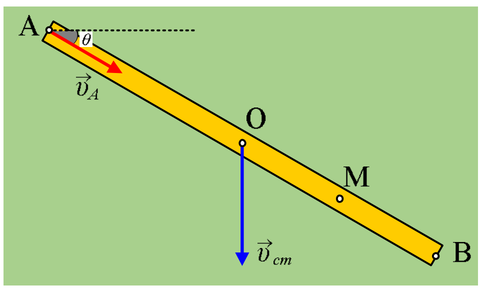
Στα σχήματα έχουν σχεδιαστεί οι ταχύτητες του κέντρου μάζας Ο και ενός σημείου Α, κάθε στερεού. Για καθεμία από τις 4 περιπτώσεις:

α) Να σημειώστε πάνω στο σχήμα το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής.

β) Να σχεδιάσετε την ταχύτητα του σημείου Β.

Να δώσετε σύντομες δικαιολογήσεις.

36) Η ράβδος πέφτει κατακόρυφα

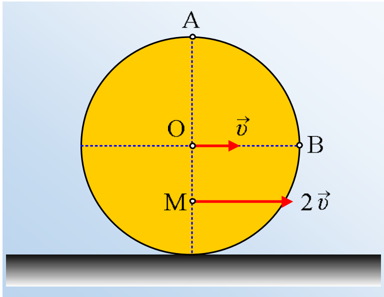


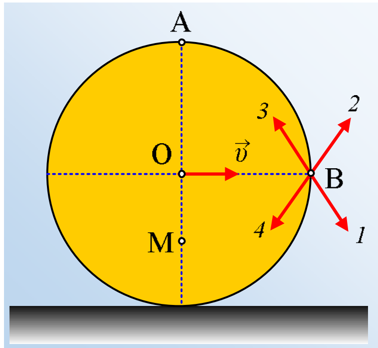
Μια λεπτή ομογενής ράβδος ΑΒ, μήκους 4m, πέφτει κατακόρυφα και σε μια στιγμή σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ (ημθ=0,6), ενώ το άκρο της Α έχει ταχύτητα όπως στο σχήμα, με κατεύθυνση προς το άκρο Β και μέτρου υ_A=3m/s.

i) Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας Ο της ράβδου καθώς και η γωνιακή της ταχύτητα.

ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του μέσου Μ της ΟΒ.

37) Οι ταχύτητες σημείων ενός δίσκου





Στο διπλανό σχήμα ένας δίσκος κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα του κέντρου Ο ίση με υ, ενώ ένα σημείο Μ της κατακόρυφης διαμέτρου, στο μέσον της ακτίνας, έχει επίσης ταχύτητα παράλληλη προς το έδαφος με ταχύτητα 2υ.

i) Να βρεθεί η ταχύτητα του άκρου της κατακόρυφης διαμέτρου Α.

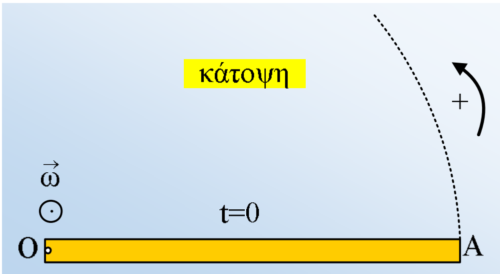
ii) Ποιο από τα διανύσματα 1, 2, 3 και 4 παριστάνει την ταχύτητα του σημείου Β, στο άκρο μιας οριζόντιας ακτίνας ΟΒ;

iii) Η γωνία θ που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας του σημείου Β με την οριζόντια διεύθυνση, μπορεί να έχει τιμή:

α) $θ < 45°$, β) $θ=45°$, γ) $θ > 45°$.

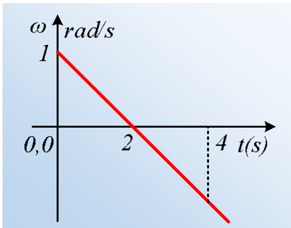
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

38) Η κινηματική της περιστροφής



Μια ράβδος ΟΑ, μήκους l=4m, στρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο, γύρω από κατακόρυφο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της Ο και σε μια στιγμή t=0, βρίσκεται στη θέση που δείχνει το σχήμα έχοντας γωνιακή ταχύτητα $ω_o$=1rad/s.

Στο παρακάτω διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητάς της ράβδου σε συνάρτηση με το χρόνο.

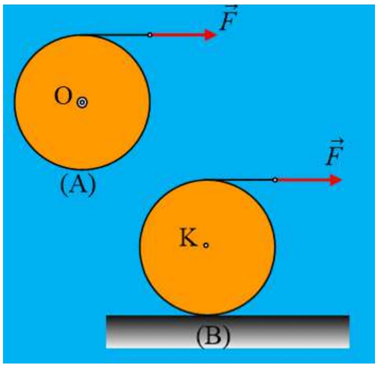


i) Να σημειωθούν πάνω στο σχήμα, για τη χρονική στιγμή t_o=0, η γραμμική ταχύτητα, η επιτρόχια επιτάχυνση και η κεντρομόλος επιτάχυνση του άκρου Α της ράβδου και στη συνέχεια να υπολογιστούν τα μέτρα τους.

ii) Να βρεθεί η θέση της ράβδου τη στιγμή t_1=2s και να υπολογιστεί η επιτάχυνση του άκρου Α, στη θέση αυτή.

iii) Σε ποια θέση βρίσκεται η ράβδος τη στιγμή t_2=4s; Να σχεδιαστεί ένα σχήμα που να φαίνεται η ταχύτητα του άκρου Α της ράβδου, τη στιγμή αυτή και να υπολογισθούν το μέτρο της και ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της.

39) Δυο διαφορετικές επιταχύνσεις ενός κυλίνδρου



Γύρω από έναν ακίνητο ομογενή κύλινδρο έχουμε τυλίξει ένα μη εκτατό νήμα, αμελητέας μάζας, στο άκρο του οποίου ασκούμε μια σταθερή οριζόντια δύναμη F.

i) Για μετακίνηση κατά x του άκρου του νήματος, ο κύλινδρος αποκτά μεγαλύτερη κινητική ενέργεια:

α) Αν στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό άξονα, όπως στο (Α) σχήμα.

β) Αν κυλίεται σε οριζόντιο επίπεδο, όπως στο (Β) σχήμα.

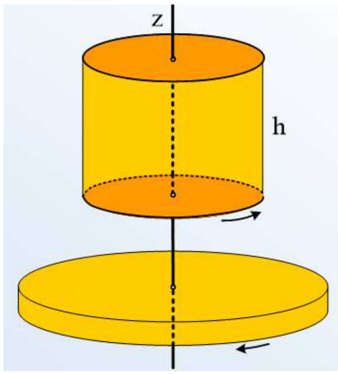
γ) Και στις δυο περιπτώσεις αποκτά την ίδια κινητική ενέργεια.

ii) Αν P_1 η ισχύς της δύναμης για μετατόπιση κατά x του άκρου του νήματος, στο Α σχήμα και P_2 η αντίστοιχη ισχύς για το Β σχήμα, ισχύει:

α) $P_1 < P_2$, β) $P_1 = P_2$, γ) $P_1 > P_2$.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I = ½ mR^2$.

40) Ο δίσκος και ο κύλινδρος



Ο λεπτός ομογενής δίσκος ακτίνας R και μάζας m και ο ομογενής κύλινδρος του σχήματος ακτίνας r= ½ R και μάζας M=2m, στρέφονται γύρω από κατακόρυφο άξονα z, ο οποίος ταυτίζεται και με τον άξονα συμμετρίας τους, όπως στο σχήμα. Τα δυο στερεά περιστρέφονται με αντίθετη φορά και με γωνιακές ταχύτητες του ίδιου μέτρου. Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του λεπτού δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του ικανοποιεί την εξίσωση $I_δ = λ\ mR^2$.

i) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες (δεν απαιτείται δικαιολόγηση):

α) Η στροφορμή του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του, έχει φορά προς τα πάνω.

β) Η συνολική στροφορμή του συστήματος των δύο στερεών ως προς τον άξονα περιστροφής, είναι κατακόρυφη.

γ) Ο κύλινδρος έχει διπλάσια κινητική ενέργεια από τον δίσκο.

δ) Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα z, είναι ανάλογη του ύψους του h.

ii) Να αποδείξετε ότι η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ικανοποιεί επίσης την εξίσωση $I_κ = λMr^2$, όπου ο συντελεστής λ είναι ίδιος με το λ του δίσκου.

iii) Αν ο δίσκος έχει κινητική ενέργεια K_1, τότε ο κύλινδρος έχει κινητική ενέργεια K_2, όπου:

α) $K_2 = ½ K_1$, β) $K_2 = K_1$, γ) $K_2 = 2K_1$.

iv) Αν το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα z, είναι L_2, τότε η συνολική στροφορμή του συστήματος:

α) Έχει φορά προς τα πάνω και μέτρο ½ L_2.

β) Έχει φορά προς τα πάνω και μέτρο L_2.

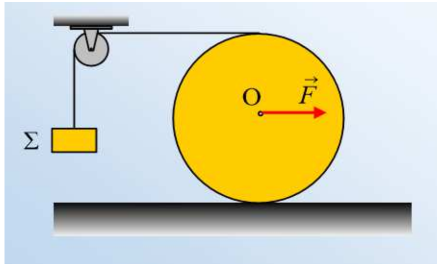
γ) Έχει φορά προς τα κάτω και μέτρο ½ L_2.

δ) Έχει φορά προς τα κάτω και μέτρο L_2.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας (πλην της ερώτησης i)).

41) Όταν έρχονται τα κάτω πάνω…

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο έχουμε έναν ομογενή κύλινδρο, γύρω από τον οποίο έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, το οποίο αφού περάσει από μια τροχαλία (με οριζόντιο το ελεύθερο τμήμα του) στο άλλο άκρο του έχουμε κρεμάσει ένα σώμα Σ μάζας m. Ασκώντας μια οριζόντια δύναμη F στο κέντρο του κυλίνδρου πετυχαίνουμε το σώμα Σ να ισορροπεί, όπως στο σχήμα.



i) Να εξετάσετε αν μπορεί ταυτόχρονα να ισορροπεί και ο κύλινδρος.

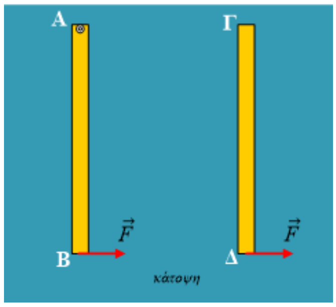
ii) Αν η μάζα του κυλίνδρου είναι M=4m, τότε η δύναμη F, για την επίτευξη της ισορροπίας του σώματος Σ, έχει μέτρο:

α) F=mg,   β) F=2mg,   γ) F=3mg,   δ) F=4mg

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του που συνδέει τα κέντρα των δύο βάσεών του $I= ½ MR^2$.

42) Δύο όμοιες ράβδοι επιταχύνονται

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δύο όμοιες ομογενείς ράβδοι μάζας m και μήκους ℓ. Η πρώτη ΑΒ, μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της Α, ενώ η δεύτερη ΓΔ είναι ελεύθερη.



Σε μια στιγμή ασκούνται στις ράβδους δύο ίσες δυνάμεις F στα άκρα Β και Δ, κάθετες στις ράβδους, όπως στο σχήμα.

i) Αν $α_1$ και $α_2$ οι αρχικές επιταχύνσεις των κέντρων μάζας των ράβδων ΑΒ και ΓΔ, αντίστοιχα, ισχύει:

α) $α_1<α_2$,   β) $α_1= α_2$ γ) $α_1 > α_2$.

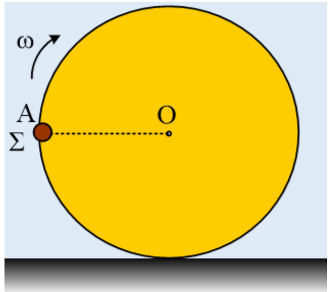
ii) Για τα μέτρα των επιταχύνσεων των σημείων εφαρμογής των δυνάμεων ισχύει:

α) $α_Β < α_Δ$,   β) $α_Β = α_Δ$,   γ) $α_Β > α_Δ$.

Δίνεται η ροπή αδράνειας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I= mℓ^2/12$.

43) Ένα στερεό κυλίεται

Σε οριζόντιο επίπεδο κυλίεται ένα στερεό s, το οποίο αποτελείται από έναν ομογενή κύλινδρο, ακτίνας R και μάζας m και μια σημειακή σφαίρα Σ αμελητέων διαστάσεων, μάζας $m_1= ½ m$ η οποία έχει προσκολληθεί στην περιφέρεια του κυλίνδρου. Σε μια στιγμή $t_0=0$, το στερεό βρίσκεται στη θέση που δείχνει το σχήμα, με την ακτίνα ΟΑ οριζόντια, έχοντας γωνιακή ταχύτητα ω.



i) Η κινητική ενέργεια του στερεού s, στη θέση αυτή, είναι ίση με:

α) $K_s = ¾\ mR^2\omega^2$, β) $K_s = mR^2\omega^2$, γ) $K_s = 5/4\ mR^2\omega^2$

ii) Στην παραπάνω θέση, η γωνιακή ταχύτητα του στερεού:

α) Μειώνεται, β) Παραμένει σταθερή, γ) Αυξάνεται.

iii) Η τριβή που ασκείται στο στερεό από το επίπεδο:

α) Έχει φορά προς τα δεξιά.

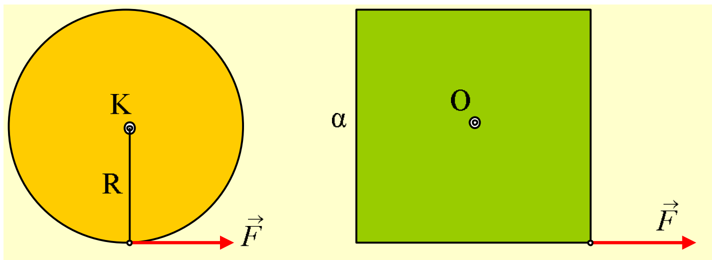
β) Έχει φορά προς τα αριστερά.

γ) Είναι μηδενική.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I = ½\ mR^2$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

44) Ο δίσκος και το τετράγωνο.



Διαθέτουμε δυο πλάκες, του ίδιου πάχους και από το ίδιο υλικό. Η μία είναι κυκλική (ένας λεπτός δίσκος) ακτίνας R και η άλλη τετράγωνη πλευράς α=2R. Οι δυο πλάκες μπορούν να περιστρέφονται σε οριζόντιο επίπεδο, γύρω από σταθερούς κατακόρυφους άξονες που περνούν από τα κέντρα τους Κ και Ο, χωρίς τριβές. Σε μια στιγμή ασκούμε στα δυο στερεά την ίδια δύναμη F, όπως στο σχήμα.

i) Για τις ροπές αδράνειας I_1 και I_2, δίσκου και τετραγώνου αντίστοιχα, ως προς τους άξονες περιστροφής τους, ισχύει:

α) $I_1 < I_2$, β) $I_1 = I_2$, γ) $I_1 > I_2$.

ii) Μεγαλύτερη γωνιακή επιτάχυνση θα αποκτήσει:

α) Ο δίσκος,

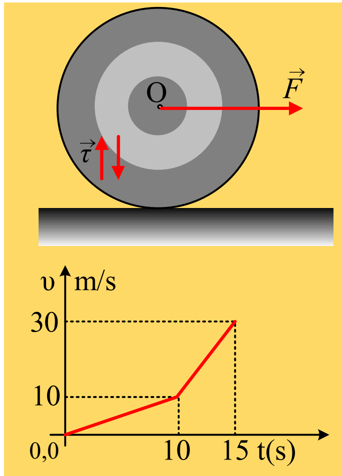
β) Η τετράγωνη πλάκα.

γ) Τα δύο στερεά θα αποκτήσουν την ίδια γωνιακή επιτάχυνση.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

45) Ο τροχός με την επίδραση ζεύγους και δύναμης

Ο τροχός του διπλανού σχήματος μάζας M=8kg και ακτίνας R=0,5m, θεωρείται ομογενής δίσκος με ροπή αδράνειας $I_{cm} = ½\ MR^2$ και βρίσκεται ακίνητος σε οριζόντιο δρόμο. Σε μια στιγμή $t_o=0$ ασκούνται ταυτόχρονα στον τροχό ένα ζεύγος δυνάμεων και μια οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, όπως στο σχήμα, με μέτρο F=4N. Τη στιγμή



t_1=10s, αλλάζουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης με αποτέλεσμα η γραφική παράσταση της ταχύτητας του κέντρου Ο του τροχού, να μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως στο διάγραμμα. Σε όλη τη διάρκεια της παραπάνω κίνησης, ο τροχός κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει) ενώ η ροπή του ζεύγους παραμένει σταθερή.

i) Να βρεθεί η επιτάχυνση του κέντρου Ο του τροχού καθώς και η γωνιακή του επιτάχυνση από 0-t_1.

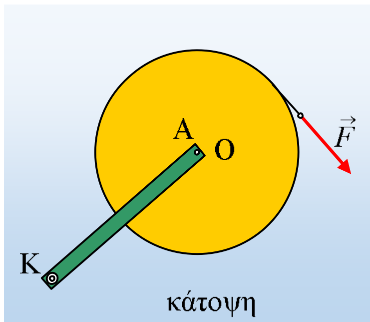
ii) Να βρεθεί η τριβή που ασκείται στον τροχό, καθώς και να υπολογιστεί η ροπή του ζεύγους, στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

iii) Για το χρονικό διάστημα από 10s-15s, να υπολογιστούν:

α) Το μέτρο της ασκούμενης δύναμης $\vec{F}$.

β) Η τριβή που ασκείται στον τροχό.

46) Ο δίσκος και η ράβδος στρέφονται.



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας ομογενής δίσκος ακτίνας R=0,4m και μάζας 10kg, ο οποίος μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από κατακόρυφο άξονα που συνδέει το κέντρο του Ο, με το άκρο μιας ομογενούς ράβδου ΑΚ μήκους ℓ=2R και μάζας Μ=30kg, η οποία μπορεί να στρέφεται, επίσης χωρίς τριβές, γύρω από κατακόρυφο σταθερό άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της Κ. Τυλίγουμε γύρω από τον δίσκο ένα μη εκτατό νήμα, αμελητέας μάζας, στο άκρο του οποίο τη στιγμή t=0, ασκούμε μια σταθερού μέτρου δύναμη F=40Ν, με αποτέλεσμα το νήμα να ξετυλίγεται θέτοντας σε περιστροφή, τόσο το δίσκο όσο και τη ράβδο. Η διεύθυνση της δύναμης F, σε κάθε θέση, είναι κάθετη στον άξονα της ράβδου ΑΚ, όπως στο σχήμα.

i) Να υπολογιστούν οι γωνιακές επιταχύνσεις για τις περιστροφές του δίσκου και της ράβδου.

ii) Να βρεθεί ο αρχικός ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, ως προς τον άξονα περιστροφής της στο Κ.

iii) Τη χρονική στιγμή t_1=4s να βρεθούν:

α) πόσες περιστροφές έχει πραγματοποιήσει ο δίσκος γύρω από τον άξονά του στο κέντρο του Ο και πόσες η ράβδος, γύρω από τον άξονα στο Κ.

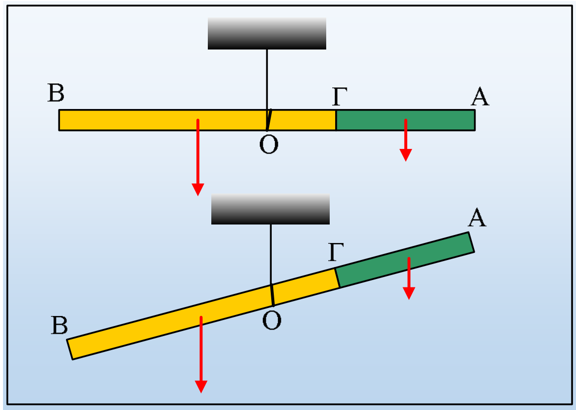
β) Οι αντίστοιχες γωνιακές ταχύτητες των δύο στερεών.

γ) Η κινητική ενέργεια του συστήματος και

δ) Η ισχύς της ασκούμενης δύναμης F.

Δίνονται οι ροπές αδράνειας δίσκου και ράβδου, ως προς τους άξονες περιστροφής τους $I_δ$= ½ mR^2 και $I_ρ$= 1/3 Mℓ^2.

47) Μια ισορροπία δύο ράβδων



Δύο λεπτές ομογενείς ράβδοι με μήκη (ΑΓ)=ℓ και (ΒΓ)=2ℓ συγκολλούνται στο κοινό άκρο τους Γ, δημιουργώντας ένα στερεό s. Οι δυο ράβδοι ΑΓ και ΒΓ έχουν βάρη w και 2w αντίστοιχα. Το στερεό s ισορροπεί σε οριζόντια θέση, κρεμασμένο από νήμα που έχει δεθεί στο σημείο Ο, όπως στο πάνω σχήμα.

i) Η απόσταση (ΟΓ) είναι ίση με:

α) (ΟΓ)= ¼ ℓ, β) (ΟΓ)= 1/3 ℓ,

γ) (ΟΓ)= ½ ℓ, δ) (ΟΓ)= ℓ.

ii) Να μελετηθεί η ισορροπία της ράβδου ΑΓ.

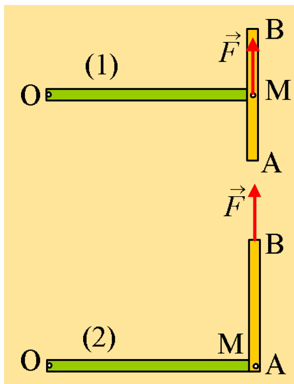
iii) Εκτρέπουμε το στερεό s, όπως δείχνει το κάτω σχήμα και το αφήνουμε να κινηθεί. Τότε το στερεό s:

α) Θα επιστρέψει ξανά σε οριζόντια θέση.

β) Θα περιστραφεί αυξάνοντας τη γωνία που σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση.

γ) Θα ισορροπήσει στην θέση που θα αφεθεί.

48) Δύο ράβδοι σε δύο συνδέσεις



Διαθέτουμε δύο ομογενείς ράβδους τις οποίες μπορούμε να συνδέσουμε κατασκευάζοντας είτε το στερεό (1), είτε το στερεό (2), όπως στο διπλανό σχήμα. Στο πρώτο, το άκρο της ράβδου ΟΜ συνδέεται στο μέσον της ράβδου ΑΒ, ενώ αντίθετα στο δεύτερο με το άκρο της Α. Τα δυο στερεά ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ μπορούν να στρέφονται στο επίπεδο αυτό, γύρω από κατακόρυφους άξονες, κάθετους στο επίπεδό τους, που διέρχονται από το άκρο Ο της μιας ράβδου.

i) Αν I_1 η ροπή αδράνειας του στερεού (1) και I_2 η αντίστοιχη του στερεού (2), ισχύει:

α) $I_1<I_2$, β) $I_1=I_2$, γ) $I_1 >I_2$.

ii) Στα δυο στερεά ασκείται η ίδια, σταθερού μέτρου, οριζόντια δύναμη F, παράλληλη στον άξονα της ράβδου ΑΒ, όπως στο σχήμα. Μόλις ολοκληρωθεί μια περιστροφή, μεγαλύτερη κινητική ενέργεια θα έχει:

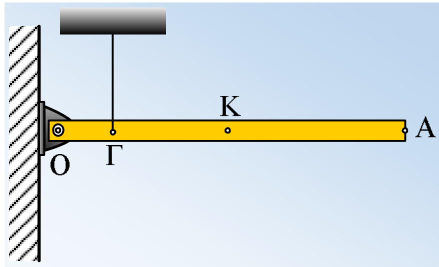
α) Το στερεό (1), β) Το στερεό (2), γ) Τα δύο στερεά θα έχουν την ίδια κινητική ενέργεια.

iii) Πρώτο θα ολοκληρώσει μια περιστροφή:

α) Το στερεό (1), β) Το στερεό (2), γ) Τα δύο στερεά θα ολοκληρώσουν ταυτόχρονα μια περιστροφή.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας, ενώ η ροπή αδράνειας μιας ράβδου **δεν** δίνεται και **δεν** θεωρείται γνωστή.

49) Να αυξήσουμε την επιτάχυνση του άκρου της δοκού



Μια ομογενής δοκός ΟΑ, μήκους ℓ=3m και μάζας m=10kg, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από άρθρωση στο άκρο της Ο και ισορροπεί σε οριζόντια θέση δεμένη με κατακόρυφο νήμα, όπως στο σχήμα, όπου (ΟΓ)=0,5m.

i) Να υπολογιστεί η τάση του νήματος.

ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση του άκρου Α της δοκού.

iii) Υποστηρίζεται ότι αν πριν το κόψιμο του νήματος τοποθετήσουμε στο σημείο Δ, όπου (ΔΑ)=1m ένα σώμα $Σ_1$ αμελητέων διαστάσεων και μάζας m_1=5kg, μπορούμε να επιτύχουμε την αύξηση της επιτάχυνσης του άκρου Α της δοκού. Να εξετάσετε αν η άποψη αυτή είναι σωστή ή όχι.

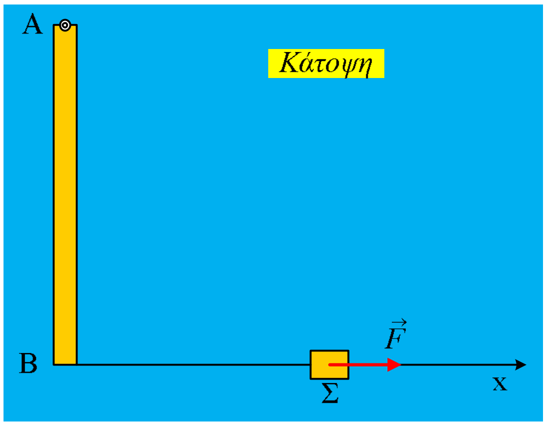
iv) Τοποθετούμε στο σημείο Γ ένα άλλο υλικό σημείο $Σ_2$, αμελητέων διαστάσεων, μάζας m_2, με αποτέλεσμα μόλις κόψουμε το νήμα η αρχική επιτάχυνση του άκρου Α να έχει μέτρο $α_2$=2g. Να βρεθούν:

α) Η μάζα του υλικού σημείου Σ.

β) Ο αρχικός ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του σώματος Σ ως προς το άκρο Ο.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς δοκού ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της I_{cm}= $m\ell^2/12$ και g=10m/s^2.

50) Επιταχύνοντας ένα σύστημα.



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ηρεμεί μια ομογενής ράβδος ΑΒ, η οποία μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από κατακόρυφο άξονα ο οποίος διέρχεται από το άκρο της Α. Το άκρο της ράβδου Β, συνδέεται μέσω ιδανικού νήματος, με ένα υλικό σημείο Σ μάζας m=10kg, όπου η διεύθυνση του νήματος είναι κάθετη στη ράβδο. Τη στιγμή t_0=0 ασκούμε στο σώμα Σ μια σταθερή οριζόντια δύναμη F=5N στη διεύθυνση του νήματος, με αποτέλεσμα το σώμα Σ να κινηθεί. Η ράβδος έχει μήκος 3m ενώ παρουσιάζει ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής της I=12kgm^2.

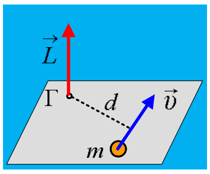
i) Να βρεθεί ο αρχικός ρυθμός μεταβολής της στροφορμής ως προς τον άξονα περιστροφής:

α) Του συστήματος ράβδου- σώματος Σ

β) Της ράβδου ΑΒ.

ii) Αν τη στιγμή t_1=2s το σώμα Σ έχει ταχύτητα $υ_1=υ_{1x}$= 0,87m/s, να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή αυτή.

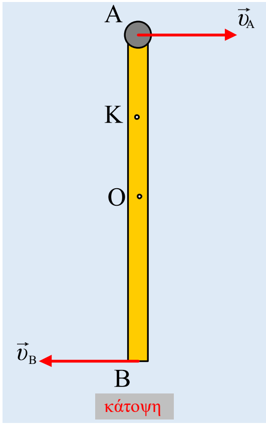
iii) Να υπολογιστεί η στροφορμή του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής της ράβδου, τη στιγμή που το σώμα Σ έχει μετατοπισθεί κατά Δx_2 =1,2m, έχοντας ταχύτητα $\upsilon_2=\upsilon_{2x}$= 1m/s.



Δίνεται ότι ένα υλικό σημείο το οποίο κινείται με ταχύτητα υ, παρουσιάζει ως προς ένα τυχαίο σημείο Γ, στροφορμή μέτρου L=mυ·d, όπου d η απόσταση του σημείου Γ από τον φορέα της δύναμης, με κατεύθυνση όπως στο σχήμα.

Δίνεται ακόμη ότι κατά την κίνηση, εντός των ορίων που αναφέρονται, το σώμα Σ κινείται πρακτικά στην ίδια διεύθυνση x.

51) Ένα στερεό και οι κινητικές ενέργειες των μερών του



Στο άκρο Α μιας ομογενούς ράβδου ΑΒ μήκους ℓ=4m και μάζας m=3kg, έχουμε καρφώσει ένα υλικό σημείο Σ, της ίδιας μάζας m, δημιουργώντας ένα στερεό s.

Το στερεό s, κινείται πάνω σε μια παγωμένη λίμνη, χωρίς τριβές και τη στιγμή t=0, βρίσκεται στη θέση που δείχνει το διπλανό σχήμα και τα άκρα του Α και Β έχουν αντιπαράλληλες ταχύτητες κάθετες στη ράβδο, με μέτρα $\upsilon_A=\upsilon_B$=2m/s. Με δεδομένο ότι το κέντρο μάζας του στερεού s είναι το σημείο Κ, όπου (ΚΑ)=1m, ενώ η ροπή αδράνειας της ράβδου, ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της Ο δίνεται από την σχέση $I_o=m\ell^2/12$, ζητούνται:

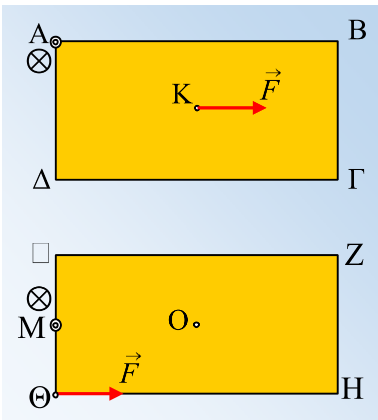
i) Η ταχύτητα υ_{cm} του κέντρου μάζας του στερεού s, καθώς και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.

ii) Η κινητική ενέργεια του στερεού s.

iii) Η κινητική ενέργεια του υλικού σημείου Σ σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

iv) Ποια είναι η αντίστοιχη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας της ράβδου ΑΒ, σε συνάρτηση με το χρόνο;

52) Δύο πλάκες και μερικές ερωτήσεις



Διαθέτουμε δυο όμοιες ορθογώνιες πλάκες, οι οποίες περιστρέφονται σε οριζόντιο επίπεδο, γύρω από σταθερούς κατακόρυφους άξονες, χωρίς τριβές. Στην πρώτη (ΑΒΓΔ), ο άξονας περνά από την κορυφή Α, ενώ στη δεύτερη (ΕΖΗΘ) από το μέσον Μ της πλευράς ΕΘ.

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις, δίνοντας και σύντομες δικαιολογήσεις.

i) Αν I_1 η ροπή αδράνειας της πρώτης πλάκας και I_2 της δεύτερης, ως προς τους άξονες περιστροφής τους, ισχύει:

α) $I_1 < I_2$, *β)* $I_1=I_2$, *γ)* $I_1 > I_2$.

ii) Αν στις πλάκες ασκείται η ίδια δύναμη F, όπως στο σχήμα με διεύθυνση παράλληλη στην ΑΒ, τότε μεγαλύτερη γωνιακή επιτάχυνση αποκτά:

α) Η πρώτη πλάκα, β) Η δεύτερη πλάκα, γ) Οι πλάκες αποκτούν ίσες γωνιακές επιταχύνσεις.

iii) Αν οι πλάκες αρχικά είναι ακίνητες, μετά από μια περιστροφή τους θα έχουν κινητικές ενέργειες K_1 και K_2 όπου:

α) $K_1 < K_2$, β) $K_1 = K_2$, γ) $K_1 > K_2$.

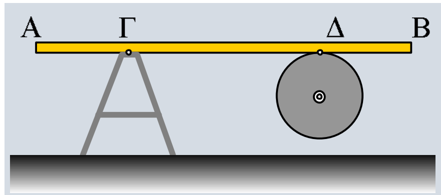
iv) Αν κάποια στιγμή οι δύο πλάκες στρέφονται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα ω, τότε:

α) Μεγαλύτερη ταχύτητα έχει η κορυφή Β ή η κορυφή Ζ;

β) Να συγκριθούν οι κινητικές ενέργειες των δύο πλακών.

γ) Να συγκριθούν οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής ενέργειας των πλακών, αν πάνω τους ασκούνται οι δυνάμεις του ii) ερωτήματος.

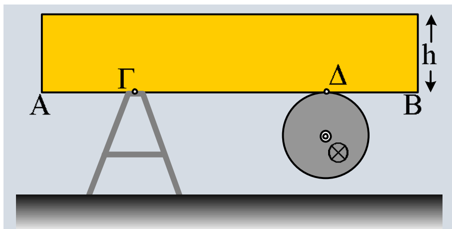
53) Μια ισορροπία και δύο επιταχυνόμενες κινήσεις



Μια λεπτή ομογενής δοκός, μάζας m=10kg και μήκους ΑΒ=2m, ισορροπεί σε οριζόντια θέση, στηριζόμενη σε λείο τρίποδο και σε κύλινδρο, με τον οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,4, όπως στο σχήμα. Ο κύλινδρος μπορεί να στρέφεται γύρω από τον σταθερό οριζόντιο άξονά του, ο οποίος περνά από τα κέντρα των δύο βάσεών του.

Δίνεται ακόμη (ΑΓ)=(ΔΒ)=0,5m και $g=10m/s^2$.

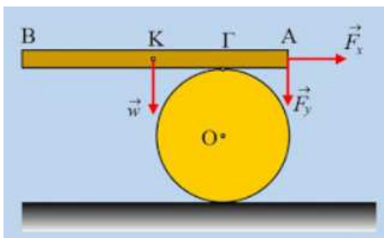
i) Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που δέχεται η δοκός από τρίποδο και κύλινδρο.



ii) Πριν τοποθετήσουμε τη δοκό στην παραπάνω θέση, θέτουμε σε δεξιόστροφη περιστροφή τον κύλινδρο. Να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση που θα αποκτήσει η δοκός, μόλις αφεθεί στην παραπάνω θέση.

iii) Αν τη θέση της δοκού πάρει ένα ορθογώνιο με ύψος h=0,5m, του ίδιου μήκους και μάζας M=100kg, το οποίο εμφανίζει την ίδια συμπεριφορά στις επαφές Γ και Δ, όσον αφορά τις τριβές, πόση θα είναι αντίστοιχα η επιτάχυνση που θα αποκτήσει;

54) Μια δοκός πάνω σε κύλινδρο



Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας ομογενής κύλινδρος μάζας m=8kg, ενώ πάνω του συγκρατείται σε οριζόντια θέση μια ομογενής λεπτή δοκός ΑΒ, μήκους 4m και μάζας M=10kg, με τη βοήθεια μιας δύναμης που ασκείται στο άκρο της Α, με συνιστώσες F_x και F_y, όπως στο σχήμα. Η δοκός στηρίζεται στον κύλινδρο στο σημείο Γ, όπου (ΓΑ)=1m.

i) Να υπολογιστούν οι συνιστώσες F_x και F_y για την ισορροπία της δοκού.

Σε μια στιγμή t=0 μεταβάλλουμε την ασκούμενη δύναμη στο άκρο Α, καθορίζοντας σταθερή οριζόντια συνιστώσα F_x=2,6N. Το αποτέλεσμα είναι να τεθούν σε κίνηση και η δοκός και ο κύλινδρος, χωρίς να υπάρχει ολίσθηση ούτε μεταξύ κυλίνδρου και εδάφους, ούτε μεταξύ δοκού και κυλίνδρου.

ii) Να υπολογιστούν οι επιταχύνσεις της δοκού και του κέντρου μάζας Ο του κυλίνδρου.

iii) Να υπολογιστούν την χρονική στιγμή t_1=2s :

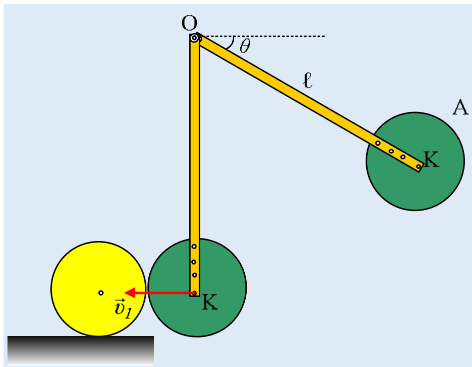
α) Η κατακόρυφη συνιστώσα F_y της ασκούμενης δύναμης.

β) Οι κινητικές ενέργειες δοκού και κυλίνδρου.

γ) Η ισχύς της ασκούμενης δύναμης καθώς και οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής ενέργειας της δοκού και του κυλίνδρου.

Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης, η δοκός παραμένει οριζόντια, $g=10m/s^2$, ενώ η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I= ½\ mR^2$.

55) Σειρά για μια ιδιαίτερη ελαστική κρούση



Μια ομογενής ράβδος μήκους ℓ=1m και μάζας M=2,88kg μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της Ο, χωρίς τριβές. Στο άλλο άκρο της ράβδου έχουμε καρφώσει ένα δίσκο μάζας m=2kg και ακτίνας R=0,2m, όπου το κέντρο του Κ ταυτίζεται με το άκρο της ράβδου, έχοντας έτσι κατασκευάσει ένα στερεό s, το οποίο συγκρατείται στη θέση Α του σχήματος, όπου η ράβδος σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ. Σε μια στιγμή αφήνουμε το στερεό s να περιστραφεί, με αποτέλεσμα τη στιγμή t_1 που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη, το κέντρο του δίσκου έχει ταχύτητα $υ_1$=4m/s. Τη στιγμή αυτή ο δίσκος συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με σφαίρα της ίδιας ακτίνας με το δίσκο, η οποία ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο και η οποία, μετά την κρούση, αποκτά την μέγιστη δυνατή κινητική ενέργεια.

i) Να αποδειχτεί ότι για την αρχική γωνία, που σχηματίζει η ράβδος με την οριζόντια διεύθυνση, ισχύει ημθ=0,3 (συνθ=0,95).

ii) Να βρεθεί ο αρχικός ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του δίσκου, τη στιγμή που το στερεό s αφήνεται να κινηθεί, ως προς:

α) Οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο της Κ.

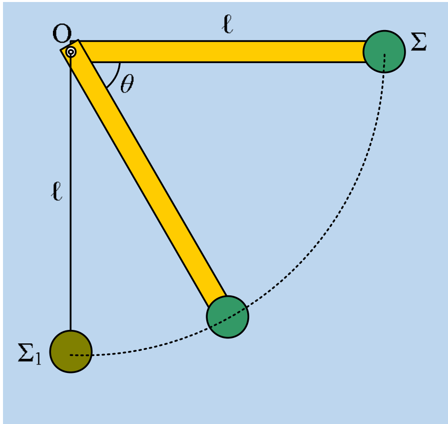
β) Τον άξονα περιστροφής του στερεού στο Ο.

iii) Ποια η στροφορμή του δίσκου και ποιος ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του, ως προς τον άξονα στο Ο, ελάχιστα πριν την κρούση;

iv) Να υπολογιστεί η ταχύτητα την οποία θα αποκτήσει η σφαίρα, μετά την κρούση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I_ρ= 1/3\ Mℓ^2$ και η αντίστοιχη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του Κ, $I_κ= ½\ mR^2$ και $g=10m/s^2$.

56) Μια διαφορετική πλαστική κρούση



Μια ομογενής ράβδος μήκους ℓ=1m και μάζας M=3kg μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της Ο, χωρίς τριβές. Στο άλλο άκρο της ράβδου έχουμε συγκολλήσει μια μικρή σφαίρα Σ, αμελητέων διαστάσεων και μάζας m=1kg. Φέρνουμε τη ράβδο σε οριζόντια θέση και την αφήνουμε να κινηθεί.

i) Μετά από λίγο η ράβδος σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ=60°, όπως φαίνεται στο σχήμα. Για τη θέση αυτή να βρεθούν:

α) Η κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της και ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της στροφορμής, ως προς τον ίδιο άξονα, της σφαίρας Σ.

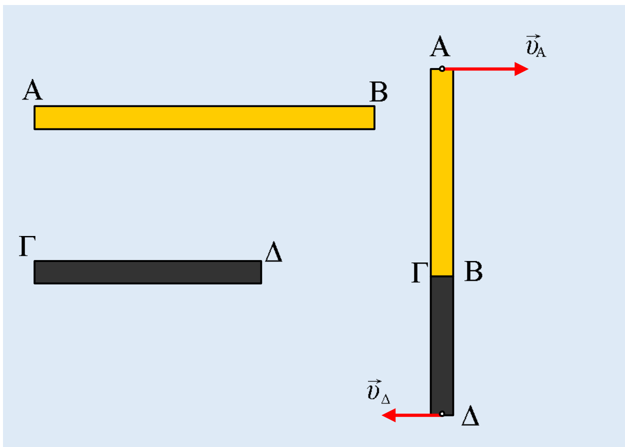
ii) Τη στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη, η σφαίρα Σ συγκρούεται πλαστικά με δεύτερη όμοια σφαίρα Σ_1, η οποία κρέμεται στο άκρο νήματος μήκους ℓ. Να υπολογιστούν:

α) Η ταχύτητα της σφαίρας Σ πριν την κρούση.

β) Η απώλεια κινητικής ενέργειας η οποία οφείλεται στην κρούση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της I_ρ= 1/3 $M\ell^2$ και g=10m/s^2.

57) Δύο ράβδοι δημιουργούν ένα στερεό s.



Διαθέτουμε δύο ομογενείς ράβδους, την ΑΒ μήκους ℓ_1=3m και μάζας m_1=2kg και την ΓΔ μήκους ℓ_2=2m και μάζας m_2. Συγκολλούμε τα άκρα Β και Γ των δύο ράβδων δημιουργώντας μια νέα ράβδο, το στερεό s.

Αφήνουμε ελεύθερο το στερεό s σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή ασκούμε πάνω του ένα ζεύγος δυνάμεων με κατακόρυφη ροπή τ=4N·m για ορισμένο χρονικό διάστημα.

i) Το στερεό s θα εκτελέσει:

α) Μεταφορική κίνηση, β) Στροφική κίνηση, γ) Σύνθετη κίνηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ii) Αν τα άκρα Α και Δ έχουν ταχύτητες μέτρων υ_A=6m/s και υ_Δ=4m/s να βρεθούν:

α) Το κέντρο μάζας του στερεού s.

β) Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του στερεού.

iii) Αν το ζεύγος που επιτάχυνε το στερεό s, ασκήθηκε πάνω του μέχρι να το στρέψει κατά γωνία φ=5rad, να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του στερεού s καθώς και η μάζα της ράβδου ΓΔ.

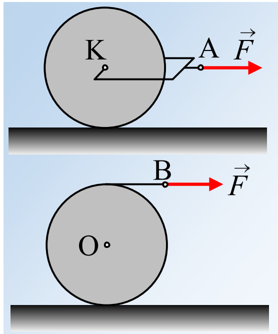
iv) Κάποια στιγμή ($t_0=0$) το στερεό s βρίσκεται στη θέση που δείχνει το παραπάνω σχήμα. Τη στιγμή αυτή γίνεται αποκόλληση των δύο ράβδων, οι οποίες πλέον συνεχίζουν να κινούνται ανεξάρτητα η μια της άλλης. Να βρεθούν τη χρονική στιγμή $t_1=(5\pi/4)s\approx3{,}9s$:

α) Η απόσταση των άκρων Β και Γ των δύο ράβδων.

β) Η συνολική στροφορμή του συστήματος των δύο ράβδων ως προς τον κατακόρυφο νοητό άξονα που αρχικά στρέφεται το στερεό s.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου, ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I=m\ell^2/12$.

58) Δύο δίσκοι σε λείο οριζόντιο επίπεδο



Δύο όμοιοι ομογενείς δίσκοι, ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με το επίπεδό τους κατακόρυφο. Στον πρώτο μπορούμε να ασκήσουμε μια δύναμη στο κέντρο του Κ, τραβώντας το άκρο Α του νήματος, ενώ γύρω από τον δεύτερο έχουμε τυλίξει ένα μη εκτατό νήμα αμελητέου βάρους, στο άκρο Β του οποίου μπορούμε να ασκήσουμε κάποια δύναμη. Κάποια στιγμή ($t_0=0$) ασκούμε ταυτόχρονα στα άκρα Α και Β των νημάτων την ίδια σταθερή οριζόντια δύναμη F, μέχρι το σημείο εφαρμογής της, να μετατοπισθεί κατά Δx=2m, όπου οι δυνάμεις παύουν να ασκούνται.

i) Ποιος δίσκος θα αποκτήσει τελικά μεγαλύτερη κινητική ενέργεια; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ii) Αν τελικά η ταχύτητα του κέντρου μάζας Κ του πρώτου δίσκου έχει μέτρο $\upsilon_{cm,1}=1m/s$, ποια η τελική αντίστοιχη ταχύτητα του κέντρου Ο του δεύτερου δίσκου;

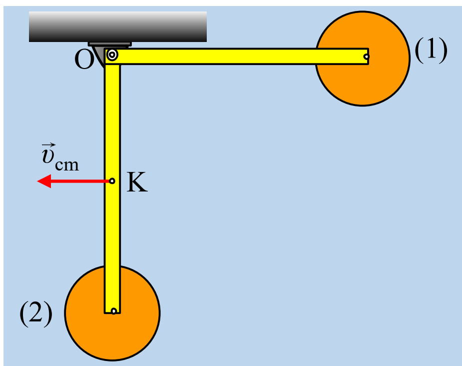
iii) Αν F=2N, να υπολογιστούν:

α) Η μάζα κάθε δίσκου.

β) Η κινητική ενέργεια κάθε δίσκου και ο ρυθμός μεταβολής της, τη χρονική στιγμή $t_1=2s$.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του $I=\frac{1}{2}mR^2$.

59) Η κινητική ενέργεια και η στροφορμή ενός συστήματος



Μια ομογενής ράβδος μήκους ℓ και μάζας Μ μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της Ο, παρουσιάζοντας, ως προς τον άξονα, ροπή αδράνειας Ι. Στο άλλο της άκρο Α έχουμε πακτώσει ένα άξονα κάθετο σ' αυτήν περί τον οποίο μπορεί ελεύθερα να στρέφεται, χωρίς τριβές, ένας ομογενής δίσκος ακτίνας R και μάζας m. Το σύστημα φέρεται σε τέτοια θέση που η ράβδος να είναι οριζόντια (θέση 1) και αφήνεται να κινηθεί. Μετά από λίγο η ράβδος γίνεται κατακόρυφη (θέση 2) έχοντας γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ και ταχύτητα κέντρου μάζας $\vec{\upsilon}_{cm}$. Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, κάθετο στο επίπεδό του $I_\delta = ½\, mR^2$.

i) Αν κατά την παραπάνω κίνηση έχουμε μπλοκάρει το δίσκο, μη επιτρέποντας την περιστροφή του, η κινητική ενέργεια του συστήματος στη θέση (2) υπολογίζεται από την εξίσωση:

α) $K_{ολ} = \frac{1}{2}M\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}m(2\upsilon_{cm})^2$

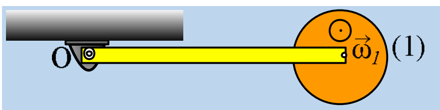
β) $K_{ολ} = \frac{1}{2}M\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}m(2\upsilon_{cm})^2$

γ) $K_{ολ} = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}m(2\upsilon_{cm})^2$

δ) $K_{ολ} = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2 + m\ell^2\right)\omega^2$

ii) Αν ο δίσκος είναι ελεύθερος να περιστραφεί, ποια από τις παραπάνω εξισώσεις μας δίνει την κινητική ενέργεια του συστήματος στη θέση (2);

iii) Θέτουμε το δίσκο σε περιστροφή με γωνιακή ταχύτητα ω_1, όπως στο διπλανό σχήμα, στη θέση (1). Τη στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη, η κινητική ενέργεια του συστήματος υπολογίζεται από την εξίσωση:



α) $K_{ολ} = \frac{1}{2}M\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}m(2\upsilon_{cm})^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\omega_1^2$

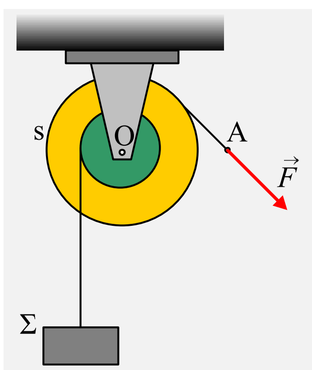
β) $K_{ολ} = \frac{1}{2}M\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\omega_1^2$

γ) $K_{ολ} = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}m(2\upsilon_{cm})^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\omega_1^2$

δ) $K_{ολ} = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2 + m\ell^2\right)\omega^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\omega_1^2$

iv) Σε κάθε μια από τις παραπάνω περιπτώσεις να γράψετε την σχέση από την οποία υπολογίζεται η ολική στροφορμή του συστήματος ως προς (κατά) τον άξονα περιστροφής στο άκρο Ο της ράβδου.

60) Ένα σύστημα σε ισορροπία και επιτάχυνση



Το στερεό s του σχήματος, αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς ομογενείς κυλίνδρους με ακτίνες R=0,4m και r= ½R αντίστοιχα. Το στερεό s μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα των κυλίνδρων που συνδέει τα κέντρα των δύο βάσεων. Γύρω από τον μικρό κύλινδρο έχουμε τυλίξει ένα μη εκτατό και αμελητέου βάρους νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου έχουμε δέσει ένα σώμα Σ. Γύρω από τον μεγάλο κύλινδρο αντίθετα, έχουμε τυλίξει ένα άλλο, όμοιο με το προηγούμενο, νήμα και ασκώντας στο άκρο του Α μια δύναμη $\vec{F}$, μέτρου F=10N, ισορροπούμε όλο το σύστημα, όπως στο σχήμα.

i) Να υπολογιστεί η μάζα του σώματος Σ.

ii) Διπλασιάζουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης $\vec{F}$ με αποτέλεσμα τη στιγμή t_1 που το άκρο του νήματος Α έχει μετατοπισθεί κατά d=1,6m, να έχει ταχύτητα μέτρου $υ_A$=2m/s.

α) Να υπολογιστεί η ενέργεια που μεταφέρθηκε στο σύστημα μέσω του έργου της δύναμης.

β) Να βρεθεί η ροπή αδράνειας του στερεού s.

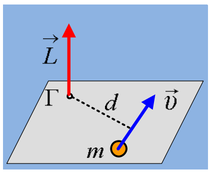
iii) Για τη χρονική στιγμή t_1 να υπολογιστούν:

α) Η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της μηχανικής ενέργειας του στερεού s και του σώματος Σ.

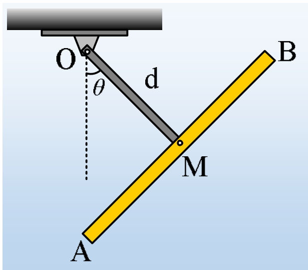
γ) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής, ως προς τον άξονα Ο περιστροφής:

$γ_1$) του σώματος Σ, $γ_2$) του στερεού s, $γ_3$) του συστήματος.



Δίνεται ότι ένα υλικό σημείο το οποίο κινείται με ταχύτητα υ, παρουσιάζει ως προς ένα τυχαίο σημείο Γ, στροφορμή μέτρου L=mυ·d, όπου d η απόσταση του σημείου Γ από τον φορέα της δύναμης, με κατεύθυνση όπως στο σχήμα. Δίνεται επίσης g=10m/s^2.

61) Μια ράβδος στο άκρο αβαρούς … ράβδου



Μια ομογενής ράβδος ΑΒ, μήκους ℓ=2m και μάζας m=0,6kg έχει καρφωθεί στο άκρο δεύτερης ράβδου ΟΜ αμελητέου βάρους και μήκους d=1m, δημιουργώντας ένα στερεό s, με κάθετες τις δύο ράβδους. Το στερεό αυτό μπορεί να περιστρέφεται, σε κατακόρυφο επίπεδο, χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο Ο της αβαρούς ράβδου. Το στερεό s συγκρατείται στη θέση που δείχνει το σχήμα, όπου η ράβδος ΟΜ σχηματίζει γωνία θ με την κατακόρυφο, όπου ημθ=0,6 (συνθ=0,8). Σε μια στιγμή αφήνουμε το στερεό μας ελεύθερο να κινηθεί. Να βρεθούν:

i) Οι αρχικές επιταχύνσεις του μέσου Μ και των δύο άκρων Α και Β της ράβδου.

ii) Ο αρχικός ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ΑΒ, ως προς οριζόντιο άξονα:

α) Ο οποίος περνά από το σημείο πρόσδεσης Ο.

β) Ο οποίος είναι κάθετος στη ράβδο ΑΒ, στο μέσον της Μ.

iii) Να σχεδιάστε το στερεό s τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο και για τη θέση αυτή να υπολογιστούν:

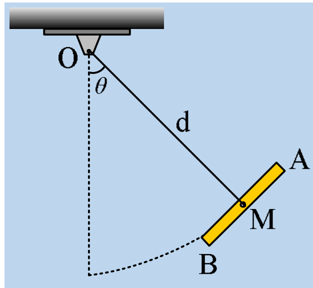
α) Οι ταχύτητες των άκρων Α και Β της ράβδου ΑΒ.

β) Η στροφορμή της ράβδου ΑΒ ως προς οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο που περνά από το μέσον της Μ καθώς και η αντίστοιχη στροφορμή ως προς τον άξονα περιστροφής στο σημείο Ο.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της I_{cm}=

$m\ell^2/12$ και $g=10m/s^2$.

62) Μια ράβδος στο άκρο νήματος



Μια ομογενής ράβδος μήκους $\ell=0,4m$ και μάζας $m=0,6kg$ έχει προσδεθεί στο μέσον της Μ, μέσω αμελητέου βάρους και μη εκτατού νήματος, μήκους $d=1m$, με σταθερό σημείο Ο. Η ράβδος συγκρατείται στη θέση που δείχνει το σχήμα, όπου το νήμα είναι τεντωμένο σχηματίζοντας γωνία θ με την κατακόρυφο, όπου ημθ=0,6, ενώ το νήμα είναι κάθετο στη ράβδο. Σε μια στιγμή αφήνουμε τη ράβδο ελεύθερη να κινηθεί. Να βρεθούν:

i) Οι αρχικές επιταχύνσεις του μέσου Μ και των δύο άκρων Α και Β της ράβδου.

ii) Ο αρχικός ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, ως προς οριζόντιο άξονα:

α) Ο οποίος περνά από το σημείο πρόσδεσης Ο.

β) Ο οποίος είναι κάθετος στη ράβδο, στο μέσον της Μ.

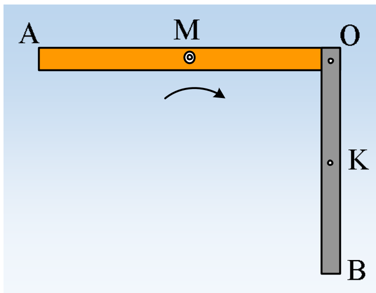
iii) Να σχεδιάστε τη ράβδο τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο και για τη θέση αυτή να υπολογιστούν:

α) Οι ταχύτητες των άκρων Α και Β της ράβδου.

β) Η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ως προς το σημείο Ο.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I_{cm}= m\ell^2/12$ και $g=10m/s^2$.

63) Δυο ράβδοι, ένα στερεό



Έχουμε δημιουργήσει ένα επίπεδο στερεό s, καρφώνοντας δύο ομογενείς ράβδους ΑΟ και ΟΒ, κάθετα μεταξύ. Η ράβδος ΑΟ με μήκος $\ell_1=1,6m$ και η ΟΒ με μήκος $\ell_2=1,2m$ και μάζα $m=10kg$. Το στερεό s στρέφεται δεξιόστροφα, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος διέρχεται από το μέσον Μ της ΑΟ, σε κατακόρυφο επίπεδο και κάποια στιγμή περνά από τη θέση που δείχνει το διπλανό σχήμα, όπου η ράβδος ΑΟ είναι οριζόντια. Τη στιγμή αυτή το μέσον Κ της ράβδου ΟΒ, έχει ταχύτητα μέτρου $υ_K=2m/s$, ενώ ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητάς του είναι ίσος με $5m/s^2$. Για τη θέση αυτή:

i) Να σημειωθούν πάνω στο σχήμα, τα διανύσματα των ταχυτήτων και των ρυθμών μεταβολής των μέτρων τους, για τα σημεία Κ και Ο.

ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας του κοινού άκρου Ο των δύο ράβδων, καθώς και ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας του Ο.

iii) Ποια η επιτάχυνση του μέσου Κ της ράβδου ΟΒ;

iv) Να βρεθεί η στροφορμή καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ΟΒ:

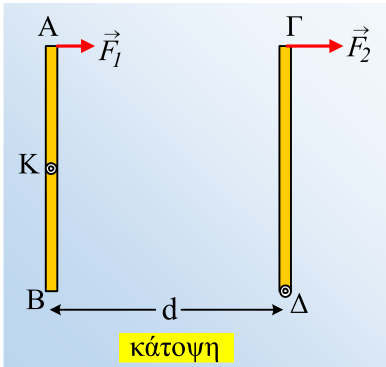
α) Ως προς το μέσον της Κ.

β) Ως προς τον άξονα περιστροφής του στερεού s, στο Μ.

iv) Να βρεθεί επίσης η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του στερεού s, ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I_{cm}= m\ell^2/12$ και $g=10m/s^2$.

64) Δυο ράβδοι σε κίνηση



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο οριζόντιες όμοιες ομογενείς ράβδοι, όπως στο διπλανό σχήμα. Οι ράβδοι μπορούν να στρέφονται χωρίς τριβές γύρω από δυο σταθερούς κατακόρυφους άξονες, όπου ο πρώτος περνά από το μέσον Κ της ράβδου ΑΒ, ενώ ο δεύτερος από το άκρο Δ της ΓΔ. Οι ράβδοι είναι παράλληλοι απέχοντας απόσταση d=2m. Θέλοντας να τους θέσουμε σε περιστροφή και να αποκτήσουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα, ασκούμε στα άκρα τους Α και Γ κατάλληλες δυνάμεις F_1 και F_2, για ορισμένα χρονικά διαστήματα, με αποτέλεσμα κάποια στιγμή, έστω $t_0=0$ οι ράβδοι να βρίσκονται στις αρχικές θέσεις του σχήματος, στρεφόμενες με την γωνιακή ταχύτητα που θέλουμε, χωρίς να ασκούνται πια πάνω τους οι παραπάνω δυνάμεις. Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I= M\ell^2/12$.

i) Αν το έργο της δύναμης F_1, στη διάρκεια της επιτάχυνσης της πρώτης ράβδου είναι ίσο με 4J, πόσο είναι το αντίστοιχο έργο της δύναμης F_2;

Δίνεται ότι κάθε ράβδος έχει μάζα M=6kg και μήκος ℓ=2m.

ii) Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα που απέκτησαν οι ράβδοι.

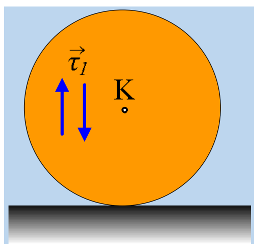
iii) Να υπολογισθούν οι δυνάμεις που οι άξονες ασκούν στις ράβδους τη στιγμή $t_0=0$.

iv) Τη στιγμή $t_0=0$ αφαιρούνται ταυτόχρονα οι δυο άξονες περιστροφής και οι ράβδοι κινούνται ως ελεύθερα στερεά. Να υπολογιστούν τη χρονική στιγμή $t_1=2{,}25\pi\ s \approx 7\ s$:

α) οι ταχύτητες των άκρων Α και Γ των δύο ράβδων,

β) η απόσταση μεταξύ των δύο αυτών άκρων.

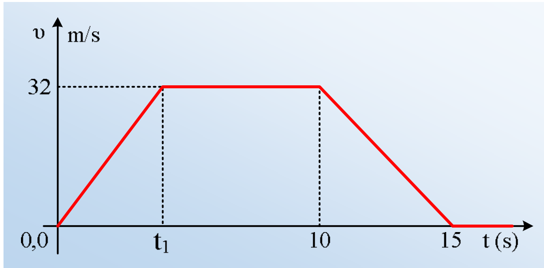
65) Η επιτάχυνση και η επιβράδυνση ενός τροχού



Αλλά και το φρενάρισμα επιτυγχάνεται με την άσκηση ροπής ζεύγους, μέσω των φρένων. Βέβαια και στις δύο περιπτώσεις παίζει πρωτεύοντα ρόλο και η τριβή που αναπτύσσεται, ενώ στη διαδικασία εμπλέκονται όλοι οι τροχοί και το αμάξωμα του αυτοκινήτου. Παρακάτω όμως θα μελετήσουμε τη διαδικασία, για έναν μόνο τροχό.

Έστω λοιπόν ο τροχός του σχήματος, με μάζα 10kg και ακτίνα R=0,5m, ο οποίος ηρεμεί σε οριζόντιο δρόμο με τον οποίο εμφανίζει συντελεστές τριβής $\mu_s=\mu=0{,}8$.

i) Ποια είναι η μέγιστη ροπή που μπορεί να ασκηθεί, μέσω ζεύγους δυνάμεων από τη μηχανή, ώστε ο τροχός να κυλίεται (χωρίς να ολισθήσει) κατά την επιτάχυνσή του, μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα $\upsilon_{cm}=32m/s$, με φορά προς τα δεξιά. Ποιος ο ελάχιστος χρόνος t_1 για την απόκτηση της παραπάνω ταχύτητας;



ii) Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η ταχύτητα του αυτοκινήτου (και άρα του κέντρου μάζας του τροχού) σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου μέχρι τη στιγμή t_1 ο τροχός επιταχύνθηκε με τη μέγιστη επιτρεπόμενη ροπή.

Να βρεθούν:

α) Η ασκούμενη τριβή στον τροχό τις χρονικές στιγμές $\frac{1}{2}t_1$, $t_2=8s$ και $t_3=12s$.

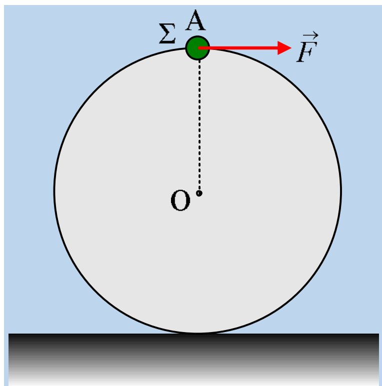
β) Η ροπή του ζεύγους που ασκήθηκε στον τροχό κατά το φρενάρισμα.

γ) Να γίνει η γραφική παράσταση της ασκούμενης ροπής ζεύγους, από τη στιγμή $t_0=0$ μέχρι τη στιγμή που σταματά το αυτοκίνητο.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς κάθετο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο του $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$ και $g=10m/s^2$.

66) Άλλο κέντρο δίσκου, άλλο cm.

Ένα λεπτός ομογενής δίσκος, κέντρου Ο, ακτίνας R=1m και μάζας M=8kg, ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, ενώ στην περιφέρειά του, στο άκρο μιας κατακόρυφης ακτίνας ΟΑ, έχει προσκολληθεί ένα σώμα Σ μάζας Μ, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο αμελητέων διαστάσεων. Έτσι έχουμε κατασκευάσει ένα στερεό s. Κάποια στιγμή, ασκούμε στο σώμα Σ μια οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου F=11N, όπως στο σχήμα, οπότε το στερεό μας, αρχίζει να κυλίεται. Για τη στιγμή αμέσως μόλις αρχίσει η κίνηση να βρεθούν:



i) Η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού.

ii) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας Κ του στερεού s.

iii) Η τριβή που ασκείται στο δίσκο

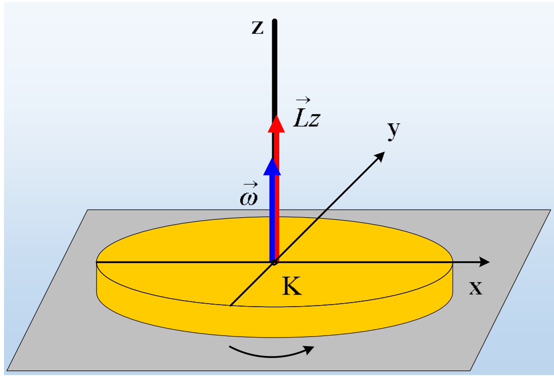
iv) Η επιτάχυνση του κέντρου Ο του δίσκου.

iv) Η οριζόντια συνιστώσα της δύναμης που ασκείται στο σώμα Σ από το δίσκο.

Δίνεται ότι το cm του στερεού είναι ένα σημείο Κ, στο μέσον της ακτίνας ΟΑ, ενώ η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς κάθετο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο του Ο, δίνεται από τη σχέση $I_o=\frac{1}{2}MR^2$.

67) Κύριος ή πρωτεύων άξονας στερεού.

Ο ομογενής, πολύ λεπτός, δίσκος του σχήματος, μπορεί να στρέφεται σε επαφή με λείο οριζόντιο επίπεδο, γύρω από σταθερό (πραγματικό άξονα) z, ο οποίος περνά από το κέντρο του Κ όπως στο σχήμα, με γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$.



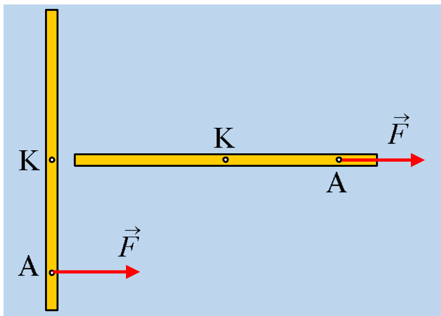
Τότε ο δίσκος έχει στροφορμή ως προς το κέντρο μάζας Κ, με μέτρο $L_z=I_{cm}\cdot\omega$ και με διεύθυνση του άξονα, ίδια δηλαδή με τη διεύθυνση της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$. Μπορούμε δηλαδή να γράψουμε:

$$\vec{L}_z = I_z\vec{\omega} \quad (1)$$

Κάποια στιγμή αφαιρούμε τον άξονα z (φανταστείτε ένα καρφί στο έδαφος, το οποίο βγάζουμε). Ο δίσκος θα συνεχίσει την περιστροφή του, σαν να μην άλλαξε κάτι, απλά τώρα η περιστροφή θα πραγματοποιείται γύρω από έναν νοητό, φανταστικό, ελεύθερο άξονα z΄, ο οποίος θα έχει πάρει τη θέση του πραγματικού άξονα z. Τα υπόλοιπα παραμένουν ως είχαν, οπότε και πάλι θα ισχύει η σχέση (1), ενώ αυτός ο ελεύθερος άξονας z΄ δεν θα αλλάζει καθόλου προσανατολισμό (δεν θα έχουμε καμιά κίνησή του, όπως μια μετάπτωση)…..

68) Μια ράβδος σε λείο επίπεδο

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ηρεμεί μια λεπτή ομογενής ράβδος μάζας Μ=3kg και μήκους ℓ=4m. Σε μια στιγμή $t_0=0$ ασκείται στο σημείο Α της ράβδου, το οποίο απέχει 0,5m από το άκρο της, μια σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, μέτρου F=3N, με διεύθυνση κάθετη στη ράβδο. Τη χρονική στιγμή $t_1=\sqrt{3}$s η ράβδος έχει περιστραφεί κατά 90° και βρίσκεται στη θέση δεξιά στο διπλανό σχήμα.



i) Να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση του σημείου Α, εφαρμογής της δύναμης $\vec{F}$.

ii) Να βρεθεί η ταχύτητα του μέσου Κ της ράβδου τη στιγμή t_1.

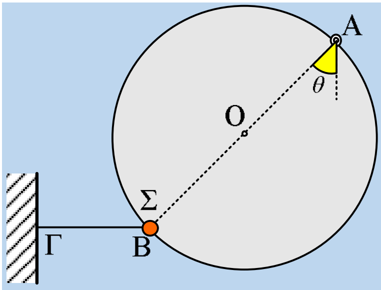
iii) Πόσο είναι το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από 0-t_1 και με ποιο ρυθμό προσφέρει ενέργεια στη ράβδο τη στιγμή t_1;

iv) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σημείου Α τη στιγμή t_1.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου, ως προς κάθετο άξονα ο οποίος περνά από το μέσον της, $I=M\ell^2/12$.

69) Ισορροπία και επιτάχυνση στερεού

Ένας ομογενής δίσκος, κέντρου Ο, μάζας Μ=4kg και ακτίνας R=1m, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από ένα σημείο Α της περιφέρειάς του. Στο σημείο Β, αντιδιαμετρικό σημείο του Α, έχει προσκολληθεί ένα σώμα Σ, μάζας m=4kg, το οποίο μπορούμε να θεωρήσουμε υλικό σημείο αμελητέων διαστάσεων, παίρνοντας ένα στερεό s. Το στερεό ισορροπεί με τη βοήθεια οριζόντιου νήματος ΓΒ, σε τέτοια θέση ώστε η διάμετρος ΑΒ να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία θ με ημθ=0,55 και συνθ=0,84.



Δίνονται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του $I_{cm}= ½\ MR^2$ και $g=10m/s^2$.

i) Να υπολογιστεί η τάση του νήματος.

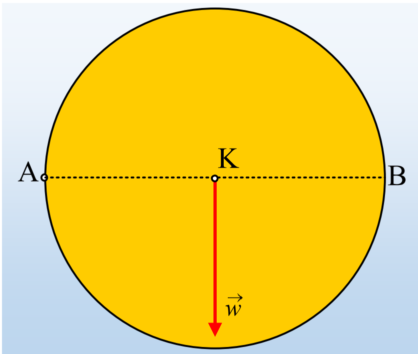
ii) Να βρεθεί η δύναμη που ασκεί ο άξονας στον δίσκο, στο σημείο Α.

iii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα, με αποτέλεσμα το στερεό s να αρχίσει να στρέφεται γύρω από τον άξονα, διαγράφοντας κατακόρυφο επίπεδο. Για τη στιγμή t=0, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος να βρεθούν:

α) Η επιτάχυνση του υλικού σημείου Σ.

β) Η δύναμη που ασκεί ο άξονας στο δίσκο.

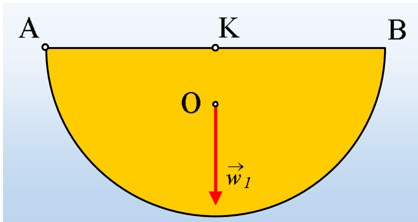
70) Κόβοντας έναν δίσκο στη μέση



Ένας ομογενής δίσκος, κέντρου Κ, ακτίνας R και μάζας Μ, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος περνά από ένα σημείο Α της περιφέρειάς του, με το επίπεδό του κατακόρυφο. Φέρνουμε το δίσκο στη θέση που δείχνει το διπλανό σχήμα, όπου η ακτίνα ΚΑ είναι οριζόντια και τον αφήνουμε να περιστραφεί, με αποτέλεσμα το σημείο Β, αντιδιαμετρικό του Α, να αποκτά αρχική επιτάχυνση μέτρου $α_1=4g/3$.

i) Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του στο Α, δίνεται από την εξίσωση:

α) $I_1= ½\ MR^2$, β) $I_1= MR^2$, γ) $I_1= 1{,}5MR^2$, δ) $I_1= 2\ MR^2$.



ii) Κόβουμε το δίσκο κατά μήκος της διαμέτρου ΑΒ, κρατώντας το ένα τμήμα του, το οποίο μπορεί να στρέφεται γύρω από τον ίδιο άξονα στο Α. Φέρνουμε το ημικύκλιο στη θέση του σχήματος, όπου και πάλι η διάμετρος ΑΒ να είναι οριζόντια, οπότε ο φορέας του βάρους διέρχεται ξανά από το κέντρο Κ και το αφήνουμε να περιστραφεί. Η αρχική επιτάχυνση του σημείου Κ θα έχει μέτρο:

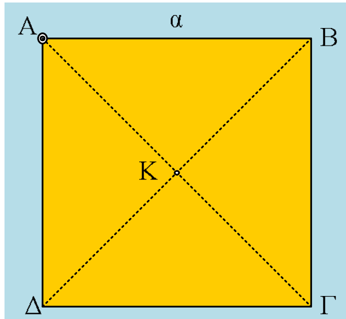
α) $α_2=g/3$, β) $α_2=2g/3$, γ) $α_2=g$, δ) $α_2=4g/3$.

όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας

71) Από την τετράγωνη πλάκα στην τριγωνική

Μια ομογενής τετράγωνη πλάκα μάζας Μ και πλευράς α, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από την κορυφή της Α. Συγκρατούμε την πλάκα, στη θέση που φαίνεται στο σχήμα, όπου η πλευρά της ΑΒ είναι οριζόντια, ενώ το επίπεδό της βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο. Σε



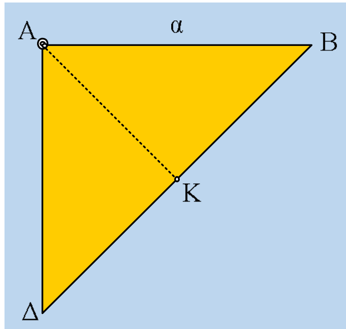
μια στιγμή η πλάκα αφήνεται να περιστραφεί, οπότε η κορυφή Β αποκτά αρχική επιτάχυνση μέτρου $\alpha_B = 3g/4 = 7{,}5 m/s^2$.

i) Να υπολογιστούν:

α) Η αρχική επιτάχυνση του κέντρου Κ της πλάκας.

β) η ροπή αδράνειας της πλάκας ως προς τον άξονα περιστροφής της, σε συνάρτηση με τη μάζα Μ και το μήκος της πλευράς α.

ii) Να υπολογιστεί η ροπή αδράνειας της πλάκας ως προς άξονα, κάθετο στο επίπεδο της πλάκας, ο οποίος περνά από το κέντρο Κ του τετραγώνου, αν Μ=12kg και α=1m.



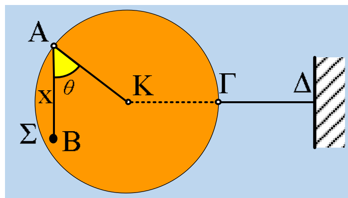
iii) Κόβουμε την τετράγωνη πλάκα κατά μήκος της διαγωνίου ΒΔ, με αποτέλεσμα να πάρουμε δύο ίσα ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα. Η τριγωνική πλάκα ΑΒΔ, παραμένει στη θέση της και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από τον οριζόντιο άξονα, που περνά από την κορυφή Α. Αφήνουμε ξανά την νέα πλάκα να περιστραφεί από την θέση του σχήματος, όπου η πλευρά ΑΒ είναι οριζόντια.

α) Να υπολογιστεί η ροπή αδράνειας της τριγωνικής πλάκας, ως προς τον άξονα περιστροφής της.

β) Ποια η αρχική επιτάχυνση της κορυφής Β και του μέσου Κ της πλευράς ΒΔ.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

72) Ένας δίσκος και ένα υλικό σημείο.



Ένας ομογενής δίσκος, κέντρου Κ, μάζας Μ=1,2kg και ακτίνας R=1m, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από ένα σημείο Α της περιφέρειάς του. Ο δίσκος ισορροπεί με τη βοήθεια οριζόντιου νήματος ΓΔ, το οποίο δένεται στο άκρο μιας οριζόντιας ακτίνας ΚΓ, ενώ στη θέση Β, σε κατακόρυφη απόσταση (ΑΒ)= x=R, έχει στερεωθεί ένα μικρό σώμα Σ, το οποίο θεωρούμε αμελητέων διαστάσεων. Έτσι έχουμε δημιουργήσει ένα στερεό s.

Δίνονται για τη γωνία θ που σχηματίζει η ακτίνα ΚΑ με την κατακόρυφο, ημθ=0,8 και συνθ=0,6, η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του $I_{cm} = ½ MR^2$ και $g=10m/s^2$.

i) Να υπολογιστεί η τάση του νήματος.

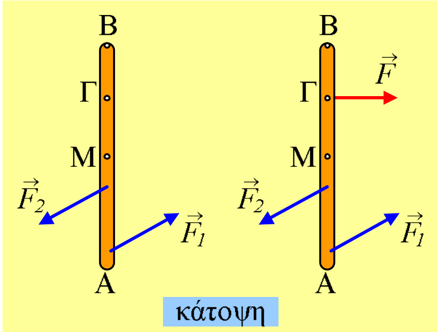
ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα, με αποτέλεσμα αμέσως μετά, το κέντρο Κ του δίσκου να αποκτήσει επιτάχυνση μέτρου $4{,}8m/s^2$. Ζητούνται:

α) Να σχεδιάστε στο σχήμα τις επιταχύνσεις των σημείων Κ και Β, μόλις κοπεί το νήμα.

β) Να προσδιοριστεί η μάζα του σώματος Σ.

iii) Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκείται στο δίσκο από τον άξονα περιστροφής, πριν το κόψιμο του νήματος.

73) Η ράβδος και το ζεύγος δυνάμεων.



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ηρεμεί μια οριζόντια ομογενής ράβδος ΑΒ, μήκους ℓ=2m και μάζας 6kg, η οποία μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα z, ο οποίος περνά από το άκρο της Β. Στη ράβδο ασκείται ένα ζεύγος δυνάμεων, όπως στο σχήμα και μια οριζόντια σταθερή δύναμη $\vec{F}$, μέτρου F=4N η οποία ασκείται κάθετα στη ράβδο στο σημείο Γ, όπου (ΒΓ)=0,5m.

i) Να σχεδιαστεί η δύναμη $\vec{F}$ και να υπολογιστεί η ροπή του ζεύγους των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$.

ii) Υποστηρίζεται η άποψη, ότι ένα στερεό στο οποίο ασκείται ένα ζεύγος δυνάμεων, δεν μπορεί να ισορροπεί με την άσκηση μιας μόνο επιπλέον δύναμης. Χρειάζεται να ασκηθεί ένα ακόμη ζεύγος δυνάμεων. Να εξετάσετε την ορθότητα ή μη της πρότασης αυτής, χρησιμοποιώντας την παραπάνω ράβδο.

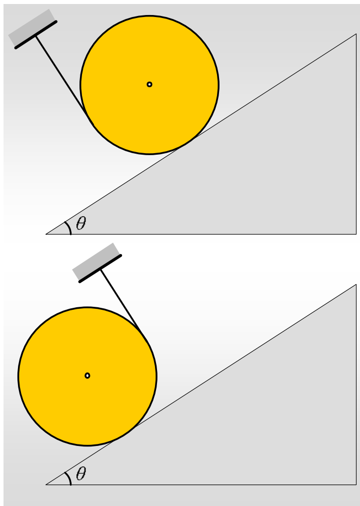
iii) Να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση (t=0) του άκρου Α της ράβδου, αν η δύναμη $\vec{F}$ έχει την κατεύθυνση του δεξιού σχήματος, κάθετη στη ράβδο, ενώ η ράβδος ΑΒ:

α) Μπορεί να στρέφεται γύρω από τον άξονα z, στο άκρο Β.

β) Έχει αποδεσμευτεί από τον άξονα αυτόν και είναι ελεύθερη.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα ο οποίος περνά από το μέσον της Μ, $I_{cm}= m\ell^2/12$.

74) Ισορροπία κυλίνδρου σε κεκλιμένο επίπεδο.



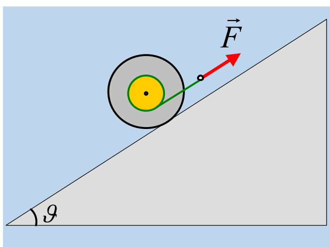
Ένας ομογενής κύλινδρος ηρεμεί σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ, με τη βοήθεια νήματος, το οποίο έχουμε τυλίξει γύρω του, με διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο, όπως στο πρώτο από τα διπλανά σχήματα. Δίνεται ημθ=0,4 και συνθ≈0,9.

i) Να αποδείξτε ότι το κεκλιμένο επίπεδο δεν είναι λείο.

ii) Να υπολογιστεί ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής, μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου, για την παραπάνω ισορροπία.

iii) Υποστηρίζεται ως εναλλακτική ισορροπία, αυτή του δεύτερου σχήματος. Να εξετάσετε αν είναι δυνατή η ισορροπία αυτή.

75) Ομοαξονικοί κύλινδροι σε κεκλιμένο επίπεδο…



Το στερεό του σχήματος, βάρους $\vec{w}$, αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και r= ½R αντίστοιχα. Το στερεό ισορροπεί όπως στο σχήμα σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ, όπου ημθ=0,6, ενώ στον δίσκο ακτίνας r έχουμε τυλίξει αβαρές μη εκτατό νήμα και στο άκρο του Α ασκούμε δύναμη $\vec{F}$, παράλληλης στο επίπεδο.

i) Να εξηγήσετε γιατί το κεκλιμένο επίπεδο δεν είναι λείο.

ii) Να σχεδιάστε την τριβή που ασκείται στο στερεό, δικαιολογώντας και την κατεύθυνσή της.

iii) Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ είναι ίσο:

α) F=0,8w, β) F=w, γ) F=1,2w.

iv) Αν για τους συντελεστές οριακής στατικής τριβής και τριβής ολίσθησης ισχύει $\mu=\mu_s=\frac{7}{8}$ και κάποια στιγμή αυξήσουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης $\vec{F}$ στην τιμή F=1,5w, τι θα συμβεί με το στερεό:

α) Θα μετακινηθεί προς τα πάνω.

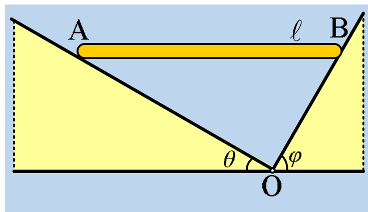
β) Θα περιστραφεί.

γ) Θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

76) Στήριξη σε δύο λεία κεκλιμένα επίπεδα.

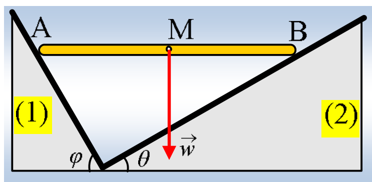
Μια μη ομογενής ράβδος ΑΒ, μήκους ℓ και βάρους w, ισορροπεί σε επαφή με δύο λεία κεκλιμένα επίπεδα, με κλίσεις θ=30° και φ=60°, σε οριζόντια θέση, όπως στο σχήμα. Η ροπή του βάρους της ράβδου, ως προς το κοινό σημείο Ο, της βάσης των δύο επιπέδων, έχει μέτρο:



α) $\tau = w \cdot \frac{\ell}{4}$, β) $\tau = w \cdot \frac{\ell}{3}$, γ) $\tau = w \cdot \frac{\ell}{2}$

77) Μια ράβδος σε δύο κεκλιμένα επίπεδα.

Στο σχήμα βλέπετε δύο κεκλιμένα επίπεδα (1) και (2), με κλίσεις φ=60° και θ=30° αντίστοιχα. Μια οριζόντια ομογενής ράβδος ΑΒ βάρους w=100Ν, ισορροπεί σε επαφή με τα δύο επίπεδα.



i) Μπορούν και τα δύο επίπεδα να είναι λεία ή όχι; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

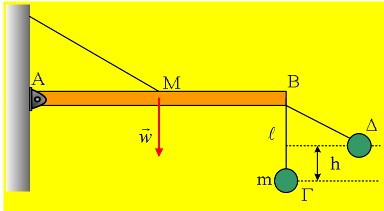
ii) Αν δίνεται ότι το επίπεδο (1) είναι λείο, να βρεθούν:

α) Η δύναμη που δέχεται η ράβδος στο άκρο της Α από το επίπεδο.

β) Ο ελάχιστος συντελεστής της οριακής στατικής τριβής μεταξύ ράβδου και επιπέδου (2), για την παραπάνω ισορροπία.

78) Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια, ό,τι και να συμβεί…

Μια λεπτή οριζόντια ομογενής ράβδος ΑΒ είναι αρθρωμένη σε κατακόρυφο τοίχο στο άκρο της Α και μέσω νήματος έχει επίσης προσδεθεί στον ίδιο τοίχο, το μέσον της Μ. Στο άκρο της Β κρέμεται μέσω αβαρούς



νήματος μήκους l μια σφαίρα μάζας m.

i) Η κατακόρυφη συνιστώσα F_y, της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση στο άκρο της Α:

α) Έχει φορά προς τα πάνω.

β) Έχει φορά προς τα κάτω.

γ) Είναι μηδενική.

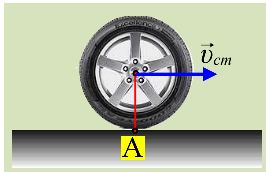
ii) Αν η ράβδος έχει βάρος w και g η επιτάχυνση της βαρύτητας, τότε το μέτρο της παραπάνω συνιστώσας F_y είναι:

α) $F_y = w + mg$, β) $F_y = w$, γ) $F_y = mg$.

iii) Εκτρέπουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας της Γ, φέρνοντάς την στη θέση Δ, η οποία απέχει κατακόρυφα απόσταση h= ½ l από την αρχική θέση Γ, και την αφήνουμε να κινηθεί. Η μέγιστη τιμή του μέτρου της κατακόρυφης συνιστώσας F_y που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση είναι τώρα:

α) $F_y = mg$, β) $F_y = 2mg$, γ) $F_y = 3mg$.

79) Ο τροχός ενός αυτοκινήτου που επιταχύνεται



Ένα αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με ταχύτητα υ_o=4m/s, με αποτέλεσμα οι τροχοί του, ακτίνας R=0,5m να κυλίονται. Σε μια στιγμή t_0=0 το αυτοκίνητο επιταχύνεται αποκτώντας σταθερή επιτάχυνση α=1m/s^2, ενώ οι τροχοί αποκτούν και σταθερή γωνιακή επιτάχυνση, με αποτέλεσμα τη χρονική στιγμή t_1=20s να περιστρέφονται με γωνιακή ταχύτητα ω_1=68rad/s.

i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του αυτοκινήτου και η απόσταση που διανύει στη διάρκεια της επιταχυνόμενης κίνησής του, μέχρι τη στιγμή t_1.

ii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας των τροχών σε συνάρτηση με το χρόνο και με βάση αυτή να βρείτε:

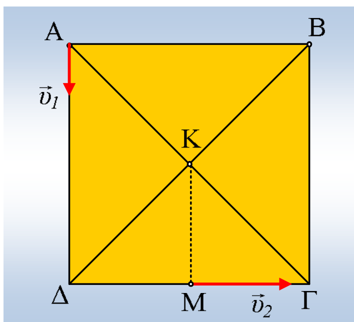
α) τη γωνιακή επιτάχυνση κάθε τροχού.

β) τη γωνία στροφής του τροχού από 0-20s.

iii) Να βρεθεί η ταχύτητα του σημείου επαφής του τροχού με το δρόμο, σημείου Α, τη στιγμή t_1.

iv) Να υπολογιστεί η απόσταση κατά την οποία γλίστρησε το σημείο Α στο χρονικό διάστημα 0-t_1.

80) Η κίνηση μιας τετράγωνης πλάκας.



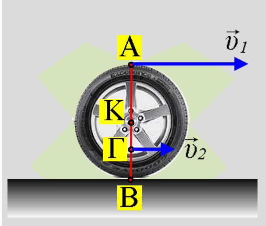
Στην οριζόντια επιφάνεια μιας παγωμένης λίμνης κινείται μια οριζόντια ομογενής τετράγωνη πλάκα πλευράς α=1m, χωρίς να μεταβάλλεται η κίνησή της. Σε μια στιγμή t_0=0, η πλάκα βρίσκεται στη θέση που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, ενώ οι ταχύτητες της κορυφής Α και του μέσου Μ της πλευράς ΓΔ, έχουν μέτρα υ_1=1m/s και υ_2=2m/s και κατευθύνσεις όπως στο σχήμα (κάτοψη).

i) Να βρείτε την ταχύτητα του κέντρου Κ της τετράγωνης πλάκας.

ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα της κορυφής Β, την ίδια στιγμή (t_0).

iii) Ποιες οι ταχύτητες της κορυφής Α και του σημείου Μ, τη χρονική στιγμή t_1=4,71s;

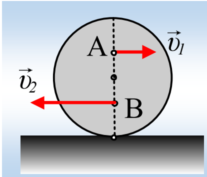
81) Τρεις διαφορετικές κινήσεις ενός τροχού.



1) Ένας τροχός αυτοκινήτου κινείται σε οριζόντιο δρόμο και στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι ταχύτητες των σημείων Α και Γ, μιας κατακόρυφης διαμέτρου ΑΒ, όπου (ΚΓ)= ½ R. Οι ταχύτητες αυτές είναι οριζόντιες με μέτρα $υ_1$=4m/s και $υ_2$=1m/s αντίστοιχα.

i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου Κ του τροχού.

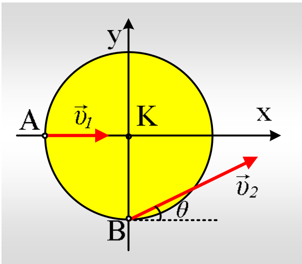
ii) Ο τροχός αυτός κυλίεται ή όχι;



2) Ο τροχός ενός αυτοκινήτου που κινείται οριζόντια, έχει ακτίνα R. Σε μια στιγμή, δύο σημεία Α και Β σε μια κατακόρυφη διάμετρο τα οποία απέχουν κατά 0,2m από το κέντρο του τροχού, έχουν οριζόντιες ταχύτητες με μέτρα $υ_1$=0,8m/s και $υ_2$=3,2m/s, όπως στο σχήμα.

i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου Ο του τροχού.

ii) Ο τροχός αυτός κυλίεται ή όχι;

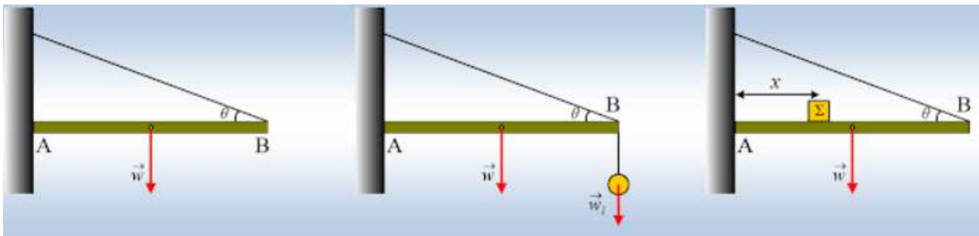


3) Ένας οριζόντιος δίσκος (ένας τροχός…ξαπλωμένος!), κέντρου Κ και ακτίνας R=0,5m, κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Έστω ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων με αρχή το Κ. Το σημείο Α του δίσκου, στη θέση (x,y)=(-0,5m,0) έχει ταχύτητα στη διεύθυνση x, μέτρου $υ_1$=2m/s, ενώ το σημείο Β, στη θέση (x,y)=(0,-0,5m) έχει ταχύτητα $\vec{υ}_2$ η οποία σχηματίζει με τη διεύθυνση x γωνία θ, όπου εφθ=0,5.

i) Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας Κ του δίσκου.

ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Β.

82) Η τριβή εξασφαλίζει την ισορροπία;



Η ομογενής ράβδος ΑΒ του σχήματος, βάρους $\vec{w}$, ισορροπεί σε οριζόντια θέση, δεμένη στο άκρο της Β με νήμα, το οποίο σχηματίζει γωνία θ με τη ράβδο όπου εφθ=0,5, ενώ το άλλο της άκρο Α, στηρίζεται σε μη λείο κατακόρυφο τοίχο.

i) Να υπολογιστεί ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ ράβδου και τοίχου, για την παραπάνω ισορροπία.

Δίνεται ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ ράβδου και τοίχου μ_s=0,5.

ii) Αν στο άκρο Β κρεμάσουμε μέσω νήματος, μια σφαίρα βάρους $\vec{w}_1$ τότε:

α) Η ασκούμενη τριβή θα αυξηθεί.

β) Το σύστημα θα συνεχίσει να ισορροπεί.

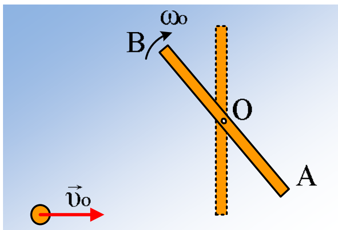
γ) Η ράβδος θα γλιστρήσει στο άκρο της Α.

iii) Ποια η ελάχιστη απόσταση x, από το άκρο Α της ράβδου, στην οποία μπορούμε να τοποθετήσουμε ένα σώμα Σ βάρους $\vec{w}_1$, χωρίς να ολισθήσει η ράβδος.

Ασκήσεις 2017-18

83) Πώς εφαρμόζεται η αρχή διατήρησης Στροφορμής (ΑΔΣ)

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο περιστρέφεται μια ομογενής ράβδος μάζας $M=3kg$ και μήκους $l=2m$ με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_0=1rad/s$, όπως στο σχήμα (κάτοψη). Μια σφαίρα μάζας $m=M=3kg$ κινείται στο ίδιο επίπεδο με ταχύτητα $\upsilon_0=4m/s$ και συγκρούεται πλαστικά στο άκρο Α της ράβδου, τη στιγμή που η σφαίρα έχει ταχύτητα κάθετη στη ράβδο.



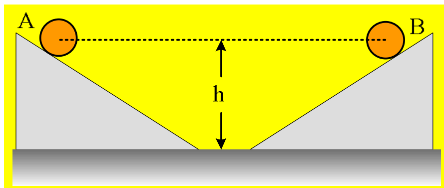
Να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα του στερεού s που προκύπτει, καθώς και η ταχύτητα της σφαίρας, αμέσως μετά την κρούση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της Ο, $I_o= (1/12)Ml^2$.

84) Στερεά κυκλικής διατομής. Δυο εφαρμογές.

Εφαρμογή 1η:

Δυο όμοιες σφαίρες συγκρατούνται πάνω σε δύο κεκλιμένα επίπεδα, στο ίδιο ύψος h από το οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή τις αφήνουμε ταυτόχρονα να κινηθούν. Αν το αριστερό επίπεδο είναι λείο, ενώ η Β σφαίρα κυλίεται:



i) Όταν οι σφαίρες φτάσουν στο οριζόντιο επίπεδο:

α) Μεγαλύτερη κινητική ενέργεια θα έχει η Α σφαίρα.

β) Μεγαλύτερη κινητική ενέργεια θα έχει η Β σφαίρα.

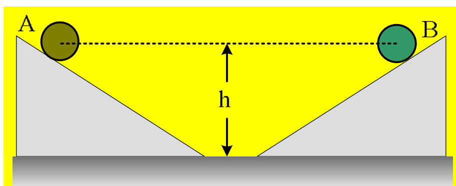
γ) Οι δύο σφαίρες θα έχουν ίσες κινητικές ενέργειες.

ii) Πρώτη θα φτάσει στο οριζόντιο επίπεδο:

α) Η Α σφαίρα, β) Η Β σφαίρα, γ) Οι δυο σφαίρες θα φτάσουν ταυτόχρονα στο οριζόντιο επίπεδο.

Εφαρμογή 2η:

Τα δύο κεκλιμένα επίπεδα του διπλανού σχήματος, παρουσιάζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής με τα στερεά κυκλικής διατομής Α και Β, τα οποία συγκρατούνται στο ίδιο ύψος h από το οριζόντιο επίπεδο. Τα δυο στερεά έχουν ίσες μάζες και αφήνοντάς τα να κινηθούν



κυλίονται και φτάνουν στο οριζόντιο επίπεδο, με πρώτο το Β.

i) Όταν τα δυο στερεά φτάσουν στο οριζόντιο επίπεδο:

α) Μεγαλύτερη κινητική ενέργεια θα έχει το Α.

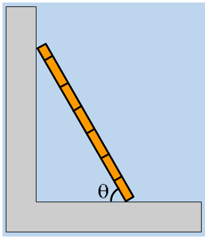
β) Μεγαλύτερη κινητική ενέργεια θα έχει το Β.

γ) Τα δυο στερεά θα έχουν ίσες κινητικές ενέργειες.

ii) Αν I_1 η ροπή αδράνειας του Α στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής του και I_2 και η αντίστοιχη ροπή αδράνειας του Β, ισχύει:

α) $I_1 < I_2$, β) $I_1 = I_2$, γ) $I_1 > I_2$.

85) Στηρίζουμε μια σκάλα σε τοίχο



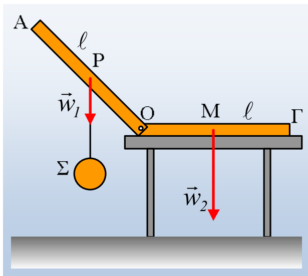
Ένας ελαιοχρωματιστής θέλει να τοποθετήσει μια σκάλα, η οποία να στηρίζεται σε κατακόρυφο μη λείο τοίχο, σε δωμάτιο με λείο δάπεδο, όπως στο σχήμα.

i) Μπορεί να το κάνει, αρκεί να επιλέξει κατάλληλη γωνία κλίσεως θ, όπου θ<90°.

ii) Δεν μπορεί να το κάνει, ανεξαρτήτως της κλίσεως που θα επιλέξει.

Ποια από τις δύο παραπάνω θέσεις είναι σωστή; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

86) Μια ακόμη ισορροπία και όχι ανατροπή

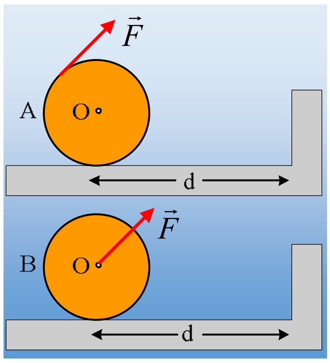


Διαθέτουμε δύο ομογενείς ράβδους ΑΟ και ΟΓ με το ίδιο μήκος l=2m και βάρη w_1=50N και w_2=100N αντίστοιχα. Καρφώνουμε τις δυο ράβδους συνδέοντας τις στο κοινό άκρο τους Ο, δημιουργώντας έτσι το επίπεδο στερεό ΑΟΓ, (στερεό s), όπου η γωνία ΑΟΓ=120°. Τοποθετούμε το στερεό s πάνω σε τραπέζι έτσι ώστε το επίπεδό του να είναι κατακόρυφο, όπως στο σχήμα.

i) Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης που ασκεί το τραπέζι στο στερεό s, καθώς και η ροπή της ως προς το μέσον Μ της ΟΓ.

ii) Ποιο είναι το μέγιστο βάρος ενός σώματος Σ, το οποίο μπορούμε να κρεμάσουμε μέσω νήματος στο μέσον Ρ της ράβδου ΑΟ, χωρίς το στερεό να ανατρέπεται;

87) Κύλιση με πλάγια δύναμη



Γύρω από έναν ομογενή κύλινδρο Α, ο οποίος ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, έχουμε τυλίξει ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα. Τραβώντας το ελεύθερο άκρο του νήματος, ασκούμε στον κύλινδρο μια σταθερού μέτρου δύναμη F, η οποία σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση σταθερή γωνία θ, οπότε ο κύλινδρος αρχίζει να κυλίεται.

i) Να αποδειχθεί ότι το επίπεδο δεν μπορεί να είναι λείο και ότι θα ασκηθεί στον κύλινδρο στατική τριβή με φορά προς τα δεξιά.

ii) Ένας δεύτερος όμοιος κύλινδρος Β, ο οποίος αρχικά ηρεμεί στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, δέχεται την ίδια δύναμη F στο κέντρο μάζας του Ο, οπότε και αυτός κυλίεται. Αν ο Α κύλινδρος χρειάζεται χρόνο t_1 για να μετακινηθεί κατά d, τότε ο Β για την ίδια απόσταση d, θα χρειαστεί χρόνο t_2, όπου:

α) $t_1 < t_2$, α) $t_1 = t_2$, α) $t_1 > t_2$.

iii) Μεγαλύτερη κινητική ενέργεια, μετά το τέλος της παραπάνω μετακίνησης κατά d, θα έχει:

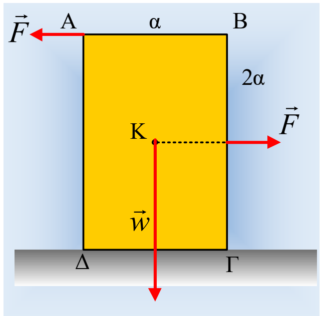
α) Ο κύλινδρος Α, β) ο κύλινδρος Β, γ) θα έχουν ίσες κινητικές ενέργειες.

Να δικαιολογήσετε αναλυτικά τις απαντήσεις σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας ενός κυλίνδρου $I_{cm}= ½ mR^2$, ως προς τον άξονά του ο οποίος συνδέει τα κέντρα των δύο βάσεών του.

88) Η ανατροπή και η κύλιση…

Ερώτηση 1η :



Σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα ομογενές ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με πλευρές α και 2α, βάρους w. Σε μια στιγμή ασκούνται πάνω του δύο οριζόντιες δυνάμεις μέτρου F= 1/4w, όπως στο σχήμα.

i) Αναφερόμενοι στην τριβή που θα ασκηθεί στο στερεό:

α) Θα ασκηθεί πάνω του δύναμη τριβής με φορά προς τα δεξιά.

β) Θα ασκηθεί πάνω του δύναμη τριβής με φορά προς τα αριστερά.

γ) Δεν θα εμφανισθεί δύναμη τριβής.

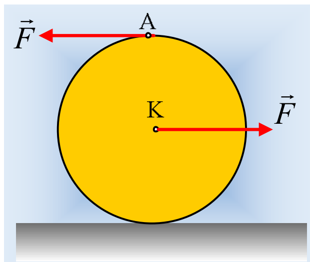
ii) Αναφερόμενοι στο ενδεχόμενο ανατροπής του ορθογωνίου:

α) Πρόκειται να ανατραπεί γύρω από την κορυφή Γ.

β) Πρόκειται να ανατραπεί γύρω από την κορυφή Δ.

γ) Δεν πρόκειται να ανατραπεί.

Ερώτηση 2η:



Σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας ομογενής κύλινδρος μάζας m και ακτίνας R. Σε μια στιγμή ασκούνται πάνω του δύο οριζόντιες δυνάμεις μέτρου F, όπως στο σχήμα (η μια στο κέντρο μάζας Ο και η δεύτερη μέσω νήματος που έχουμε τυλίξει γύρω του, στο ανώτερο σημείο Α).

i) Αναφερόμενοι στην τριβή που θα ασκηθεί στον κύλινδρο:

α) Θα ασκηθεί πάνω του δύναμη τριβής με φορά προς τα δεξιά.

β) Θα ασκηθεί πάνω του δύναμη τριβής με φορά προς τα αριστερά.

γ) Δεν θα εμφανισθεί δύναμη τριβής.

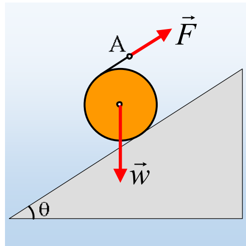
ii) Αν ο κύλινδρος κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει), τότε το μέτρο της ασκούμενης τριβής είναι:

α) T=0, β) T= 1/3 F, γ) T= 2/3 F, δ) T=F.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I= ½ mR^2$.

89) Ένας κύλινδρος σε λείο κεκλιμένο επίπεδο

Γύρω από έναν ομογενή κύλινδρο μάζας m, τυλίγουμε ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα. Τοποθετούμε τον κύλινδρο σε λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ και ασκούμε στο άκρο Α του νήματος, σταθερή δύναμη F, παράλληλη με το επίπεδο και μέτρου F= ½ mg·ημθ.



i) Ο κύλινδρος θα κινηθεί κατά μήκος του επιπέδου:

α) προς τα πάνω, β) προς τα κάτω, γ) δεν θα κινηθεί κατά μήκος του επιπέδου.

ii) Μέσω του έργου της δύναμης F:

α) μεταφέρεται ενέργεια στον κύλινδρο,

β) αφαιρείται ενέργεια από τον κύλινδρο,

γ) τίποτα από τα δύο.

iii) Μετά από κάποιο χρονικό διάστημα, η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου εμφανίζεται σαν μεταφορική κινητική ενέργεια K_μ και σαν στροφική κινητική ενέργεια K_π. Ο λόγος K_μ/K_π είναι ίσος με:

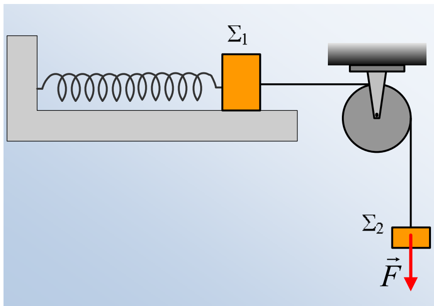
α) ½ , β) 1, γ) 2.

Να δικαιολογήσετε αναλυτικά τις απαντήσεις σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I= ½\, mR^2$.

90) Ισορροπία και κίνηση ενός συστήματος

Το σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=4kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=250N/m. Δένουμε το σώμα με αβαρές και μη εκτατό νήμα, το οποίο αφού περάσουμε από μια τροχαλία, στο άλλο άκρο του δένουμε ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=1kg. Ασκώντας μια κατακόρυφη δύναμη F=90N συγκρατούμε ακίνητο το $Σ_2$ όπως στο σχήμα.



Δίνεται ότι η τροχαλία μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον άξονά της, έχοντας ροπή αδράνειας $I= ½\, MR^2$, το νήμα δεν γλιστρά στο αυλάκι της τροχαλίας, ενώ $g=10m/s^2$.

i) Να υπολογιστεί η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου κατά την ισορροπία του συστήματος.

ii) Σε μια στιγμή t_0=0, παύουμε να ασκούμε την δύναμη F. Αν η αρχική επιτάχυνση του σώματος $Σ_2$ είναι $α_{02}=11,25m/s^2$, να βρεθεί η μάζα της τροχαλίας.

iii) Μετά από λίγο, τη στιγμή t_1, μηδενίζεται στιγμιαία η επιτάχυνση του σώματος $Σ_2$.

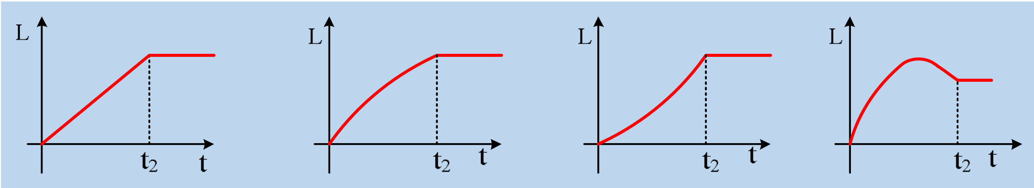
α) Να βρεθεί η συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος των τριών σωμάτων τη στιγμή t_1.

β) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας, ως προς τον άξονά της τη στιγμή t_1;

iv) Αν τη στιγμή t_2 που η ταχύτητα του σώματος $Σ_2$ γίνει ίση με 2m/s, για δεύτερη φορά, κόψουμε το νήμα που συνδέει τα σώματα, να βρεθούν:

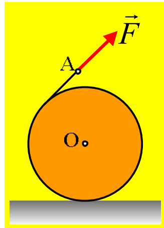
α) Η ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος $Σ_1$.

β) Ποιο από τα παρακάτω ποιοτικά διαγράμματα, μπορεί να παριστά τη στροφορμή της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της, σε συνάρτηση με το χρόνο;



Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

91) Η ενέργεια κυλίνδρου με πλάγια δύναμη



Ένας ομογενής κύλινδρος ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ γύρω του έχουμε τυλίξει, ένα μακρύ αβαρές νήμα. Τραβάμε το άκρο Α του νήματος, όπως στο σχήμα, ασκώντας του δύναμη F. Μετά από λίγο ο κύλινδρος έχει ταχύτητα κέντρου μάζας $υ_{cm}$.

Το έργο της δύναμης στο παραπάνω χρονικό διάστημα είναι:

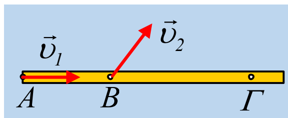
α) $W_F < 1,5\cdot ½\, mυ_{cm}^2$ β) $W_F = 1,5\cdot½mυ_{cm}^2$, γ) $W_F > 1,5\cdot½mυ_{cm}^2$.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I= ½\, mR^2$.

92) Γιατί το «να κόβεις δρόμο» είναι καλό και για επιταχύνσεις…

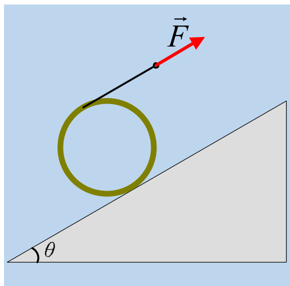
Μόνο για Καθηγητές.



Μια ράβδος ΑΒ κινείται οριζόντια σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή το άκρο Α, έχει ταχύτητα μέτρου $υ_1$=1m/s, όπως στο σχήμα. Την ίδια στιγμή το σημείο Β, το οποίο απέχει από το Α κατά (ΑΒ)=1m, έχει ταχύτητα $υ_2$ η οποία σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα της ράβδου.

Να βρεθεί η ταχύτητα, τη στιγμή αυτή, του σημείου Γ, αν (ΑΓ)=3m;

93) Η ισορροπία και η κίνηση της στεφάνης



Γύρω από μια στεφάνη μάζας 2kg έχουμε τυλίξει ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα. Τοποθετούμε τη στεφάνη σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ=30° και ασκώντας στο άκρο Α του νήματος δύναμη F, παράλληλη στο επίπεδο, η στεφάνη ισορροπεί.

i) Να αποδείξετε ότι το επίπεδο δεν είναι λείο και να υπολογίσετε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F.

ii) Κάποια στιγμή t_0=0, μεταβάλλουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή F_1=4N, οπότε έχουμε την κίνηση της στεφάνης. Αν οι συντελεστές τριβής μεταξύ στεφάνης και επιπέδου είναι $μ=μ_s=\sqrt{3}/2$, να αποδείξτε ότι η ασκούμενη τριβή είναι στατική, υπολογίζοντας το μέτρο της.

iii) Να υπολογιστούν τη χρονική στιγμή t_1=4s:

α) η ταχύτητα του κέντρου μάζας Ο της στεφάνης, καθώς και η κινητικής της ενέργεια.

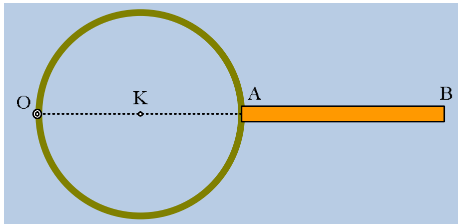
β) Η ισχύς κάθε δύναμης που ασκείται στη στεφάνη.

γ) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της στεφάνης.

iv) Να υπολογιστούν τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται στη στεφάνη από 0-t_1.

Δίνονται ότι: Η μάζα της στεφάνης θεωρείται συγκεντρωμένη στην περιφέρειά της, ενώ $g=10m/s^2$ και ημ30°= ½, συνθ=√3/2.

94) Ο δακτύλιος και η ράβδος σαν στερεό



Έχουμε κατασκευάσει ένα στερεό s με συγκόλληση ενός δακτυλίου μάζας m και ακτίνας R και μιας ομογενούς ράβδου ΑΒ μήκους l=2R και μάζας Μ=3m, όπως στο διπλανό σχήμα. Το στερεό s, μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το σημείο Ο, αντιδιαμετρικό του σημείου Α που έχει σ Ο δακτύλιος και η ράβδος σαν στερεό

Έχουμε κατασκευάσει ένα στερεό s με συγκόλληση ενός δακτυλίου μάζας m και ακτίνας R και μιας ομογενούς ράβδου ΑΒ μήκους l=2R και μάζας Μ=3m, όπως στο διπλανό σχήμα. Το στερεό s, μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το σημείο Ο, αντιδιαμετρικό του σημείου Α που έχει συγκολληθεί η ράβδος. Το στερεό συγκρατείται σε τέτοια θέση που η ράβδος να είναι οριζόντια.

i) Η ροπή αδράνειας του στερεού s ως προς τον άξονα περιστροφής στο Ο έχει τιμή:

α) $I_A= 20mR^2$, β) $I_A= 25mR^2$, γ) $I_A= 30mR^2$, δ) $I_A= 35mR^2$.

ii) Αφήνουμε το στερεό να κινηθεί σε κατακόρυφο επίπεδο. Η αρχική επιτάχυνση του άκρου Β της ράβδου έχει μέτρο:

α) $α_B < g$, β) $α_B = g$, γ) $α_B > g$.

iii) Η μέγιστη κινητική ενέργεια που θα αποκτήσει κατά την παραπάνω κίνηση ο δακτύλιος είναι:

α) $K_{max} < mgR$, β) $K_{max} = mgR$, γ) $K_{max} > mgR$.

Δίνεται ότι ο μάζα του δακτυλίου θεωρείται συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του, ενώ η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το ένα της άκρο $I_B= ml^2/3$.

υγκολληθεί η ράβδος. Το στερεό συγκρατείται σε τέτοια θέση που η ράβδος να είναι οριζόντια.

i) Η ροπή αδράνειας του στερεού s ως προς τον άξονα περιστροφής στο Ο έχει τιμή:

α) $I_A= 20mR^2$, β) $I_A= 25mR^2$, γ) $I_A= 30mR^2$, δ) $I_A= 35mR^2$.

ii) Αφήνουμε το στερεό να κινηθεί σε κατακόρυφο επίπεδο. Η αρχική επιτάχυνση του άκρου Β της ράβδου έχει μέτρο:

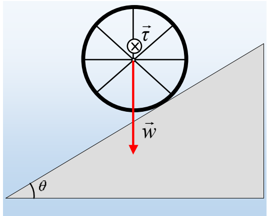
α) $α_B < g$, β) $α_B = g$, γ) $α_B > g$.

iii) Η μέγιστη κινητική ενέργεια που θα αποκτήσει κατά την παραπάνω κίνηση ο δακτύλιος είναι:

α) $K_{max} < mgR$, β) $K_{max} = mgR$, γ) $K_{max} > mgR$.

Δίνεται ότι ο μάζα του δακτυλίου θεωρείται συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του, ενώ η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το ένα της άκρο $I_B = ml^2/3$.

95) Ο τροχός σε λείο κεκλιμένο επίπεδο



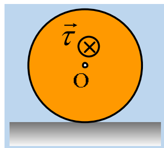
Ένας τροχός, η μάζα του οποίου θεωρείται συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του, αφήνεται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ, ενώ πάνω του ασκείται ένα ζεύγος δυνάμεων με ροπή, όπως στο σχήμα και μέτρου $\tau = mgR \cdot ημθ$, όπου m η μάζα και R η ακτίνα του τροχού.

i) Υποστηρίζεται ότι ο τροχός θα κυλίσει (χωρίς να ολισθήσει) προς τα κάτω. Συμφωνείτε ή διαφωνείτε με την θέση αυτή;

ii) Τη στιγμή που ο τροχός έχει κατέλθει κατακόρυφα κατά h, η κινητική του ενέργεια είναι ίση:

α) K=mgh, β) K=2mgh, γ) K=3mgh.

96) Ο τροχός και η ροπή ζεύγους



Ένας τροχός ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή, μέσω ενός ζεύγους δυνάμεων, δέχεται σταθερή οριζόντια ροπή όπως στο σχήμα.

i) Αν το επίπεδο είναι λείο να περιγράψετε την κίνηση που θα πραγματοποιήσει ο τροχός.

ii) Αν το επίπεδο δεν είναι λείο, τότε ο τροχός:

α) θα εκτελέσει στροφική κίνηση γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το μέσον του Ο.

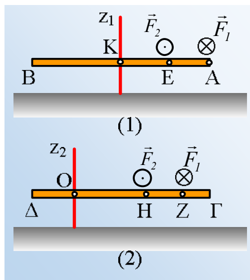
β) Θα κινηθεί προς τα δεξιά, εκτελώντας σύνθετη κίνηση.

iii) Αν ο τροχός, με την επίδραση της παραπάνω ροπής κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει), τότε η κινητική του ενέργεια, μόλις ολοκληρώσει 3 περιστροφές θα είναι ίση:

α) K< 6πτ, β) K=6πτ, γ) K >6πτ.

Να δικαιολογήσετε αναλυτικά τις απαντήσεις σας.

97) Δύο ράβδοι, διαφορετικοί άξονες περιστροφής.



Δυο όμοιες ομογενείς ράβδοι (1) και (2) μήκους l, μπορούν να περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα, διαγράφοντας οριζόντιο επίπεδο. Ο άξονας z_1 περιστροφής της πρώτης, διέρχεται από το μέσον Κ της ράβδου, ενώ ο αντίστοιχος άξονας z_2 της δεύτερης, περνά από το σημείο Ο, όπου (ΔΟ)= ¼ l. Σε μια στιγμή ασκούνται στην πρώτη ράβδο, δυο αντιπαράλληλες οριζόντιες, σταθερού μέτρου δυνάμεις $F_1=F_2=F$, διαρκώς κάθετες στη ράβδο, η μια στο άκρο Α και η δεύτερη στο μέσον Ε της (ΚΑ). Την ίδια στιγμή στη δεύτερη ράβδο ασκούνται ίδιες δυνάμεις στα σημεία Η και Ζ, όπου (ΗΖ)= ¼ l.

i) Για τα χρονικά διαστήματα, t_1 και t_2, που θα απαιτηθούν για να ολοκληρωθεί η πρώτη περιστροφή των δύο ράβδων, ισχύει:

α) $t_1 < t_2$, β) $t_1 = t_2$, γ) $t_1 > t_2$.

ii) Αν L_1 το μέτρο της στροφορμής της πρώτης ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της z_1 και L_2 η αντίστοιχη στροφορμή της δεύτερης ως προς τον άξονα z_2, τις στιγμές t_1 και t_2, ισχύει:

α) $L_1 < L_2$, β) $L_1 = L_2$, γ) $L_1 > L_2$.

iii) Τις στιγμές t_1 και t_2, που οι δυο ράβδοι έχουν ολοκληρώσει μια περιστροφή, έχουν κινητικές ενέργειες K_1 και K_2. Για τις ενέργειες αυτές ισχύει:

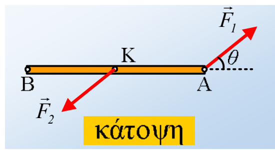
α) $K_1 < K_2$, β) $K_1 = K_2$, γ) $K_1 > K_2$.

iv) Ο άξονας περιστροφής ασκεί οριζόντια δύναμη:

α) Μόνο στην (1) ράβδο, β) Μόνο στην (2) ράβδο, γ) και στις δύο ράβδους, δ) σε καμιά ράβδο.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

98) Ένα ζεύγος δυνάμεων και το έργο του.



Μια λεπτή οριζόντια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους l=2m ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή (t_0=0) στη ράβδο ασκούνται δύο αντιπαράλληλες δυνάμεις, με σταθερά μέτρα $F_1=F_2=5N$, οι οποίες σχηματίζουν διαρκώς με τον άξονα της ράβδου γωνία θ, όπου ημθ=0,6 και συνθ=0,8. Η F_1 ασκείται στο άκρο Α και η F_2 στο μέσον της Κ της ράβδου.

i) Πόση κινητική ενέργεια έχει η ράβδος τη στιγμή t_1 που έχει περιστραφεί κατά γωνία φ=12rad;

ii) Πόσο είναι το έργο κάθε δύναμης μέχρι τη στιγμή t_1;

iii) Αν η ράβδος έχει μήκος l=2m και μάζα 6kg, να υπολογιστούν:

α) Οι αρχικές επιταχύνσεις των σημείων εφαρμογής Α και Κ των δύο δυνάμεων.

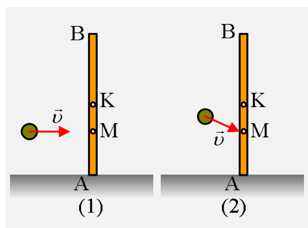
β) Η χρονική στιγμή t_1.

γ) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου τη στιγμή t_1.

δ) Το μέτρο της ταχύτητας του άκρου Α, καθώς και η στιγμιαία ισχύς της δύναμης F_1, την παραπάνω στιγμή;

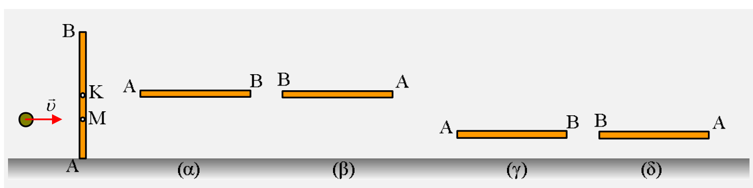
Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I=(1/12)ml^2$.

99) Μια κρούση στερεού. Β΄ Θέμα.



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί σε κατακόρυφη θέση μια λεπτή ομογενής ράβδος ΑΒ. Μια μικρή σφαίρα κινείται προς τη ράβδο και συγκρούεται ελαστικά με αυτήν έχοντας τη στιγμή της κρούσης οριζόντια ταχύτητα υ (σχήμα (1)) . Η σφαίρα προσπίπτει στο σημείο Μ της ράβδου, χαμηλότερα του μέσου της Κ.

i) Το μέσον Κ της ράβδου, μετά την κρούση, θα αποκτήσει ταχύτητα προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά;

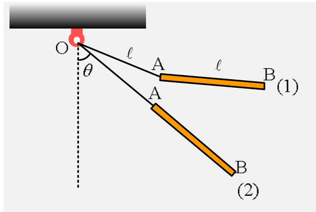


ii) Αν μετά από λίγο η ράβδος γίνεται οριζόντια για πρώτη φορά, ποια από τις παρακάτω εικόνες (α, β, γ, δ), δείχνει τη θέση στην οποία μπορεί να βρίσκεται;

iii) Αν η ράβδος δεν ήταν ομογενής αλλά το κέντρο μάζας της ήταν το σημείο Μ, να περιγράψετε την κίνησή της μετά την κρούση.

iv) Αν η ταχύτητα υ της σφαίρας πριν την κρούση δεν ήταν οριζόντια, αλλά πλάγια (σχήμα (2)), τι θα άλλαζε στις παραπάνω απαντήσεις σας;

100) Η κίνηση της ράβδου στο άκρο νήματος



Η ομογενής ράβδος ΑΒ, μάζας m και μήκους ℓ, κρατείται στη θέση (1) του διπλανού σχήματος, με το άκρο της Α δεμένο στο άκρο (τεντωμένου) αβαρούς και μη εκτατού νήματος, του ίδιου μήκους ℓ, το άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί σε σταθερό σημείο Ο. Σε μια στιγμή αφήνουμε τη ράβδο να κινηθεί σε κατακόρυφο επίπεδο και μετά από λίγο περνά από τη θέση (2) όπου ο άξονας της ράβδου είναι συνέχεια του νήματος σχηματίζοντας γωνία θ με την κατακόρυφο.

Στη θέση αυτή το μέσον Κ της ράβδου έχει ταχύτητα μέτρου υ και το άκρο Α ταχύτητα μέτρου $υ_A$=0,4υ.

Για τη θέση (2):

i) Να σχεδιάσετε πάνω στο σχήμα τις παραπάνω ταχύτητες των σημείων Α και Κ και να δικαιολογήσετε τις κατευθύνσεις τους.

ii) Η κινητική ενέργεια της ράβδου υπολογίζεται από την εξίσωση:

α) $K=0{,}5mυ^2$, β) $K=0{,}56mυ^2$, γ) $K=1{,}86mυ^2$, δ) $K=3{,}36mυ^2$.

iii) Το μέτρο της στροφορμής της ράβδου, ως προς οριζόντιο άξονα που περνά από το μέσον της Κ (η ιδιοστροφορμή της) δίνεται από την εξίσωση:

α) $L_K=0{,}1\,mυ\ell$, β) $L_K=0{,}4\,mυ\ell$, γ) $L_K=mυ\ell$, δ) $L_K=1{,}6\,mυ\ell$.

iv) Το μέτρο της στροφορμής της ράβδου, ως προς οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο Ο του νήματος, δίνεται από την εξίσωση:

α) $L_o=mυ\ell$, β) $L_o=1{,}5\,mυ\ell$, γ) $L_o=1{,}6\,mυ\ell$, δ) $L_o=1{,}8\,mυ\ell$.

v) Αν για τη γωνία που σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφο δίνεται ότι ημθ=0,6 και συνθ=0,8, τότε:

Va) Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα που περνά από το μέσον της Κ είναι:

α) $\frac{dL_\kappa}{dt}=0$, β) $\frac{dL_\kappa}{dt}=0{,}6mg\ell$, γ) $\frac{dL_\kappa}{dt}=0{,}9mg\ell$, δ) $\frac{dL_\kappa}{dt}=1{,}2mg\ell$.

Vb) Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο Ο του νήματος είναι:

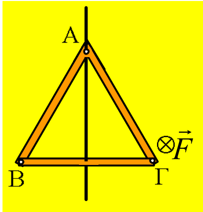
α) $\frac{dL_o}{dt}=0$, β) $\frac{dL_o}{dt}=0{,}6mg\ell$, γ) $\frac{dL_o}{dt}=0{,}9mg\ell$, δ) $\frac{dL_o}{dt}=1{,}2mg\ell$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I = \frac{1}{12} m\ell^2$.

101) Η περιστροφή ενός τριγώνου

Τρεις ομογενείς ράβδοι, μήκους l=2m και μάζας 3kg η καθεμιά, συνδέονται, δημιουργώντας ένα ισόπλευρο τρίγωνο πλευρά l. Το τρίγωνο αυτό (στερεό s) μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από κατακόρυφο άξονα z, ο οποίος περνά από την κορυφή Α και το μέσον της ΒΓ, όπως στο σχήμα.



i) Αν I_o η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον, να αποδείξετε ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου ΑΒ ως προς τον κατακόρυφο άξονα z, δίνεται από την σχέση:

$$I_z = 4I_o \cdot ημ^2θ.$$

όπου θ η γωνία που σχηματίζει η ράβδος με τον άξονα.

ii) Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του στερεού s, ως προς τον άξονα z.

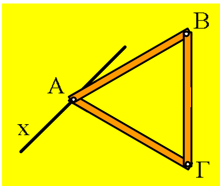
iii) Θέτουμε τη στιγμή $t_0=0$, το στερεό σε περιστροφή ασκώντας στην κορυφή Γ, οριζόντια δύναμη μέτρου F=4N, κάθετη στην πλευρά ΒΓ, με φορά προς τα μέσα στο σχήμα.

Να υπολογιστούν τη χρονική στιγμή $t_1=5s$:

α) Η γωνιακή ταχύτητα του στερεού s και η στροφορμή του κατά (ως προς) τον άξονα z.

β) Η κινητική ενέργεια του στερεού, καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής του ενέργειας.

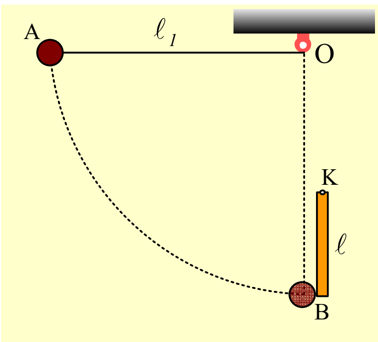
iv) Σταματάμε την περιστροφή και αφαιρούμε τον άξονα z. Περνάμε την κορυφή Α σε δεύτερο οριζόντιο άξονα x, γύρω από τον οποίο το στερεό s μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές. Φέρνουμε το στερεό σε τέτοια θέση ώστε η πλευρά ΒΓ να είναι κατακόρυφη και το αφήνουμε να κινηθεί. Να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση (μέτρο και κατεύθυνση) της κορυφής Β.



Δίνεται $g=10m/s^2$, ενώ η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I_o= (1/12)ml^2$.

102) Η κρούση και η διατήρησης της στροφορμής

Μια μικρή σφαίρα μάζας m=1kg, την οποία θεωρούμε υλικό σημείο, κρέμεται στο άκρο αβαρούς νήματος μήκους l_1=5m, από σταθερό σημείο Ο. Στην ίδια κατακόρυφο ισορροπεί μια ομογενής ράβδος ΚΒ, μήκους l=2m και μάζας Μ=6kg, όπου το άκρο της Β εφάπτεται της σφαίρας. Η ράβδος μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρον της Κ.



Μετακινούμε τη σφαίρα φέρνοντάς την στη θέση Α, όπου το νήμα είναι τεντωμένο και οριζόντιο και την αφήνουμε να κινηθεί. Φτάνοντας στην κατακόρυφο, συγκρούεται με το άκρο της ράβδου και αμέσως μετά, κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου $υ_1$=2m/s.

i) Να βρεθεί η ταχύτητα της σφαίρας πριν την κρούση, καθώς και η μεταβολή της ορμής της, η οποία οφείλεται στην κρούση.

ii) Θέλουμε να υπολογίσουμε τη γωνιακή ταχύτητα την οποία αποκτά η ράβδος λόγω της κρούσης. Για το σκοπό αυτό θα εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της στροφορμής για το σύστημα, ως προς οριζόντιο άξονα, ο οποίος περνά:

α) Από το σημείο Ο,

β) από το σημείο Κ περιστροφής της ράβδου,

γ) από το μέσον Μ της ράβδου.

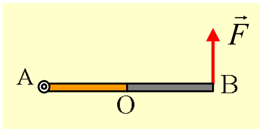
Να δικαιολογήσετε με ποιον ή ποιους από τους παραπάνω άξονες, μπορείτε να δουλέψετε και στη συνέχεια να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου.

iii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής της ράβδου, η οποία οφείλεται στην κρούση. Η ορμή του συστήματος σφαίρα-ράβδος διατηρήθηκε κατά την κρούση αυτή;

iv) Να υπολογιστεί η απώλεια μηχανικής ενέργειας που οφείλεται στην κρούση.

Δίνεται g=10m/s^2 ενώ η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της I= 1/3 Ml^2.

103) Τι γίνεται στην ένωση δύο ράβδων;



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα στερεό ΑΒ, το οποίο μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το άκρο Α και το οποίο αποτελείται από δυο ομογενείς ράβδους ΑΟ και ΟΒ με ίδιο μήκος l και μάζας m και Μ. Κάποια στιγμή ασκούμε στο άκρο Β μια οριζόντια δύναμη F στο άκρο Β, κάθετη στη ράβδο.

Αμέσως μετά η ράβδος ΑΟ:

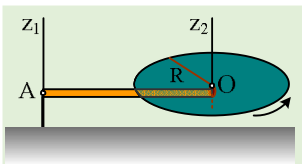
α) Δέχεται δύναμη από την ράβδο ΟΒ ίδιας φοράς με την F.

β) Δέχεται δύναμη από την ράβδο ΟΒ αντίθετης φοράς από την F.

γ) Εξαρτάται.

Ποια είναι η φορά της ροπής ζεύγους η οποία ασκείται στη ράβδο ΑΟ, λόγω αλληλεπίδρασης με την ΟΒ;

104) Η «ιδιοστροφορμή» μετατρέπεται σε στροφορμή



Μια οριζόντια ομογενής σανίδα ΑΟ μήκους l=2m και μάζας m=3kg μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα z_1, ο οποίος περνά από το άκρο της Α, χωρίς τριβές. Στο άλλο της άκρο Ο, έχει συνδεθεί κατακόρυφος άξονας z_2, γύρω από τον οποίο μπορεί να περιστρέφεται οριζόντιος δίσκος ακτίνας R=1m και μάζας M=4kg. Θέτουμε τον δίσκο σε περιστροφή, όπως στο σχήμα (ο δίσκος είναι σε οριζόντιο επίπεδο ελαφρά πάνω από τη σανίδα, οπότε δεν εφάπτεται με αυτήν), με αρχική γωνιακή ταχύτητα 2rad/s, ενώ η ράβδος συγκρατείται ακίνητη σε οριζόντια θέση και παρατηρούμε ότι εξαιτίας των τριβών μεταξύ του άξονα z_2 και του δίσκου, αυτός επιβραδύνεται και σταματά μετά από χρόνο t_1=40s.

i) Να υπολογιστούν η αρχική στροφορμή του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του z_2 και η ροπή της τριβής που τον επιβραδύνει, θεωρώντας την σταθερή. Να σχεδιάστε πάνω στο σχήμα τα διανύσματα:

α) της αρχικής στροφορμής και β) της ροπής που δέχτηκε ο δίσκος από τον άξονα.

ii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα αφήνουμε ελεύθερη τη ράβδο να κινηθεί και παρατηρούμε ότι αυτή αρχίζει να περιστρέφεται.

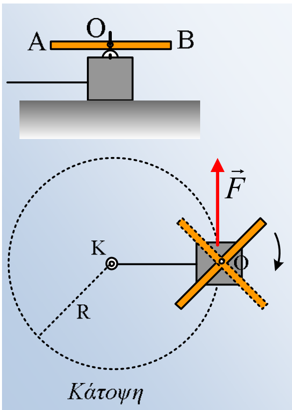
α) Να ερμηνευθεί η περιστροφή της ράβδου γύρω από τον άξονα z.

β) Να υπολογιστεί η τελική γωνιακή ταχύτητα της ράβδου.

γ) Πόση μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας των τριβών;

Δίνεται ότι η ιδιοστροφορμή (το spin) ενός στερεού είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε άξονα, παράλληλο προς τον άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του. Δίνονται επίσης οι ροπές αδράνειας των στερεών, ως προς τους άξονες περιστροφής τους. Για τη ράβδο I_1= (1/3)ml^2 και για το δίσκο I_2= ½ MR^2).

105) Μια σανίδα περιστρέφεται μαζί με τη βάση



Μια λεπτή ομογενής σανίδα ΑΒ μήκους 2m και μάζας m=3kg, μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το μέσον της Ο και ο οποίος στηρίζεται σε βάση μάζας Μ, η οποία ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο (πάνω σχήμα). Η βάση έχει προσδεθεί στο άκρο νήματος, μήκους l_1=2m το άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί σε σταθερό σημείο Κ. Θέτουμε τη σανίδα σε περιστροφή, με ωρολογιακή φορά και με γωνιακή ταχύτητα ω=2rad/s. Στη συνέχεια ασκώντας στη βάση σταθερού μέτρου οριζόντια δύναμη F=5N, η διεύθυνση της οποίας παραμένει διαρκώς κάθετη στο νήμα, την θέτουμε σε κυκλική κίνηση γύρω από το σημείο Κ, μέχρι να διατρέξει (η βάση) μήκος τόξου s=16m αποκτώντας ταχύτητα $υ_1$=4m/s. Τη στιγμή αυτή η δύναμη παύει να ασκείται. Να υπολογιστούν:

i) Το έργο της δύναμης F και η αύξηση της κινητικής ενέργειας της σανίδας εξαιτίας της κίνησης της βάσης στήριξής της.

ii) Η μάζα Μ της βάσης.

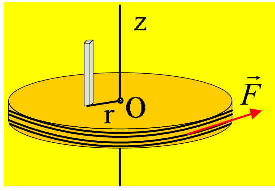
iii) Η τελική στροφορμή της σανίδας ως προς κατακόρυφο άξονα ο οποίος περνά από το μέσον της Ο.

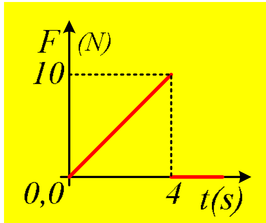
iv) Η τελική στροφορμή της σανίδας ως προς το κέντρο Κ περιστροφής.

v) Η ολική στροφορμή του συστήματος βάση-σανίδα ως προς κατακόρυφο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο Κ της κυκλικής τροχιάς.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σανίδας ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της I= (1/12)ml^2.

106) Ο δίσκος περιστρέφεται από μεταβλητή δύναμη





Ο οριζόντιος ομογενής δίσκος του σχήματος, μάζας M=37/8kg και ακτίνας R=4m, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από κατακόρυφο άξονα z, ο οποίος περνά από το κέντρο του Ο. Σε απόσταση r=1m από το κέντρο Ο, βρίσκεται κολλημένη μια όρθια λεπτή πρισματική ράβδος, μήκους l=2m και μάζας m=3kg. Γύρω από τον δίσκο τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα και κάποια στιγμή t_0=0, ασκούμε στο άκρο του οριζόντια δύναμη F, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως στο διάγραμμα.

i) Για τη χρονική *στιγμή* t_1=2s, να βρεθούν:

α) Η ροπή αδράνειας του στερεού δίσκος-ράβδος.

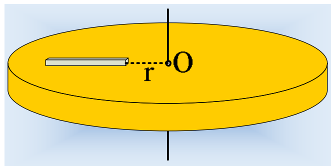
β) Η στροφορμή του συστήματος και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του, ως προς τον άξονα z.

γ) Η ισχύς της δύναμης F, καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου και του δίσκου.

ii) Για το χρονικό διάστημα από t_1=2s έως t_2=4s να υπολογιστούν:

α) Η μεταβολή της στροφορμής του συστήματος δίσκος-ράβδος.

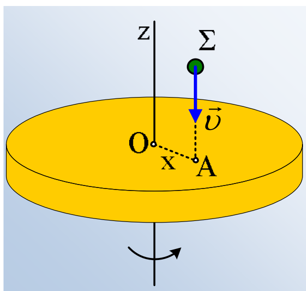
β)Το έργο της δύναμης F.



iii) Τη χρονική στιγμή t_3=5s, η ράβδος ανατρέπεται και προσκολλάται πάνω στο δίσκο, στη διεύθυνση μιας ακτίνας, όπως στο σχήμα. Να υπολογιστεί η τελική κινητική ενέργεια της ράβδου.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I_κ= ½ MR^2$, ενώ η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I_ρ= (1/12)ml^2$.

107) Η στροφορμή και μια κρούση



Ένας οριζόντιος δίσκος μάζας M=2kg και ακτίνας R=2m στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα z, ο οποίος περνά από το κέντρο του Ο, με γωνιακή ταχύτητα ω=0,5rad/s. Ένα σώμα Σ, που θεωρείται υλικό σημείο μάζας m=1kg, αφήνεται να πέσει από ύψος h=0,8m, πάνω από το δίσκο και προσκολλάται σε αυτόν, στο σημείο Α, σε απόσταση x=1m από το κέντρο Ο του δίσκου.

i) Να βρεθεί ελάχιστα πριν την κρούση του σώματος Σ με το δίσκο:

α) Η ταχύτητα του σώματος Σ καθώς και η στροφορμή του κατά (ως προς) τον άξονα z.

β) Η στροφορμή του σώματος Σ ως προς το κέντρο Ο του δίσκου, καθώς και ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της.

ii) Ποια η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του συστήματος, μετά την προσκόλληση του Σ πάνω στο δίσκο.

iii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της στροφορμής:

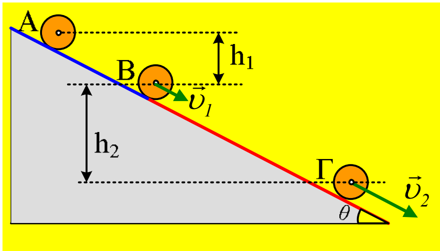
α) του σώματος Σ και β) του δίσκου

που οφείλεται στην κρούση, ως προς το κέντρο Ο του δίσκου.

iv) Να υπολογιστεί η απώλεια μηχανικής ενέργειας που οφείλεται στην κρούση.

Δίνεται $g=10m/s^2$ ενώ η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονά του z, $I= ½ MR^2$.

108) Μια σφαίρα σε κεκλιμένο επίπεδο



Μια ομογενής σφαίρα μάζας m=14kg και ακτίνας R=0,1m, αφήνεται να κινηθεί στο σημείο Α του κεκλιμένου επιπέδου του σχήματος και τη στιγμή t_1, περνά με ταχύτητα κέντρου μάζας $υ_1$=5m/s από τη θέση Β, όπου διαφοροποιείται η φύση του επιπέδου (διαφορετικός συντελεστής τριβής…), φτάνοντας στη συνέχεια στη θέση Γ, με αντίστοιχη ταχύτητα $υ_2$=10m/s. (Στο σχήμα, βλέπετε με μπλε γραμμή το πρώτο μέρος του κεκλιμένου επιπέδου και με κόκκινη, το υπόλοιπο).

i) Αν στο πρώτο τμήμα του επιπέδου, από τη θέση Α μέχρι τη θέση Β η σφαίρα κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει), να βρεθεί η κατακόρυφη απόσταση h_1, μεταξύ των δύο θέσεων.

ii) Αν η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σημείων Β και Γ είναι h_2=3,75m, να υπολογιστεί η αύξηση της κινητικής ενέργειας της σφαίρας μεταξύ των δύο αυτών θέσεων.

iii) Αν η κλίση του κεκλιμένου επιπέδου είναι θ=30°, να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής της, που περνά από το κέντρο της Ο, για την κίνηση:

α) Από το Α στο Β,

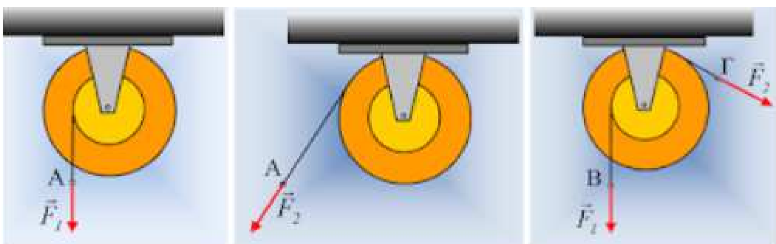
β) Από το Β στο Γ.

iv) Να υπολογιστεί η στροφορμή της σφαίρας, ως προς τον ίδιο άξονα, τις χρονικές στιγμές:

α) $t_2=t_1-1s$ και β) $t_3=t_1+1s$

Δίνεται $g=10m/s^2$ και η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς μια διάμετρό της $I=(2/5)mR^2$.

109) Έργα και ροπές σε μια τροχαλία



Η τροχαλία του σχήματος, αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς δίσκους με ακτίνες R και r=0,2m αντίστοιχα. Στον δίσκο ακτίνας r έχουμε τυλίξει αρκετές φορές ένα αβαρές μη εκτατό νήμα, στο άκρο Α του οποίου ασκούμε μια κατακόρυφη δύναμη μέτρου F_1=4N, όπως στο σχήμα. Τη στιγμή που το σημείο Α έχει κατέβει κατά h_1=2,5m, έχει ταχύτητα υ=1m/s.

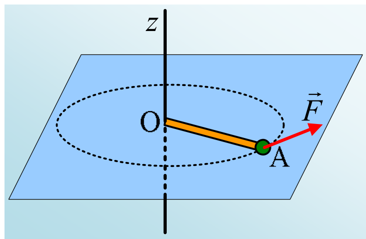
i) Να υπολογιστεί η ενέργεια που μεταφέρεται στην τροχαλία μέσω της δύναμης F_1, καθώς και η ροπή αδράνειας της τροχαλίας.

ii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα τυλίγουμε το νήμα στο μεγάλο δίσκο και τραβάμε το άκρο Α πλάγια, ασκώντας σταθερή δύναμη F_2, η ροπή της οποίας ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας είναι τ_2=1,6N·m, μέχρι τη στιγμή t_2 που η τροχαλία ολοκληρώνει (8/π) περιστροφές. Να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας τη στιγμή t_2.

iii) Τυλίγουμε τώρα δύο παρόμοια νήματα, ένα στον μεγάλο και ένα στο μικρό δίσκο, ασκώντας τις ίδιες δυνάμεις F_1 και F_2 στα άκρα τους Β και Γ, όπως στο τρίτο σχήμα. Να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας τη στιγμή που το άκρο Β θα έχει μετακινηθεί κατά h_2=0,4m.

110) Ένα σύστημα σωμάτων σαν στερεό.

Στο άκρο Α μιας ομογενούς ράβδου μήκους l=2m και μάζας M=6kg, έχει προσκολληθεί ένα σώμα Σ μάζας m=1kg, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο, δημιουργώντας ένα στερεό s. Το στερεό s ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από κατακόρυφο άξονα z, που περνά από το άλλο άκρο Ο της ράβδου. Σε μια στιγμή t_0=0 στο σώμα Σ α-σκείται μια σταθερού μέτρου δύναμη F=3N, η οποία είναι συνεχώς κάθετη στη ράβδο, με αποτέλεσμα το στερεό s να αρχίσει να περιστρέφεται. Να βρεθούν:



i) Η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού s.

ii) Η ταχύτητα του σώματος Σ τη στιγμή t_1=10s.

iii) Η στροφορμή τη στιγμή t_1 κατά (ως προς) τον άξονα z:

α) του σώματος Σ, β) της ράβδου, γ) του στερεού s.

iv) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής κατά (ως προς) τον άξονα z:

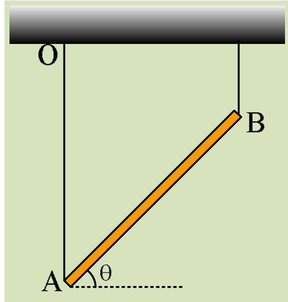
α) του σώματος Σ, β) της ράβδου, γ) του στερεού s.

v) Το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο άξονας στη ράβδο της στιγμή t_1.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της I_{cm}=(1/12)ml^2.

111) Μια ράβδος ισορροπεί-επιταχύνεται

Μια ομογενής ράβδος ΑΒ μάζας 10kg και μήκους l, ισορροπεί κρεμασμένη από δύο μη εκτατά νήματα, σχη-ματίζοντας γωνία θ= 45° με την οριζόντια διεύθυνση.



i) Υποστηρίζεται η άποψη, ότι «το βάρος πέφτει περισσότερο στο μακρύτερο νήμα». Συμφωνείτε ή όχι με την άποψη αυτή;

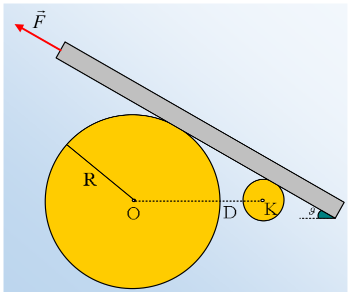
ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο Β.

α) Να υπολογίσετε την τάση του νήματος που συνδέεται στο άκρο Α της ράβδου, αμέσως μετά το κόψιμο του δεξιού νήματος.

β) Το νήμα ΟΑ θα παραμείνει κατακόρυφο ή θα εκτραπεί δεξιά ή αριστερά;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I = (1/12)ml^2$ και $g=10m/s^2$.

112) Η ράβδος σε επαφή με δυο κυλίνδρους



Σε ένα κατακόρυφο τοίχο έχουν στηριχθεί οι οριζόντιοι άξονες δυο ομογενών κυλίνδρων του ίδιου ύψους, οι οποίοι περνούν από τα κέντρα Ο και Κ των δύο βάσεών τους. Οι κύλινδροι μπορούν να στρέφονται χωρίς τριβές γύρω από τους άξονές τους. Ο μεγάλος κύλινδρος έχει μάζα Μ και ακτίνα R=0,4m, ενώ το ευθύγραμμο τμήμα ΟΚ είναι οριζόντιο με μήκος (ΟΚ)=D=0,6m. Μια ράβδος, με μάζα επίσης Μ, ισορροπεί σε επαφή με τους δυο κυλίνδρους οι οποίοι δεν περιστρέφονται, με την επίδραση δύναμης παράλληλης προς τον κατά μήκος άξονα της ράβδου και μέτρου F=40N, ενώ σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία θ=30°, όπως στο σχήμα

i) Να υπολογιστεί η μάζα Μ της ράβδου και του μεγάλου κυλίνδρου.

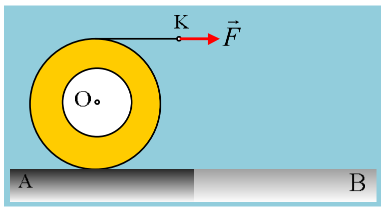
ii) Να βρεθεί η ακτίνα r του μικρού κυλίνδρου καθώς και η μάζα του m.

iii) Αφήνουμε ελεύθερη τη ράβδο και παρατηρούμε ότι δεν ολισθαίνει πάνω στους κυλίνδρους, για όσο χρόνο βρίσκεται σε επαφή μαζί τους. Να βρεθεί η επιτάχυνση με την οποία κινείται.

iv) Να βρεθούν οι δυνάμεις τριβής που ασκούνται στους κυλίνδρους από την ράβδο.

Δίνεται ότι οι κύλινδροι είναι κατασκευασμένοι από το ίδιο υλικό, η ροπή αδράνειας ενός κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I= ½\ m·R^2$ και $g=10m/s^2$.

113) Ένας δακτύλιος σε δύο επίπεδα



Από έναν συμπαγή και ομογενή δίσκο ακτίνας R=0,5m, αφαιρούμε το ομόκεντρο τμήμα του ακτίνας R_1, οπότε προκύπτει ένας δακτύλιος μάζας m=8kg. Η ροπή αδράνειας του δακτυλίου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του Ο και είναι κάθετος στο επίπεδό του, δίνεται από την εξίσωση $I_{cm}=λmR^2$. Γύρω από το δακτύλιο αυτό τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα και τον τοποθετούμε σε οριζόντιο επίπεδο Α με το οποίο εμφανίζει συντελεστές τριβής $μ=μ_s=0,05$. Κάποια στιγμή $t_0=0$, τραβάμε το άκρο Κ του νήματος, ασκώντας του οριζόντια δύναμη F, μέτρου F=1,8N με αποτέλεσμα ο δακτύλιος να κυλίεται.

Τη στιγμή $t_1=2s$ ο δακτύλιος, αφού έχει μετατοπισθεί κατά $x_1=0,5m$, περνά σε ένα δεύτερο λείο επίπεδο Β, ενώ συνεχίζεται η εξάσκηση της δύναμης F. Να βρεθούν:

i) Η ταχύτητα του κέντρου μάζας Ο του δακτυλίου τη στιγμή t_1.

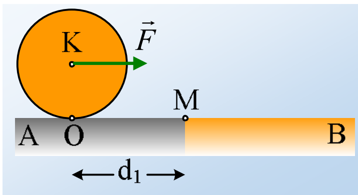
ii) Η ροπή αδράνειας του δακτυλίου, ως προς τον άξονα περιστροφής του, καθώς και η τριβή που ασκείται στο δακτύλιο.

iii) Η ταχύτητα του σημείου επαφής του δακτυλίου με το επίπεδο Β τη στιγμή t_2=4s, καθώς και η ταχύτητα του άκρου Κ του νήματος, την ίδια στιγμή.

iv) Η μέγιστη δύναμη F, που θα μπορούσε να ασκηθεί μέσω του νήματος στον κύλινδρο, χωρίς αυτός να ολισθήσει στο επίπεδο Α.

Δίνεται g=10m/s^2.

114) Ένας κύλινδρος σε δύο επίπεδα



Ένας ομογενής κύλινδρος μάζας 100kg και ακτίνας R=0,5m, ηρεμεί στο σημείο Ο ενός οριζοντίου επιπέδου Α, απέχοντας απόσταση d_1=5m από το σημείο Μ, όπου το επίπεδο Α δίνει τη θέση του σε ένα δεύτερο λείο οριζόντιο Β. Σε μια στιγμή ασκείται στο κέντρο Κ του κυλίνδρου μια σταθερή οριζόντια δύναμη F, όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα να αρχίσει να κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει) και τη στιγμή t_1=5s να φτάνει στο σημείο Μ.

i) Να εξηγήσετε γιατί το επίπεδο Α δεν είναι λείο.

ii) Να υπολογίσετε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F, καθώς και την ταχύτητα του κυλίνδρου τη στιγμή t_1.

iii) Θα συνεχιστεί η κύλιση και κατά την κίνησή του στο επίπεδο Β; Να δικαιολογήσετε αναλυτικά την απάντησή σας.

iv) Να βρείτε πόσο απέχει από την αρχική του θέση, το κέντρο Κ του κυλίνδρου, τη στιγμή t_2=10s.

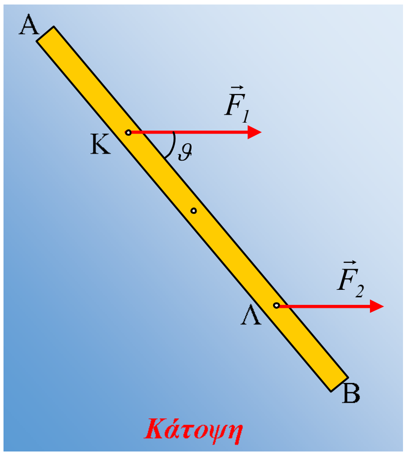
v) Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις της γωνιακής ταχύτητας και της ταχύτητας του κέντρου Κ, σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή t_2.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του (οριζόντιος άξονας που ενώνει τα κέντρα των βάσεών του) I= ½ mR^2.

115) Μια ράβδος σε οριζόντιο επίπεδο

Η ομογενής ράβδος του σχήματος, μήκους (ΑΒ)= ℓ =4m και μάζας 60kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή t_0=0 δέχεται την επίδραση δύο σταθερών οριζοντίων παραλλήλων δυνάμεων μέτρων F_1=60N και F_2=50N, οι οποίες σχηματίζουν με τη ράβδο γωνία θ (ημθ=0,8), όπως στο σχήμα, όπου (ΑΚ)=1m και (ΑΛ)=3,2m.

i) Να βρεθεί η ροπή (κατεύθυνση και μέτρο) κάθε δύναμη ως προς το άκρο Α της ράβδου, καθώς και η συνολική ροπή των δυνάμεων ως προς Α.



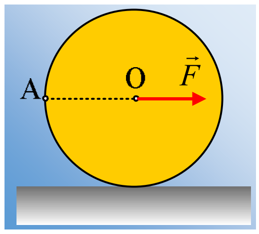
ii) Να υπολογιστούν οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις των σημείων Κ και Λ (σημεία εφαρμογής των δύο δυνάμεων) τη χρονική στιγμή t_1=1,2s.

iii) Αν τη χρονική στιγμή t_2=3s πάψει να ασκείται στη ράβδο η δύναμη F_2, ποια η επιτάχυνση του σημείου Κ, αμέσως μετά (τη στιγμή t_2^+);

iv) Ερώτημα μόνο για Καθηγητές: Να βρεθεί η κεντρομόλος επιτάχυνση του σημείου Κ την παραπάνω στιγμή (t_2^+).

Δίνεται g=10m/s^2, ενώ η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο σε αυτή άξονα που περνά από το μέσον της I= (1/12)ml^2.

116) Η περίοδος σε μια κύλιση



Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας ομογενής κύλινδρος ακτίνας R=(1/4π)m και μάζας 4kg. Σε μια στιγμή t_0=0 ασκείται στο κέντρο μάζας Ο του κυλίνδρου μια σταθερή οριζόντια δύναμη F, με αποτέλεσμα να αρχίσει να κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει).

i) Αν ο κύλινδρος ολοκληρώνει μια πλήρη περιστροφή τη χρονική στιγμή t_1=T_1=1s, πόσο χρόνο διαρκεί η 2^η περιστροφή του (διάρκεια της 2^{ης} περιόδου);

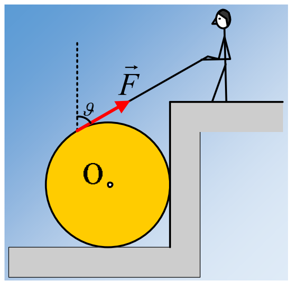
ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F.

iii) Να βρεθεί το μέτρο της τριβής που ασκείται στον κύλινδρο, καθώς και την επιτάχυνση του σημείου εφαρμογής της, τη χρονική στιγμή t_1.

iv) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ταχύτητας του σημείου Α, στο άκρο μιας αρχικά οριζόντιας ακτίνας, στη διάρκεια της 2^{ης} περιστροφής.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου I= ½ mR^2.

117) Ένας ακόμη κύλινδρος εν γωνία…



Ένας ομογενής κύλινδρος, ακτίνας R=0,5m και μάζας 32kg, ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, σε επαφή με κατακόρυφο τοίχο, με τον οποίο εμφανίζει συντελεστές τριβής μ=$μ_s$=0,8, όπως στο διπλανό σχήμα. Ένας άνθρωπος τυλίγει γύρω του ένα αβαρές νήμα και τραβώντας το, όπως στο σχήμα, όπου το νήμα σχηματίζει με την κατακόρυφο διεύθυνση γωνία θ όπου ημθ=0,6, ασκεί στο κύλινδρο δύναμη **F** της μορφής F=10t (μονάδες στο S.I.).

i) Να εξετάσετε αν ο κύλινδρος θα ισορροπεί ή όχι και να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του τη χρονική στιγμή t_1=5s.

ii) Να υπολογίσετε τη ροπή κάθε δύναμης ως προς:

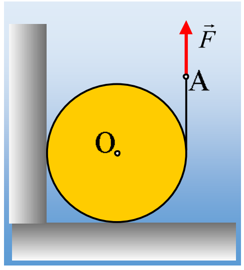
α) Το κέντρο Ο,

β) το σημείο Α επαφής του κυλίνδρου με τον τοίχο.

iii) Υποστηρίζει κάποιος ότι κάποια στιγμή ο κύλινδρος θα εγκαταλείψει το οριζόντιο επίπεδο. Μπορεί να συμβεί αυτό και αν ναι, ποια στιγμή θα συμβεί;

Δίνεται $g=10m/s^2$.

118) Κύλινδρος εν γωνία…



Ένας ομογενής κύλινδρος μάζας 20kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, σε επαφή με κατακόρυφο τοίχο, όπως στο διπλανό σχήμα. Τυλίγουμε γύρω του ένα αβαρές νήμα, στο άκρο Α του οποίου ασκούμε κατακόρυφη δύναμη **F** της μορφής F=3t (μονάδες στο S.I.). Παρατηρούμε ότι το άκρο Α του νήματος αρχίζει να κινείται προς τα πάνω τη χρονική στιγμή t_1. Δίνεται ότι ο κύλινδρος εμφανίζει τόσο με το οριζόντιο επίπεδο, όσο και με τον κατακόρυφο τοίχο, συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,5$, ενώ $g=10m/s^2$.

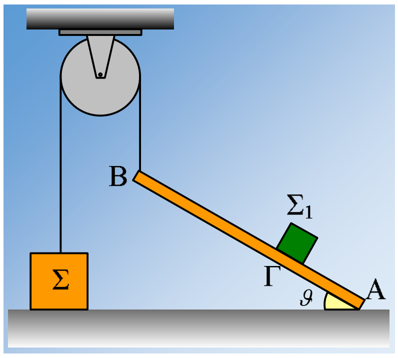
i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κύλινδρο τις χρονικές στιγμές:

α) $t_0=0$ και β) $t_2=10s$.

ii) Αν τη στιγμή $t_2=10s$ ο κύλινδρος δέχεται από τον τοίχο οριζόντια δύναμη μέτρου $N_2=25N$, να υπολογίστε την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται από το οριζόντιο επίπεδο.

iii) Να υπολογιστεί η χρονική στιγμή που ο κύλινδρος θα αρχίσει να περιστρέφεται.

119) Η δοκός και το αντίβαρο



Η ομογενής δοκός ΑΒ μήκους l=2m και βάρους w=200N, ισορροπεί όπως στο σχήμα, σχηματίζοντας γωνία θ με το μη λείο οριζόντιο επίπεδο, όπου ημθ=0,6. Το άκρο Β είναι δεμένο στο ένα άκρο νήματος, το οποίο αφού περάσει από τροχαλία, στο άλλο του άκρο έχει δεθεί σαν αντίβαρο ένα σώμα Σ βάρους $w_1=160N$, το οποίο στηρίζεται στο ίδιο επίπεδο. Και τα δυο τμήματα του νήματος είναι κατακόρυφα.

i) Να βρείτε τις δυνάμεις που ασκεί το επίπεδο στη δοκό και στο σώμα Σ.

ii) Τοποθετούμε ένα δεύτερο σώμα Σ_1, βάρους $w_2=100N$, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο, πάνω στη δοκό σε ένα σημείο Γ, το οποίο απέχει απόσταση x=(ΓΑ)=0,5m από το άκρο Α, το οποίο ισορροπεί, χωρίς να διαταράσσεται η ισορροπία της δοκού.

α) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ του Σ_1 και της δοκού για την παραπάνω ισορροπία.

β) Να βρείτε ξανά τις δυνάμεις που ασκεί το οριζόντιο επίπεδο σε δοκό και αντίβαρο Σ.

iii) Ποια είναι η μέγιστη απόσταση (ΔΑ) από το άκρο Α της δοκού, στην οποία μπορούμε να τοποθετήσουμε το σώμα Σ_1, χωρίς να διαταραχθεί η ισορροπία της δοκού;

iv) Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος Σ_1 και της δοκού ήταν μ=0,5 και αφήσουμε το σώμα Σ_1 στην παραπάνω θέση Δ, να υπολογίσετε την τριβή που ασκείται στη δοκό από το οριζόντιο επίπεδο και η οποία εξασφαλίζει την ισορροπία της.

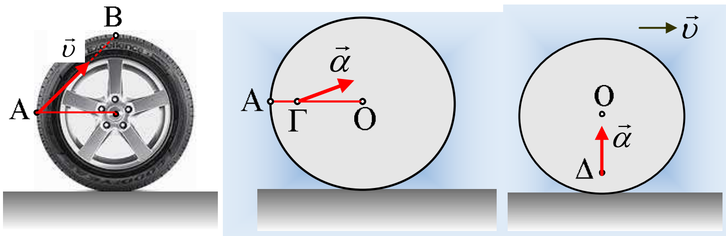
120) Ένα αυτοκίνητο κινείται.

Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα προς τα δεξιά σε οριζόντιο δρόμο και στο σχήμα βλέπουμε τον ένα τροχό του.

i) Αν η ταχύτητα του σημείου Α, στο άκρο μιας οριζόντιας ακτίνας του, κατευθύνεται στο ψηλότερο σημείο Β του τροχού, τότε:

α) Ο τροχός κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει)

β) Ο τροχός ολισθαίνει.



ii) Το σημείο Γ μιας οριζόντιας ακτίνας του παραπάνω τροχού έχει επιτάχυνση, όπως στο διπλανό σχήμα. Τότε το αυτοκίνητο:

α) Κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.

β) Επιταχύνεται.

γ) φρενάρει.

iii) Στη διάρκεια μιας άλλης κίνησης του αυτοκινήτου, υπάρχει κάποιο χρονικό διάστημα που το αυτοκίνητο επιταχύνεται αυξάνοντας την ταχύτητά του. Στη διάρκεια αυτή, το σημείο Δ μιας κατακόρυφης ακτίνας του τροχού, έχει επιτάχυνση η οποία κατευθύνεται στο κέντρο Ο του τροχού, όπως στο σχήμα. Ο τροχός του αυτοκινήτου:

α) Κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει)

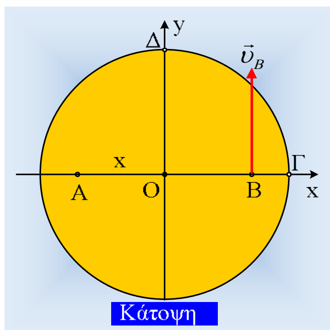
β) Ολισθαίνει.

γ) σπινάρει.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

121) Ένας δίσκος σε οριζόντιο επίπεδο

Ένας οριζόντιος δίσκος ακτίνας R=0,8m κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή $t_0=0$, βρίσκεται στη θέση που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τη στιγμή αυτή, το σημείο Α του δίσκου, το οποίο απέχει κατά x=0,5m από το κέντρο Ο του δίσκου, έχει μηδενική ταχύτητα, ενώ το συμμετρικό του, ως προς το Ο σημείο Β, έχει ταχύτητα μέτρου υ_B=4m/s, στη διεύθυνση του άξονα y.

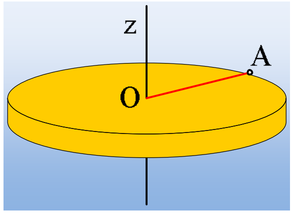


i) Να βρεθούν η ταχύτητα του κέντρου Ο του δίσκου, καθώς και του σημείου Γ, στο άκρο της ακτίνας στη διεύθυνση x, τη στιγμή t_0.

ii) Αν το σημείο Δ του σχήματος, στο άκρο της ακτίνας στη διεύθυνση y, τη στιγμή αυτή έχει επιτάχυνση μέτρου 13 m/s², με κατεύθυνση προς το κέντρο Ο του δίσκου, ενώ την ίδια διεύθυνση έχει και η επιτάχυνση του κέντρου Ο του δίσκου, να υπολογιστούν η επιτάχυνση του κέντρου μάζας Ο, καθώς και η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου.

iii) Αν ο δίσκος διατηρεί σταθερές τις επιταχύνσεις του προηγούμενου ερωτήματος, να υπολογιστούν τα μέτρα των ταχυτήτων των σημείων Α και Γ τη χρονική στιγμή t_1=10s, καθώς και ο αριθμός των περιστροφών του δίσκου, μέχρι τη στιγμή αυτή.

122) Από τη γωνία σε γωνιακή ταχύτητα-επιτάχυνση

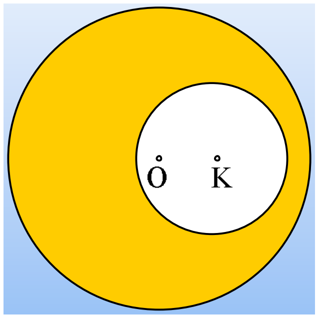


Ένας δίσκος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα z, κάθετο στο επίπεδό του, που περνά από το κέντρο του Ο, όπως στο σχήμα. Αναφερόμενοι σε μια ακτίνα ΟΑ, θέλοντας να προσδιορίσουμε τη θέση της, χρειαζόμαστε μια εξίσωση φ=f(t), της γωνιακής θέσης της ακτίνας σε συνάρτηση με το χρόνο. Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα της ακτίνας (συνεπώς και του δίσκου) και η αντίστοιχη γωνιακή της επιτάχυνση, κάνοντας και τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις ω=ω(t) και $α_{γων}$=α(t) στις παρακάτω περιπτώσεις:

i) φ=2t (S.I.), ii) φ= 4+3t (S.I.), iii) φ= 5-2t (S.I.),

iv) φ=$2t^2$ (S.I.), v) φ=$4-t^2$ (S.I.), vi) φ=0,2·ημ(5t) (S.I.)

123) Μια κοίλη σφαίρα και η άνωση

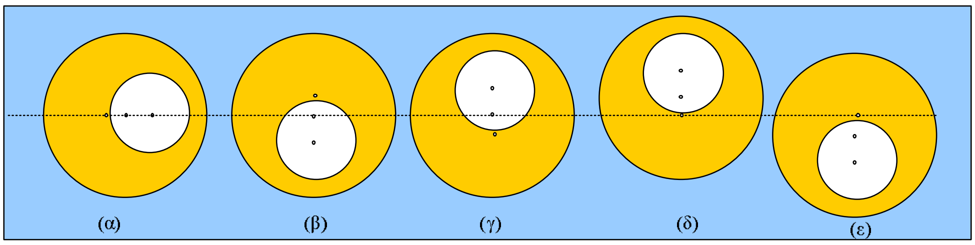


Από μια ομογενή σφαίρα ακτίνας R, έχουμε αφαιρέσει μια σφαιρική περιοχή ακτίνας r= ½ R, το κέντρο της οποίας Κ, απέχει d=14cm από το κέντρο Ο της σφαίρας.

i) Να βρεθεί το κέντρο μάζας Σ της κοίλης σφαίρας.

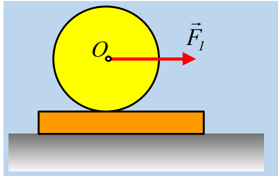
ii) Η κοίλη σφαίρα βυθίζεται σε ένα δοχείο με νερό σε ορισμένο βάθος και αφήνοντάς την, παρατηρούμε ότι παραμένει στη θέση της (δεν ανεβαίνει, ούτε κατεβαίνει). Να υπολογιστεί η πυκνότητα του υλικού από το οποίο είναι κατασκευασμένη, αν η πυκνότητα του νερού είναι ρ=1g/cm^3.

iii) Η παραπάνω σφαίρα αφήνεται στη θέση που φαίνεται στο (α) σχήμα, σε ορισμένο βάθος μέσα στο δοχείο με το νερό. Θα ισορροπήσει; Αν όχι, ποιο από τα διπλανά σχήματα δείχνει την τελική θέση ισορροπίας της;



124) Μεταφορική κίνηση ή κύλιση;

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας m=20kg, πάνω στην οποία ηρεμεί ένας ομογενής τροχός της ίδιας μάζας m. Ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ τροχού και σανίδας είναι μ_s=0,5.

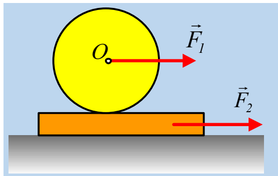


i) Σε μια στιγμή ασκούμε στο κέντρο O του τροχού μια σταθερή οριζόντια δύναμη F, μέτρου 80N.

α) Υποστηρίζεται η άποψη ότι ο τροχός θα κυλίσει, χωρίς να κινηθεί η σανίδα. Να εξηγήσετε (χωρίς μαθηματικές εξισώσεις) αν η άποψη αυτή είναι σωστή ή λανθασμένη.

β) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας O του τροχού.

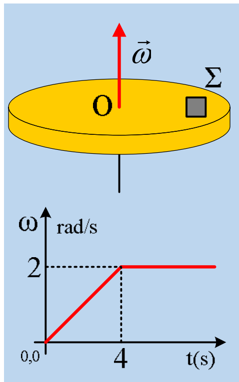
γ) Να βρεθεί επίσης η επιτάχυνση της σανίδας.



ii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα ασκούμε ταυτόχρονα και στον τροχό και στη σανίδα δύο ίσες δυνάμεις F_1=F_2=80N, όπως στο σχήμα. Να υπολογίσετε τις επιταχύνσεις που θα αποκτήσουν ο τροχός και η σανίδα.

Δίνεται g=10m/s^2 ενώ η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του O I= ½ mR^2.

125) Η στατική τριβή κατά την περιστροφή



Ο οριζόντιος δίσκος του σχήματος, μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα, ο οποίος περνά από το κέντρο του O και ηρεμεί. Τοποθετούμε πάνω του ένα σώμα Σ, μάζας m=2kg, το οποίο θεωρείται υλικό σημείο, σε απόσταση R=2m από το κέντρο του. Σε μια στιγμή ο δίσκος τίθεται σε περιστροφή και στο σχήμα δίνεται το γράφημα της γωνιακής του ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, ενώ το σώμα Σ κινείται κυκλικά χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο δίσκο.

i) Να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου, καθώς και η επιτρόχια επιτάχυνση του σώματος Σ τη χρονική στιγμή t_1=1s.

ii) Να βρεθεί η τριβή (μέτρο και κατεύθυνση) η οποία ασκείται στο σώμα Σ τη στιγμή $t_0=0^+$ (αμέσως μόλις αρχίσει η περιστροφή).

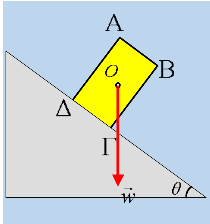
iii) Ποια η αντίστοιχη απάντηση για την ασκούμενη τριβή τη χρονική στιγμή t_2=5s;

iv) Σε μια επανάληψη του πειράματος, ο δίσκος τίθεται ξανά σε περιστροφή με την ίδια γωνιακή επιτάχυνση, χωρίς αυτή να μηδενίζεται τη στιγμή t=4s, οπότε παρατηρούμε ότι το σώμα Σ αρχίζει να ολισθαίνει τη χρονική στιγμή t_3=4,2s. Να υπολογιστεί ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ του σώματος και του δίσκου.

Στον σχεδιασμό της δύναμης τριβής, σε κάθε περίπτωση, να μην αναζητηθεί η ακριβής θέση του σώματος και η γωνία κατά την οποία έχει περιστραφεί ο δίσκος.

Δίνεται g=10m/s^2.

126) Για να μην χάσουμε τα συμπεράσματα.



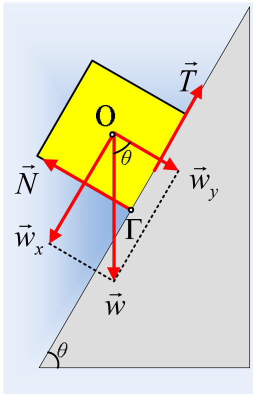
Η τομή ενός ομογενούς στερεού s είναι ορθογώνιο ΑΒΓΔ με πλευρές (ΑΒ)=2α και (ΑΔ)=3α. Αφήνουμε το στερεό σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ, όπου ημθ=0,6 και συνθ=0,8. Να εξετάσετε αν το στερεό θα ανατραπεί, όταν για το συντελεστή τριβής μεταξύ του στερεού s και του επιπέδου, ισχύει:

i) $\mu=\mu_s=0$

ii) $\mu=\mu_s=0,4$

iii) $\mu=\mu_s=0,8$.

127) Ολισθαίνει ή ανατρέπεται;



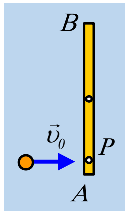
Πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο αφήνεται ένας κύβος πλευράς α.

Έστω ότι m=1kg, θ=60°, όπου εφθ=1,73 και $\mu=\mu_s=1,2$.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κύβου ως προς οριζόντιο άξονα που ταυτίζεται με μια ακμή του κύβου $I= 2m\alpha^2/3$ και $g=10m/s^2$.

Τι θα κάνει ο κύβος;

128) Ένα Β΄ θέμα για…εμπέδωση!



Μια μικρή σφαίρα μάζας m κινείται χωρίς τριβές σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται με ράβδο μήκους ℓ και μάζας M=3m. Η σφαίρα προσπίπτει κάθετα στη ράβδο, κτυπώντας την στο σημείο Ρ, το οποίο απέχει κατά $d=0,1\ell$ από το άκρο Α, όπως στο σχήμα, με ταχύτητα υ_0. Μετά την κρούση η σφαίρα παραμένει ακίνητη στο σημείο κρούσης.

i) Για την ταχύτητα u_P του σημείου Ρ, αμέσως μετά την κρούση ισχύει:

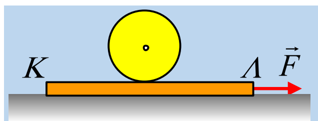
α) $u_P<\upsilon_0$, β) $u_P = \upsilon_0$, γ) $u_P > \upsilon_0$.

ii) Η παραπάνω κρούση είναι ή όχι ελαστική;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I_{cm}=Ml^2/12$.

129) Μια σφαίρα πάνω σε σανίδα



Μια λεπτή σανίδα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ στο μέσον της ηρεμεί μια ομογενής σφαίρα κέντρου Ο. Σε μια στιγμή ασκούμε στη σανίδα μια οριζόντια δύναμη F με αποτέλεσμα να επιταχυνθεί, προς τα δεξιά όπως στο σχήμα, ενώ η σφαίρα κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει).

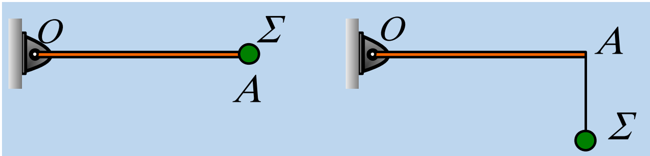
i) Η σφαίρα θα κινηθεί προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά;

ii) Η σφαίρα θα εγκαταλείψει τη σανίδα από το άκρο της Κ, από το άκρο Λ ή θα παραμείνει διαρκώς πάνω στη σανίδα;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

130) Το υλικό σημείο και η δοκός

Μια ομογενής δοκός μάζας m και μήκους l μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της Ο. Στο άλλο άκρο της Α προσδένεται ένα σώμα Σ της ίδιας μάζας m, το οποίο θεωρείται υλικό σημείο. Το στερεό που δημιουργείται φέρεται σε θέση, που η ράβδος είναι οριζόντια και αφήνεται να κινηθεί.



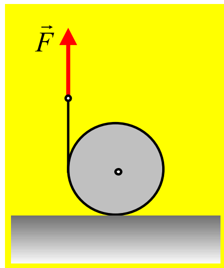
i) Η αρχική επιτάχυνση του σώματος Σ έχει μέτρο μικρότερο, ίσο ή μεγαλύτερο από g, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας;

ii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα το σώμα Σ κρέμεται μέσω νήματος μήκους l/2 από το άκρο Α της δοκού. Η αντίστοιχη αρχική επιτάχυνση του Σ θα είναι μικρότερη, ίση ή μεγαλύτερη από g;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I=ml^2/3$.

131) Η κίνηση του κυλίνδρου εξαιτίας κατακόρυφης δύναμης



Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας κύλινδρος, βάρους w, γύρω από τον οποίο έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου ασκούμε μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη F, όπως στο σχήμα, με μέτρο F<w.

i) Αν το επίπεδο είναι λείο, να περιγράψετε την κίνηση του κυλίνδρου.

ii) Αν αναπτύσσεται τριβή μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου, τότε:

α) Ο κύλινδρος θα μετακινηθεί προς τα αριστερά ενώ θα στρέφεται με τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

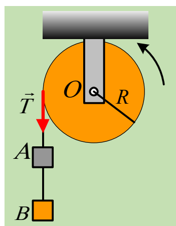
β) Ο κύλινδρος θα μετακινηθεί προς τα δεξιά ενώ θα στρέφεται με τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

γ) Ο κύλινδρος θα μετακινηθεί προς τα αριστερά ενώ θα στρέφεται αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

δ) Ο κύλινδρος θα μετακινηθεί προς τα δεξιά ενώ θα στρέφεται αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

132) Ένα σύστημα και η στροφορμή του



Στο σχήμα, τα σώματα Α και Β, με μάζες m_1 και m_2 κινούνται προς τα κάτω περιστρέφοντας την τροχαλία, μάζας Μ και ακτίνας R, η οποία στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδό της, που περνά από το κέντρο της Ο.

i) Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος, ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας είναι:

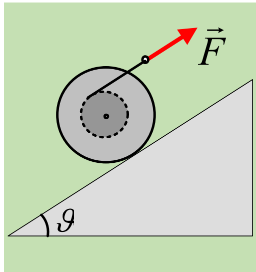
α) $dL/dt=I_{τρ}\cdot α_{γων}$, β) $dL/dt=T\cdot R$, γ) $dL/dt=(m_1+m_2)g\cdot R$, δ) $dL/dt=(M+m_1+m_2)g\cdot R$

ii) Κάποια στιγμή κόβεται το νήμα που συνδέει τα σώματα Α και Β. Μετά από αυτό, το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος, ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας είναι:

α) $dL/dt=I_{τρ}\cdot α_{γων}$, β) $dL/dt=(M+m_1)g\cdot R$, γ) $dL/dt=(m_1+m_2)g\cdot R$, δ) $dL/dt=(M+m_1+m_2)g\cdot R$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας

133) Μια ισορροπία σε κεκλιμένο επίπεδο…



Το στερεό του σχήματος, βάρους w, αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς δίσκους με ακτίνες R και r= ½R αντίστοιχα. Το στερεό ισορροπεί όπως στο σχήμα σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ, όπου ημθ=0,6, ενώ στον δίσκο ακτίνας r έχουμε τυλίξει αβαρές μη εκτατό νήμα και στο άκρο του Α ασκούμε δύναμη μέτρου F, παράλληλης στο επίπεδο.

i) Να εξηγήσετε γιατί το κεκλιμένο επίπεδο δεν είναι λείο.

ii) Να σχεδιάστε την τριβή που ασκείται στο στερεό, δικαιολογώντας και την κατεύθυνσή της.

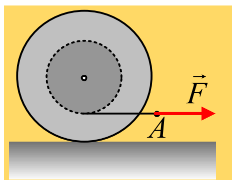
iii) Το μέτρο της δύναμης F είναι ίσο:

α) F=0,2w, β) F=0,4w, γ) F=0,6w.

όπου w το βάρος του στερεού.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

134) Μια μεταφορική κίνηση…



Το στερεό του σχήματος, μάζας m , αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς δίσκους με ακτίνες R, r= ½R αντίστοιχα. Το στερεό ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Στον δίσκο ακτίνας r έχουμε τυλίξει αβαρές μη εκτατό νήμα όπου στο άκρο του Α ασκούμε οριζόντια δύναμη μέτρου F= 0,4·mg, όπως στο σχήμα. Το στερεό εκτελεί μεταφορική κίνηση.

i) Να εξηγήσετε γιατί το οριζόντιο επίπεδο δεν είναι λείο.

ii) Να σχεδιάστε την τριβή που ασκείται στο στερεό, δικαιολογώντας και την κατεύθυνσή της.

iii) Η επιτάχυνση του στερεού έχει μέτρο:

α) α=0,2g, β) α=0,3g, γ) α=0,4g

όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας.

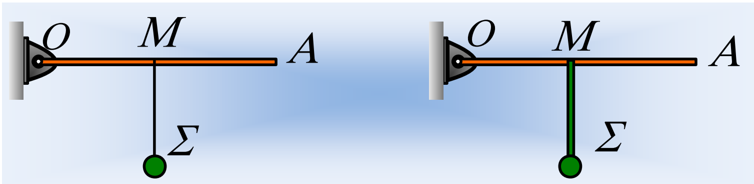
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

135) Με αβαρές νήμα ή με αβαρή ράβδο

Μια ομογενής ράβδος ΟΑ μάζας m και μήκους l μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της Ο.

Α) Από το μέσον της ράβδου κρέμεται μέσω αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους ½ l ένα σώμα Σ της ίδιας μάζας m, το οποίο θεωρείται υλικό σημείο.

Β) Το ίδιο σώμα Σ, κρέμεται από το μέσον της ράβδου, μέσω αβαρούς ράβδου μήκους ½ l, όπως στο 2ο σχήμα.



Και στις δυο περιπτώσεις η ράβδος αφήνεται να κινηθεί από την οριζόντια θέση.

i) Για τις αρχικές γωνιακές επιταχύνσεις που αποκτά στις δυο περιπτώσεις η ράβδος ΟΑ ισχύει:

α) $\alpha_{γων,1}<\alpha_{γων,2}$, β) $\alpha_{γων,1} = \alpha_{γων,2}$, γ) $\alpha_{γων,1} > \alpha_{γων,2}$.

ii) Για τα μέτρα των αρχικών επιταχύνσεων του σώματος Σ ισχύει:

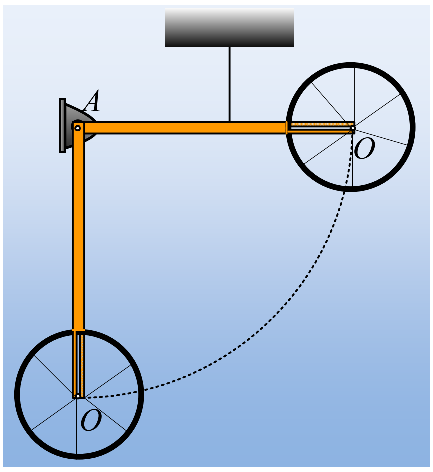
α) $\alpha_1<\alpha_2$, β) $\alpha_1=\alpha_2$, γ) $\alpha_1>\alpha_2$.

iii) Να σχεδιάστε στο σχήμα, τις αρχικές επιταχύνσεις του σώματος Σ.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I= ml^2/3$.

136) Η κινητική ενέργεια ενός τροχού.

Ο άξονας ενός τροχού ακτίνας R και μάζας m έχει στερεωθεί στο άκρο Ο μιας ομογενούς ράβδου ΑΟ, η οποία μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της Α. Η ράβδος έχει μήκος l=4R και μάζα Μ και ισορροπεί οριζόντια, κρεμασμένη στο άκρο νήματος, το άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί στο ταβάνι. Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα και η ράβδος (παρασύροντας και τον τροχό…) αρχίζει να περιστρέφεται και μετά από λίγο γίνεται κατακόρυφη. Στη θέση αυτή η ράβδος έχει γωνιακή ταχύτητα ω.



i) Αν ο τροχός είναι «καρφωμένος» στο άκρο Ο, χωρίς δυνατότητα να περιστραφεί γύρω από τον άξονά του, τότε φτάνοντας στην κατακόρυφο έχει κινητική ενέργεια:

α) $K= ½\ mR^2\omega^2$, β) $K=8\cdot mR^2\omega^2$, γ) άλλη τιμή.

ii) Αν ο τροχός είναι ελεύθερος να περιστραφεί γύρω από άξονα που περνά από το Ο ενώ αρχικά δεν στρέφεται, τότε μόλις φτάσει στην κατακόρυφο έχει κινητική ενέργεια:

α) $K= ½\ mR^2\omega^2$, β) $K=8\cdot mR^2\omega^2$, γ) άλλη τιμή.

iii) Αν ο τροχός στην οριζόντια θέση στρέφεται με κινητική ενέργεια K_o, τότε φτάνοντας στην κατακόρυφο θέση έχει κινητική ενέργεια:

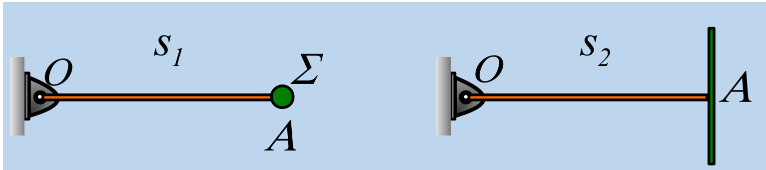
α) $K=K_o$, β) $K=K_o+ 8\ mR^2\omega^2$, γ) άλλη τιμή.

137) Αντί για υλικό σημείο μια ράβδος

Μια ομογενής δοκός μάζας m και μήκους l μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της Ο.

Α) Στο άλλο άκρο της Α προσδένεται ένα σώμα Σ της ίδιας μάζας m, το οποίο θεωρείται υλικό σημείο. Το στερεό s_1 που δημιουργείται φέρεται σε θέση, που η ράβδος είναι οριζόντια.

Β) Στο άκρο της Α προσδένεται μια ράβδος μάζας m και μήκους l_1, κάθετα στη ράβδο ΟΑ, όπως στο 2ο σχήμα, δημιουργώντας το στερεό s_2. Συγκρατείται και αυτό σε θέση με οριζόντια τη ράβδο.



Τα δυο στερεά αφήνονται να κινηθούν.

i) Μεγαλύτερη (μέγιστη) κινητική ενέργεια θα αποκτήσει:

α) το στερεό s_1.

β) το στερεό s_2.

γ) Θα αποκτήσουν ίσες κινητικές ενέργειες.

ii) Μεγαλύτερη (μέγιστη) γωνιακή ταχύτητα θα αποκτήσει:

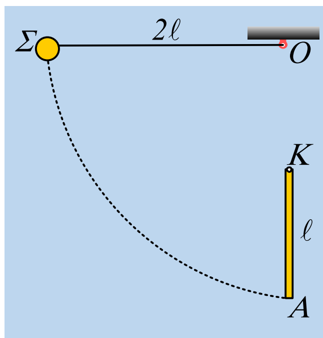
α) το στερεό s_1.

β) το στερεό s_2.

γ) Θα αποκτήσουν ίσες γωνιακές ταχύτητες.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

138) Πώς εφαρμόζουμε την ΑΔΣ;



Η ομογενής ράβδος ΚΑ του σχήματος μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της Κ, έχει μήκος l, μάζα m και ηρεμεί σε κατακόρυφη θέση. Μια μικρή σφαίρα (υλικό σημείο) της ίδιας μάζας m είναι δεμένη στο άκρο νήματος μήκους 2l το άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί στο σημείο Ο, το οποίο βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με το Κ και σε ύψος h=l πάνω από αυτό. Εκτρέπουμε τη σφαίρα ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο και την αφήνουμε να κινηθεί. Μετά από λίγο η σφαίρα συγκρούεται στο άκρο Α της ράβδου, έχοντας αποκτήσει οριζόντια ταχύτητα υ, ενώ μετά την κρούση η ράβδος αποκτά γωνιακή ταχύτητα ω.

Θέλοντας να μελετήσουμε την κρούση αυτή, εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της στροφορμής για το σύστημα των δύο σωμάτων. Τρεις μαθητές έγραψαν τις παρακάτω εξισώσεις:

α) Ο Αντώνης: $mυ·2l=mυ_1·2l+I_{ρ,cm}·ω+mυ_{cm}·3l/2$

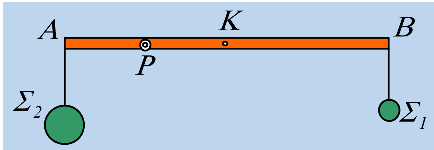
β) Ο Βασίλης: $mυ·l=mυ_1·l + I_{ρ,K}·ω$

γ) Ο Γιάννης: $m\upsilon\cdot ½\ l= m\upsilon_1\cdot ½\ l+ I_{\rho,cm}\cdot\omega$

i) Ως προς ποιο σημείο (ή άξονα) ο κάθε μαθητής εφάρμοσε την ΑΔΣ;

ii) Ποια ή ποιες από τις παραπάνω εξισώσεις είναι σωστές;

139) Προς τα πού θα στραφεί;



Μια λεπτή ομογενής ράβδος ΑΒ μάζας 2m μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνά από το σημείο της Ρ, όπου (ΑΡ)= ¼ (ΑΒ), ενώ στα δυο άκρα της κρέμονται μέσω νημάτων δύο σώματα. Το Σ_1 μάζας m και το Σ_2 μάζας 4m. Το σύστημα συγκρατείται ώστε η ράβδος να είναι οριζόντια. Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα να κινηθεί.

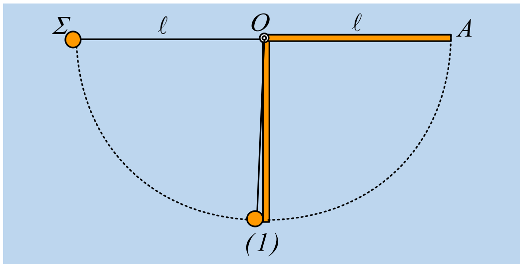
Η ράβδος θα:

i) περιστραφεί δεξιόστροφα

ii) περιστραφεί αριστερόστροφα

iii) ισορροπήσει.

140) Μια κρούση ράβδου με υλικό σημείο



Ένα υλικό σημείο Σ μάζας m είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους ℓ, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό οριζόντιο άξονα Ο. Γύρω από τον ίδιο άξονα μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές και μια ομογενής λεπτή ράβδος (ΟΑ) της ίδιας μάζας και μήκους επίσης ℓ. Αφήνουμε ταυτόχρονα τα δυο σώματα να κινηθούν σε κατακόρυφο επίπεδο, από την οριζόντια θέση, όπως στο σχήμα.

i) Το σώμα Σ θα συγκρουστεί με το άκρο Α της ράβδου:

α) στην κατακόρυφη θέση (1), β) δεξιά της θέσης (1), γ) αριστερά της θέσης (1)

ii) Ελάχιστα πριν την κρούση μεγαλύτερη κινητική ενέργεια έχει:

α) Το σώμα Σ, β) η ράβδος (ΟΑ), γ) έχουν ίσες κινητικές ενέργειες.

iii) Ελάχιστα πριν την κρούση μεγαλύτερη κατά μέτρο ταχύτητα έχει:

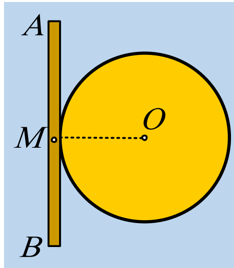
α) Το σώμα Σ, β) το άκρο Α της ράβδου, γ) Έχουν ταχύτητες ίσου μέτρου.

iv) Αν ακολουθήσει πλαστική κρούση και το σώμα Σ κολλήσει στη ράβδο, τότε αμέσως μετά το στερεό που προκύπτει, θα περιστραφεί με την φορά των δεικτών του ρολογιού ή αντίθετα;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το άκρο της Ο: $I= 1/3\ m\ell^2$.

141) Η ράβδος στο «πλευρό» του δίσκου.

Ο ξύλινος δίσκος του σχήματος μάζας (56/9)kg και ακτίνας R=0,3m, μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του Ο.



Καρφώνουμε στο άκρο μιας ακτίνας του δίσκου, το μέσον Μ μιας ομογενούς ράβδου ΑΒ μάζας 12kg και μήκους 0,8m, κατασκευάζοντας έτσι το στερεό s. Αφήνουμε το στερεό s ελεύθερο να κινηθεί από τη θέση, όπου η ράβδος ΑΒ είναι κατακόρυφη, όπως στο σχήμα.

i) Για τη στιγμή αμέσως μόλις αφέθηκε το στερεό να κινηθεί, να βρεθούν:

α) Η γωνιακή επιτάχυνση του s.

β) Οι επιταχύνσεις των άκρων Α και Β της ράβδου.

γ) Οι ρυθμοί μεταβολής της στροφορμής, ως προς τον άξονα περιστροφής στο Ο:

a) του στερεού s, b) του δίσκου, c) της ράβδου.

ii) Για τη στιγμή που η ράβδος γίνεται οριζόντια για πρώτη φορά, να βρεθούν:

α) Οι ταχύτητες των άκρων Α και Β της ράβδου.

β) Η στροφορμή της ράβδου ως προς:

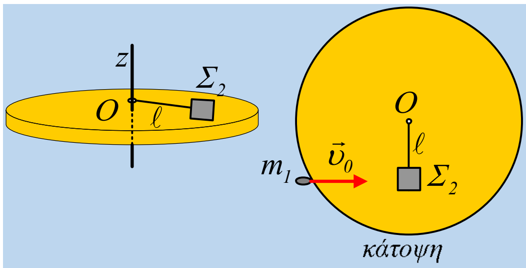
a) Τον άξονα περιστροφής στο Ο,

b) Οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδο του σχήματος, ο οποίος περνά από το μέσον της Μ.

γ) Η κινητική ενέργεια της ράβδου.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I_1= ½\, m_1R^2$, η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της Μ $I_2= (1/12)m_2l^2$ και $g=10m/s^2$.

142) Δυο διαδοχικές «κρούσεις»



Ένας οριζόντιος δίσκος μάζας Μ=18kg και ακτίνας R=1m μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα z, που περνά από το κέντρο του Ο. Στον άξονα περιστροφής έχουμε περάσει ένα μικρό δακτυλίδι, το οποίο μέσω αβαρούς (τεντωμένου) νήματος μήκους l=0,5m συνδέεται με σώμα $Σ_2$, το οποίο εμφανίζει με το δίσκο συντελεστή τριβής μ=0,4 και το οποίο ηρεμεί. Σε μια στιγμή ένα βλήμα το οποίο κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ_0$=200m/s κάθετα στο νήμα, σφηνώνεται στο σώμα $Σ_2$, δημιουργώντας ένα συσσωμάτωμα Σ μάζας m=4kg, το οποίο αποκτά αρχική ταχύτητα $υ_Σ$=20m/s.

i) Να υπολογίσετε την απώλεια της μηχανικής ενέργειας η οποία οφείλεται στην κρούση.

ii) Ποια η τάση του νήματος, αμέσως μετά την κρούση;

iii) Κάποια στιγμή η ταχύτητα του συσσωματώματος έχει μέτρο u=10m/s. Για τη στιγμή αυτή να υπολογιστούν:

α) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος Σ.

β) Ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του δίσκου.

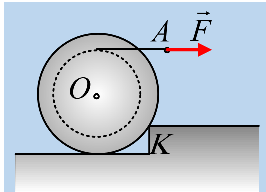
iv) Πόση είναι η συνολική μηχανική ενέργεια που εμφανίζεται ως θερμική, εξαιτίας της τριβής μεταξύ του

Σ και του δίσκου, μέχρι που να σταματήσει η ολίσθηση του συσσωματώματος πάνω στο δίσκο;

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα z, I= ½ MR^2 και $g=10m/s^2$.

143) Ένας κυλινδρικός φλοιός σε ένα σκαλοπάτι. Συνέχεια.

2. Το σκαλοπάτι δεν είναι λείο.



Ένας λεπτός κυλινδρικός φλοιός, μάζας M=20kg και ακτίνας R=50cm, φέρει σχισμή βάθους y=10cm, εντός της οποίας έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Το σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, σε επαφή με σκαλοπάτι ύψους h=20cm, με το οποίο εμφανίζει τριβή με συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,5$. Σε μια στιγμή ασκούμε μια οριζόντια δύναμη F=20N στο άκρο Α του νήματος χωρίς να κινηθεί ο φλοιός.

i) Να υπολογίσετε την τριβή και την κάθετη αντίδραση που ασκείται στον κυλινδρικό φλοιό, από το σκαλοπάτι.

ii) Αυξάνουμε σιγά-σιγά το μέτρο της δύναμης F με σκοπό να κινηθεί ο φλοιός. Να εξετάσετε τι πρόκειται να συμβεί πρώτα:

α) Ο φλοιός θα εκτελέσει περιστροφική κίνηση χωρίς να ανέβει στο σκαλοπάτι.

β) Ο κυλινδρικός φλοιός θα αρχίσει να ανεβαίνει στο σκαλοπάτι, εκτελώντας σύνθετη κίνηση.

iii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα ασκώντας οριζόντια δύναμη F_1=120N, με αποτέλεσμα το στερεό να ανέβει στο σκαλοπάτι.

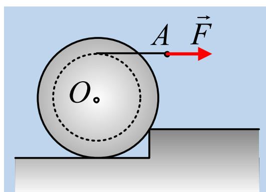
α) Να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση του κέντρου Ο, του κυλινδρικού φλοιού.

β) Ποια τιμή παίρνει η παραπάνω επιτάχυνση (επιτρόχια) μόλις το κέντρο Ο απέχει κατά h_1=60cm από το οριζόντιο επίπεδο;

Δίνεται η ροπή αδράνειας του φλοιού, ως προς τον άξονα περιστροφής του I= ½ mR^2 και $g=10m/s^2$.

144) Ένας κυλινδρικός φλοιός σε ένα σκαλοπάτι.

1. Το σκαλοπάτι είναι λείο.



Ένας λεπτός κυλινδρικός φλοιός, μάζας M=20kg και ακτίνας R=50cm, φέρει σχισμή βάθους y=10cm, εντός της οποίας έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Το σώμα ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,5$, σε επαφή με λείο σκαλοπάτι, ύψους h=20cm. Σε μια στιγμή ασκούμε μια οριζόντια δύναμη F=20N στο άκρο Α του νήματος χωρίς να κινηθεί ο φλοιός.

i) Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στον κυλινδρικό φλοιό.

ii) Αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή F_1=120N και παρατηρούμε ότι ο φλοιός περιστρέφεται, χωρίς να ανεβαίνει στο σκαλοπάτι. Για τη στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους l=1m:

α) Πόση είναι η κινητική ενέργεια του φλοιού;

β) Με ποιο ρυθμό αυξάνεται η κινητική του ενέργεια;

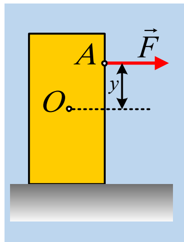
iii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα αυξάνοντας το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην τιμή F_3=300N με αποτέλεσμα το στερεό να ανέβει στο σκαλοπάτι.

α) Να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση του κέντρου Ο, του κυλινδρικού φλοιού.

β) Ποια τιμή παίρνει ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας του κέντρου Ο, στη θέση όπου το Ο απέχει κατά h_1=60cm από το οριζόντιο επίπεδο;

Δίνεται η ροπή αδράνειας του φλοιού, ως προς τον άξονα περιστροφής του I= ½ mR^2 και g=10m/s^2.

145) Διερευνώντας την ανατροπή και την ολίσθηση.



Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας «όρθιος» ομογενής κύλινδρος, μάζας M=60kg, ακτίνας R και ύψους 4R. Ασκούμε στο σημείο Α, το οποίο απέχει κατακόρυφη απόσταση y=R από το κέντρο μάζας Ο, μια οριζόντια δύναμη F, όπως στο σχήμα (η προβολή του κυλίνδρου στο επίπεδο κίνησής του).

i) Ποιο το ελάχιστο μέτρο της δύναμης F για να ανατραπεί ο κύλινδρος, αν ο συντελεστής τριβής είναι αρκετά μεγάλος, ώστε να μην προηγηθεί ολίσθηση του κυλίνδρου;

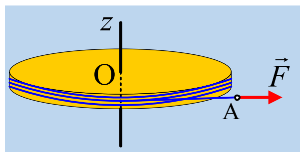
ii) Στο σημείο Α ασκούμε μεταβλητή οριζόντια δύναμη που το μέτρο της μεταβάλλεται με το χρόνο, σύμφωνα με την εξίσωση F=4t (S.I.). Αν οι συντελεστές τριβής μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου έχουν τιμές $\mu=\mu_s$=0,3 ο κύλινδρος πρώτα θα ανατραπεί ή θα ολισθήσει;

iii) Ποια χρονική στιγμή θα ανατραπεί ο κύλινδρος;

iv) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου τη στιγμή που αρχίζει να ανατρέπεται.

Δίνεται g=10m/s^2.

146) Το έργο και η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου

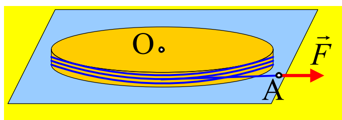


Ένας ομογενής δίσκος μάζας 40kg και ακτίνας 0,5m μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα z, ο οποίος είναι κάθετος στο επίπεδο του δίσκου και περνά από το κέντρο του Ο. Γύρω από το δίσκο τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα, στο άκρο Α του οποίου, ασκούμε μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=10N.

i) Να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου τη στιγμή t_1 όπου το άκρο Α του νήματος έχει μετατοπισθεί κατά x_1=4m.

ii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του δίσκου τη στιγμή t_1;

Απελευθερώνουμε τον παραπάνω δίσκο από τον άξονα και τον τοποθετούμε σε λείο οριζόντιο επίπεδο.



iii) Να βρεθεί ξανά η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δίσκου τη στιγμή που το άκρο Α του νήματος έχει μετατοπισθεί κατά 4m.

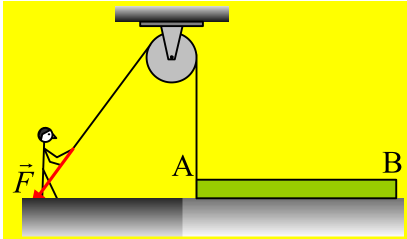
iv) Ποιος θα είναι τώρα ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του δίσκου την παραπάνω στιγμή;

v) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα μεταβάλλουμε το μέτρο της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση F=2t (S.I.), διατηρώντας σταθερή την κατεύθυνσή της. Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του δίσκου τη χρονική στιγμή t_1=10s.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου, ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του I= ½ mR^2.

147) Τράβηξε για να δούμε αν τα καταφέρεις…

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα ομογενές δοκάρι ΑΒ μάζας Μ=50kg. Θέλοντας ένα παιδί να το ανασηκώσει, δένει το ένα του άκρο Α με σχοινί, το οποίο αφού περάσει από μια τροχαλία, στο άλλο του άκρο τραβάει ασκώντας δύναμη F, όπως στο σχήμα, όπου το τμήμα του νήματος μεταξύ τροχαλίας και δοκαριού, είναι κατακόρυφο.



i) Αν F=100N το δοκάρι δεν ανασηκώνεται. Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκείται στο δοκάρι από το έδαφος και τη ροπή της ως προς το άκρο Α, αν:

α) Δεν αναπτύσσονται τριβές ανάμεσα στο σχοινί και την τροχαλία.

β) Υπάρχουν τριβές, με αποτέλεσμα να μην γλιστράει το νήμα στο αυλάκι της τροχαλίας.

ii) Αν κάποια στιγμή (t_0=0) το παιδί αυξήσει το μέτρο της δύναμης στην τιμή F_1=300N, το δοκάρι αρχίζει να ανασηκώνεται. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση που θα αποκτήσει, αμέσως μετά ($t=0^+$), το άκρο Α του δοκαριού, όταν:

α) Η τροχαλία έχει μάζα m=10kg και το σχοινί δεν γλιστράει στο αυλάκι της.

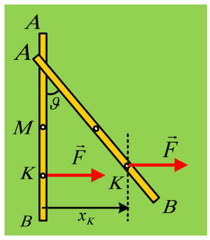
β) Η τροχαλία έχει μάζα m=10kg και δεν αναπτύσσονται τριβές μεταξύ τροχαλίας και σχοινιού.

γ) Η τροχαλία έχει μάζα m=0,5kg και το σχοινί δεν γλιστράει στο αυλάκι της.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονά της I_1= ½ mR^2, η ροπή αδράνειας του δοκαριού ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον του I_2= (1/12)Ml^2 και g=10m/s^2.

148) Η επιτάχυνσης μιας σανίδας στον πάγο

Σε μια παγωμένη λίμνη ηρεμεί οριζόντια, μια ομογενής σανίδα ΑΒ μήκους l=4m και μάζας m=12kg. Σε μια στιγμή t_0=0, δέχεται την επίδραση μιας **σταθερής** οριζόντιας δύναμης μέτρου F=6N, η οποία ασκείται στο σημείο Κ, όπου (ΒΚ)=1m και αρχικά είναι κάθετη στη σανίδα. Τη χρονική στιγμή t_1=2s το σημείο εφαρμογής της δύναμης Κ, έχει μετατοπισθεί κατά x_K=1,6m στην διεύθυνση της ασκούμενης δύναμης, ενώ η σανίδα έχει περιστραφεί κατά γωνία θ, όπως στο σχήμα. Κατά την κίνηση της σανίδας δεν εμφανίζονται τριβές.



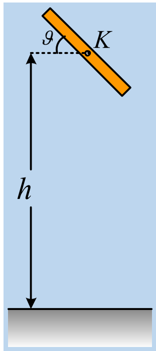
i) Να βρεθεί η επιτάχυνση του σημείου Κ, αμέσως μόλις ασκηθεί η δύναμη (για $t=0^+$).

ii) Να υπολογιστεί η γωνία περιστροφής θ της σανίδας.

iii) Πόση ενέργεια μεταφέρεται στη σανίδα μέσω του έργου της δύναμης από 0-t_1;

iv) Με ποιο ρυθμό μεταφέρεται ενέργεια στη σανίδα τη στιγμή t_1;

149) Η πτώση της ράβδου.



Μια ομογενής ράβδος μάζας 12kg και μήκους 2,5m συγκρατείται όπως στο σχήμα, σχηματίζοντας με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ, όπου ημθ=0,8 ενώ το κέντρο της Κ απέχει h=4,2m από το λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή αφήνεται να πέσει.

i) Η κίνηση της ράβδου θα είναι:

α) μεταφορική, β) σύνθετη

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας, τη στιγμή που η ράβδος κτυπάει στο επίπεδο.

iii) Αν η κρούση είναι ελαστική και το κέντρο Κ αποκτήσει (μετά την κρούση) ταχύτητα μέτρου $υ_2$=0,6m/s, διαφορετικής κατεύθυνσης από την κατεύθυνση της ταχύτητας πριν την κρούση:

α) Ποια η κατεύθυνση της ταχύτητας $υ_2$;

β) Να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου μετά την κρούση.

iv) Να υπολογιστούν οι μεταβολές:

α) της ορμής

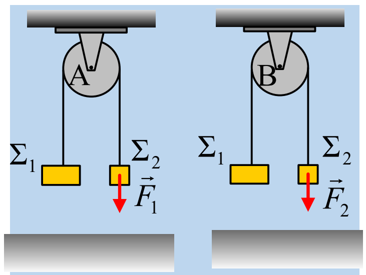
β) της στροφορμής της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα, κάθετο στη ράβδο που διέρχεται από το Κ

που οφείλονται στην κρούση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνάει από το μέσον της:

$I= 1/12\ Ml^2$ και $g=10m/s^2$.

150) Η τροχαλία και η κρούση



Στο σχήμα εμφανίζεται το ίδιο σύστημα σε ισορροπία, με την μόνη διαφορά ότι το αβαρές νήμα έχει πολλές φορές τυλιχθεί στο αυλάκι της Α τροχαλίας, σε αντίθεση με το δεύτερο νήμα, που απλά περνά από το αυλάκι της Β.

i) Για την ισορροπία του συστήματος ασκούμε κατακόρυφες δυνάμεις στο μικρότερο σώμα $Σ_2$. Για τα μέτρα τους ισχύει:

α) $F_1<F_2$, β) $F_1= F_2$, γ) $F_1> F_2$.

ii) Αν καταργήσουμε τις ασκούμενες δυνάμεις, τότε το σώμα $Σ_1$ πέφτει και μετά από λίγο προσκολλάται στο έδαφος, ενώ τα νήματα δεν γλιστρούν στα αυλάκια των τροχαλιών. Στη διάρκεια της πτώσης:

α) Μεγαλύτερη γωνιακή επιτάχυνση αποκτά η τροχαλία Α.

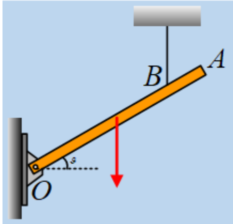
β) Μεγαλύτερη γωνιακή επιτάχυνση αποκτά η τροχαλία Β.

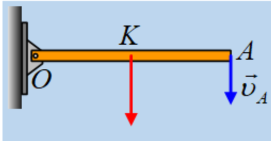
γ) Οι δύο τροχαλίες αποκτούν την ίδια γωνιακή επιτάχυνση.

iii) Αμέσως μετά την πρόσκρουση του $Σ_1$ με το έδαφος, μεγαλύτερη κατά μέτρο γωνιακή επιτάχυνση αποκτά:

α) Η Α τροχαλία, β) Η Β τροχαλία, γ) αποκτούν γωνιακές επιταχύνσεις με ίδιο μέτρο.

151) Άλλη μια ράβδος στρέφεται





Η ομογενής ράβδος του σχήματος μάζας M=3kg και μήκους l=2m, είναι αρθρωμένη στο άκρο της O, γύρω από το οποίο μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές. Η ράβδος ισορροπεί, κρεμασμένη στο άκρο κατακόρυφου νήματος, το οποίο έχει προσδεθεί στο σημείο B, όπου (BA)=0,4m, σχηματίζοντας γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση. Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα, οπότε η ράβδος κατέρχεται και τη στιγμή που γίνεται οριζόντια, το άκρο της A έχει ταχύτητα υ_A=6m/s.

i) Για την αρχική θέση (πριν να κοπεί το νήμα), να βρεθεί η τάση του νήματος, καθώς και η γωνία θ που σχηματίζει η ράβδος με την οριζόντια διεύθυνση.

ii) Να βρεθεί η κατακόρυφη επιτάχυνση του μέσου K της ράβδου καθώς και η οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση, στην οριζόντια θέση.

iii) Αναφερόμενοι στην οριζόντια θέση, δυο μαθητές, ο X και ο Y, θέλουν να υπολογίσουν τη στροφορμή και το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής ως προς το άκρο O (ισοδύναμα ως προς σταθερό οριζόντιο άξονα z κάθετο στο επίπεδο περιστροφής που περνά από το άκρο O). O X θεωρεί την κίνηση στροφική γύρω από τον άξονα z, ο Y θεωρεί την κίνηση σύνθετη, μια μεταφορική του κέντρου μάζας και μια περιστροφή γύρω από κάθετο άξονα που περνά από το K.

Ποιες είναι οι απαντήσεις που θα δώσουν;

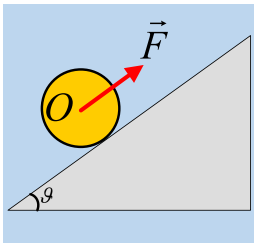
iv) Να υπολογιστεί επίσης η στροφορμή και ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της ως προς:

α) σταθερό οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδο περιστροφής που περνά από το μέσον της K της ράβδου.

β) σταθερό οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδο περιστροφής, ο οποίος περνά από το άκρον A της ράβδου.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της I_{cm}= (1/12)· Ml^2 και g=10m/s^2.

152) Ένας τροχός σε κεκλιμένο επίπεδο



Ένας τροχός μάζας 8kg ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ, με την επίδραση δύναμης F, η οποία μέσω κατάλληλου μηχανισμού, ασκείται στο κέντρο του O, όπως στο σχήμα.

i) Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στον τροχό.

ii) Σε μια στιγμή (t_0=0) αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή F_1=60N. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου O του τροχού τη στιγμή t_1=4s.

iii) Τη στιγμή t_1, το μέτρο της δύναμης αυξάνεται στην τιμή F_2=160N.

α) Να γίνει η γραφική παράσταση της ταχύτητας υ_{cm} του κέντρου O, σε συνάρτηση με το χρόνο από 0-6s.

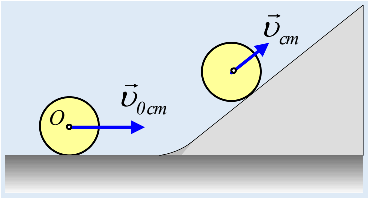
β) Να υπολογιστούν τα έργα της δύναμης και της τριβής, από t_0 μέχρι τη στιγμή t_2=6s.

γ) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφής του τροχού, τη στιγμή t_2.

Δίνονται: Για τον τροχό $I= ½ MR^2$ ως προς οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδό του που περνά από το κέντρο του Ο, ημθ=0,6 και συνθ=0,8, $g=10m/s^2$, ενώ για τους συντελεστές τριβής μεταξύ τροχού και επιπέδου $μ=μ_s=0,5$.

153) Μια σφαίρα παίρνει την ανηφόρα

Σε οριζόντιο επίπεδο κυλίεται μια σφαίρα με ταχύτητα κέντρου μάζας $υ_{0cm}=6m/s$. Σε μια στιγμή συναντά στην πορεία της ένα κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ (ημθ=0,6), στο οποίο συνεχίζει την κίνησή της, χωρίς να αναπηδήσει.



i) Αν το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο, σε πόσο ύψος θα ανέβη το κέντρο Ο της σφαίρας;

ii) Αν υπήρχε τριβή, με αποτέλεσμα να συνεχίσει η σφαίρα την κύλισή της, ποιο θα ήταν το αντίστοιχο μέγιστο ύψος ανόδου;

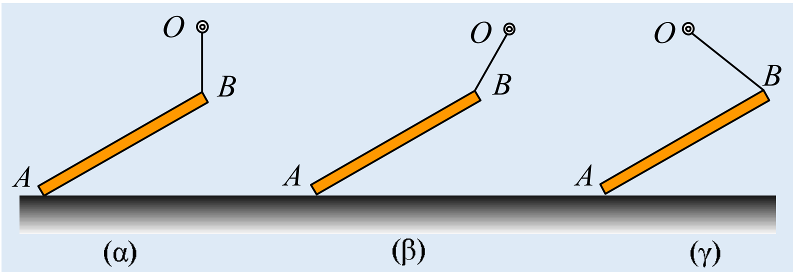
iii) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής, μεταξύ σφαίρας και κεκλιμένου επιπέδου, για την παραπάνω άνοδο;

iii) Αν μεταξύ σφαίρας και κεκλιμένου επιπέδου είχαμε συντελεστές τριβής $μ=μ_{ορ}=0,125$, πόση θερμική ενέργεια αναπτύσσεται κατά την άνοδο της σφαίρας κατά μήκος του επιπέδου, αν η ακτίνα της σφαίρας ήταν R=0,2m και η μάζα της 1kg.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας $I= 2/5\ mR^2$, ενώ $g=10m/s^2$.

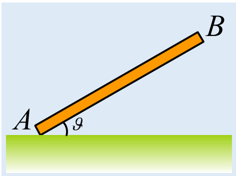
154) Μια ράβδος κρέμεται και μετά γλιστράει

Μια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους 2m και μάζας 4kg, κρέμεται μέσω νήματος, το οποίο δένεται στο άκρο της Β, από σταθερό σημείο Ο, ενώ στηρίζεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο (1) με το άκρο της Α.



i) Σε ποια ή σε ποιες από τις παραπάνω θέσεις μπορεί να ισορροπεί η ράβδος; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας, εξηγώντας και την ισορροπία και τη μη ισορροπία, για κάθε περίπτωση.

ii) Η ράβδος αυτή τοποθετείται σε άλλο οριζόντιο επίπεδο (2) με το οποίο σχηματίζει γωνία θ, και αφήνεται να πέσει, ξεκινώντας από την ηρεμία. Αν το άκρο της Α μετατοπισθεί κατά 0,2m, μέχρι που το άκρο Β να φτάσει στο επίπεδο:



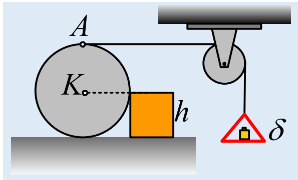
α) Να αποδείξετε ότι το επίπεδο (2) είναι λείο.

β) Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση του άκρου Α.

γ) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια της ράβδου τη στιγμή που γίνεται οριζόντια (που το άκρο Β φτάνει στο επίπεδο…).

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της I= 1/12 Ml^2 , g=10m/s^2, ενώ συνθ=0,8 και ημθ=0,6.

155) Ισορροπίες και τριβές



Γύρω από έναν τροχό ακτίνας R και μάζας M=10kg, τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα, το οποίο αφού το περάσουμε από μια αβαρή τροχαλία, στο άλλο άκρο του κρεμάμε έναν αβαρή δίσκο. Ο τροχός ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s$=0,6, ενώ εμποδίζεται να κινηθεί από ένα ακλόνητο εμπόδιο ύψους h=R, με το οποίο ο τροχός δεν εμφανίζει τριβές.

i) Να βρείτε τις δυνάμεις που ασκούνται στον τροχό, πριν βάλουμε κάποια σταθμά στο δίσκο.

ii) Μπορεί ο τροχός να υπερπηδήσει το εμπόδιο, αν τοποθετήσουμε στο δίσκο κατάλληλα σταθμά;

iii) Τοποθετούμε στο δίσκο σταθμά μάζας m=2kg. Να εξετάσετε αν ο δίσκος θα κατέβει ή όχι, υπολογίζοντας και την δύναμη που ασκεί το εμπόδιο στον τροχό.

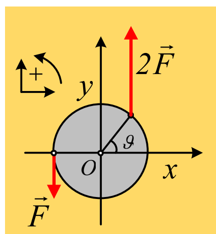
iv) Αν το οριζόντιο επίπεδο ήταν λείο, ενώ αντίθετα αναπτυσσόταν τριβές μεταξύ τροχού και εμποδίου με συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s$=0,6, τότε:

α) Να υπολογιστεί η δύναμη στον τροχό από το οριζόντιο επίπεδο, όταν στο δίσκο βάζαμε σταθμά m_1=2,5kg.

β) Ποια η μάζα των σταθμών που πρέπει να τοποθετηθούν στο δίσκο, ώστε ο τροχός να χάσει την επαφή του με το οριζόντιο επίπεδο;

Δίνεται η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του I= ½ MR^2 και g=10m/s^2.

156) Τι κίνηση θα κάνει ο δίσκος;



Σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας ομογενής οριζόντιος δίσκος κέντρου Ο. Σε μια στιγμή στο δίσκο ασκούνται δυο οριζόντιες δυνάμεις όπως στο σχήμα, όπου θ=60°. Στο σχήμα δίνεται ένα σύστημα οριζόντιων ορθογωνίων αξόνων xy, όπου οι δυνάμεις έχουν τη διεύθυνση του άξονα y. Ο δίσκος θα εκτελέσει:

i) σύνθετη κίνηση προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα y και με θετική φορά περιστροφής.

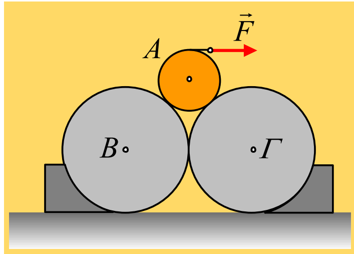
ii) σύνθετη κίνηση προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα y και με αρνητική φορά περιστροφής.

iii) μεταφορική κίνηση προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα y.

iv) μεταφορική κίνηση σε διαφορετική διεύθυνση από αυτές των δύο αξόνων.

157) Τρία βαρέλια ισορροπούν

Τρία κυλινδρικά δοχεία ισορροπούν όπως στο σχήμα, όπου δυο εμπόδια (τάκοι…) εμποδίζουν τα κάτω να κινηθούν. Στο σχήμα βλέπετε τις τρεις βάσεις των δοχείων, όπου τα δυο κάτω έχουν ίσες ακτίνες $R_2=R_3=1{,}6m$, ενώ το πάνω ακτίνα $R=0{,}4m$. Η επιφάνεια του Β δοχείου είναι λεία, ενώ μεταξύ Α και Γ ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής έχει τιμή $\mu_s=0{,}8$. Το δοχείο Α έχει μάζα $m=160kg$, ενώ $g=10m/s^2$.



i) Να βρείτε τις δυνάμεις που ασκούνται στο πάνω δοχείο Α.

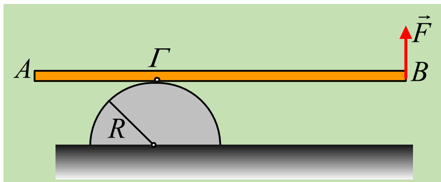
ii) Γύρω από το Α έχουμε τυλίξει έναν αβαρή ιμάντα, μέσω του οποίου ασκούμε πάνω του μια οριζόντια δύναμη F=40N. Να βρείτε την τριβή που εμφανίζεται μεταξύ των δοχείων Α και Γ.

iii) Να εξετάσετε αν μπορούμε, αυξάνοντας το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F, να μηδενίσουμε τη δύναμη που ασκείται στο δοχείο Α από το Β, χωρίς να έχουμε περιστροφή.

iv) Αν η δύναμη πάρει την τιμή $F_3=1.000N$, να εξετάσετε αν ο κύλινδρος θα γλιστρήσει ή όχι, αμέσως μετά.

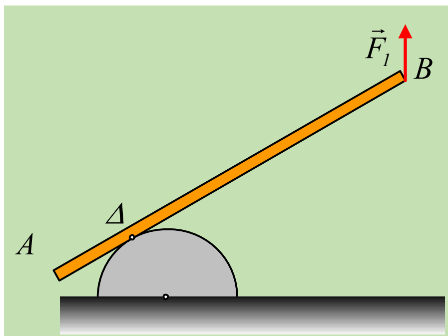
158) Ισορροπίες και αντίστροφη κύλιση.

Πάνω σε μια μισοβυθισμένη στο έδαφος σφαίρα, ακτίνας $R=(3/\pi)m$, στηρίζεται μια ομογενής δοκός ΑΒ μήκους 6m και βάρους 300N, η οποία ισορροπεί οριζόντια με την επίδραση μιας κατακόρυφης δύναμης F, η οποία ασκείται στο άκρο της Β, όπως στο σχήμα.



i) Αν (ΑΓ)=2m, όπου Γ το σημείο της ράβδου το οποίο εφάπτεται της σφαίρας, να υπολογιστεί η δύναμη F, για την παραπάνω ισορροπία.

ii) Αυξάνουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F, διατηρώντας την κατακόρυφη, με αποτέλεσμα το άκρο Β της ράβδου να αρχίσει να ανέρχεται, χωρίς η δοκός να γλιστράει πάνω στη σφαίρα. Με τον τρόπο αυτό, φέρνουμε τη δοκό να ισορροπεί όπως στο σχήμα, ενώ $F_1=100N$.



α) Πόσο απέχει το σημείο Δ, σημείο επαφής της δοκού με τη σφαίρα, από το άκρο Α;

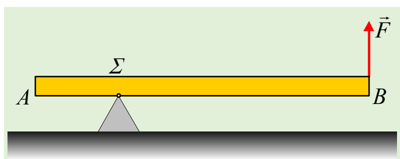
β) Ποια γωνία σχηματίζει η δοκός με την οριζόντια διεύθυνση;

γ) Να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής που ασκείται στη δοκό.

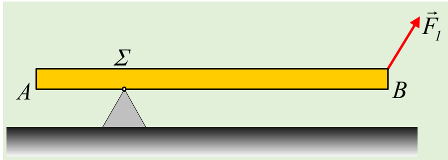
δ) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ δοκού και σφαίρας για την παραπάνω ισορροπία;

159) Μια οριζόντια ράβδος.

Μια λεπτή ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους 4m, ισορροπεί οριζόντια με την επίδραση μιας κατακόρυφης δύναμης F, μέτρου F=40N, η οποία ασκείται στο άκρο της Β, ενώ στηρίζεται σε τρίποδο σε σημείο Σ, όπου (ΑΣ)=1m, όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ ράβδου και



τρίποδου είναι $\mu_{\sigma\rho}$=0,5.

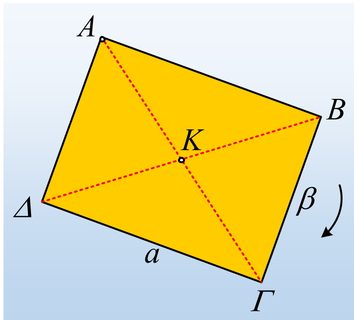


i) Να βρεθεί το βάρος της ράβδου καθώς και η δύναμη που ασκείται στη ράβδο από το τρίποδο;

ii) Αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή F_1=50Ν, μεταβάλλοντας και την κατεύθυνσή της, ώστε η ράβδος να ισορροπεί οριζόντια. Να υπολογίσετε τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από το τρίποδο.

iii) Να βρεθεί η μέγιστη πλάγια δύναμη F_2, την οποία μπορούμε να ασκήσουμε στη ράβδο, χωρίς αυτή να γλιστρήσει, παραμένοντας οριζόντια.

160) Ποιες οι ταχύτητες των σημείων της πλάκας;



Μια ορθογώνια ομογενής πλάκα με πλευρές α=0,8m και β=0,6m, μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από την κορυφή Α. Σε μια στιγμή η πλάκα βρίσκεται στη θέση του διπλανού σχήματος, έχοντας γωνιακή ταχύτητα ω=2rad/s. Για τη θέση αυτή ζητάμε να βρεθούν οι ταχύτητες των κορυφών Β και Γ, καθώς και του κέντρου μάζας Κ της πλάκας.

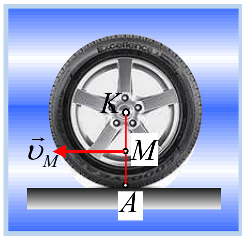
Δυο μαθητές ακολουθούν διαφορετικούς δρόμους επίλυσης.

Ο μαθητής Α θεωρεί ότι η πλάκα εκτελεί στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα.

Ο μαθητής Β θεωρεί την κίνηση σύνθετη. Μια μεταφορική και μια στροφική γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας Κ.

Να εξετασθεί αν αυτές οι δύο θεωρήσεις είναι σωστές ή όχι.

161) Ανακαλύπτοντας ξανά …τον τροχό.



Ένα φορτηγό κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο, με σταθερή ταχύτητα υ_φ, ενώ στο σχήμα βλέπετε έναν τροχό του ακτίνας R=0,5m. Το σημείο επαφής του τροχού με το έδαφος, σημείο Α, έχει μηδενική ταχύτητα, ενώ το σημείο Μ, στο μέσον της ακτίνας ΚΑ, έχει ταχύτητα μέτρου υ_M=1m/s.

i) Το φορτηγό κινείται προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά; Να δικαιολογήσετε αναλυτικά την απάντησή σας.

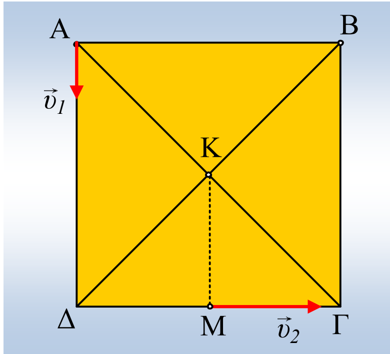
ii) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του φορτηγού και τη συχνότητα περιστροφής των τροχών.

iii) Να βρεθεί η επιτάχυνση του σημείου Μ στην θέση που δείχνει το σχήμα.

iv) Κάποια στιγμή το φορτηγό αποκτά επιτάχυνση α_φ=1m/s^2, χωρίς να ολισθήσουν οι τροχοί του. Να βρεθεί η ταχύτητα και η επιτάχυνση του ανώτερου σημείου του τροχού, τη στιγμή που το φορτηγό έχει αποκτήσει ταχύτητα $\upsilon_{\varphi 1}$=3m/s. Ποιος ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας του παραπάνω σημείου, στη θέση αυτή;

162) Η κίνηση μιας τετράγωνης πλάκας.

Στην οριζόντια επιφάνεια μιας παγωμένης λίμνης κινείται μια οριζόντια ομογενής τετράγωνη πλάκα πλευράς α=1m, χωρίς να μεταβάλλεται η κίνησή της. Σε μια στιγμή $t_0=0$, η πλάκα βρίσκεται στη θέση που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, ενώ οι ταχύτητες της κορυφής Α και του μέσου Μ της πλευράς ΓΔ, έχουν μέτρα $υ_1=1m/s$ και $υ_2=2m/s$ και κατευθύνσεις όπως στο σχήμα (κάτοψη).



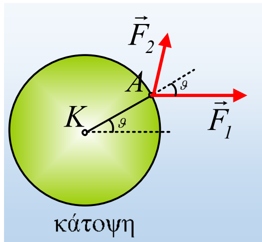
i) Να βρείτε την ταχύτητα του κέντρου Κ της τετράγωνης πλάκας.

ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα της κορυφής Β, την ίδια στιγμή (t_0).

iii) Ποιες οι ταχύτητες της κορυφής Α και του σημείου Μ, τη χρονική στιγμή $t_1=4,71s$;

163) Η κίνηση του δίσκου

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας λεπτός ομογενής κυκλικός δίσκος, μάζας m=6kg με το επίπεδό του οριζόντιο. Σε μια στιγμή (t=0) στο σημείο Α της περιφέρειας του, ασκούνται δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις, όπως στο σχήμα, όπου η πρώτη έχει μέτρο $F_1=5N$, ενώ ημθ=0,6. Ο δίσκος κινείται χωρίς να στρέφεται και τη στιγμή $t_1=2s$ το σημείο Α έχει μετατοπισθεί κατά 2m. Τη στιγμή αυτή η δύναμη F_2 παύει να ασκείται στο δίσκο.



i) Σε ποια κατεύθυνση έχει κινηθεί το κέντρο Κ του δίσκου; Να δικαιολογήσετε αναλυτικά την απάντησή σας.

ii) Να βρεθεί το μέτρο και η κατεύθυνση της δύναμης F_2.

iii) Να υπολογιστούν αμέσως μετά την κατάργηση της δύναμης F_2 (τη στιγμή t_1^+):

α) Η επιτάχυνση του κέντρου Κ του δίσκου.

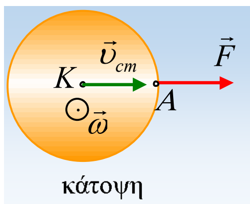
β) Η επιτάχυνση του σημείου Α

γ) Ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας του σημείου Α.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο του I= ½ mR^2.

164) Η κεντρομόλος επιτάχυνση σημείου.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται ένας λεπτός ομογενής κυκλικός δίσκος, μάζας m=4kg και ακτίνας R=0,2m, με το επίπεδό του οριζόντιο και με την επίδραση μιας οριζόντιας μεταβλητής δύναμης F, η οποία ασκείται στο σημείο Α της περιφέρειας του δίσκου. Σε μια στιγμή t_1, το κέντρο μάζας του δίσκου έχει ταχύτητα $υ_{cm}=1m/s$ ενώ η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου έχει μέτρο ω=5rad/s με κατεύθυνση όπως στο σχήμα.



Τη στιγμή αυτή το μέτρο της δύναμης είναι F=4N, ενώ η κατεύθυνσή της είναι ίδια με την κατεύθυνση της ταχύτητας $υ_{cm}$. Για την παραπάνω χρονική στιγμή t_1:

i) Να υπολογισθούν η επιτάχυνση του κέντρου Κ, καθώς και η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου.

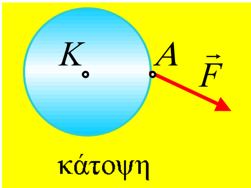
ii) Θεωρώντας σύνθετη την κίνηση του δίσκου, μια μεταφορική και μια στροφική γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας Κ, να βρεθούν η επιτρόχια και η κεντρομόλος επιτάχυνση του σημείου Α, για την κυκλική κίνησή του γύρω από το Κ.

iii) Να βρεθεί η επιτάχυνση του σημείου Α, στο οποίο ασκείται η δύναμη F.

iv) Η παραπάνω θεώρηση, δεν είναι παρά ένας βολικός τρόπος μελέτης της κίνησης. Στην πραγματικότητα το σημείο Α διαγράφει μια καμπύλη τροχιά. Αφού υπολογιστεί η κεντρομόλος επιτάχυνση του σημείου Α, για την καμπυλόγραμμη αυτή κίνηση, να υπολογίστε την ακτίνα ενός κύκλου, ο οποίος μπορεί να προσεγγίσει την τροχιά αυτή (η ακτίνα αυτή ονομάζεται ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς του σημείου Α, στην θέση αυτή).

165) Η επιτάχυνση του σημείου εφαρμογής

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας λεπτός κυκλικός δίσκος, μάζας m, με το επίπεδό του οριζόντιο. Σε μια στιγμή ασκείται σε σημείο Α της περιφέρειάς του, μια δύναμη F, όπως στο σχήμα.



i) Το σημείο Α θα αποκτήσει επιτάχυνση, αμέσως μετά την άσκηση της δύναμης:

α) μέτρου F/m με διεύθυνση ίδια με τη δύναμη.

β) μέτρου μεγαλύτερου από F/m και διεύθυνση ίδια με τη διεύθυνση της δύναμης F.

γ) Τίποτα από τα παραπάνω.

ii) Η παραπάνω επιτάχυνση:

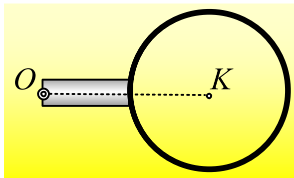
α) Είναι μόνο επιτρόχια (μεταβάλει το μέτρο της ταχύτητας)

β) Είναι μόνο κεντρομόλος (μεταβάλλει τη διεύθυνση της ταχύτητας)

γ) Έχει μια κεντρομόλο και μια επιτρόχια συνιστώσα.

Ασκήσεις 2015-16

166) Εσωτερικές δυνάμεις και ροπές.



Μια ομογενής ράβδος μήκους ℓ=1m και μάζας Μ =6kg μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της Ο. Στο άλλο άκρο της ράβδου προσκολλάται μια στεφάνη Σ, μάζας m=0,6kg και ακτίνας R=1m, οπότε έτσι δημιουργούμε ένα στερεό s. Φέρνουμε το στερεό σε θέση τέτοια, ώστε η ράβδος να είναι οριζόντια και το αφήνουμε να κινηθεί.

i) Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του στερεού s, ως προς τον άξονα περιστροφής του.

ii) Να βρεθεί η αρχική γωνιακή επιτάχυνση του στερεού, καθώς και η αρχική επιτάχυνση του κέντρου Κ της στεφάνης.

iii) Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκείται στην στεφάνη από τη δοκό, στην παραπάνω θέση.

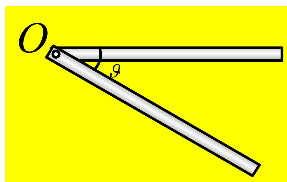
iv) Υποστηρίζεται ότι στη στεφάνη, εκτός της παραπάνω δύναμης ασκείται και κάποια επιπλέον ροπή από τη δοκό. Να εξετάσετε την ορθότητα ή μη της παραπάνω θέσης.

v) Να βρεθεί η δύναμη που ασκείται στο στερεό s από την άρθρωση, μόλις αφεθεί να κινηθεί.

vi) Να εξετάσετε αν η στεφάνη, πέρα από την άσκηση δύναμης, ασκεί επιπλέον και κάποια ροπή στη ράβδο.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα περιστροφής ο οποίος περνά από το μέσον της $I_{cm}= 1/12\ M\ell^2$ και $g=10m/s^2$.

167) Μια απλή ή μήπως σύνθετη κίνηση;



Μια ομογενής ράβδος μάζας 3kg και μήκους 0,6m, μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος περνά από το ένα της άκρο Ο, χωρίς τριβές. Η ράβδος φέρεται σε οριζόντια θέση και αφήνεται να κινηθεί.

Η κίνηση που θα πραγματοποιήσει θα είναι απλή ή σύνθετη;

Δυο μαθητές, ο Αντώνης (Α) και ο Βασίλης (Β), διαφωνούν και προσπαθώντας να διαπιστώσουν το σωστό και το λάθος, αναλαμβάνουν να απαντήσουν στα ακόλουθα ερωτήματα, για τη στιγμή που η ράβδος βρίσκεται σε μια θέση, όπως στο σχήμα, σχηματίζοντας γωνία θ=30° με την οριζόντια θέση:

i) Ποια η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου;

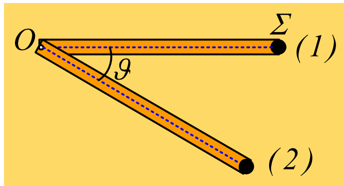
ii) Ποια είναι η επιτάχυνση του κέντρου μάζας Κ (η κάθετη στη ράβδο) και ποια η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου;

iii) Πόση είναι η στροφορμή και ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής κατά (ως προς) τον οριζόντιο άξονα περιστροφής της στο Ο;

iv) Πόση είναι η στροφορμή και ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής κατά (ως προς) τον οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το μέσον της Κ;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I= Ml^2/12$ και $g=10m/s^2$.

168) Η ράβδος και η σημειακή μάζα.



Μια ομογενής ράβδος μήκους ℓ=1,5m και μάζας m=3kg μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της Ο. Στο άλλο άκρο της ράβδου δένουμε ένα σώμα Σ, της ίδιας μάζας m με τη ράβδο και αμελητέων διαστάσεων (υλικό σημείο), οπότε έτσι δημιουργούμε ένα στερεό s. Φέρνουμε το στερεό στη θέση (1) ώστε η ράβδος να είναι οριζόντια και το αφήνουμε να κινηθεί.

i) Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του στερεού s, ως προς τον άξονα περιστροφής του.

ii) Να βρεθεί η αρχική γωνιακή επιτάχυνση του στερεού, καθώς και η δύναμη F που ασκείται στο σώμα Σ από τη ράβδο, αμέσως μόλις αφεθεί το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί.

iii) Μετά από λίγο, η ράβδος σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ, όπου ημθ=0,6, ευρισκόμενη στη θέση (2). Για τη θέση αυτή ζητούνται:

α) Η κινητική ενέργεια του στερεού s.

β) Η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής του σώματος Σ, κατά (ως προς) τον άξονα περιστροφής στο Ο.

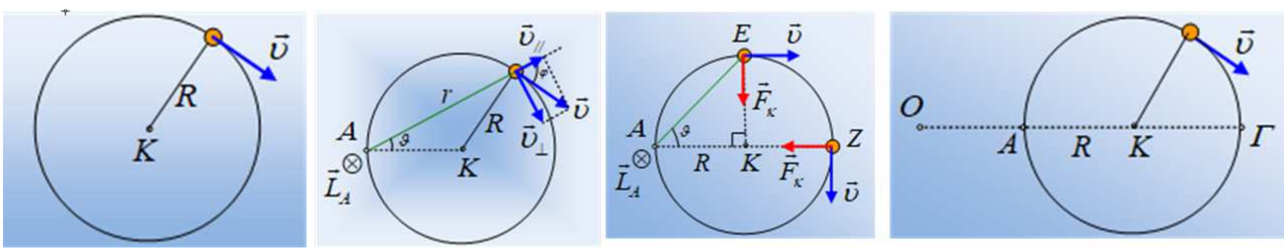
γ) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του στερεού s.

iv) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης F (που ασκεί η σανίδα στο σώμα Σ), από την θέση (1) μέχρι τη θέση (2).

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της στο Ο, $I_1= 1/3\ m\ell^2$ και $g=10m/s^2$.

169) Ομαλή κυκλική κίνηση και στροφορμή.

Ένα υλικό σημείο μάζας m εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου νήματος μήκους R με ταχύτητα μέτρου υ, όπως στο σχήμα. Μια ερώτηση, με βάση τη συνήθη πρακτική, όπως τουλάχιστον τη συναντάμε σε ερωτήσεις των πανελλαδικών εξετάσεων είναι:



Ερώτηση 1η:

Να υπολογιστεί η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του σώματος.

Ερώτηση 2η:

Να υπολογιστεί η στροφορμή του παραπάνω υλικού σημείου ως προς το σημείο Α του κύκλου, σε συνάρτηση με τη γωνία θ.

Ερώτηση 3η :

Με βάση τα παραπάνω, η στροφορμή του υλικού σημείου ως προς το Α μεταβάλλεται. Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής, τις στιγμές που το σώμα περνά από τις θέσεις Ε και Ζ;

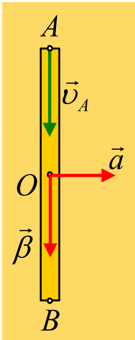
Ερώτηση 4η :

Να βρεθεί η στροφορμή του υλικού σημείου, ως προς το σημείο Ο, στην προέκταση της ΚΑ και σε απόσταση (ΟΑ)=R, τις στιγμές κατά τις οποίες το σώμα περνά από τις θέσεις Α και Γ, του διπλανού σχήματος. Σε ποιες θέσεις του σώματος μηδενίζεται η στροφορμή του υλικού σημείου, ως προς το Ο;

170) Ψάχνοντας ένα ερώτημα.

Στις συζητήσεις που γίνονται αυτές τις μέρες, διατυπώθηκε από πολλούς φίλους η θέση, ότι θα μπορούσαν να υπάρχουν 1-2 ερωτήματα, με άλλο άρωμα που να επιτρέπουν μια καλύτερη κατανομή στη βαθμολογία.

Προσωπικά είχα μιλήσει χαρακτηρίζοντας τα θέματα «θέματα φλάτ».

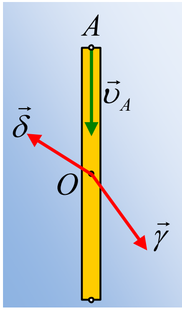


Ερώτηση 1η:

Μια λεπτή ομογενής ράβδος κινείται οριζόντια, σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή (t=0) βρίσκεται στη θέση που δείχνει το διπλανό σχήμα (κάτοψη), όπου το άκρο Α έχει ταχύτητα υ_A.

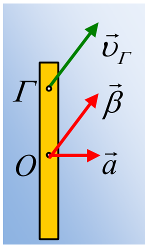
Ποιο από τα διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$ μπορεί να παριστά την ταχύτητα του μέσου Ο της ράβδου;

Ερώτηση 2η:



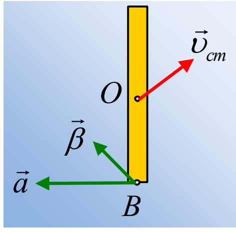
Για την ίδια περίπτωση της ράβδου, ποιο από τα διανύσματα $\vec{\gamma}$ και $\vec{\delta}$, του διπλανού σχήματος, μπορεί να παριστά την ταχύτητα του μέσου Ο της ράβδου;

Ερώτηση 3η:



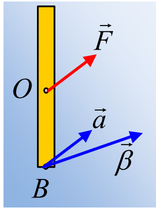
Για την ίδια περίπτωση της ράβδου, αν η ταχύτητα του σημείου Γ είναι αυτή του διπλανού σχήματος, τότε ποιο από τα διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$, μπορεί να παριστά την ταχύτητα του μέσου Ο της ράβδου;

Ερώτηση 4η:



Για την ίδια περίπτωση της ράβδου, αν η ταχύτητα του μέσου Ο είναι αυτή του διπλανού σχήματος, τότε ποιο από τα διανύσματα α και β, μπορεί να παριστά την ταχύτητα του άκρου Β της ράβδου;

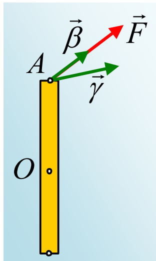
Ερώτηση 5η:



Μια λεπτή ομογενής σανίδα ηρεμεί οριζόντια, σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή (t=0) δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$, όπως στο διπλανό σχήμα (κάτοψη).

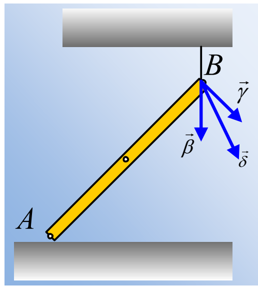
Ποιο από τα διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$ μπορεί να παριστά την αρχική επιτάχυνση του άκρου Β της ράβδου.

Ερώτηση 6η:



Μια λεπτή ομογενής σανίδα ηρεμεί οριζόντια, σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή (t=0) δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$, όπως στο διπλανό σχήμα (κάτοψη), στο άκρο της Α. Ποιο από τα διανύσματα $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$ μπορεί να παριστά την αρχική επιτάχυνση του άκρου Α της ράβδου.

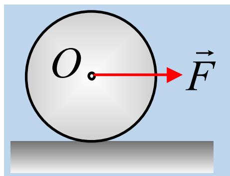
Ερώτηση 7η:



Μια λεπτή ομογενής ράβδο κρέμεται με νήμα όπως στο σχήμα, στηριζόμενη στο άκρο της Α σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή (t=0) κόβουμε το νήμα.

Ποιο από τα διανύσματα $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$ και $\vec{\delta}$ μπορεί να παριστά την αρχική επιτάχυνση του άκρου Β της ράβδου, όπου το $\vec{\beta}$ είναι κατακόρυφο και το $\vec{\gamma}$ κάθετο στη ράβδο.

171) Η θέση ολίσθησης και η ενέργεια.



Ένας τροχός κυλίεται προς τα δεξιά σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο μπορεί να εμφανίσει τριβή $T_{ορ}=T_{ολ}=10N$, έχοντας κινητική ενέργεια $K_0=25J$. Τη στιγμή που φτάνει στη θέση x=0, δέχεται στο κέντρο του, την επίδραση μεταβλητής οριζόντιας δύναμης, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται με τη θέση σύμφωνα με την εξίσωση:

$$F=6x \text{ (S.I.)}.$$

i) Ο τροχός θα αρχίσει να ολισθαίνει στη θέση:

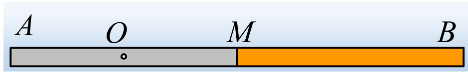
α) x=0, β) x= 5/3m, γ) x=3m, δ) x=5m.

ii) Η κινητική ενέργεια του τροχού τη στιγμή που αρχίζει η ολίσθηση είναι ίση:

α) $K_1=25J$, β) $K_1=75J$, γ) $K_1=100J$, δ) $K_1=125J$.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονά του $I= ½ mR^2$.

172) Δύο ενωμένες ράβδοι στρέφονται.



Δύο ομογενείς ράβδοι Α και Β, ίδιου μήκους και της ίδιας μάζας, είναι ενωμένες δημιουργώντας ένα στερεό s, το οποίο μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το μέσον Ο της Α. Φέρνουμε το στερεό σε οριζόντια θέση, όπως στο σχήμα και το αφήνουμε να κινηθεί. Η αρχική επιτάχυνση του σημείου Μ, στο οποίο ενώνονται οι δύο ράβδοι είναι $α_1$, ενώ η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά στη διάρκεια της κίνησης είναι $υ_1$.

Αν η ράβδος Α ήταν αβαρής, τότε:

i) Το σημείο Μ αποκτά αρχική επιτάχυνση $α_2$, όπου:

α) $α_2<α_1$, β) $α_2 = α_1$ γ) $α_2 > α_1$.

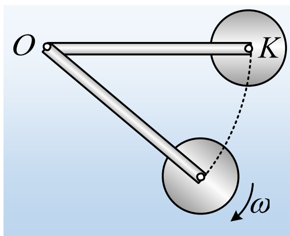
ii) Για τη μέγιστη ταχύτητα $υ_2$ του σημείου Μ ισχύει:

α) $υ_2 < υ_1$, β) $υ_2 = υ_1$, γ) $υ_2 > υ_1$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

173) Η κινητική ενέργεια σε ένα σύστημα.

Τρεις …παρόμοιες ερωτήσεις.



1) Το άκρο Κ μιας ομογενούς ράβδου, μήκους ℓ=4R και μάζας M=3m, έχει καρφωθεί στο κέντρο ενός δίσκου, μάζας m και ακτίνας R, δημιουργώντας ένα στερεό s, το οποίο μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνάει από το άκρο Ο της ράβδου. Αφήνουμε το στερεό να περιστραφεί από μια θέση που η ράβδος είναι οριζόντια και μετά από λίγο έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα ω. Για τη θέση αυτή:

i) Ποιες από τις παρακάτω σχέσεις που δίνουν κινητική ενέργεια είναι σωστές και ποιες λάθος:

α) $K_ρ= ½\, Mυ^2_{cm}$, β) $K_ρ= ½\, I_{1,O}·ω^2$, γ) $K_ρ= ½\, Mυ^2_{cm} + ½\, I_{1cm}·ω^2$.

δ) $K_δ=½\, mυ_K^2$, ε) $K_δ= ½\, mυ_K^2 + ½\, I_{2cm}·ω^2$, στ) $K_δ= ½\, I_{2,O}·ω^2$.

ii) Ο λόγος της κινητικής ενέργειας του δίσκου προς την κινητική ενέργεια του στερεού $K_δ/K_s$ είναι ίσος με:

α) 16/35, β) 27/55, γ) 33/65.

Δίνονται οι ροπές αδράνειας των στερεών ως προς κάθετους άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας, για τη ράβδο $I_1= M\ell^2/12$ και για το δίσκο $I_2= ½\, mR^2$.

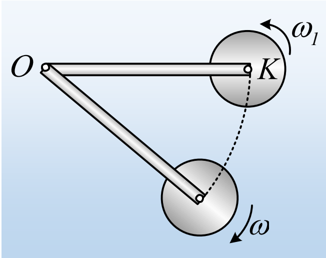
2) Στην προηγούμενη διάταξη, αντί να έχουμε καρφώσει τη ράβδο στο δίσκο, έχουμε άρθρωση, με αποτέλεσμα ο δίσκος να έχει τη δυνατότητα περιστροφής γύρω από το κέντρο του Κ. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα. Στη θέση που η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της ράβδου είναι ω:

i) Η κινητική ενέργεια του δίσκου δίνεται από την εξίσωση:

α) $K_δ=½\, mυ_K^2$, β) $K_δ= ½\, mυ_K^2 + ½\, I_{2cm}·ω^2$, γ) $K_δ= ½\, I_{2,O}·ω^2$.

ii)Ο λόγος της κινητικής ενέργειας του δίσκου, προς την κινητική ενέργεια της ράβδου $\left(\frac{K_\delta}{K_\rho}\right)$, είναι ίσος με:

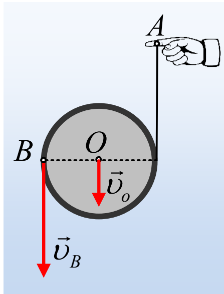
α) ½, β) 1, γ) 2



3) Έχοντας το σύστημα ράβδος- δίσκος αρθρωμένο όπως και προηγουμένως, φέρνουμε σε οριζόντια θέση τη ράβδο, θέτουμε σε περιστροφή το δίσκο, όπως στο σχήμα με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_1=2\omega$ και στη συνέχεια το αφήνουμε να κινηθεί. Στη θέση που η ράβδος αποκτά γωνιακή ταχύτητα ω, η κινητική ενέργεια του δίσκου έχει τιμή:

α) $K_\delta = 8{,}25mR^2\omega^2$ β) $K_\delta = 9mR^2\omega^2$ γ) $K_\delta = 9{,}25mR^2\omega^2$

174) Παίζοντας με ένα γιο-γιο, μετράμε ταχύτητες.



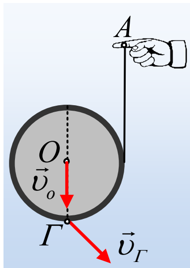
Γύρω από ένα μικρό ομογενή κύλινδρο έχουμε τυλίξει ένα μακρύ νήμα. Δένουμε το άκρο Α του νήματος στο δάκτυλό μας, το οποίο κινούμε κατακόρυφα, έχοντας αφήσει ελεύθερο τον κύλινδρο. Έτσι επιτυγχάνουμε ο κύλινδρος να κινείται κατακόρυφα, με τον άξονά του Ο οριζόντιο (έχουμε δημιουργήσει ένα μικρό γιο-γιο…).

i) Κάποια στιγμή ο άξονας κινείται προς τα κάτω με ταχύτητα υ_o, ενώ το σημείο Β, στο άκρο μιας οριζόντιας διαμέτρου, έχει κατακόρυφη ταχύτητα $\upsilon_B=3\upsilon_o$. Τη στιγμή αυτή το άκρο Α του νήματος:

α) κινείται προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_A=\upsilon_o$.

β) παραμένει ακίνητο.

γ) κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_A=\upsilon_o$.



ii) Επαναλαμβάνουμε το παιχνίδι και κάποια στιγμή ο άξονας έχει ταχύτητα υ_o, ενώ το σημείο Γ, στο άκρο μιας κατακόρυφης διαμέτρου έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon_Γ=1{,}2\upsilon_o$, όπως στο δεύτερο σχήμα. Τη στιγμή αυτή το άκρο Α του νήματος:

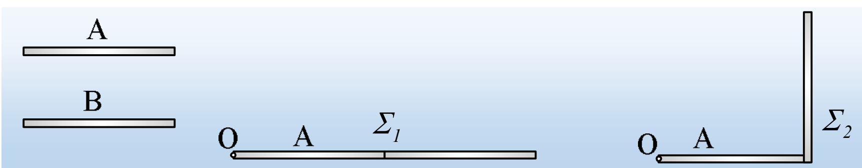
α) κινείται προς τα κάτω.

β) παραμένει ακίνητο.

γ) κινείται προς τα πάνω

175) Λυγίζοντας τα γόνατα…

Δυο όμοιες λεπτές ομογενείς ράβδοι Α και Β, μάζας m και μήκους l, συνδέονται με τους δυο τρόπους που φαίνονται στο σχήμα σχηματίζοντας τα στερεά $Σ_1$ και $Σ_2$.



Τα δυο στερεά μπορούν να περιστρέφονται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος περνά από το άκρο Ο της Α ράβδου. Εκτρέπουμε τα στερεά, ώστε η ράβδος Α να γίνει οριζόντια και τα αφήνουμε να περιστραφούν.

i) Για τις ροπές αδράνειας I_1 και I_2 των στερεών $Σ_1$ και $Σ_2$ αντίστοιχα, ισχύει:

α) $I_1 < I_2$, β) $I_1 = I_2$, γ) $I_1 > I_2$.

ii) Για τα μέτρα των ροπών που δέχονται τα δύο στερεά, αμέσως μόλις αφεθούν ελεύθερα να περιστραφούν, ισχύει:

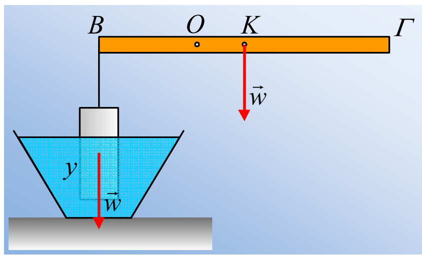
α) $τ_1 < τ_2$, β) $τ_1 = τ_2$, γ) $τ_1 > τ_2$.

iii) Αν η ροπή αδράνειας της ράβδου Α ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της, δίνεται από την εξίσωση $I_{cm} = \frac{1}{12} m\ell^2$, για τα αντίστοιχα μέτρα των αρχικών γωνιακών επιταχύνσεων των δύο στερεών, αμέσως μόλις αφεθούν ελεύθερα να περιστραφούν, ισχύει:

α) $α_{γων1} < α_{γων2}$, β) $α_{γων1} = α_{γων2}$, γ) $α_{γων1} > α_{γων2}$.

176) Ο κύλινδρος, η ισορροπία και η επιτάχυνσή του.

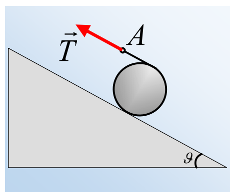
Στο διπλανό σχήμα βλέπετε μια ομογενή δοκό ΒΓ, μήκους ℓ και βάρους w, η οποία μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το σημείο Ο, όπου (ΒΟ)= $\ell/3$. Η δοκός ισορροπεί οριζόντια, ενώ στο άκρο της Β κρέμεται, με τη βοήθεια αβαρούς νήματος, ένας κύλινδρος βάρους επίσης w, με τις βάσεις του οριζόντιες, ο οποίος είναι βυθισμένος σε μια λεκάνη με νερό, κατά y=0,2m.



i) Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί το νερό στον κύλινδρο, καθώς και την τάση Τ του νήματος που συγκρατεί τον κύλινδρο.

ii) Συγκρατώντας τη δοκό σε οριζόντια θέση, απομακρύνουμε τη λεκάνη με το νερό και σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα να κινηθεί. Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση του κυλίνδρου.

iii) Παίρνουμε τον κύλινδρο αυτόν, τυλίγουμε γύρω του ένα αβαρές νήμα και τον τοποθετούμε σε λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ=30°. Ασκούμε στο άκρο Α του νήματος δύναμη παράλληλη στο επίπεδο με μέτρο ίσο με την τάση του νήματος στο i) ερώτημα και αφήνουμε ελεύθερο τον κύλινδρο να κινηθεί.

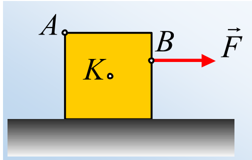


α) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σημείου εφαρμογής της δύναμης Α.

β) Να βρεθεί η στροφορμή του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του, τη στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους 0,8m.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας μιας δοκού ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I_δ = \frac{1}{12} M\ell^2$, η αντίστοιχη του κυλίνδρου ως τον άξονά του $I_κ = ½\, MR^2$, οι βάσεις του κυλίνδρου έχουν εμβαδόν $A_1 = 0{,}05 m^2$, η πυκνότητα του νερού ρ=1.000kg/m^3 και η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s^2. Η δράση της ατμοσφαιρικής πίεσης δεν λαμβάνεται υπόψη.

177) Μια «όρθια» τετράγωνη πλάκα σε οριζόντιο επίπεδο.



Μια επίπεδη τετράγωνη ομογενής πλάκα ακμής α=0,4m και βάρους w=200N ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s$= 0,4. Σε μια στιγμή δέχεται οριζόντια δύναμη F, όπως στο σχήμα, ασκούμενη σε σημείο Β, το οποίο απέχει κατά h=0,3m από το επίπεδο.

A) Αν F=50N, τότε:

i) Η τριβή που ασκείται στον κύβο έχει μέτρο Τ=μ·w=80N.

ii) Η ροπή του βάρους ως προς την κορυφή Α είναι οριζόντια με φορά προς τα μέσα στο σχήμα.

iii) Η συνολική ροπή των δυνάμεων ως προς το κέντρο Κ της πλάκας είναι μηδενική.

iv) Η συνολική ροπή των δυνάμεων ως προς την κορυφή Α της πλάκας, είναι μηδενική.

v) Η ροπή της κάθετης αντίδρασης του επιπέδου, ως προς το κέντρο Κ της πλάκας είναι μηδενική.

B) Αν η πλάκα σύρεται με σταθερή ταχύτητα υ=1m/s, με την επίδραση της δύναμης F τότε:

i) Το μέτρο της δύναμης F, είναι ίσο με 80N.

ii) Η ροπή της δύναμης F ως προς το κέντρο Κ της πλάκας είναι οριζόντια με μέτρο τ_F=8N·m.

iii) Η συνολική ροπή των δυνάμεων ως προς το κέντρο Κ της πλάκας είναι μηδενική.

iv) Η ροπή της κάθετης αντίδρασης του επιπέδου, ως προς την κορυφή Α έχει μέτρο τ_N= ½ w·α.

v) Η συνολική ροπή των δυνάμεων ως προς την κορυφή Α της πλάκας, είναι μηδενική.

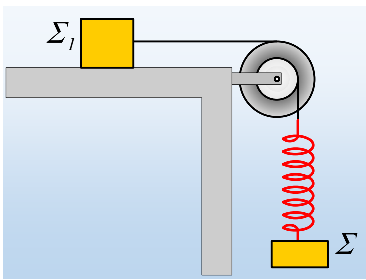
Γ) Στην αρχικά ακίνητη πλάκα ασκούμε τη δύναμη F με μέτρο F=100N, τότε:

i) Η συνολική ροπή των δυνάμεων ως προς το κέντρο Κ της πλάκας είναι μηδενική.

ii) Η συνολική ροπή των δυνάμεων ως προς την κορυφή Α της πλάκας, είναι μηδενική.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

178) Μια ταλάντωση και μια διπλή τροχαλία.



Μια διπλή τροχαλία, η οποία αποτελείται από δύο ομόκεντρους ομογενείς δίσκους με ακτίνες R_1=0,1m και R_2=0,2m και μάζες M_1=2kg και M_2=4kg αντίστοιχα, μπορεί να στρέφεται γύρω από τον σταθερό οριζόντιο άξονά της. Στην μικρή τροχαλία έχουμε τυλίξει ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα, στο άκρο του οποίου μέσω ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=50N/m κρέμεται ένα σώμα Σ μάζας m=2kg. Γύρω από την μεγάλη τροχαλία, έχει τυλιχθεί ένα δεύτερο αβαρές και μη ελαστικό νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=3kg, το οποίο ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το νήμα οριζόντιο, όπως στο σχήμα.

i) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα $Σ_1$, υπολογίζοντας τα μέτρα τους.

ii) Εκτρέπουμε το σώμα Σ κατακόρυφα προς τα κάτω, επιμηκύνοντας το ελατήριο, κατά 0,2m και το αφήνουμε τη στιγμή $t_0=0$ να κινηθεί. Αν δεν παρατηρείται κίνηση του σώματος $Σ_1$:

α) να αποδείξτε ότι η κίνηση του σώματος Σ είναι ΑΑΤ.

β) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική.

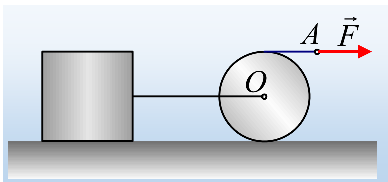
γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της στατικής τριβής που ασκείται από το επίπεδο στο σώμα $Σ_1$ σε συνάρτηση με το χρόνο.

δ) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ του σώματος $Σ_1$ και επιπέδου, για να μην έχουμε ολίσθηση;

iii) Δίνεται ότι μεταξύ του $Σ_1$ και του επιπέδου οι συντελεστές τριβής είναι $μ=μ_s=0,5$ και συγκρατώντας στη θέση του το $Σ_1$, απομακρύνουμε το σώμα Σ κατακόρυφα προς τα κάτω κατά 0,4m. Σε μια στιγμή αφήνουμε ταυτόχρονα τα δυο σώματα να κινηθούν. Να υπολογιστούν οι αρχικές επιταχύνσεις που θα αποκτήσουν τα σώματα Σ και $Σ_1$.

Δίνεται η ροπή αδράνειας ενός δίσκου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του $I= ½\ MR^2$ και $g=10m/s^2$.

179) Ο κύλινδρος μεταφέρει τον κύβο;



Ένας κύλινδρος, μάζας m=20kg και ακτίνας R=0,2m και ένας κύβος, μάζας M=50kg ηρεμούν σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζουν συντελεστές τριβής $μ=μ_s=0,4$. Ένα αβαρές τεντωμένο οριζόντιο νήμα συνδέει το κέντρο του κυλίνδρου με τον κύβο, ενώ γύρω από τον κύλινδρο έχουμε τυλίξει ένα άλλο αβαρές νήμα, στο άκρο Α του οποίου ασκούμε κάποια στιγμή μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F.

i) Ποια είναι η μέγιστη τιμή της δύναμης F που μπορούμε να ασκήσουμε, χωρίς να κινηθούν τα σώματα;

ii) Αν τη στιγμή $t_0=0$ τραβήξουμε το άκρο του νήματος ασκώντας δύναμη $F_1=90N$, να υπολογιστούν τη στιγμή $t_1=2s$:

α) Η ταχύτητα του άκρου Α.

β) Η ισχύς της δύναμης.

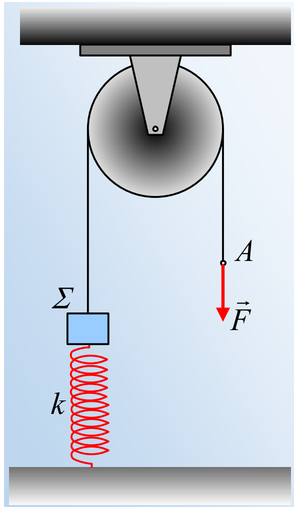
γ) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας κάθε σώματος.

iii) Ποιες θα ήταν οι αντίστοιχες απαντήσεις στα προηγούμενα υποερωτήματα, αν η ασκούμενη δύναμη F είχε μέτρο $F_2=155N$;

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου $I= ½\ mR^2$ και $g=10m/s^2$.

180) Μια μεταβλητή δύναμη επιταχύνει ένα σύστημα.

Ένα σώμα Σ μάζας m=2kg ηρεμεί στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=200N/m. Δένουμε το σώμα Σ στο άκρο ενός αβαρούς νήματος, το οποίο περνάμε από μια τροχαλία και στο ελεύθερο άκρο του Α, ασκούμε μια κατακόρυφη δύναμη F, όπως στο διπλανό σχήμα. Το μέτρο της δύναμης F μεταβάλλεται με την μετατόπιση του άκρου Α, σύμφωνα με τη σχέση $F = 32 - 40y$ (S.I.), ενώ το νήμα αφήνεται, μόλις το άκρο Α μετατοπισθεί κατά 0,2m. Η μάζα της τροχαλίας είναι Μ=4kg, ενώ το νήμα δεν γλιστρά στο αυλάκι της, στη διάρκεια της εξάσκησης της δύναμης.



i) Να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση του σώματος Σ.

ii) Να βρεθεί η ενέργεια που μεταφέρεται στο σύστημα μέσου του έργου της ασκούμενης δύναμης, μέχρι τη στιγμή t_1 που το σημείο Α έχει κατέβει κατά y_1=0,1m.

iii) Να υπολογιστούν τη στιγμή t_1:

α) οι κινητικές ενέργειες του σώματος Σ και της τροχαλίας.

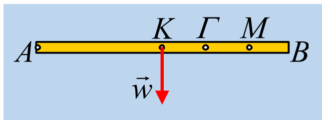
β) οι αντίστοιχοι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής τους ενέργειας.

γ) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας, ως προς τον άξονά της, αν έχει ακτίνα R=0,2m, και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος Σ.

iv) Πόση είναι η μέγιστη κινητική ενέργεια που αποκτά το σώμα Σ, μετά την κατάργηση της δύναμης F;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της Ι= ½ MR^2 και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

181) Μια εφαρμογή στις εσωτερικές δυνάμεις…



Μια ομογενής δοκός ΑΒ, μήκους 6m και μάζας 24kg, μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της Α, διαγράφοντας κατακόρυφο επίπεδο, κάθετο στον άξονα περιστροφής. Η δοκός φέρνεται σε οριζόντια θέση και κάποια στιγμή αφήνεται ελεύθερη να περιστραφεί.

i) Να βρεθεί η αρχική γωνιακή επιτάχυνση της δοκού και η επιτάχυνση του σημείου Μ, όπου (ΜΒ)=1m.

ii) Εστιάζουμε στην κίνηση του τμήματος ΓΒ, όπου (ΓΒ)=2m. Μόλις η δοκός αφεθεί να κινηθεί το τμήμα ΓΒ:

α) δέχεται μόνο οριζόντια δύναμη από το τμήμα ΑΓ της δοκού.

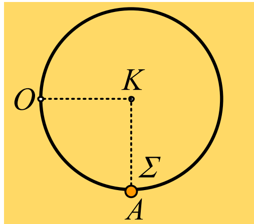
β) δέχεται μόνο κατακόρυφη δύναμη από το τμήμα ΑΓ.

γ) δέχεται μια δύναμη και μια ροπή ζεύγους από το τμήμα ΑΓ.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της δοκού ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της: $I = \frac{1}{12}M\ell^2$ και $g=10m/s^2$.

182) Η στεφάνη και η σημειακή μάζα.

Μια στεφάνη ακτίνας 0,2m και μάζας m=1kg, η οποία θεωρείται συγκεντρωμένη στην περιφέρειά της, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από ένα σημείο Ο της περιφέρειάς της. Σε ένα σημείο Α της περιφέρειας της στεφάνης, όπου η γωνία ΟΚΑ είναι ορθή, έχει προσδεθεί ένα σώμα Σ, ίσης μάζας με τη στεφάνη, το οποίο θεωρείται υλικό σημείο, δημιουργώντας έτσι το στερεό s. Στρέφουμε το στερεό s, ώστε η ακτίνα της ΚΑ της στεφάνης να είναι κατακόρυφη και σε μια στιγμή (t_0=0) το αφήνουμε να περιστραφεί.



i) Να βρεθεί η ροπή αδράνειας του στερεού s, ως προς τον άξονα περιστροφής στο Ο.

ii) Ποια η αρχική επιτάχυνση του σώματος Σ, μόλις αφήσουμε το στερεό να κινηθεί;

iii) Μετά από λίγο, τη στιγμή t_1, η ακτίνα ΚΑ γίνεται οριζόντια για πρώτη φορά.

Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:

α) Η γωνιακή ταχύτητα του στερεού και η ταχύτητα του σώματος Σ.

β) Η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του στερεού s, ως προς τον άξονα περιστροφής του.

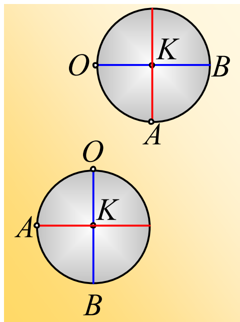
γ) Η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του σώματος Σ, ως προς το σημείο Ο.

δ) Η κινητική ενέργεια και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας, του στερεού s.

ε) Η κινητική ενέργεια και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας, του σώματος Σ.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

183) Ένας περιστρεφόμενος δίσκος αποδεσμεύεται.



Ένας ομογενής δίσκος, μάζας Μ=6kg και ακτίνας R=0,6m μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από ένα σημείο Ο της περιφέρειάς του, σε ύψος Η=1,6m από το έδαφος. Φέρνουμε το δίσκο στη θέση του πρώτου σχήματος, ώστε η διάμετρος ΟΒ να είναι οριζόντια και τον αφήνουμε να κινηθεί.

i) Να υπολογιστεί η αρχική γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου, καθώς και η αρχική επιτάχυνση του σημείου Α, στο άκρο της κατακόρυφης διαμέτρου του.

ii) Μετά από λίγο η διάμετρος ΟΒ γίνεται κατακόρυφη, όπως στο δεύτερο σχήμα. Για την θέση αυτή να βρεθούν:

α) Η στροφορμή του δίσκου κατά (ως προς) τον άξονα περιστροφής του.

β) Ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του δίσκου.

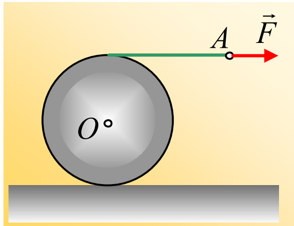
γ) η επιτάχυνση του σημείου Α.

iii) Αν τη στιγμή που ο δίσκος βρίσκεται στην παραπάνω θέση, αποδεσμεύεται από τον άξονα περιστροφής του και πέφτει ελεύθερα να υπολογίσετε την κινητική του ενέργεια τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, ενώ η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του $I= ½ MR^2$.

184) Μια κύλιση με μεταβλητή επιτάχυνση.

Γύρω από έναν τροχό, μάζας m=20kg και ακτίνας R=0,6m, ο οποίος βρίσκεται ακίνητος σε οριζόντιο επίπεδο, έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Σε μια στιγμή $t_0=0$, ασκούμε στο άκρο του νήματος Α, μια οριζόντια δύναμη F το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται με το χρόνο, σύμφωνα με την εξίσωση F=0,9t (μονάδες στο S.I.). Ο τροχός αρχίζει να κυλίεται και τη στιγμή t΄=10s σταματάμε να τραβάμε το νήμα και να ασκούμε δύναμη.



i) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου Ο του τροχού σε συνάρτηση με το χρόνο και να κάνετε τη γραφική της παράσταση, μέχρι τη χρονική στιγμή t_2=12s.

ii) Να υπολογιστεί η στροφορμή του τροχού κατά (ως προς) τον άξονα περιστροφής του τροχού ο οποίος διέρχεται από το κέντρο του Ο, τις χρονικές στιγμές:

α) t_1=5s και β) t_2=12s.

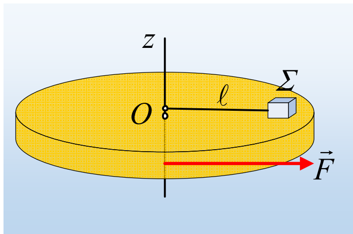
iii) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του τροχού κατά (ως προς) τον άξονα περιστροφής του τροχού ο οποίος διέρχεται από το κέντρο του Ο, τις παραπάνω χρονικές στιγμές.

iv) Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στον τροχό μέσω της ασκούμενης δύναμης F και ποια η ισχύς της δύναμης τη στιγμή t_1;

Δίνεται η ροπή αδράνειας ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του I= ½ mR^2.

185) Μεγαλύτερες περιπέτειες…

Μετά την ανάρτηση «***Ένα σύστημα σωμάτων σε περιπέτειες…***» ας πάμε ένα βήμα παρακάτω, στη μελέτη του συστήματος σωμάτων και της εφαρμογής του γενικευμένου νόμου του Νεύτωνα.



Μια οριζόντια κυκλική πλατφόρμα μάζας Μ=20kg και ακτίνας R=1m, μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα z, χωρίς τριβές, ο οποίος περνά από το κέντρο της Ο. Πάνω στην πλατφόρμα ηρεμεί ένα σώμα Σ μάζας m=2kg, δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $\ell = 0{,}8m$, το άλλο άκρο του οποίου μέσω ενός δακτυλίου δένεται στον άξονα z, έτσι ώστε το σώμα Σ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς να τυλίγεται το νήμα στον άξονα. Σε μια στιγμή (t_0=0) ασκείται στην περιφέρεια της πλατφόρμας, εφαπτομενικά, μια οριζόντια σταθερού μέτρου δύναμη F=21,6N, με αποτέλεσμα τη στιγμή t_1=5s η πλατφόρμα να έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα ω_1=10rad/s.

i) Να εξετάσετε αν υπάρχει τριβή μεταξύ σώματος Σ και πλατφόρμας, με αποτέλεσμα να τεθεί σε περιστροφή και το σώμα Σ.

ii) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής κατά (ως προς) τον άξονα z:

α) του συστήματος β) της πλατφόρμας και γ) του σώματος Σ.

στο χρονικό διάστημα 0-5s.

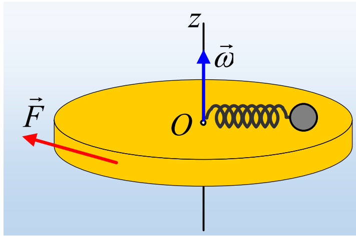
iii) Να υπολογιστεί τη χρονική στιγμή t_1 η στροφορμής κατά (ως προς) τον άξονα z:

α) του συστήματος β) της πλατφόρμας και γ) του σώματος Σ.

iv) Τη στιγμή t_1 η δύναμη F καταργείται, οπότε μετά από λίγο παρατηρούμε ότι το σώμα Σ δεν γλιστράει πάνω στην πλατφόρμα. Να υπολογιστεί τότε η ταχύτητα του σώματος Σ.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της πλατφόρμας, ως προς τον άξονά της I= ½ MR^2.

186) Ένα σύστημα σωμάτων σε περιπέτειες…



Μια οριζόντια κυκλική πλατφόρμα μάζας M=20kg και ακτίνας R=2m, στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα z, χωρίς τριβές, ο οποίος περνά από το κέντρο της Ο με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω=2rad/s. Πάνω στην πλατφόρμα είναι τοποθετημένη μια μικρή σφαίρα (αμελητέων διαστάσεων) και μάζας m=2kg, η οποία είναι δεμένη στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m και φυσικού μήκους l_0=92cm, το άλλο άκρο του οποίου δένεται στον άξονα περιστροφής. Μεταξύ σφαίρας και πλατφόρμας δεν αναπτύσσονται τριβές, ενώ η σφαίρα στρέφεται μαζί με την πλατφόρμα, χωρίς να μεταβάλλεται η θέση της ως προς αυτήν.

i) Το μήκος του ελατηρίου είναι:

α) $\ell < \ell_0$, β) $\ell = \ell_0$, γ) $\ell > \ell_0$.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ii) Να υπολογιστεί η στροφορμή κάθε σώματος (πλατφόρμα-σφαίρα), καθώς και η στροφορμή του συστήματος κατά (ως προς) τον άξονα z.

Σε μια στιγμή t_0=0, ασκείται εφαπτομενικά στην πλατφόρμα μια οριζόντια, σταθερού μέτρου δύναμη F=10N, όπως στο παραπάνω σχήμα.

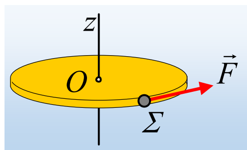
iii) Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της στροφορμής κατά (ως προς) τον άξονα z:

α) του συστήματος, β) της σφαίρας, γ) της πλατφόρμας.

iv) Να υπολογιστεί η στροφορμή κάθε σώματος (πλατφόρμα-σφαίρα), καθώς και η στροφορμή του συστήματος κατά (ως προς) τον άξονα z, τη στιγμή t_1=5s.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της πλατφόρμας, ως προς τον άξονά της I= ½ MR^2.

187) Η επιτάχυνση και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής.



Ένας οριζόντιος δίσκος μάζας M=4m μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον κατακόρυφο άξονα z, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο του Ο. Στην περιφέρεια του δίσκου προσκολλάται ένα αμελητέων διαστάσεων μικρό σώμα Σ, μάζας m, δημιουργώντας έτσι το στερεό s.

Ασκούμε στο σώμα Σ μια σταθερού μέτρου οριζόντια δύναμη F, με αποτέλεσμα να προκαλέσουμε την περιστροφή του στερεού.

i) Το σώμα Σ θα αποκτήσει:

α) σταθερού μέτρου επιτάχυνση.

β) επιτάχυνση που θα αυξάνεται καθώς περνά ο χρόνος.

ii) Το σώμα Σ θα αποκτήσει επιτάχυνση στη διεύθυνση της δύναμης F, μέτρου:

α) $a = \frac{F}{m}$, β) $a = \frac{F}{2m}$, γ) $a = \frac{F}{3m}$, δ) $a = \frac{F}{4m}$, ε) $a = \frac{F}{5m}$.

iii) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του σώματος Σ, κατά (ως προς) τον άξονα z:

α) είναι σταθερός, β) είναι ανάλογος του χρόνου.

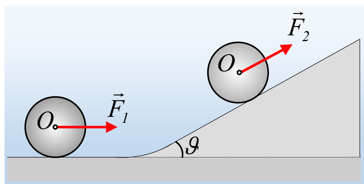
iv) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του δίσκου, κατά (ως προς) τον άξονα z, έχει μέτρο:

α) $\frac{dL}{dt} = \frac{1}{5} FR$, β) $\frac{dL}{dt} = \frac{4}{5} FR$, γ) $\frac{dL}{dt} = \frac{2}{3} FR$, δ) $\frac{dL}{dt} = FR$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονά του $I = ½\,MR^2$.

188) Δυο κυλίσεις και οι τριβές.



Ένας τροχός μάζας Μ κυλίεται σε οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης F_1 η οποία ασκείται στον άξονά του Ο. Κάποια στιγμή ο τροχός συναντά κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ, όπου συνεχίζει την κύλισή του με την ίδια επιτάχυνση κέντρου μάζας, αλλά αφού χρειάστηκε να μεταβάλλουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή F_2, με διεύθυνση παράλληλη στο επίπεδο.

i) Η τριβή η οποία ασκείται στον τροχό, κατά την κίνησή του:

α) Έχει μεγαλύτερο μέτρο, στο οριζόντιο επίπεδο.

β) Έχει μεγαλύτερο μέτρο, στο κεκλιμένο επίπεδο.

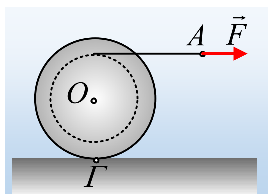
γ) Και στα δυο επίπεδα η τριβή έχει το ίδιο μέτρο.

ii) Η παραπάνω κίνηση μπορεί να επιτευχθεί αν αυξήσουμε το μέτρο της δύναμης (από F_1 σε F_2) κατά:

α) ¼ Mgημθ, β) 1/3 Mgημθ, γ) ½ Mgημθ, δ) Mgημθ

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

189) Ένας κυλινδρικός φλοιός επιταχύνεται.



Ένας λεπτός κυλινδρικός φλοιός, μάζας M=20kg και ακτίνας R=50cm, φέρει σχισμή βάθους y=10cm, εντός της οποίας έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα και ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ασκούμε μια οριζόντια δύναμη F στο άκρο Α του νήματος, με αποτέλεσμα το σημείο Α να αποκτά μια σταθερή επιτάχυνση $α_A=0{,}9m/s^2$, ενώ ο φλοιός κυλίεται.

i) Να βρεθεί η επιτάχυνση του άξονα του κυλινδρικού φλοιού.

ii) Να υπολογιστεί η μετατόπιση του άξονα Ο του φλοιού, τη στιγμή t_1 που το άκρο Α του νήματος έχει μετατοπιστεί κατά $x_A=4{,}5m$; Πόσο νήμα έχει ξετυλιχθεί μέχρι τη στιγμή αυτή;

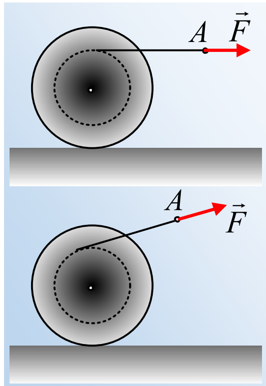
iii) Να βρεθεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F.

iv) Τη στιγμή t_2=4s, ο κυλινδρικός φλοιός, περνά σε ένα δεύτερο λείο οριζόντιο επίπεδο, όπου συνεχίζει την κίνησή του, ενώ συνεχίζει να ασκείται η ίδια δύναμη F στο άκρο Α του νήματος. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σημείου επαφής του φλοιού με το επίπεδο, σημείο Γ, τη χρονική στιγμή t_3=7s.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου Ι= ½ MR^2 και g=10m/s^2.

190) Θα συνεχιστεί η κύλιση;

Ένας λεπτός κυλινδρικός φλοιός ακτίνας R, φέρει σχισμή βάθους y, εντός της οποίας έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα και ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή τραβάμε το άκρο Α του νήματος, ασκώντας του οριζόντια δύναμη F, όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα ο κύλινδρος να κυλίεται.



i) Το βάθος της σχισμής είναι ίσο με:

$$\alpha)\ y=\frac{1}{4}R,\quad \beta)\ y=\frac{1}{3}R,\quad \gamma)\ y=\frac{1}{2}R$$

ii) Χωρίς να μεταβάλουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης, μεταβάλουμε τη διεύθυνση του νήματος, έτσι ώστε να σχηματίζει γωνία θ με την αρχική διεύθυνση:

α) Ο κύλινδρος θα συνεχίσει να κυλίεται.

β) Ο κύλινδρος θα πάψει να κυλίεται και θα ολισθήσει.

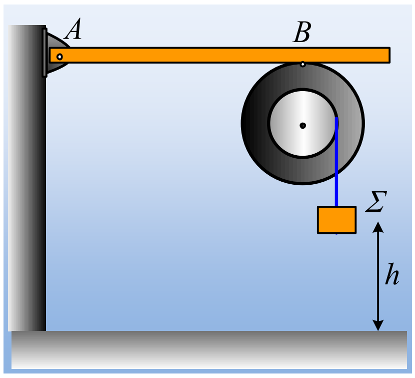
γ) Ο κύλινδρος θα σπινάρει.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου Ι= ½ MR^2.

191) Ισορροπία, πτώση και μήκος νήματος.

Δύο ομόκεντροι ομογενείς δίσκοι με ακτίνες R_1=0,2m και R_2=0,3m είναι κολλημένοι δημιουργώντας ένα στερεό s. Το στερεό s μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος έχει στερεωθεί σε κατακόρυφο τοίχο και διέρχεται από τα κέντρα των δίσκων, ως προς τον οποίο, το στερεό s παρουσιάζει ροπή αδράνειας Ι=0,24kg·m^2. Πάνω στον μεγάλο δίσκο στηρίζεται μια ομογενής οριζόντια λεπτή δοκός μήκους 4m, η οποία είναι αρθρωμένη στο άκρο της Α, μάζας Μ=3kg. Η δοκός στηρίζεται στο σημείο Β, όπου (ΑΒ)=3m. Γύρω από τον μικρό δίσκο ακτίνας R_1, τυλίγουμε ένα μακρύ αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου δένουμε ένα σώμα Σ, το οποίο απέχει h=0,5m από το έδαφος.



i) Αν η μάζα του σώματος Σ είναι m=1,5kg, αυτό ισορροπεί. Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ δοκού και δίσκου, για την ισορροπία αυτή;

ii) Αν το σώμα Σ έχει μάζα m=2kg, τότε κινείται προς τα κάτω, φτάνοντας στο έδαφος με ταχύτητα υ=1m/s, όπου και προσκολλάται.

α) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση με την οποία κινήθηκε το σώμα Σ.

β) Να υπολογιστεί η τριβή που ασκείται στη δοκό από τον δίσκο κατά την πτώση του σώματος Σ, καθώς και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ δοκού και δίσκου.

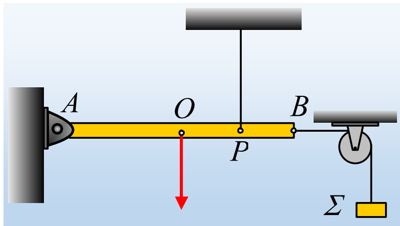
γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας του στερεού s, μέχρι τη στιγμή t΄=2s.

δ) Πόσο θα είναι τελικά το μήκος του νήματος που θα παραμείνει σε επαφή με το έδαφος;

Δίνεται ότι το νήμα δεν γλιστρά στο μικρό δίσκο ενώ και $g=10m/s^2$.

192) Μια ισορροπία και οι αρχικές επιταχύνσεις.

Μια ομογενής δοκός μήκους 2m και μάζας M=30kg, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από άρθρωση στο άκρο της Α και ισορροπεί οριζόντια δεμένη με κατακόρυφο νήμα στο σημείο Ρ, όπου (ΡΒ)=0,5m και με οριζόντιο νήμα, το οποίο αφού περάσει από αβαρή τροχαλία, με την οποία δεν εμφανίζει τριβές, στο άλλο του άκρο ισορροπεί ένα σώμα Σ, όπως στο σχήμα.



i) Υποστηρίζεται ότι το κατακόρυφο νήμα δεν είναι απαραίτητο, αρκεί το σώμα Σ να έχει κατάλληλο βάρος που να εξασφαλίζει την ισορροπία της δοκού. Να εξεταστεί αν αυτό είναι μια λογική υπόθεση.

ii) Αν η μάζα του σώματος Σ είναι ίση με m=10kg, να βρεθεί η δύναμη που ασκείται στη δοκό από την άρθρωση.

iii) Σε μια στιγμή t=0, κόβουμε το κατακόρυφο νήμα. Αμέσως μετά (για $t=0^+$) να υπολογιστούν:

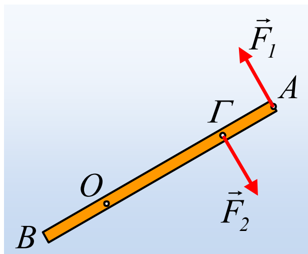
α) Επιτάχυνση του μέσου Ο της δοκού και του σώματος Σ.

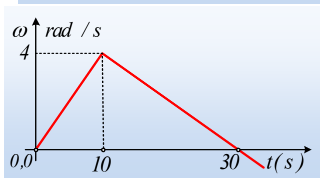
β) Η δύναμη που ασκείται στη δοκό από την άρθρωση.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$ και ροπή αδράνειας της δοκού ως προς κάθετο άξονα που περνά από το ένα της άκρο $I_A = \frac{1}{3}M\ell^2$.

193) Η επιτάχυνση και η επιβράδυνση της δοκού.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια ομογενής δοκός (ΑΒ) μήκους 4m και μάζας 30kg, η οποία μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από κατακόρυφο άξονα ο οποίος διέρχεται από το σημείο Ο της δοκού. Σε μια στιγμή, ασκούνται στη δοκό δυο οριζόντιες δυνάμεις $F_1=F_2=28N$, ίδιας διεύθυνσης και αντίθετης φοράς και διαρκώς κάθετες στη δοκό, όπως στο σχήμα (κάτοψη), όπου (ΑΓ)=d=1m. Η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνεται στο διπλανό σχήμα, όπου τη στιγμή $t_1=10s$ μεταβάλλεται το μέτρο της μιας από τις παραπάνω δυνάμεις.





i) Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση της δοκού από 0-10s, καθώς και η γωνία που στρέφεται η δοκός στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

ii) Να υπολογιστεί η ροπή αδράνειας της δοκού ως προς τον άξονα περιστροφής στο Ο, καθώς και η απόσταση του Ο από το άκρο Β της δοκού.

iii) Να βρεθεί η επιτάχυνση του κέντρου μάζας Κ της δοκού της χρονικές στιγμές:

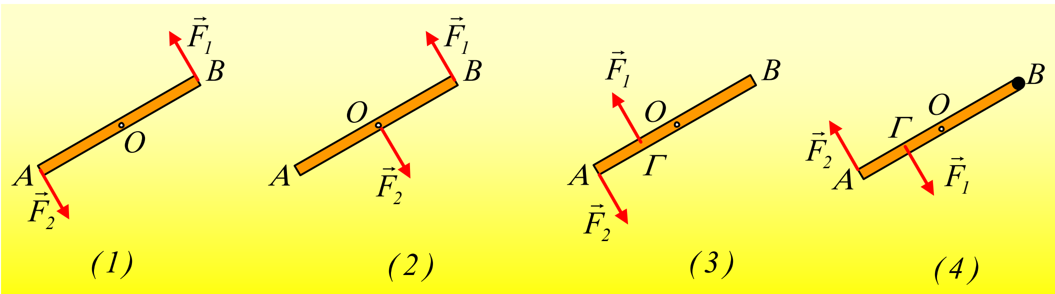
α) $t_0=0$ και β) $t_2=5s$.

iv) Ποιας δύναμης μειώσαμε το μέτρο μετά το 10^o δευτερόλεπτο; Αφού δικαιολογήσετε την απάντησή σας, στη συνέχεια να υπολογίστε το νέο μέτρο της δύναμης αυτής.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της δοκού ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της Κ, $I_{cm} = \frac{1}{12} m\ell^2$.

194) Πώς πρόκειται να κινηθούν οι ράβδοι;

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια ομογενής ράβδος ΑΒ. Κάποια στιγμή ασκούνται πάνω της δύο οριζόντιες δυνάμεις ίσου μέτρου $F_1=F_2$ οι οποίες είναι κάθετες στη ράβδο. Στα παρακάτω σχήματα (κατόψεις), βλέπετε τέσσερις διαφορετικές εκδοχές της κατάστασης, όπου στην ($4^η$) στο άκρο Β έχει συνδεθεί σημειακή σφαίρα με μάζα, όση και η μάζα της ράβδου.



i) Αναφερόμενοι στο (1^o) σχήμα η ράβδος:

α) θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση στρεφόμενη όπως οι δείκτες του ρολογιού.

β) θα εκτελέσει στροφική κίνηση γύρω από το μέσον της Ο στρεφόμενη αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού.

γ) τίποτα από τα παραπάνω.

ii) Αναφερόμενοι στο (2^o) σχήμα η ράβδος:

α) θα εκτελέσει στροφική κίνηση γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το Ο και με γωνιακή ταχύτητα προς τον αναγνώστη.

β) θα εκτελέσει στροφική κίνηση γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το Ο, στρεφόμενη αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού.

γ) θα εκτελέσει στροφική κίνηση γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το μέσον της ΟΒ, στρεφόμενη αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού.

iii) Αναφερόμενοι στο (3^o) σχήμα η ράβδος:

α) θα εκτελέσει στροφική κίνηση γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το Ο και με γωνιακή ταχύτητα προς τον αναγνώστη.

β) θα εκτελέσει στροφική κίνηση γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το Ο, στρεφόμενη αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού.

γ) θα εκτελέσει στροφική κίνηση γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το μέσον της ΑΓ, στρεφόμενη αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού.

iv) Αναφερόμενοι στο (4^o) σχήμα, τη στιγμή t_1 το άκρο Β έχει ταχύτητα μέτρου $υ_B$. Την ίδια στιγμή το άκρο Α έχει ταχύτητα:

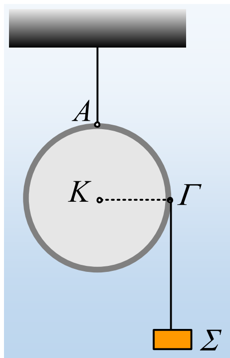
α) ίδιας φοράς με τη δύναμη F_2 και μέτρου $υ_A=υ_B$.

β) ίδιας φοράς με τη δύναμη F_1 και μέτρου $υ_A=2υ_B$.

γ) ίδιας φοράς με τη δύναμη F_2 και μέτρου $υ_A=3υ_B$.

Να χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παραπάνω προτάσεις, για κάθε σχήμα δίνοντας σύντομες εξηγήσεις.

195) Οι επιταχύνσεις τη στιγμή μηδέν.



Ένας λεπτός ομογενής δίσκος μάζας M=6kg και ακτίνας R=0,5m, κρέμεται από ένα μη ελαστικό νήμα, το οποίο έχει δεθεί σε σημείο Α της περιφέρειάς του. Δένουμε σε ένα άλλο σημείο Γ της περιφέρειας του δίσκου, στο άκρο μιας οριζόντιας ακτίνας ΚΓ, ένα άλλο αβαρές και μη ελαστικό νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου δένουμε ένα σώμα Σ μάζας m=1kg, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο. Συγκρατούμε τα δυο σώματα, ώστε τα νήματα να είναι κατακόρυφα και τεντωμένα και τη στιγμή t=0, τα αφήνουμε ελεύθερα να κινηθούν. Για τη στιγμή, αμέσως μόλις αφεθούν τα σώματα ελεύθερα ($t=0^+$) να βρεθούν:

i) Η επιτάχυνση του κέντρου Κ του δίσκου και η επιτάχυνση του σώματος Σ.

ii) Οι τάσεις των δύο νημάτων.

iii) Η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου.

iii) Οι επιταχύνσεις των σημείων Α και Γ που έχουν δεθεί τα δυο νήματα.

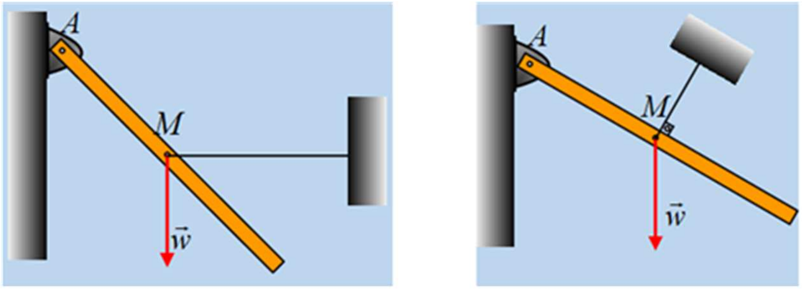
Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονά του $I= ½ MR^2$ και $g=10m/s^2$.

196) Ισορροπία με οριζόντιο νήμα.

Μια ομογενής ράβδος βάρους 100Ν είναι αρθρωμένη στο ένα της άκρο Α, ενώ είναι δεμένη στο άκρο οριζόντιου νήματος στο μέσον της Μ, όπως στο πρώτο από τα παρακάτω σχήματα.

i) Να αποδειχτεί ότι η δύναμη που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση έχει την διεύθυνση του άξονα κατά μήκος της ράβδου.

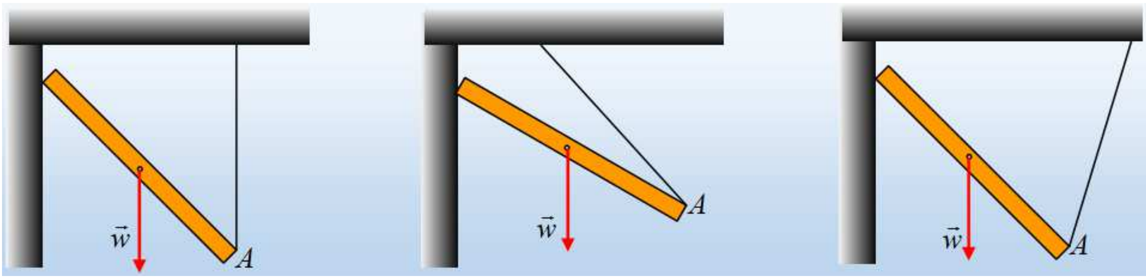
ii) Αν η ράβδος σχηματίζει γωνία 45° με την οριζόντια διεύθυνση να υπολογίσετε την δύναμη που ασκεί ο άξονας στη ράβδο στο άκρο της Α.



iii) Σε μια άλλη ισορροπία, το νήμα είναι κάθετο στη ράβδο, όπως στο δεύτερο σχήμα. Να βρεθεί η γωνία που σχηματίζει η ράβδος με την οριζόντια διεύθυνση, αν η δύναμη που δέχεται η ράβδος από τον άξονα έχει μέτρο 50N. Πόση είναι τώρα η τάση του νήματος;

197) Πόσες ισορροπίες έχουμε;

Μια ομογενής ράβδος κρέμεται δεμένη στο ένα της άκρο με νήμα, ενώ με το άλλο της άκρο ακουμπά σε κατακόρυφο τοίχο. Στα σχήματα βλέπετε τρεις διαφορετικές εκδοχές ισορροπίας.

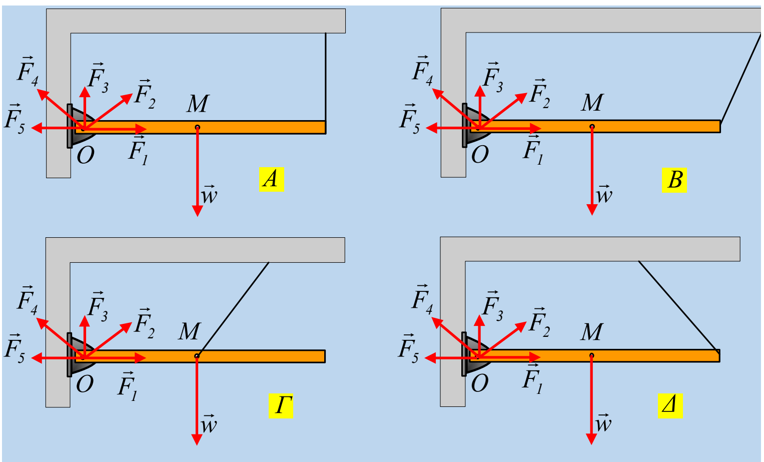


i) Να εξετάσετε σε ποια ή ποιες από τις παραπάνω περιπτώσεις η ράβδος μπορεί να ισορροπεί.

ii) Να εξετάσετε αν η ισορροπία αυτή μπορεί να συμβεί σε λείο τοίχο ή αν απαιτείται η ύπαρξη τριβής μεταξύ τοίχου και ράβδου για να υπάρξει ισορροπία.

198) Η δύναμη από την άρθρωση στην ισορροπία.

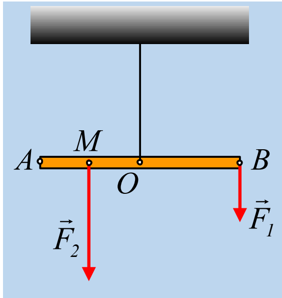
Στα παρακάτω σχήματα, μια ομογενής δοκός ισορροπεί οριζόντια αρθρωμένη στο άκρο της Ο, ενώ είναι δεμένη και στο άκρο νήματος.



Ποια από τις δυνάμεις που έχουν σχεδιαστεί στα σχήματα, F_1, F_2, F_3, F_4 και F_5 μπορεί να δείχνει την δύναμη που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση, σε κάθε περίπτωση;

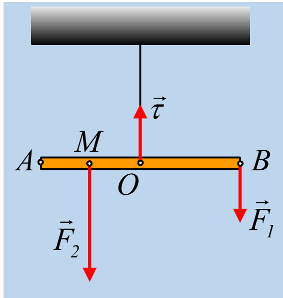
Να δικαιολογήσετε τις επιλογές σας.

199) Ισορροπία και περιστροφή της ράβδου.



Από το ταβάνι έχουμε κρεμάσει με ένα νήμα μια ομογενή ράβδο. Το νήμα έχει δεθεί στο μέσον Ο της ράβδου. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια, όπως στο διπλανό σχήμα, με την επίδραση δύο κατακορύφων δυνάμεων F_1 και F_2, όπου $F_1=w$, ενώ (ΑΜ)=(ΜΟ). Δίνεται το βάρος w και το μήκος ℓ της ράβδου.

i) Να βρεθεί (μέτρο και κατεύθυνση) η ροπή κάθε δύναμης που ασκείται στη ράβδο ως προς το άκρο της Α.



ii) Σε μια στιγμή ασκούμε στη ράβδο ένα ζεύγος δυνάμεων η ροπή του οποίου έχει την κατεύθυνση που δείχνει το δεύτερο σχήμα. Τότε:

α) Το άκρο Α θα ανέβει ενώ το Β θα κατέβει

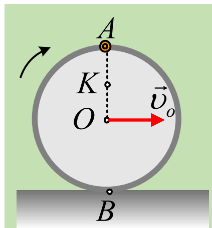
β) Το άκρο Β θα ανέβει ενώ το Α θα κατέβει.

γ) Η ράβδος θα περιστραφεί οριζόντια με το σημείο Α να αποκτήσει ταχύτητα προς τα μέσα.

δ) Η ράβδος θα περιστραφεί οριζόντια με το σημείο Α να αποκτήσει ταχύτητα προς τα έξω.

200) Η γωνιακή ταχύτητα και το cm ενός στερεού.

Στην περιφέρεια μιας στεφάνης μάζας m και ακτίνας R=0,5m, έχει συνδεθεί ένα σημειακό σώμα Α ίδιας μάζας m, δημιουργώντας έτσι ένα στερεό s. Το στερεό s κυλίεται σε οριζόντιο επίπεδο με **σταθερή** ταχύτητα του κέντρου Ο της στεφάνης $υ_o$=4m/s.



i) Πόση είναι η ταχύτητα του σημείου Β, επαφής του στερεού με το έδαφος;

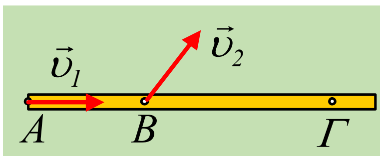
ii) Το κέντρο μάζας του στερεού s, είναι το σημείο Κ, στο μέσον της ακτίνας ΟΑ. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σημείου Κ στην θέση που δείχνει το σχήμα, καθώς και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του στερεού s τη στιγμή αυτή.

iii) Μετά από λίγο η ακτίνα ΟΑ γίνεται οριζόντια. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος Α στη θέση αυτή.

201) Γιατί το «να κόβεις δρόμο» είναι καλό…

Αρκεί να μην χαθεί το μονοπάτι…

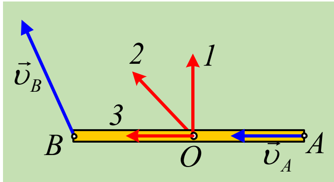
Μόνο για Καθηγητές.



Μια ράβδος ΑΒ κινείται οριζόντια σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή το άκρο Α, έχει ταχύτητα μέτρου $υ_1$=1m/s, όπως στο σχήμα. Την ίδια στιγμή το σημείο Β, το οποίο απέχει από το Α κατά (ΑΒ)=1m, έχει ταχύτητα $υ_2$ η οποία σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα της ράβδου.

Να βρεθεί η ταχύτητα, τη στιγμή αυτή, του σημείου Γ, αν (ΑΓ)=3m;

202) Μια 2η προσπάθεια με στόχο ένα Β΄ Θέμα!



Μια λεπτή ομογενής σανίδα κινείται οριζόντια, σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή (t=0) βρίσκεται στη θέση που δείχνει το διπλανό σχήμα (κάτοψη).

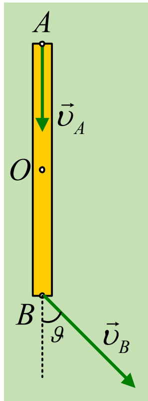
i) Η κίνηση της σανίδας είναι μεταφορική κίνηση ή όχι;

ii) Η ταχύτητα του μέσου Ο της σανίδας είναι όπως:

α) το διάνυσμα 1. β) το διάνυσμα 2. γ) το διάνυσμα 3.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

203) Η κίνηση μιας σανίδας.



Μια λεπτή ομογενής σανίδα μήκους l=2m κινείται οριζόντια, σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή (t=0) βρίσκεται στη θέση που δείχνει το διπλανό σχήμα (κάτοψη), όπου το άκρο Α έχει ταχύτητα υ_A=4m/s, ενώ η ταχύτητα του άκρου Β σχηματίζει γωνία θ με τον άξονα της σανίδας, όπου εφθ=1,5.

i) Η κίνηση της σανίδας είναι:

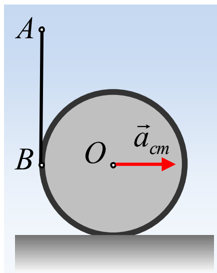
α) Μεταφορική, β) στροφική, γ) σύνθετη.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του μέσου Ο της σανίδας.

iii) Σε πόσο χρόνο το άκρο Α θα έχει ξανά την ίδια ταχύτητα υ_A;

204) Οι επιταχύνσεις σημείων του νήματος.



Γύρω από έναν κύλινδρο τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα. Ασκώντας κατάλληλη δύναμη στο άκρο Α του νήματος, πετυχαίνουμε ο κύλινδρος να κυλίεται προς τα δεξιά με σταθερή επιτάχυνση α_{cm} του άξονα Ο, ενώ το νήμα διατηρείται κατακόρυφο.

i) Η επιτάχυνση του άκρου Α του νήματος και του σημείου Β του κυλίνδρου, στο οποίο καταλήγει το κατακόρυφο τμήμα του νήματος:

α) είναι ίδια, β) είναι διαφορετική.

ii) Η επιτάχυνση του σημείου Α:

α) είναι οριζόντια, β) είναι κατακόρυφη, γ) έχει άλλη διεύθυνση.

iii) Το μέτρο της επιτάχυνσης του άκρου Α είναι ίσο:

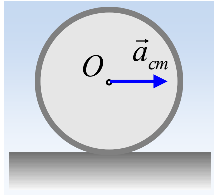
α) $\alpha_A=\alpha_{cm}$, β) $\alpha_A=\alpha_{cm}\sqrt{2}$ γ) $\alpha_A= 2\alpha_{cm}$,

iv) Η επιτάχυνση του σημείου Β:

α) είναι σταθερή, β) μεταβάλλεται.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

205) Οι επιταχύνσεις σε μια κύλιση τροχού.



Ένας τροχός με ακτίνα R=0,8m ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή $t_0=0$, τίθεται σε κίνηση, οπότε αρχίζει να κυλίεται με σταθερή επιτάχυνση κέντρου μάζας $α_{cm}$. Τη στιγμή t_1 τα σημεία Α και Β, στα άκρα μιας οριζόντιας διαμέτρου έχουν οριζόντιες συνιστώσες επιτάχυνσης με μέτρα $α_{Ax}=4,5m/s^2$ και $α_{Bx}=5,5m/s^2$ και αντίθετης φοράς.

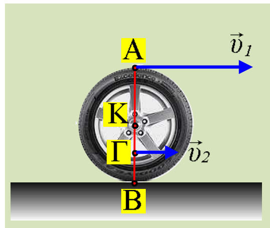
i) Να σχεδιάσετε ένα σχήμα στο οποίο να εμφανίζονται τα σημεία Α και Β του τροχού και οι οριζόντιες επιταχύνσεις τους τη στιγμή t_1, δικαιολογώντας τις θέσεις των σημείων πάνω στον τροχό.

ii) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας Ο του τροχού.

iii) Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1.

iv) Ποια χρονική στιγμή t_2 για πρώτη φορά μετά τη στιγμή t_1, η ακτίνα ΟΑ θα βρεθεί ξανά σε οριζόντια θέση.

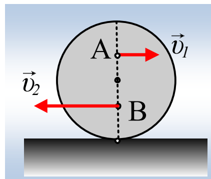
206) Τρεις κινήσεις ενός τροχού.



1) Ένας τροχός αυτοκινήτου κινείται σε οριζόντιο δρόμο και στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι ταχύτητες των σημείων Α και Γ, μιας κατακόρυφης διαμέτρου ΑΒ, όπου (ΚΓ)= ½ R. Οι ταχύτητες αυτές είναι οριζόντιες με μέτρα $υ_1=4m/s$ και $υ_2=1m/s$ αντίστοιχα.

i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου Κ του τροχού.

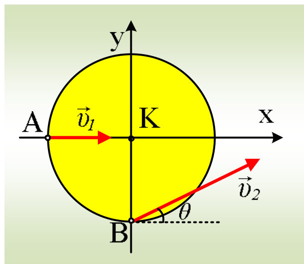
ii) Ο τροχός αυτός κυλίεται ή όχι;



2) Ο τροχός ενός αυτοκινήτου που κινείται οριζόντια, έχει ακτίνα R. Σε μια στιγμή, δύο σημεία Α και Β σε μια κατακόρυφη διάμετρο τα οποία απέχουν κατά 0,2m από το κέντρο του τροχού, έχουν οριζόντιες ταχύτητες με μέτρα $υ_1=0,8m/s$ και $υ_2=3,2m/s$, όπως στο σχήμα.

i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου Ο του τροχού.

ii) Ο τροχός αυτός κυλίεται ή όχι;



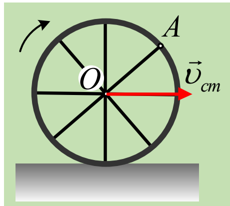
3) Ένας οριζόντιος δίσκος (ένας τροχός…ξαπλωμένος!), κέντρου Κ και ακτίνας R=0,5m, κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Έστω ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων με αρχή το Κ. Το σημείο Α του δίσκου, στη θέση (x,y)=(-0,5m,0) έχει ταχύτητα στη διεύθυνση x, μέτρου $υ_1=2m/s$, ενώ το σημείο Β, στη θέση (x,y)=(0,-0,5m) έχει ταχύτητα $\vec{υ}_2$ η οποία σχηματίζει με τη διεύθυνση x γωνία θ, όπου εφθ=0,5.

i) Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας Κ του δίσκου.

ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Β.

207) Οι ταχύτητες δύο σημείων ενός τροχού.

Ένας τροχός ακτίνας R=0,5m κυλίεται σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα του κέντρου μάζας του Ο. Ένα σημείο Α, βρίσκεται στο άκρο μιας ακτίνας του. Τη στιγμή t_1, όπου η ταχύτητα του σημείου Α γίνεται μέγιστη, ένα άλλο σημείο Β, έχει ταχύτητα μέτρου $υ_1=0,8m/s$ της ίδιας διεύθυνσης με την ταχύτητα του σημείου Α. Τη στιγμή t_2 όπου η ταχύτητα του σημείου Α γίνεται η ελάχιστη δυνατή, η ταχύτητα του Β έχει μέτρο $υ_2$= 3,2m/s.

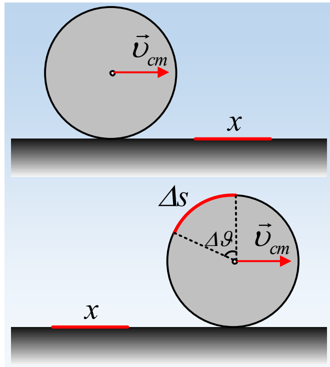


i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα $υ_{cm}$ του κέντρου Ο του τροχού.

ii) Να βρεθεί η θέση του σημείου Β, καθώς και η απόσταση (ΑΒ) των δύο σημείων του τροχού.

iii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ταχύτητας του σημείου Α, μεταξύ της στιγμής t_1 και μιας επόμενης χρονικής στιγμής που η ακτίνα ΟΑ γίνεται οριζόντια, για πρώτη φορά.

208) Περί κύλισης σε κινούμενη επιφάνεια.



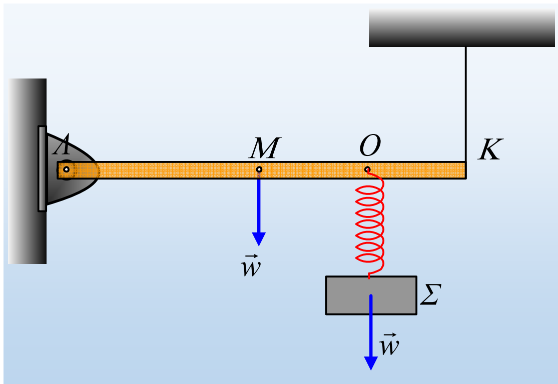
Έστω ένας τροχός ο οποίος κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει και στο εξής αυτό δεν θα επαναλαμβάνεται, αφού το θεωρώ πλεονασμό. Ή κυλίεται ο τροχός ή όχι. Και τα δύο δεν μπορεί να ισχύουν) με ταχύτητα κέντρου μάζας $υ_{cm}$. Στην πορεία του συναντά μια μικρή περιοχή όπου έχει χυθεί λίγο κόκκινο χρώμα σε μήκος x=20cm, την οποία διασχίζει.

Μετά από λίγο σταματάμε τον τροχό θα διαπιστώσουμε ότι έχει βαφτεί κόκκινο ένα μέρος της περιφέρειάς του. Μετράμε το μήκος του κόκκινου τόξου και το βρίσκουμε Δs=20cm.

Στην περίπτωση αυτή, λέμε ότι ο τροχός καθώς περνούσε από την περιοχή με το χρώμα, κυλίεται.

Ας κάνουμε τώρα την μαθηματική επεξεργασία…

209) Η τάση του νήματος και η μέγιστη τιμή της.



Στο σχήμα η ράβδος έχει αρθρωθεί στο ένα άκρο της Λ, ενώ στο άλλο έχει προσδεθεί σε κατακόρυφο νήμα. Το σώμα Σ έχει το ίδιο βάρος w με την ομογενή ράβδο και ηρεμεί ενώ (ΜΟ)=(ΟΚ).

i) Η τάση του νήματος είναι ίση:

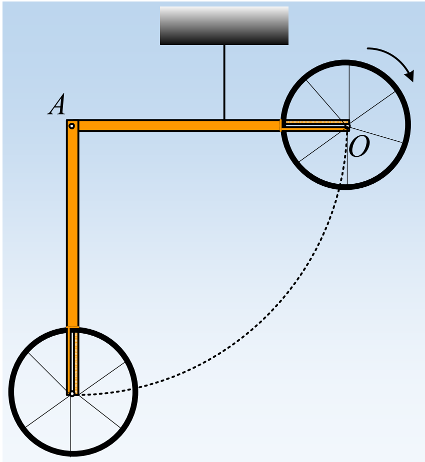
α) T=1,0 w, β) T=1,25w, γ) T= 1,5w

ii) Ανεβάζουμε το σώμα Σ προς τα πάνω, ώστε το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό μήκος του και το αφήνουμε να κινηθεί. Η μέγιστη τιμή της τάσης του νήματος είναι:

α) T_{max}=1,5w, β) T_{max}=1,75w, γ) T_{max}=2w

210) Η στροφορμή και η ενέργεια του τροχού.

Ο τροχός του σχήματος, ακτίνας R και μάζας m, με τη μάζα του συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του, στρέφεται στο άκρο ομογενούς ράβδου ΑΟ. Ο τροχός στρέφεται, έχοντας ως προς οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδο του σχήματος που περνά από το Ο, στροφορμή L_0. Η ράβδος, μάζας Μ=3m, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της Α, ενώ συγκρατείται σε οριζόντια θέση, δεμένη με νήμα.



i) Η κινητική ενέργεια K_0 του τροχού είναι ίση:

$$\alpha)\ K_0 = \frac{L_0^2}{2mR^2},\quad \beta)\ K_0 = \frac{L_0^2}{mR^2},\ \gamma)\ K_0 = \frac{L_0}{2m}.$$

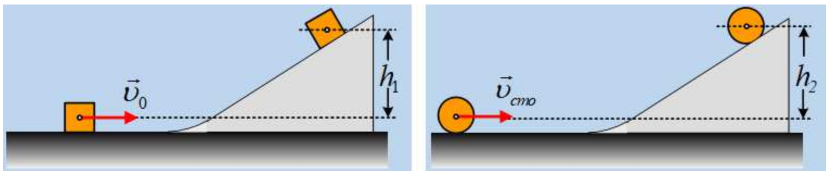
ii) Κόβουμε το νήμα και το σύστημα πέφτει, οπότε μετά από λίγο, η ράβδος γίνεται κατακόρυφη. Στη θέση αυτή, ο τροχός έχει κινητική ενέργεια:

$$\alpha)\ K_1 < K_0 + mg\ell,\ \beta)\ K_1 = K_0 + mg\ell,\ \ \gamma)\ K_1 > K_0 + mg\ell$$

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το άκρο της Α: $I_\rho = \frac{1}{3}M\ell^2$.

211) Ποιο σώμα θα φτάσει σε μεγαλύτερο ύψος;

1η παραλλαγή:



Ένα σώμα κυβικού σχήματος ακμής α, κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα υ_0. Στην πορεία του συναντά λείο κεκλιμένο επίπεδο, με ομαλή κλίση, ώστε να μπορέσει ομαλά να συνεχίσει την κίνησή του, σε αυτό. Ο κύβος ανέρχεται μέχρι ύψος h_1, πριν κινηθεί ξανά προς τα κάτω.

Κατά μήκος της ίδιας διαδρομής κινείται τώρα ένας κύλινδρος ακτίνας R=α/2, ο οποίος κυλίεται με ταχύτητα κέντρου μάζας $\upsilon_{cm}=\upsilon_0$, ίση με την αρχική ταχύτητα του κύβου.

i) Αν h_2 είναι τώρα το αντίστοιχο μέγιστο ύψος στο οποίο θα φτάσει ο κύλινδρος, ισχύει:

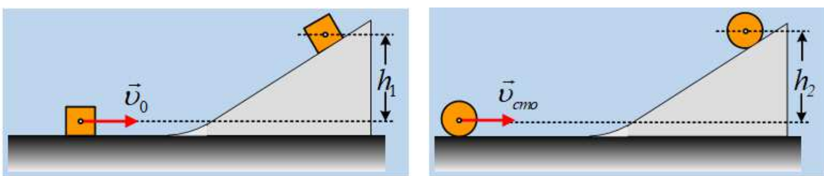
α) $h_1 < h_2$, β) $h_1 = h_2$, γ) $h_1 > h_2$.

ii) Τη στιγμή που ο κύλινδρος σταματά την ανοδική του κίνηση, έχει μηχανική ενέργεια:

α) $E=mgh_1$, β) $E=1{,}5\ mgh_1$, γ) $E=2mgh_1$.

Θεωρείστε το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το κέντρο μάζας του κύβου, ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, ενώ για τον κύλινδρο $I= \frac{1}{2}mR^2$.

2η παραλλαγή:



Ένα σώμα κυβικού σχήματος ακμής α, κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα υ_0. Στην πορεία του συναντά λείο κεκλιμένο επίπεδο, με ομαλή κλίση, ώστε να μπορέσει ομαλά να συνεχίσει την κίνησή του, σε αυτό. Ο κύβος ανέρχεται μέχρι ύψος h_1, πριν κινηθεί ξανά προς τα κάτω.

Κατά μήκος παρόμοιας διαδρομής, αλλά που τα επίπεδα (οριζόντιο και κεκλιμένο), δεν είναι λεία, κινείται τώρα ένας κύλινδρος ακτίνας R=α/2, ο οποίος κυλίεται διαρκώς ξεκινώντας με αρχική ταχύτητα κέντρου μάζας $υ_{cm}=υ_0$, ίση με την αρχική ταχύτητα του κύβου.

i) Αν h_2 είναι τώρα το αντίστοιχο μέγιστο ύψος στο οποίο θα φτάσει ο κύλινδρος, ισχύει:

α) $h_1 < h_2$, β) $h_1 = h_2$, γ) $h_1 > h_2$.

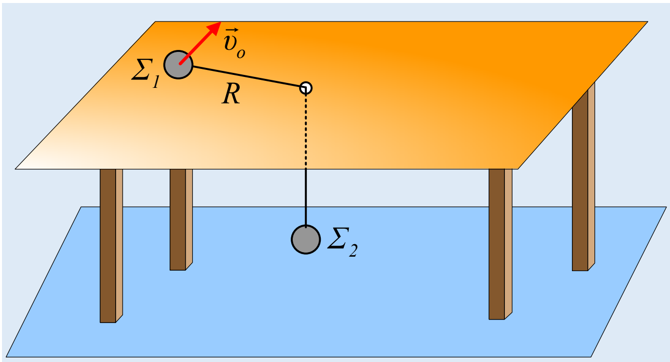
ii) Τη στιγμή που ο κύλινδρος σταματά την ανοδική του κίνηση, έχει μηχανική ενέργεια:

α) $E=mgh_1$, β) $E=1{,}5\ mgh_1$, γ) $E=2mgh_1$.

Θεωρείστε το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το κέντρο μάζας του κύβου, ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, ενώ για τον κύλινδρο $I= ½\ mR^2$.

212) Η κυκλική κίνηση και η ανύψωση του σώματος.

Πάνω σε ένα λείο τραπέζι συγκρατούμε μια μικρή σφαίρα $Σ_1$, η οποία είναι δεμένη στο ένα άκρο νήματος. Το νήμα περνά από μια μικρή τρύπα, στο κέντρο του τραπεζιού και στο άλλο του άκρο είναι δεμένη και κρέμεται μια άλλη ίσης μάζας σφαίρα $Σ_2$. Σε μια στιγμή εκτοξεύουμε οριζόντια τη σφαίρα $Σ_1$ με αρχική ταχύτητα $υ_0=\sqrt{Rg}$, με κατεύθυνση κάθετη στο νήμα, όπου R το μήκος του οριζόντιου τμήματος του νήματος.



i) Η σφαίρα $Σ_2$:

α) θα συνεχίσει να ηρεμεί, β) θα κινηθεί προς τα πάνω, γ) θα κινηθεί προς τα κάτω.

ii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα αλλά τώρα προσδίδουμε μεγαλύτερη αρχική ταχύτητα $υ_{01}$ στη σφαίρα $Σ_1$. Το αποτέλεσμα είναι η σφαίρα $Σ_2$ να κινηθεί προς τα πάνω και να ανυψωθεί κατά h= ½ R, φτάνοντας σε σημείο Α. Για την ταχύτητα $υ_{01}$ εκτόξευσης ισχύει:

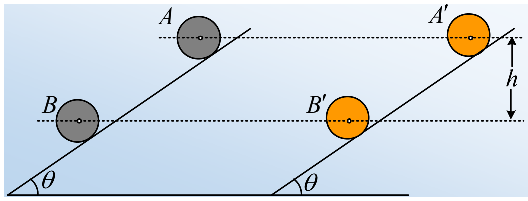
α) $υ_{01}=\sqrt{1{,}2Rg}$, β) $υ_{01}=\sqrt{1{,}5Rg}$, γ) $υ_{01}=\sqrt{1{,}8Rg}$.

iii) Τελικά η σφαίρα $Σ_2$ θα παραμείνει στην θέση Α ή θα κινηθεί ξανά προς τα κάτω;

Να δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

213) Δύο κινήσεις σε κεκλιμένα επίπεδα.

Έστω δύο κεκλιμένα επίπεδα με την ίδια κλίση θ. Το πρώτο είναι λείο, ενώ το δεύτερο όχι. Κάποια στιγμή αφήνουμε στο πρώτο, στη θέση Α, μια σφαίρα ακτίνας R και μάζας M και στο δεύτερο, στη θέση Α΄, έναν κύλινδρο ίδιας ακτίνας και μάζας, ο οποίος κυλίεται. Τα σημεία Α και Α΄ βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Στο σχήμα βλέπετε τα στερεά να φτάνουν σε νέες θέσεις Β και Β΄ με υψομετρική διαφορά h, σε σχέση με τις θέσεις που αφέθηκαν να κινηθούν.



i) Πρώτο κατέβηκε κατά h:

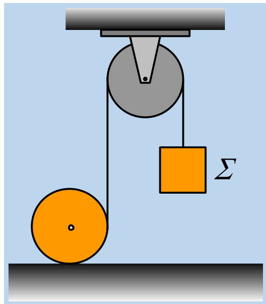
α) η σφαίρα, β) ο κύλινδρος, γ) φτάσανε ταυτόχρονα.

ii) Μεγαλύτερη κινητική ενέργεια στις κάτω θέσεις έχει:

α) η σφαίρα, β) ο κύλινδρος, γ) έχουν ίσες κινητικές ενέργειες.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

214) Η επιτάχυνση και η κίνηση σε ένα σύστημα.



Γύρω από έναν κύλινδρο μάζας Μ, ο οποίος ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα, το οποίο αφού το περάσουμε από το αυλάκι μιας τροχαλίας, μάζας Μ, στο άλλο του άκρο, δένουμε ένα σώμα Σ, ίδιας μάζας, όπως στο σχήμα και το αφήνουμε να κινηθεί.

i) Το σώμα Σ θα αποκτήσει επιτάχυνση:

$$\text{α) } a_\Sigma = \frac{g}{3}, \quad \text{β) } a_\Sigma = \frac{g}{2}, \quad \text{γ) } a_\Sigma = \frac{2g}{3}.$$

ii) Αν το επίπεδο δεν ήταν λείο, τότε ο κύλινδρος θα εκτελέσει:

α) Μόνο στροφική κίνηση.

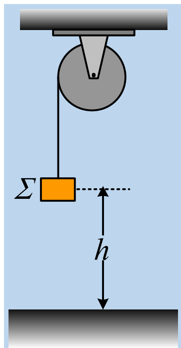
β) θα κινηθεί και προς τα δεξιά, εκτελώντας σύνθετη κίνηση.

γ) θα κινηθεί και προς τα αριστερά, εκτελώντας σύνθετη κίνηση.

Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Δίνεται ότι και για τον κύλινδρο και για την τροχαλία I= ½ mR^2.

215) Τι ποσοστό της ενέργειας μεταφέρεται;



Στο αυλάκι μιας τροχαλίας μάζας Μ, έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα στο άκρο του οποίου έχουμε προσδέσει ένα σώμα Σ μάζας m. Με τεντωμένο το νήμα, το σώμα Σ βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος και σε μια στιγμή αφήνεται να κινηθεί. Το ποσοστό της αρχικής δυναμικής ενέργειας του σώματος Σ που μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια της τροχαλίας είναι:

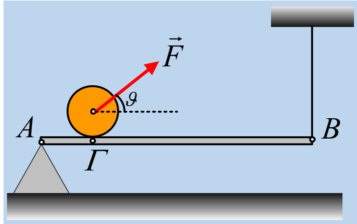
$$\text{α) } \frac{2M}{M+m}100\% \qquad \text{β) } \frac{M}{M+2m}100\%, \qquad \text{γ) } \frac{M}{M+m}100\%$$

Θεωρείστε ότι η δυναμική ενέργεια του Σ είναι μηδενική, όταν φτάσει στο έδαφος.

Να δικαιολογήστε την επιλογή σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας I= ½ MR^2.

216) Μια κύλιση πριν την «καταστροφή»…



Μια ομογενής σανίδα ΑΒ μήκους 8m και βάρους 40Ν ισορροπεί οριζόντια, στηριζόμενη στο άκρο της Α σε τρίποδο και δεμένη στο άκρο της Β σε κατακόρυφο νήμα. Πάνω στη σανίδα, στο σημείο Γ, όπου (ΑΓ)=2m ηρεμεί ένας κύλινδρος μάζας 10kg, όπως στο διπλανό σχήμα. Σε μια στιγμή $t_0=0$ ασκείται στον άξονα του κυλίνδρου μια σταθερή δύναμη μέτρου F=50Ν, η οποία σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ, όπου ημθ=0,8, με αποτέλεσμα ο κύλινδρος να αρχίσει να κυλίεται προς το άκρο Β, ενώ το νήμα παραμένει κατακόρυφο.

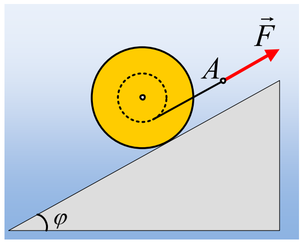
i) Να αποδείξετε ότι μεταξύ του τρίποδου και της σανίδας αναπτύσσεται δύναμη τριβής.

ii) Αν τη χρονική στιγμή $t_1=2s$ το νήμα ξεπερνά το όριο θραύσεώς του, με αποτέλεσμα να κόβεται, να κάνετε τη γραφική παράσταση της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να υπολογίστε το όριο θραύσεως του νήματος.

iii) Να υπολογίσετε τους ελάχιστους συντελεστές οριακής στατικής τριβής τόσο μεταξύ σανίδας και κυλίνδρου, όσο και μεταξύ της σανίδας και του τρίποδου για να μπορεί να υπάρξει η παραπάνω κύλιση του κυλίνδρου.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I= ½ mR^2$ και $g=10m/s^2$.

217) Ένας κύλινδρος σε κεκλιμένο επίπεδο.



Ο κύλινδρος του σχήματος ακτίνας R=0,2 m και μάζα 5kg, έχει εγκοπή βάθους ½ R στην οποία έχει τυλιχθεί ένα αβαρές νήμα, στο άκρο Α του οποίου ασκούμε δύναμη F, παράλληλη στο επίπεδο.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του, ο οποίος συνδέει τα κέντρα των δύο βάσεων $I= ½ mR^2$, ημφ=0,6 και συνφ=0,8, ενώ $g=10m/s^2$.

i) Αν το επίπεδο είναι λείο, να εξετάσετε αν μπορεί να ισορροπεί ο κύλινδρος ασκώντας κατάλληλη δύναμη F.

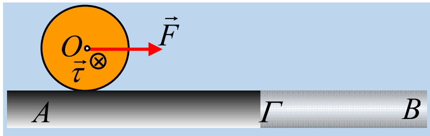
ii) Αν υπάρχουν τριβές και δίνονται οι συντελεστές τριβής μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου $\mu=\mu_s=0,8$, να βρεθεί το μέτρο της δύναμης F, ώστε ο κύλινδρος να ισορροπεί.

iii) Αν η ασκούμενη δύναμη έχει μέτρο F=45Ν να σχεδιάστε την ασκούμενη τριβή στον κύλινδρο, δικαιολογώντας την κατεύθυνσή της.

iv) Για την παραπάνω περίπτωση να υπολογιστούν η επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου, καθώς και η γωνιακή του επιτάχυνση.

v) Να υπολογιστούν ξανά η επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου, καθώς και η γωνιακή του επιτάχυνση στην περίπτωση που η ασκούμενη δύναμη έχει μέτρο F=90Ν.

218) Μια ροπή και μια δύναμη επιταχύνουν.



Ένας τροχός μάζας Μ και ακτίνας R=0,5m ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο Α. Σε μια στιγμή δέχεται μέσω του άξονα μια σταθερή ροπή μέτρου τ=1,5N·m και μια σταθερή οριζόντια δύναμη στον άξονά του F=4Ν, όπως στο σχήμα. Μετά από λίγο, αφού μετακινηθεί κατά x=8m, περνάει σε Β επίπεδο, το οποίο παρουσιάζει με τον τροχό συντελεστή τριβής μ=0,2, στη θέση Γ.

i) Να υπολογιστεί η ενέργεια που μεταφέρεται στον τροχό μέσω της ασκούμενης ροπής, μέχρι τη θέση Γ.

ii) Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του τροχού στη θέση Γ.

iii) Αν η μάζα του τροχού είναι ίση με 4kg, για τη χρονική στιγμή ελάχιστα πριν περάσει ο τροχός στο Β επίπεδο, να βρεθούν:

α) Η ισχύς της δύναμης F και ο ρυθμός μεταβολής της μεταφορικής κινητικής ενέργειας του τροχού.

β) Ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφής.

γ) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του τροχού, ως προς τον άξονά του.

iv) Για τη στιγμή, αμέσως μόλις περάσει ο τροχός στο Β επίπεδο να υπολογιστούν:

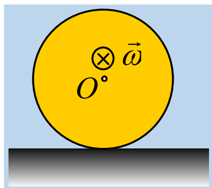
α) Ο ρυθμός μεταβολής της μεταφορικής κινητικής ενέργειας του τροχού.

β) Ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφής.

γ) Ο ρυθμός με τον οποίο μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της τριβής.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του $I= \frac{1}{2} mR^2$ και $g=10m/s^2$.

219) Όταν η τριβή επιταχύνει έναν τροχό.



Ένας τροχός μάζας Μ=10kg και ακτίνας R=0,4m ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής $\mu_s=\mu=0,2$. Σε μια στιγμή $t_0=0$, δέχεται μέσω κατάλληλου μηχανισμού μια σταθερή ροπή, μέτρου τ=16Nm, όπως στο σχήμα.

i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του άξονα του τροχού και η γωνιακή επιτάχυνση του τροχού.

ii) Η ταχύτητα υ_{cm} του άξονα Ο του τροχού και η γωνιακή του ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t_1=4s$.

iii) Πόση ενέργεια μεταφέρεται στον τροχό μέσω της ασκούμενης ροπής;

iv) Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της τριβής, στο παραπάνω χρονικό διάστημα;

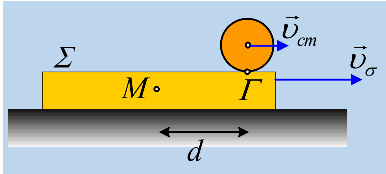
v) Να βρεθεί η μέγιστη τιμή της ροπής την οποία θα μπορούσαμε να ασκήσουμε στον τροχό για να μην παρατηρηθεί ολίσθηση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του $I= \frac{1}{2} MR^2$ και $g=10m/s^2$.

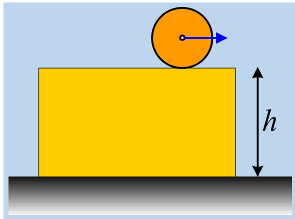
220) Μια ακόμη πιο …δύσκολη συνέχεια.

Μόνο για καθηγητές.

Σαν συνέχεια της ανάρτησης «[Μια ...δύσκολη περίπτωση, σαν φύλλο εργασίας.]» ας δούμε μερικά ακόμη ερωτήματα, αφήνοντας όμως έξω τους μαθητές-υποψήφιους.



Ένα ορθογώνιο μήκους l (σώμα Σ), μάζας M=40kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή, αφήνουμε πάνω του, μια σφαίρα μάζας m=20kg και ακτίνας R=0,2m, χωρίς να έχει αρχική ταχύτητα ούτε να περιστρέφεται. Μετά από λίγο, τη στιγμή t_1, το σώμα Σ έχει ταχύτητα υ_σ=4m/s, η ταχύτητα του κέντρου της σφαίρας είναι υ_{cm}=1m/s, ενώ το σημείο επαφής της Γ με το Σ, απέχει οριζόντια κατά (ΜΓ)= d=0,6m από το μέσον Μ του ορθογωνίου (σχήμα α).



Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που περνά από το κέντρο της $I= 2/5\ mR^2$ και $g=10m/s^2$, ενώ ο συντελεστής τριβής μεταξύ σφαίρας και σανίδας είναι μ=0,5.

1) Αν το σώμα Σ είναι μια λεπτή σανίδα, να υπολογιστεί η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής, τη παραπάνω στιγμή:

   α) για το σύστημα, β) για τη σφαίρα, γ) για τη ράβδο.

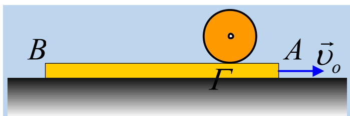
   i) Ως προς ένα ακίνητο σημείο $Γ_1$, στη θέση που είναι και το σημείο Γ της σανίδας.

   ii) Ως προς ακίνητο σημείο M_1 στη θέση του μέσου Μ της σανίδας:

   iii) Ως προς ακίνητο σημείο O_1 στη θέση του κέντρου Ο της σφαίρας:

2) Αν το ορθογώνιο είναι κιβώτιο σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου (σχήμα β), ύψους h=0,6m να απαντήσετε ξανά στα παραπάνω ερωτήματα.

221) Μια …δύσκολη περίπτωση, σαν φύλλο εργασίας.



Μια σανίδα ΑΒ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα υ_o. Σε μια στιγμή t=0, αφήνουμε πάνω της σε σημείο Γ, μια σφαίρα, χωρίς ταχύτητα και χωρίς να περιστρέφεται, όπως στο σχήμα. Μεταξύ σανίδας και σφαίρας αναπτύσσεται τριβή.

i) Η τριβή που θα ασκηθεί στη σφαίρα θα είναι:

α) Τριβή ολίσθησης, β) Στατική τριβή.

ii) Η τριβή που θα ασκηθεί στην σφαίρα, θα έχει φορά:

α) προς τα δεξιά, β) προς τα αριστερά.

iii) Μετά από λίγο η ταχύτητα του κέντρου Ο της σφαίρας είναι ίση με 1m/s. Να βρεθούν οι ταχύτητες:

   α) του σημείου επαφής Δ της σφαίρας με τη σανίδα.

   β) του αντιδιαμετρικού του σημείου Ε.

iv) Σε μια στιγμή t_1 η ταχύτητα του σημείου Δ, γίνεται ίση με την ταχύτητα υ_1 της σανίδας, ενώ η σφαίρα βρίσκεται ακόμη πάνω στη σανίδα.

   α) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα τη στιγμή αυτή.

β) Να περιγράψτε την κίνηση της σφαίρας και της σανίδας μετά την στιγμή t_1.

v) Αν η σφαίρα έχει ίση μάζα με τη σανίδα, τότε η τελική ταχύτητα της σανίδας θα είναι:

α) $\upsilon_2 < ½\,\upsilon_0$, β) $\upsilon_2 = ½\,\upsilon_0$, γ) $\upsilon_2 > ½\,\upsilon_0$

v) Η σφαίρα:

α) Θα κινηθεί για πάντα πάνω στη σανίδα.

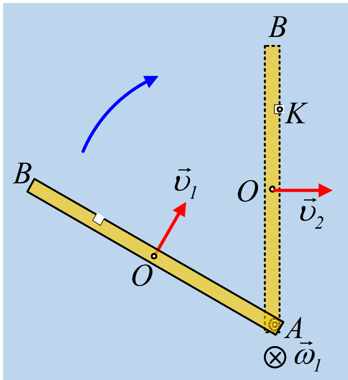
β) Θα εγκαταλείψει κάποια στιγμή τη σανίδα από το άκρο της Α.

γ) Θα εγκαταλείψει κάποια στιγμή τη σανίδα από το άκρο της Β.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που περνά από το κέντρο της $I = 2/5\ mR^2$.

222) Αλλαγή του άξονα περιστροφής.



Μια ομογενής ράβδος μήκους ℓ=1m και μάζας Μ=3kg στρέφεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα ο οποίος περνά από το ένα της άκρο Α με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω_1=4rad/s. Σε μια στιγμή η ράβδος αποδεσμεύεται από τον άξονα περιστροφής της, ενώ ταυτόχρονα προσδένεται σε δεύτερο κατακόρυφο άξονα Κ, ο οποίος απέχει από το άκρο Β απόσταση (ΒΚ) = ¼ ℓ. Να υπολογιστούν:

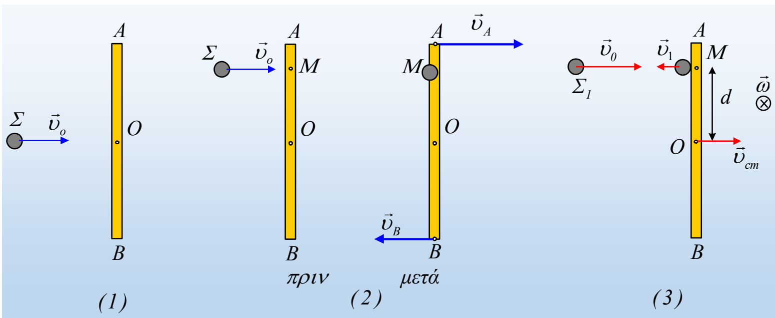
i) Η ταχύτητα του μέσου Ο της ράβδου, πριν και μετά την πρόσδεσή της στον 2° άξονα περιστροφής της.

ii) Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας που συνοδεύει την παραπάνω πρόσδεση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου γύρω από κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I = M\ell^2/12$.

223) Κρούση και κέντρο μάζας.

Μια ομογενής ράβδος μάζας 3m και μήκους ℓ=6m ηρεμεί σε οριζόντια θέση σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα σώμα Σ μάζας m που θεωρείται υλικό σημείο κινείται με ταχύτητα υ_0=8m/s, σε διεύθυνση κάθετη στη ράβδο και προσκολλάται σε αυτήν, στο μέσον της Ο.



i) Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμική κατά την κρούση.

Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα το σώμα Σ προσκολλάται στο σημείο Μ της ράβδου δημιουργώντας έτσι ένα στερεό S. Αμέσως μετά την κρούση τα άκρα Α και Β της ράβδου έχουν ταχύτητες μέτρων

$υ_A$=4,5m/s και $υ_B$=1,5m/s, όπως στο (2) σχήμα. Να βρεθούν:

ii) Η ταχύτητα του κέντρου μάζας Κ και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του στερεού S.

iii) Η θέση του κέντρου μάζας Κ γύρω από το οποίο στρέφεται το σύστημα μετά την κρούση.

iv) Ποιο είναι στην περίπτωση αυτή, το αντίστοιχο ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμική κατά την κρούση;

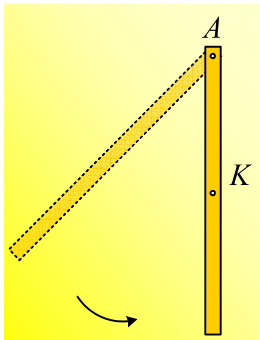
Σε μια επανάληψη του πειράματος, το σώμα Σ αντικαθίσταται από άλλο $Σ_1$ ίδιας μάζας, το οποίο κτυπά ξανά τη ράβδο στο σημείο Μ, με την ίδια ταχύτητα $υ_0$. Μετά την κρούση το $Σ_1$, κινείται προς τ' αριστερά με ταχύτητα μέτρου $υ_1$=1m/s.

v) Ποιο είναι τώρα το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμική κατά την κρούση;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I = \frac{1}{12} m\ell^2$.

224) Η στροφορμή και μια κρούση.

Μια ομογενής ράβδος μάζας m και μήκους ℓ =2m μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το ένα άκρο της Α, σε κατακόρυφο επίπεδο. Η ράβδος αφήνεται από κάποια θέση και φτάνοντας στην κατακόρυφη θέση έχει γωνιακή ταχύτητα $ω_1$=3rad/s.

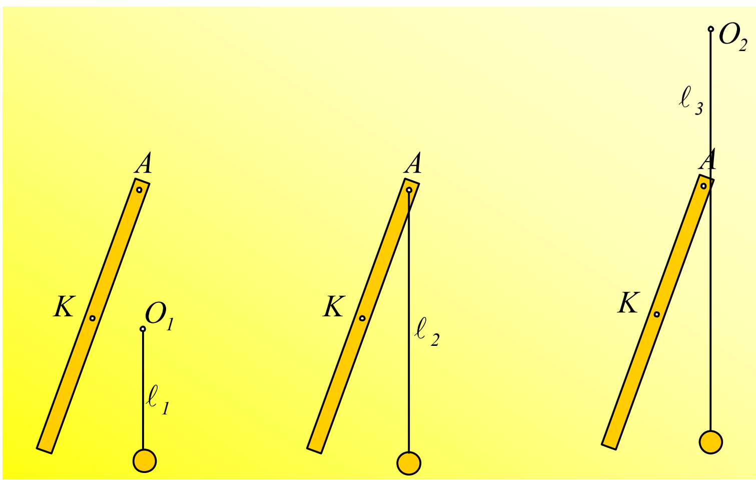


i) Δυο μαθητές συζητώντας για τη στροφορμή της ράβδου στη θέση αυτή, ως προς τον άξονα ο οποίος περνά από το άκρο Α, υποστηρίζουν:

α) Ο Α, η στροφορμή δίνεται από την εξίσωση $L_A=I_A\cdot ω$.

β) Ο Β, η στροφορμή της ράβδου δίνεται από την εξίσωση $L_A=I_{cm}\cdot ω + mυ_m\cdot R$, όπου R= ½ℓ η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το κέντρο μάζας Κ της ράβδου.

Ποιος έχει δίκιο;



ii) Στη θέση αυτή η ράβδος συγκρούεται με μια μικρή σφαίρα που θεωρείται υλικό σημείο μάζας ½ m, η οποία αμέσως μετά την κρούση αποκτά ταχύτητα υ. Η σφαίρα κρέμεται από νήμα, σε τρεις διαφορετικές εκδοχές, που φαίνονται στο σχήμα, όπου για το μήκος του νήματος ισχύει:

α) $\ell_1 = ½\ \ell$ β) $\ell_2 = \ell$, γ) $\ell_3 = 1{,}5\ \ell$.

Σε ποια περίπτωση η σφαίρα αποκτά μεγαλύτερη ταχύτητα;

iii) Η σφαίρα αποκτά αμέσως μετά την κρούση ταχύτητα υ=3m/s. Θέλουμε να βρούμε τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση και μας προτείνονται οι απόψεις τριών μαθητών Α, Β και Γ:

Α) Να εφαρμόσουμε για την κρούση της αρχή διατήρηση της ορμής.

Β) Να εφαρμόσουμε και για τα τρία σχήματα την ΑΔΣ ως προς όποιο σημείο θέλουμε.

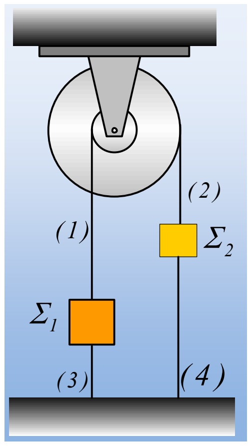
Γ) Να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρηση της στροφορμής (ΑΔΣ) ως προς το σημείο Α.

Ποιος ή ποιοι μαθητές έχουν δίκιο;

iv) Να υπολογίσετε την γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση και στις τρεις παραπάνω περιπτώσεις.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I = m\ell^2/12$.

225) Δυο σώματα και μια διπλή τροχαλία.



Η τροχαλία του σχήματος έχει μάζα Μ =2kg, ακτίνα R = 0,3m, είναι συμπαγής και ομογενής και φέρει ομόκεντρη κυκλική προεξοχή ακτίνας r = 0,1m. Στην περιφέρεια της τροχαλίας και στην κυκλική προεξοχή έχουμε τυλίξει δύο νήματα, (1) και (2), πολλές φορές ώστε να μην ολισθαίνουν και στα άκρα τους έχουμε δέσει δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες m_1=2kg και m_2=1kg αντίστοιχα. Τα σώματα οποία ισορροπούν δεμένα και με τα κατακόρυφα νήματα (3) και (4) με το έδαφος, όπως στο σχήμα.

i) Ποιο νήμα, το (3) ή το (4) μπορούμε να κόψουμε, χωρίς να πάψει να ισορροπεί το σύστημα; Να δικαιολογήστε την επιλογή σας.

ii) Να υπολογισθεί η τάση του νήματος που είναι απαραίτητο για την ισορροπία.

ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το παραπάνω νήμα. Να υπολογισθεί η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας.

iii) Πόσο θα έχει αυξηθεί η δυναμική ενέργεια του $Σ_1$ τη στιγμή που η δυναμική ενέργεια του $Σ_2$ έχει μειωθεί κατά 3J;

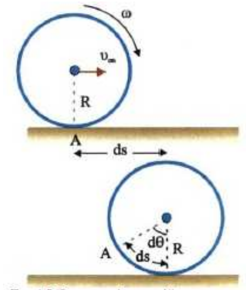
Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας $I = ½\ MR^2$ και $g=10m/s^2$.

226) Περί κύλισης και τριβής.

Με αφορμή ένα [τεθέν ερώτημα](), ας δούμε λίγο αναλυτικά τι σημαίνει κύλιση ενός τροχού και τι συμβαίνει με την ασκούμενη δύναμη τριβής.

Ας δούμε αρχικά, τι γράφει το σχολικό βιβλίο:

Ας επανέλθουμε στην κύλιση του τροχού (σχ. 4.5). Κατά την κύλιση κάθε σημείο του τροχού έρχεται διαδοχικά σε επαφή με το δρόμο. Έτσι, όταν ο τροχός σε χρόνο dt μετακινηθεί κατά ds, ένα σημείο Α της περιφέρειας του θα έχει στραφεί κατά τόξο μήκους ds, στο οποίο αντιστοιχεί η επίκεντρη γωνία dθ. Η ταχύτητα υ_{cm} του κέντρου μάζας του τροχού είναι



Σχ. 4.5 Όταν το κέντρο μάζας του τροχού μετακινηθεί κατά ds, κάθε σημείο στην περιφέρεια του στρέφεται κατά το ίδιο τόξο.

$$\upsilon_{cm} = \frac{ds}{dt}$$

όμως $d\theta = \dfrac{ds}{R}$ ή $ds = Rd\theta$

αντικαθιστώντας έχουμε $\upsilon_{cm} = \dfrac{Rd\vartheta}{dt}$ και, επειδή $\dfrac{d\vartheta}{dt} = \omega$

τελικά παίρνουμε

$$\boxed{\boldsymbol{\upsilon_{cm} = \omega \cdot R}}$$

Για να δούμε, πώς «μεταφράζονται» από μια άλλη οπτική γωνία τα παραπάνω….

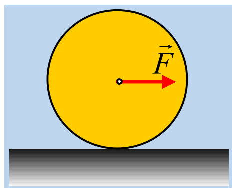
227) Μην χάσουμε τον σύνδεσμο ή τον κινηματικό περιορισμό!!!

Σε πάρα πολλές περιπτώσεις κατά τη μελέτη του στερεού, το πρόβλημα επιλύεται με εφαρμογή του $2^{ου}$ νόμου του Νεύτωνα, τόσο για την περιστροφική κίνηση κάποιου στερεού, όσο και για την μεταφορική κίνηση του κέντρου μάζας του ή μεταφορική κίνηση άλλου υλικού σημείου, το οποίο συνδέεται με κάποιο τρόπο με το στερεό μας. Αλλά οι εξισώσεις αυτές δεν επαρκούν από μόνες τους για την επίλυση. Μας λείπει μια εξίσωση, η οποία συνήθως είναι μια «εξίσωση συνδέσμου», δηλαδή μια εξίσωση που αναφέρεται σε κάποιο σημείο και στις ιδιαίτερες συνθήκες που πρέπει να ικανοποιεί και που μπορεί να συνδέει τις δύο διαφορετικές κινήσεις. Αν δεν εστιάσουμε στο σύνδεσμο αυτό, το πρόβλημά μας, δεν θα επιλυθεί…

Ας δούμε μερικές χαρακτηριστικές περιπτώσεις.

Εφαρμογή $1^η$:

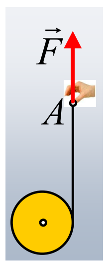
Ένας τροχός μάζας 20kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ασκείται στον άξονά του μια σταθερή οριζόντια δύναμη F=30N, οπότε αρχίζει να κυλίεται. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του άξονα μετά από 10s.



Δίνεται για τον τροχό I= ½ MR^2.

Εφαρμογή $2^η$:

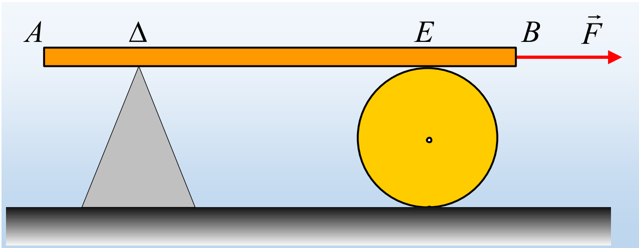
Γύρω από ένα γιο-γιο μάζας 0,1kg έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Αφήνουμε το γιο-γιο να κινηθεί, από κάποιο ύψος, ασκώντας στο άκρο Α του νήματος μια κατακόρυφη δύναμη F, όπως στο σχήμα. Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης F, αν το άκρο Α του νήματος αποκτά επιτάχυνση με κατεύθυνση προς τα πάνω α_A=2m/s^2.



Δίνεται η ροπή αδράνειας του γιο-γιο ως προς τον άξονά του I= ½ mR^2 και $g=10m/s^2$.

Εφαρμογή 3η:

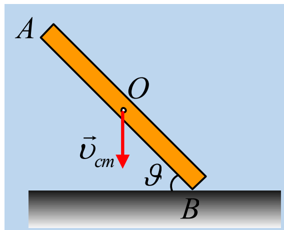
Η ομογενής δοκός ΑΒ μήκους $\ell = 6m$ και μάζας Μ=20kg ισορροπεί οριζόντια στηριζόμενη σε λείο υποστήριγμα στο σημείο της Δ και σε κύλινδρο μάζας m=10 kg στο σημείο Ε, όπως στο σχήμα. Το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο.



Σε μια στιγμή ασκούμε στη δοκό οριζόντια σταθερή δύναμη F=14N, με αποτέλεσμα να μετακινείται και ο κύλινδρος, χωρίς να γλιστράει πάνω του η δοκός. Αν (ΑΕ) = (ΔΒ)=1m, ενώ η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του I= ½ mR^2, να υπολογίστε την επιτάχυνση της δοκού.

Εφαρμογή 4η:

Μια ομογενής ράβδος ΑΒ στέκεται κατακόρυφη πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Επειδή η θέση ισορροπίας είναι ασταθής, εκτρέποντας ελαφρώς τη ράβδο αυτή αρχίζει να πέφτει. Σε μια στιγμή στη διάρκεια της πτώσης, η ράβδος σχηματίζει με το επίπεδο γωνία θ=40°. Αν στη θέση αυτή το μέσον της ράβδου έχει ταχύτητα $υ_{cm}$, τότε το άκρο Β έχει ταχύτητα:

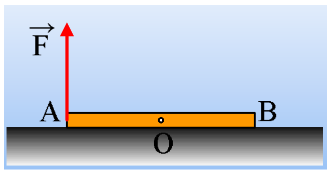


α) $υ_B < υ_{cm}$, β) $υ_B= υ_{cm}$, γ) $υ_B > υ_{cm}$,

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Εφαρμογή 5η:

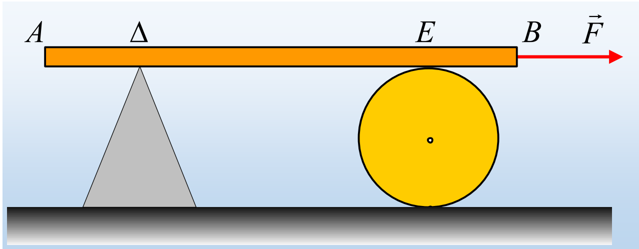
Μια ομογενής σανίδα μήκους 2m και μάζας 1kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε στο ένα της άκρο Α μια κατακόρυφη δύναμη F=6N.



Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση του μέσου Ο της και του άκρου Α της ράβδου. Δίνεται $g=10m/s^2$ και η ροπή αδράνειας της σανίδας ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{12} mL^2$.

228) Τραβώντας μια δοκό οριζόντια.

Η ομογενής δοκός ΑΒ μήκους $\ell = 6m$ και μάζας Μ=12kg ισορροπεί οριζόντια στηριζόμενη σε λείο υποστήριγμα στο σημείο της Δ και σε κύλινδρο μάζας m=8 kg στο σημείο Ε, όπως στο σχήμα.



Σε μια στιγμή ασκούμε στη δοκό οριζόντια σταθερή δύναμη F=30N, με αποτέλεσμα η δοκός να κινηθεί, συμπαρασύροντας και τον κύλινδρο. Αν δεν παρατηρείται ολίσθηση, ούτε μεταξύ δοκού και κυλίνδρου, ούτε μεταξύ κυλίνδρου και εδάφους, ενώ (ΑΔ) = (ΕΒ)=1m, να βρεθούν:

i) Η επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου (α_{cm}).

ii) Η επιτάχυνση της δοκού.

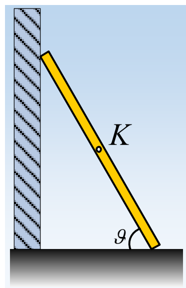
iii) Η απόσταση (ΒΕ΄) του άκρου της δοκού και του σημείου επαφής της Ε΄ με τον κύλινδρο, τη στιγμή που η δοκός χάνει την επαφή με το ακλόνητο στήριγμα.

iv) Ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής, τον οποίο εμφανίζει ο κύλινδρος με τη δοκό και το έδαφος για να μπορέσει να πραγματοποιηθεί η παραπάνω μετακίνηση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του I= ½ mR^2 και g=10m/s^2.

229) Περισσότεροι κινηματικοί περιορισμοί.

Αποκλειστικά και μόνο για Καθηγητές.



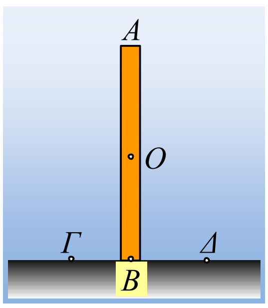
Αφήνουμε μια σκάλα ύψους 2m σε επαφή με λείο κατακόρυφο τοίχο και σε τέτοια θέση, ώστε να σχηματίζει με το έδαφος γωνία θ, όπου ημθ=0,8. Η σκάλα αρχίζει να γλιστρά, αφού και το έδαφος είναι επίσης λείο.

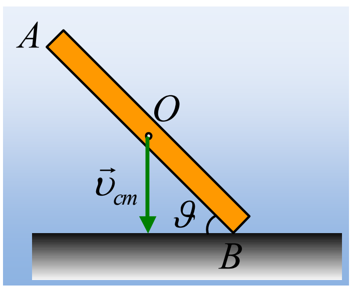
Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση του μέσου Κ της σκάλας και η αρχική γωνιακή επιτάχυνση της σκάλας, στην παραπάνω θέση.

Θεωρείστε τη σκάλα σαν μια ομογενή δοκό, για την οποία η ροπή αδράνειας, ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της, δίνεται από τη σχέση I= Ml^2/12, ενώ g=10m/s^2.

230) Η πτώση της ράβδου.

Μια ομογενής ράβδος ΑΒ στέκεται κατακόρυφη πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Επειδή η θέση ισορροπίας είναι ασταθής, εκτρέποντας ελαφρώς τη ράβδο αυτή αρχίζει να πέφτει.





i) Τη στιγμή που το μέσον της Ο φτάνει στο δάπεδο, θα βρεθεί:

α) στη θέση Γ, β) στη θέση Β, γ) στη θέση Δ.

ii) Σε μια στιγμή στη διάρκεια της πτώσης, η ράβδος σχηματίζει με το επίπεδο γωνία θ=45°. Αν στη θέση αυτή το μέσον της ράβδου έχει ταχύτητα υ_{cm}=2m/s, τότε το άκρο Β έχει ταχύτητα:

α) υ_B=1m/s, β) υ_B=2m/s, γ) υ_B=4m/s,

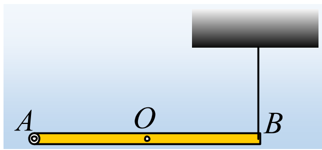
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

231) Μην ξεχνάμε τον άξονα περιστροφής.

Έχουμε πάρα πολλά προβλήματα, όπου ένα στερεό, όπως μια ράβδος, στρέφεται γύρω από έναν σταθερό άξονα. Συνήθως στις περιπτώσεις αυτές επιλύουμε το πρόβλημα, «αφήνοντας στο απυρόβλητο» τον άξονα, με την έννοια ότι ξεχνάμε ή δεν θεωρούμε απαραίτητο να σχεδιάσουμε ή να βρούμε τη δύναμη που ασκεί ο άξονας στο στερεό. Προφανώς κάτι τέτοιο δεν είναι σωστό, είναι μια παράλειψη, η οποία μπορεί να μην έχει σοβαρές επιπτώσεις, αλλά σε άλλες περιπτώσεις μπορεί να οδηγεί σε εντελώς λανθασμένη επίλυση του προβλήματος, πέρα από το ότι, όταν λέμε σχεδιάζουμε τις δυνάμεις, προφανώς δεν πρέπει να εννοούμε σχεδιάζουμε …. τις μισές!

Ας ανιχνεύσουμε λοιπόν, μέσω κάποιων παραδειγμάτων, τη δύναμη που μπορεί να ασκεί ένας άξονας περιστροφής σε μια ράβδο.

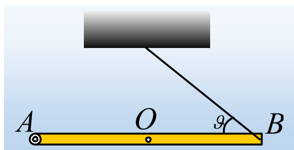
Παράδειγμα 1^{ο}:



Μια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους 2m και μάζας 3kg μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το άκρο της Α. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια, δεμένη στο άλλο της άκρο Β με κατακόρυφο νήμα, όπως στο σχήμα.

Να βρεθεί η δύναμη που ασκεί ο άξονας στη ράβδο. Δίνεται g=10m/s^2.

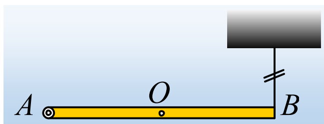
Παράδειγμα 2^{ο}:



Η παραπάνω ράβδος ισορροπεί ξανά σε οριζόντια θέση, αλλά τώρα το νήμα στο άκρο Β, σχηματίζει γωνία θ=30° με την οριζόντια διεύθυνση, όπως στο σχήμα.

Να υπολογιστεί η δύναμη (μέτρο και κατεύθυνση) που ασκεί ο άξονας τη ράβδο.

Παράδειγμα 3^{ο}:



Ας επιστρέψουμε στο 1^{ο} παράδειγμα και κάποια στιγμή ας κόψουμε το κατακόρυφο νήμα.

i) Αμέσως μετά, η δύναμη που ασκεί ο άξονας στη ράβδο:

α) θα παραμείνει κατακόρυφη με μέτρο 15Ν, όπως και πριν.

β) Θα παραμείνει κατακόρυφη με μέτρο 30Ν.

γ) Άλλο αποτέλεσμα.

ii) Να βρεθεί η δύναμη που ασκεί ο άξονας στην σανίδα την παραπάνω στιγμή.

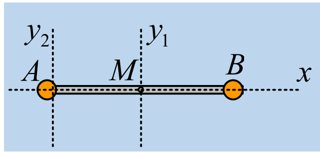
Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα στο Α, $I = \frac{1}{3} m\ell^2$.

232) Μερικοί υπολογισμοί ροπής αδράνειας.

Παρακάτω ας δούμε μερικά παραδείγματα υπολογισμού της ροπής αδράνειας στερεών.

Άσκηση 1η:

Στα άκρα μιας αβαρούς ράβδου μήκους l=2m έχουν προσδεθεί δυο σημειακές μάζες των 2kg, όπως στο σχήμα, δημιουργώντας έτσι ένα στερεό S. Να υπολογιστεί η ροπή αδράνειας του στερεού S, ως προς τους άξονες:



i) y_1, ο οποίος είναι κάθετος στη ράβδο και περνά από το μέσον της ράβδου M.

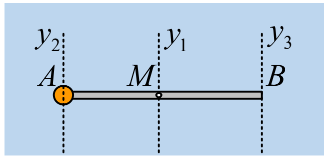
ii) παράλληλον άξονα y_2 που περνά από το άκρο Α.

iii) άξονα z που περνά από το M και είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας.

iv) τον άξονα x κατά μήκος της ράβδου.

Άσκηση 2η:

Στο άκρο Α μιας ομογενούς ράβδου μάζας Μ=2kg και μήκους l=2m έχουμε δέσει μια σημειακή μάζα m=2kg, όπως στο σχήμα, δημιουργώντας έτσι ένα στερεό S. Να υπολογιστεί η ροπή αδράνειας του στερεού S, ως προς τους άξονες:



i) y_1, ο οποίος είναι κάθετος στη ράβδο και περνά από το μέσον της M.

ii) παράλληλον άξονα y_2 που περνά από το άκρο Α.

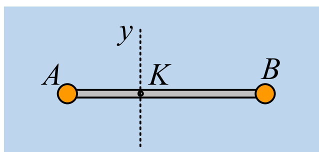
iii) παράλληλον άξονα y_3 που περνά από το άκρο Β.

iv) Η ελάχιστη ροπή αδράνειας που μπορεί να εμφανίσει το στερεό ως προς άξονα y παράλληλο προς τους παραπάνω άξονες.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I = \frac{1}{12} m\ell^2$.

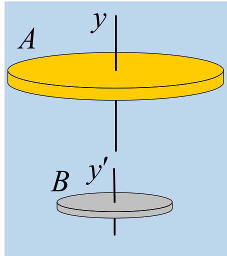
Άσκηση 3η:

Στα άκρα Α και Β μιας ομογενούς ράβδου μάζας Μ και μήκους l=2m έχουμε δέσει δύο σημειακές μάζες m_1 και m_2=2kg, αντίστοιχα, όπως στο σχήμα, δημιουργώντας έτσι ένα στερεό S. Η ροπή αδράνειας του στερεού S ως προς τον άξονα y, ο οποίος είναι κάθετος τη ράβδο, περνώντας από το σημείο Κ, είναι $I=4kgm^2$. Να υπολογιστεί η ροπή αδράνειας του στερεού S_1 που θα προκύψει αν αφαιρεθεί η μάζα m_2, ως προς τον ίδιο άξονα y.



Άσκηση 4η:

Ένας ομογενής δίσκος Α ακτίνας R=1m και μάζας Μ=8kg μπορεί να στρέφεται ως προς κατακόρυφο άξονα

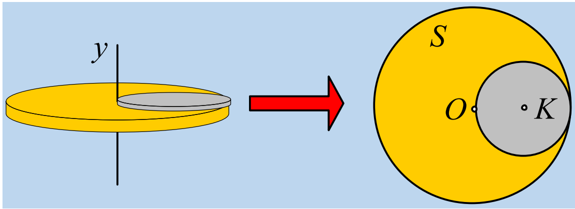


z που διέρχεται από το κέντρο του Ο, όπως στο σχήμα.

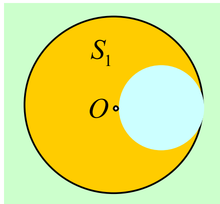
i) Να υπολογιστεί η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον παραπάνω άξονα.

ii) Ένας δεύτερος δίσκος Β του ίδιου πάχους και από το ίδιο υλικό, έχει ακτίνα r=0,5m. Να υπολογιστεί η ροπή αδράνειας του δίσκου Β ως προς κάθετο άξονα y΄ που περνά από το κέντρο του Κ.

iii) Τοποθετούμε το δίσκο Β πάνω στον Α, όπως στο σχήμα και συγκολλώντας τον, δημιουργούμε το στερεό S. Να υπολογιστεί η ροπή αδράνειας του στερεού S, ως προς τον άξονα y.



iv) Από τον αρχικό δίσκο Α, αφαιρούμε ένα τμήμα του, κυκλικού σχήματος, ακτίνας r=0,5m, οπότε απομένει το υπόλοιπο τμήμα του, όπως στο σχήμα, ας το ονομάσουμε S_1. Να υπολογιστεί η ροπή αδράνειας του στερεού S_1 ως προς τον άξονα y.



Δίνεται η ροπή αδράνειας ενός δίσκου, ως προς κάθετο άξονα που περνάει από το κέντρο του $I = \frac{1}{2} mR^2$.

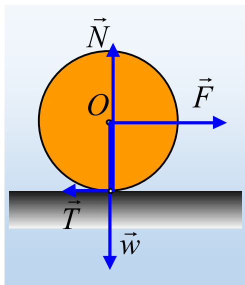
233) Παίζοντας με το 2ο νόμο για την περιστροφική κίνηση.

Αποκλειστικά μόνο για Καθηγητές.

Κάθε χρόνο επανέρχεται στο προσκήνιο το θέμα εφαρμογής του 2ου νόμου για την στροφική κίνηση και η αποφυγή χρήσης του, σε περίπτωση λανθασμένης εφαρμογής.

Ας διερευνήσουμε τα όρια λοιπόν εφαρμογής του, μέσα από κάποια παραδείγματα εφαρμόζοντάς τον σε ένα πρόβλημα, ως προς διαφορετικά σημεία.

Το πρόβλημα:

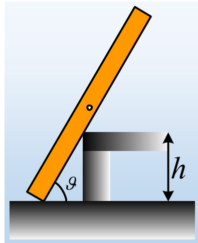


Ένας κύλινδρος ακτίνας R=20cm και μάζας 2kg, κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση στον άξονά του οριζόντιας δύναμης F=16N, ενώ η ασκούμενη τριβή ολίσθησης έχει μέτρο T= ¼ F= 4N. Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου δίνεται από την εξίσωση I= ½ mR^2. Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση του τροχού.

234) Λέτε να μπορεί να ισορροπεί;

Μια ομογενής ράβδος μήκους 2m και βάρους 150N τοποθετείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο σε επαφή με σκαλοπάτι ύψους h, όπως στο σχήμα, όπου η γωνία που σχηματίζει η ράβδος με το οριζόντιο επίπεδο έχει ημθ=0,6 και συνθ=0,8.

i) Αν το ύψος του σκαλοπατιού είναι μικρότερο από 0,6m, μπορεί να ισορροπήσει η ράβδος;



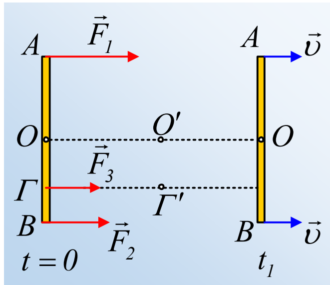
ii) Αν δεν αναπτύσσεται τριβή στο σημείο επαφής της ράβδου με το σκαλοπάτι, τότε μπορεί να ισορροπήσει η ράβδος, ανεξάρτητα του ύψους του σκαλοπατιού;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

iii) Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκείται στη ράβδο από το σκαλοπάτι, αν η ράβδος ισορροπεί, ενώ h=0,9m.

iv) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ ράβδου και σκαλοπατιού για την παραπάνω ισορροπία;

235) Επιταχυνόμενη ράβδος και ροπές.



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια ράβδος μήκους 2m και μάζας 10kg. Τη στιγμή t=0, ασκούνται στη ράβδο τρεις σταθερές οριζόντιες δυνάμεις, κάθετες στη ράβδο, όπως στο σχήμα, όπου F_1=9N και F_2=6N. Τη στιγμή t_1=2s, τα άκρα της ράβδου έχουν ταχύτητες $\upsilon_A=\upsilon_B=\upsilon$=4m/s.

i) Να υπολογιστεί το μέτρο της τρίτης δύναμης F_3.

ii) Να βρεθεί η απόσταση ΟΓ, του σημείου εφαρμογής της δύναμης F_3 από το μέσον Ο της ράβδου.

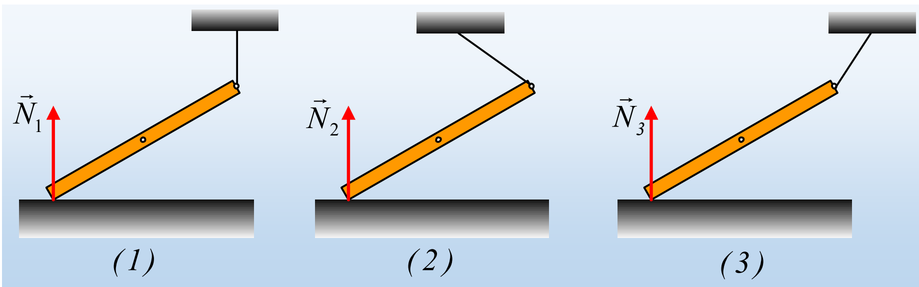
iii) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, ως προς κατακόρυφο άξονα ο οποίος περνά:

α) από το σημείο Ο΄

β) από το σημείο Γ΄.

του σχήματος.

236) Μια ράβδος, τρεις ισορροπίες.



Μια ράβδος ισορροπεί σχηματίζοντας την ίδια γωνία με το έδαφος σε τρεις εκδοχές, όπως στο παραπάνω σχήμα, (στο σχήμα (1) το νήμα είναι κατακόρυφο).

i) Λεία επίπεδα **μπορεί** να είναι:

α) Το (1) και το (2), β) Το (1) και το (3), γ) Και τα τρία επίπεδα.

δ) Μόνο το (1), ε) Μόνο το (2), στ) Μόνο το (3).

ii) Για τις κάθετες αντιδράσεις των τριών επιπέδων ισχύει:

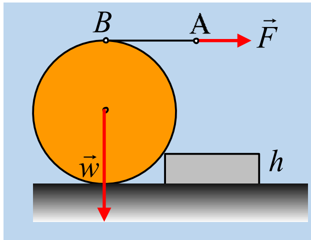
α) $N_1= N_2= N_3$.

β) $N_1 > N_2 > N_3$.

γ) $N_2 < N_1 < N_3$.

δ) $N_3 < N_1 < N_2$.

237) Για να μην περιστραφεί ο κύλινδρος.



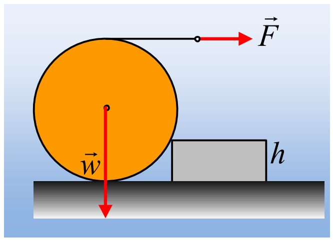
Γύρω από έναν κύλινδρο βάρους w=100N και ακτίνας R, ο οποίος ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, σε επαφή με σκαλοπάτι ύψους h=0,4R, έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Ασκούμε στο άκρο Α του οριζόντιου νήματος, οριζόντια δύναμη F, μέτρου 40N, όπως στο σχήμα. Ο κύλινδρος ισορροπεί

i) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο και να αποδείξετε ότι η δύναμη που δέχεται από το σκαλοπάτι διέρχεται από το σημείο Β, που το νήμα συναντά τον κύλινδρο.

ii) Να υπολογίστε το μέτρο της κάθετης αντίδρασης του οριζοντίου επιπέδου.

iii) Να βρεθεί ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και σκαλοπατιού, για την παραπάνω ισορροπία.

238) Τι θα κάνει ο κύλινδρος;



Γύρω από έναν κύλινδρο βάρους w και ακτίνας R, ο οποίος ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, σε επαφή με σκαλοπάτι ύψους $h=\frac{R}{2}$, έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Ασκούμε στο άκρο του οριζόντιου νήματος, οριζόντια δύναμη F, μέτρου $\frac{w}{2}$, όπως στο σχήμα. Αν δεν αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής στις επιφάνειες επαφής του κυλίνδρου με το οριζόντιο επίπεδο και το σκαλοπάτι:

i) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο.

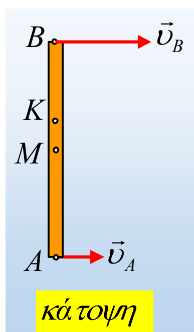
ii) Ο κύλινδρος:

α) Ισορροπεί,

β) Περιστρέφεται χωρίς να υπερπηδά το σκαλοπάτι.

γ) Περιστρέφεται ενώ ταυτόχρονα υπερπηδά το σκαλοπάτι.

239) Η γωνιακή ταχύτητα και ο άξονας περιστροφής.



Μια δοκός μήκους 2m, κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή βρίσκεται στη θέση του διπλανού σχήματος (κάτοψη). Στη θέση αυτή οι ταχύτητες των δύο άκρων Α και Β της δοκού, είναι κάθετες στη δοκό με μέτρα υ_A=0,8m/s, υ_B=1,8m/s.

i) Η κίνηση της δοκού είναι:

α) Μεταφορική,

β) στροφική,

γ) σύνθετη.

ii) Αν η δοκός είναι ομογενής, τότε η γωνιακή ταχύτητα της δοκού έχει μέτρο:

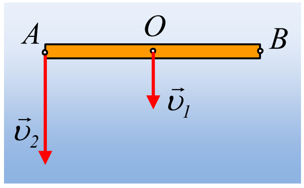
α) ω=0,3rad/s, β) ω=0,5rad/s, γ) ω=0,7rad/s.

iii) Αν το κέντρο μάζας της δοκού είναι το σημείο Κ, όπου (ΚΜ)=0,2m, τότε αποδεχόμενοι ότι η δοκός περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το Κ, η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της έχει μέτρο:

α) ω=0,3rad/s, β) ω=0,5rad/s, γ) ω=0,7rad/s.

240) Μια ράβδος πέφτει κατακόρυφα.

Μια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους l=2m πέφτει κατακόρυφα με την επίδραση μόνο του βάρους. Σε μια στιγμή, η ράβδος είναι οριζόντια και το μέσον της Ο έχει κατακόρυφη ταχύτητα υ_1=4m/s, ενώ το άκρο της Α, επίσης κατακόρυφη ταχύτητα υ_2=8m/s, όπως στο διπλανό σχήμα.



i) Η κίνηση της ράβδου είναι:

α) μεταφορική,

β) στροφική,

γ) σύνθετη.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

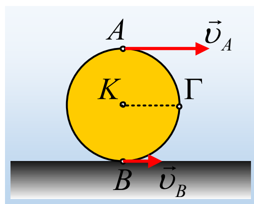
ii) Να βρεθεί η ταχύτητα του άκρου Β στην θέση αυτή.

iii) Να βρεθεί η επιτάχυνση του άκρου Α, λαμβάνοντας υπόψη σας, ότι η δοκός δεν έχει γωνιακή επιτάχυνση.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s^2.

241) Η σύνθετη κίνηση ενός τροχού.

Σε ένα οριζόντιο επίπεδο κινείται ο τροχός του σχήματος ακτίνας R=0,5m. Αν το ανώτερο (Α) και το κατώτερο σημείο του τροχού (Β), έχουν ταχύτητες μέτρων υ_A=3m/s και υ_B=1m/s αντίστοιχα, να υπολογιστούν:



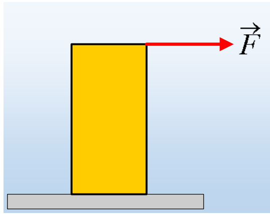
i) Η ταχύτητα του κέντρου Κ του τροχού.

ii) Η ταχύτητα του σημείου Γ, στο άκρο μιας οριζόντιας ακτίνας του.

iii) Η κεντρομόλος επιτάχυνση των σημείων Γ και Α, η οφειλόμενη στην περιστροφική κίνηση του τροχού γύρω από τον άξονά του.

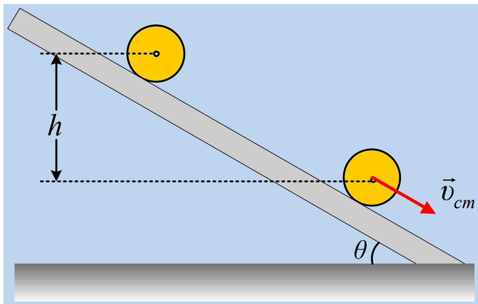
Ασκήσεις 2013-14

242) Η μέγιστη επιτάχυνση σε μεταφορική κίνηση.



Ένας κύλινδρος μάζας 10kg, ακτίνας x και ύψους 4x, ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,2. Ποια είναι η μέγιστη δυνατή επιτάχυνση που μπορεί να αποκτήσει ο κύλινδρος με την εξάσκηση μιας οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο άκρο μιας ακτίνας στην πάνω έδρα του, όπως στο σχήμα , χωρίς να ανατρέπεται; Δίνεται $g=10m/s^2$.

243) Δίνοντας τρεις απαντήσεις, σε γνωστή ερώτηση…..



Ένας τροχός αφήνεται σε ένα κεκλιμένο επίπεδο, οπότε κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει) και μετά από λίγο έχει κατέλθει κατά h, έχοντας ταχύτητα κέντρου μάζας υ_{cm} .

i) Η επιτάχυνση του κέντρου Ο του τροχού έχει μέτρο:

α) $\alpha_{cm} < g\cdot\eta\mu\theta$, β) $\alpha_{cm} = g\cdot\eta\mu\theta$, γ) $\alpha_{cm} > g\cdot\eta\mu\theta$

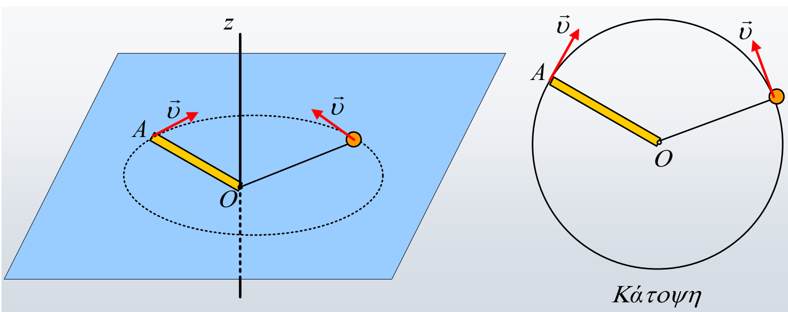
ii) Η ταχύτητα υ_{cm} έχει μέτρο:

α) $\upsilon_{cm} < \sqrt{2gh}$, β) $\upsilon_{cm} = \sqrt{2gh}$, γ) $\upsilon_{cm} > \sqrt{2gh}$.

Να δικαιολογείστε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του τροχού γύρω από τον άξονα περιστροφής του $I = \frac{1}{2} MR^2$.

244) Στροφορμή ράβδου και σφαίρας.



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο και γύρω από έναν σταθερό κατακόρυφο άξονα z, στρέφεται μια ομογενής ράβδος ΟΑ μήκους ℓ και μάζας Μ και μια σφαίρα ίσης μάζας, η οποία θεωρείται υλικό σημείο, δεμένη στο άκρο νήματος μήκους επίσης ℓ, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο στον άξονα, όπως στο σχήμα.

Η ταχύτητα υ του άκρου Α έχει το ίδιο μέτρο με την ταχύτητα της σφαίρας.

i) Μεγαλύτερη κατά μέτρο στροφορμή κατά (ως προς) τον άξονα z, έχει:

α) Η ράβδος, β) η σφαίρα, γ) έχουν στροφορμές ίσου μέτρου.

ii) Η συνολική στροφορμή κατά (ως προς) τον άξονα z:

α) Είναι οριζόντια με κατεύθυνση προς το άκρο Α

β) Είναι οριζόντια με κατεύθυνση προς τη σφαίρα.

γ) Είναι κατακόρυφη με κατεύθυνση προς τα πάνω.

δ) Είναι κατακόρυφη με κατεύθυνση προς τα κάτω.

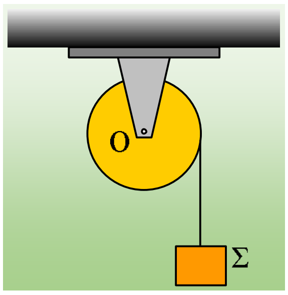
iii) Αν Κ η αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας, και μετά την κρούση, η σφαίρα προσκολλάται στο άκρο Α της ράβδου, τότε η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση είναι:

α) $\Delta E < K$, β) $\Delta E = K$, γ) $\Delta E > K$

Να δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το άκρο της Ο, $I = 1/3\, M\ell^2$.

245) Ένα Β΄ θέμα με τροχαλία.



Στο διπλανό σχήμα αφήνουμε το σώμα Σ μάζας m να κινηθεί, δεμένο στο άκρο ενός μη εκτατού νήματος, το οποίο είναι τυλιγμένο σε τροχαλία μάζας M=2m. Η τροχαλία μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο της Ο.

i) Η δύναμη που ασκεί ο άξονας στην τροχαλία έχει μέτρο:

α) $F = 0,75\, Mg$, β) $F = Mg$, γ) $F = 1,25Mg$, δ) $F = 1,5\, Mg$.

ii) Αν x ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας και y ο αντίστοιχος ρυθμός του συστήματος τροχαλία-σώμα Σ, ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας, θα ισχύει:

α) $y=x$, β) $y=1,5x$, γ) $y=2x$, δ) $y=2,5x$.

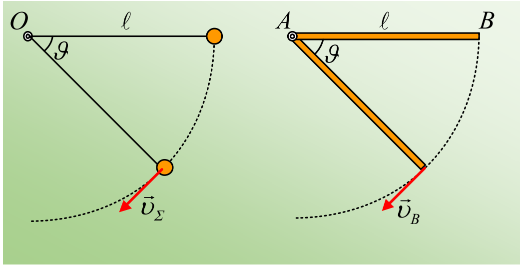
iii) Τη στιγμή που το σώμα Σ έχει κατέλθει κατά h, έχει κινητική ενέργεια:

α) $K = \frac{1}{3}mgh$, β) $K = \frac{1}{2}mgh$, γ) $K = \frac{2}{3}mgh$, δ) $K = mgh$.

Για την τροχαλία ως προς τον άξονα περιστροφής της $I = \frac{1}{2} MR^2$.

246) Μια σανίδα και ένα υλικό σημείο στο άκρο νήματος.

Ένα υλικό σημείο Σ μάζας m είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους ℓ, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σημείο Ο. Μια ομογενής λεπτή ράβδος Ρ της ίδιας μάζας και μήκους επίσης ℓ, μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος διέρχεται από το άκρο του Α. Αφήνουμε ταυτόχρονα τα δυο σώματα να κινηθούν σε κατακόρυφο επίπεδο, από την οριζόντια θέση, όπως στο σχήμα.



i) Πιο σύντομα θα φτάσει σε κατακόρυφη θέση:

α) Το σώμα Σ, β) η ράβδος Ρ, γ) θα φτάσουν ταυτόχρονα.

ii) Μεγαλύτερη κινητική ενέργεια θα αποκτήσει:

α) Το σώμα Σ, β) η ράβδος Ρ, γ) θα αποκτήσουν ίσες κινητικές ενέργειες.

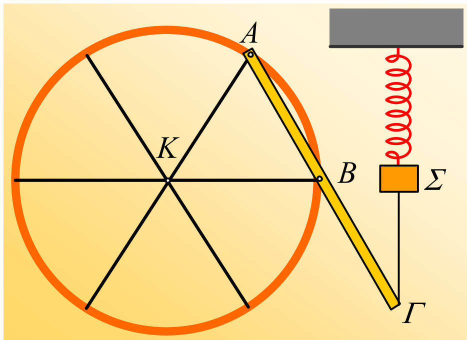
iii) Μεγαλύτερη ταχύτητα θα αποκτήσει:

α) Το σώμα Σ, β) το άκρο Β της ράβδου, γ) θα αποκτήσουν ίσες ταχύτητες.

iv) Τη στιγμή που το νήμα και η ράβδος σχηματίζουν ίσες γωνίες με την οριζόντια διεύθυνση, τα δυο σώματα έχουν ίσους ρυθμούς μεταβολής της στροφορμής κατά (ως προς) τον άξονα περιστροφής τους. Συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το άκρο της Α $I = 1/3\ m\ell^2$.

247) Ένα στερεό και μια ΑΑΤ.



Ο τροχός του σχήματος ακτίνας R=1,4m και μάζας M=6kg μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο του Κ. Καρφώνουμε πάνω του μια ομογενή ράβδο ΑΓ, μήκους 2R και μάζας m_1 =M, στο άκρο της Α και στο μέσον της Β, δημιουργώντας το στερεό S. Το άκρο Γ της ράβδου έχει δεθεί με αβαρές κατακόρυφο νήμα, με σώμα Σ μάζας m, το οποίο ισορροπεί στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m, το οποίο έχει επιμηκυνθεί κατά $\Delta\ell$ =0,5m. Το σύστημα ισορροπεί ενώ το μέσον Β της ράβδου βρίσκεται στο άκρο μιας οριζόντιας ακτίνας του τροχού.

i) Να υπολογιστεί η μάζα m_2 του σώματος Σ.

Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει τη ράβδο με το σώμα Σ. Να βρεθούν:

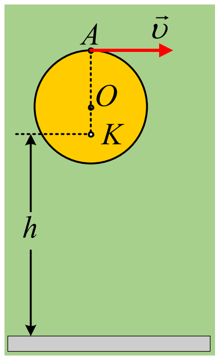
ii) Η μέγιστη επιτάχυνση του σώματος Σ και του άκρου Γ (επιτρόχια επιτάχυνση) της ράβδου.

iii) Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος Σ και του άκρου Γ της ράβδου.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I = \frac{1}{12}M\ell^2$ ενώ $g=10m/s^2$. Η μάζα του τροχού να θεωρηθεί συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του, αφού οι ακτίνες του θεωρούνται αμελητέας μάζας.

248) Ο δίσκος και η ταχύτητα ενός σημείου.

Ένας ομογενής δίσκος μάζας Μ και ακτίνας R μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από ένα σημείου του Κ, το οποίο απέχει από το κέντρο του Ο απόσταση (ΚΟ)= ½ R. Ένα σημείο Α στην περιφέρεια του δίσκου έχει ταχύτητα υ, τη στιγμή που η ακτίνα



ΑΟ είναι κατακόρυφη, όπως στο σχήμα. Αν η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς κάθετο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο μάζας του Ο, δίνεται από την εξίσωση $I=\frac{1}{2}MR^2$, να υπολογιστούν συναρτήσει των M, R, g και υ:

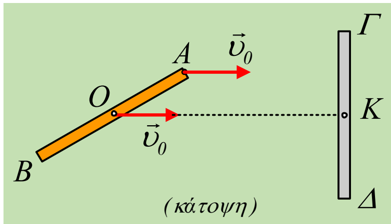
i) Η κινητική ενέργεια του δίσκου στην παραπάνω θέση.

ii) Η μέγιστη ταχύτητα του σημείου Α στη διάρκεια της περιστροφής του δίσκου.

iii) Αν τη στιγμή που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα, ο άξονας περιστροφής σπάσει και ο δίσκος φτάνει στο έδαφος με πρώτο σημείο επαφής το σημείο Α, να βρεθεί το ελάχιστο ύψος h από το έδαφος, που βρισκόταν ο άξονας περιστροφής.

iv) Η τελική κινητική ενέργεια του δίσκου, στην παραπάνω περίπτωση.

249) Δυο ράβδοι συγκρούονται ελαστικά.



Πάνω σε μια παγωμένη λίμνη ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_O=\upsilon_A=\upsilon_0=3{,}5m/s$ μια οριζόντια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους $\ell=1m$, όπου Ο το μέσον της. Μια δεύτερη όμοια ράβδος ΓΔ ηρεμεί όπως στο σχήμα, όπου η διεύθυνση της ταχύτητας του σημείου Ο, είναι κάθετη στην ΓΔ, στο μέσον της Κ. Οι δυο ράβδοι συγκρούονται ελαστικά.

i) Να βρεθεί η ταχύτητα του άκρου Β της πρώτης ράβδου, πριν την κρούση.

ii) Να εξηγείστε γιατί μετά την κρούση καμιά ράβδος δεν θα εκτελέσει μεταφορική κίνηση.

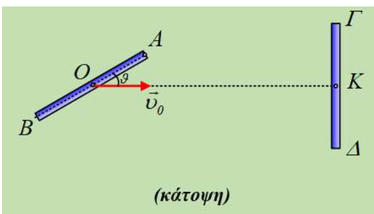
iii) Ποια ράβδος θα αποκτήσει μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα; Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

iv) Αν το μέσον Κ της ράβδου ΓΔ αποκτήσει, αμέσως μετά την κρούση, ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2=2m/s$, να υπολογίστε την τελική ταχύτητα του μέσου Ο και τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου ΑΒ.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I=\frac{1}{12}m\ell^2$.

250) Δυο ράβδοι συγκρούονται ελαστικά. Για καθηγητές μόνο!

Πάνω σε μια παγωμένη λίμνη ολισθαίνει εκτελώντας μόνο μεταφορική κίνηση, μια οριζόντια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους $\ell=1m$ και μάζας m, με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_0=3{,}5m/s$, η οποία σχηματίζει γωνία $\theta=30°$ με τη ράβδο. Μια δεύτερη όμοια ράβδος ΓΔ ηρεμεί όπως στο σχήμα, όπου η διεύθυνση της ταχύτητας του μέσου Ο της ΑΒ, είναι κάθετη στην ΓΔ, στο μέσον της Κ .

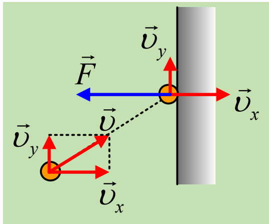


Να βρεθούν η ταχύτητα και η γωνιακή ταχύτητα κάθε ράβδου, μετά την ελαστική μεταξύ τους κρούση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I=\frac{1}{12}m\ell^2$.

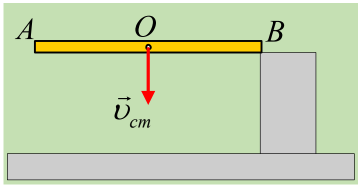
251) Και τα στερεά συγκρούονται……

Εξετάζοντας την ελαστική κρούση υλικών σημείων, ουσιαστικά εξετάζουμε την κρούση μεταξύ δύο στερεών σωμάτων, δύο μικρών σφαιρών, τα οποία εκτελούν μόνο μεταφορική κίνηση. Τι συμβαίνει όμως στην περίπτωση που τα σώματα μπορούν και να περιστρέφονται; Στην περίπτωση αυτή, θα πρέπει να ληφθούν υπόψη οι διαστάσεις των σωμάτων, αλλά και ο συγκεκριμένος τρόπος κρούσης ή για να το πούμε διαφορετικά η Γεωμετρία τη στιγμή τα κρούσης.



Πριν όμως εξετάσουμε μερικές ενδιαφέρουσες περιπτώσεις, αξίζει να τονιστεί ότι όταν μιλάμε για ελαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων, ουσιαστικά δεχόμαστε ότι δεν αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής στη διάρκεια της κρούσης. Έτσι για παράδειγμα, στην περίπτωση που εξετάζει το σχολικό μας βιβλίο, που μια μικρή σφαίρα συγκρούεται με τοίχο, όπως στο σχήμα, η δύναμη που δέχεται από τον τοίχο, είναι κάθετη σε αυτόν, μεταβάλλοντας την συνιστώσα υ_x της ταχύτητας, αφήνοντας όμως ανεπηρέαστη την συνιστώσα υ_y, την παράλληλη στην επιφάνεια επαφής….

252) Μια ράβδος συγκρούεται με ένα σκαλοπάτι.



Μια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους ℓ και μάζας Μ πέφτει ελεύθερα και σε μια στιγμή το άκρο της Β κτυπά στην πάνω πλευρά ενός λείου σκαλοπατιού. Ελάχιστα πριν την κρούση, το κέντρο μάζας Ο της ράβδου έχει κατακόρυφη ταχύτητα υ_{cm}=2m/s, ενώ το άκρο Α έχει μηδενική ταχύτητα.

i) Ποια η ταχύτητα του άκρου Β της ράβδου ελάχιστα πριν την κρούση;

ii) Κατά τη διάρκεια της κρούσης της ράβδου με το σκαλοπάτι:

α) Η δύναμη που ασκήθηκε στη ράβδο από το σκαλοπάτι, είναι κατακόρυφη.

β) Η ορμή της ράβδου παραμένει σταθερή.

γ) Η στροφορμή της ράβδου παραμένει σταθερή.

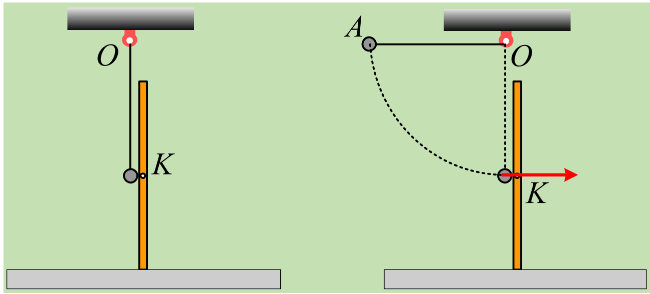
δ) Η στροφορμή της ράβδου παραμένει σταθερή ως προς κατάλληλα επιλεγμένο σημείο.

iii) Αν το άκρο Β, αμέσως μετά την κρούση, έχει κατακόρυφη ταχύτητα με φορά προς τα πάνω μέτρου 1m/s, ενώ το άκρο Α κατακόρυφη ταχύτητα με φορά προς τα κάτω μέτρου 3m/s, να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική ή όχι.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I=\frac{1}{12}M\ell^2$.

253) Η ελαστική κρούση μιας σφαίρας με ράβδο.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί, σε όρθια θέση, μια ομογενής ράβδος, ενώ μια σφαίρα, μάζας Μ, βρίσκεται σε επαφή μαζί της, ενώ κρέμεται στο άκρο νήματος από σταθερό σημείο Ο. Εκτρέπουμε τη σφαίρα φέρνοντάς την στη θέση Α με το νήμα οριζόντιο, όπως στο σχήμα και την αφήνουμε να κινηθεί. Μετά την ελαστική της κρούση με τη ράβδο, στο μέσον της Κ, η σφαίρα μένει ακίνητη.



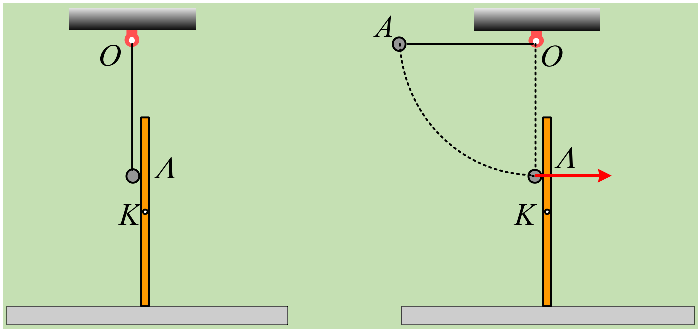
i) Για την μάζα m της ράβδου ισχύει:

α) m < M, β) m=M, γ) m > M.

ii) Να εξετάσετε αν η στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή, ως προς:

α) Το σημείο Ο, β) Το σημείο Κ.

iii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά προηγουμένως έχουμε ανεβάσει λίγο το σημείο Ο, με αποτέλεσμα τώρα η σφαίρα να κτυπήσει τη σανίδα στο σημείο Λ, όπως στο σχήμα.

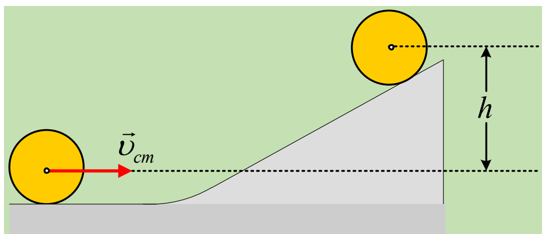


Η ταχύτητα της σφαίρας μετά την ελαστική κρούση της με τη σανίδα:

α) θα είναι μηδενική, β) θα είναι διάφορη του μηδενός.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

254) Η άνοδος μιας σφαίρας.



Μια σφαίρα μάζας 1kg κυλίεται σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα κέντρου μάζας $υ_{cm}$=4m/s και στην πορεία της συναντά ένα κεκλιμένο επίπεδο, κλίσεως θ=30°, κατά μήκος του οποίου συνεχίζει την κίνησή της. Η κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου έχει εξομαλυνθεί ώστε να μην διαταραχθεί το ομαλό πέρασμά της από το ένα επίπεδο στο άλλο. Αν η προς τα πάνω κίνηση της σφαίρας σταματήσει όταν το κέντρο της Ο ανέβει κατά h=1m, τότε:

i) Να αποδείξετε ότι κατά την άνοδό της στο κεκλιμένο επίπεδο, η σφαίρα δέχεται δύναμη τριβής από το επίπεδο.

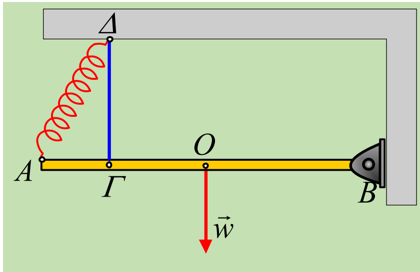
ii) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια της σφαίρας τη στιγμή που σταματά η άνοδός της στο κεκλιμένο επίπεδο.

iii) Να υπολογιστεί το έργο της ασκούμενης τριβής κατά την άνοδο της σφαίρας.

Για την σφαίρα ως προς μια διάμετρό της $I=\frac{2}{5}mR^2$ και g=10m/s^2.

255) Μια ράβδος στρέφεται επιμηκύνοντας το ελατήριο.

Μια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους $\ell=1$m και μάζας Μ= 15kg, μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από άρθρωση στο άκρο της Β και ισορροπεί σε οριζόντια θέση δεμένη στο άκρο κατακόρυφου νήματος σε σημείο της Γ, όπου (ΑΓ)=0,2m. Παίρνουμε ένα ιδανικό ελατήριο με σταθερά k=225N/m και φυσικό μήκος ℓ_o=(4/15)m και τεντώνοντάς το, συνδέουμε τα άκρα του στο άκρο Α της ράβδου και στο σημείο πρόσδεσης του νήματος Δ, οπότε ο άξονας του ελατηρίου σχηματίζει με τη ράβδο γωνία φ, όπου ημφ=0,8 (συνφ=0,6).



i) Να βρεθεί η τάση του νήματος.

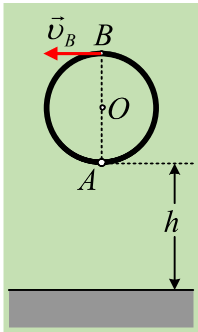
ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Να υπολογισθεί η αρχική επιτάχυνση του άκρου Α της ράβδου.

iii) Να βρεθεί ως προς το άκρο Β της ράβδου, η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, τη στιγμή που το ελατήριο θα γίνει κατακόρυφο, αν δεν αναπτύσσονται τριβές στην άρθρωση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς την άρθρωση I_B= 1/3 $M\ell^2$ και g=10m/s^2.

256) Μια στρεφόμενη στεφάνη.

Μια στεφάνη μάζας Μ=0,8kg και ακτίνας R=0,5m στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος περνά από το άκρο Α μιας διαμέτρου της ΑΒ και ο οποίος βρίσκεται σε ύψος h=1,35 από το έδαφος, χωρίς τριβές. Σε μια στιγμή η διάμετρος ΑΒ είναι κατακόρυφη και το άκρο Β έχει ταχύτητα $υ_B$=4m/s.



i) Να βρεθεί η κατεύθυνση της δύναμης, που ασκεί ο άξονας στη στεφάνη στη θέση αυτή και στη συνέχεια να υπολογιστεί το μέτρο της.

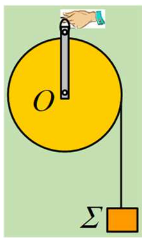
ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σημείου Β, στη θέση που η διάμετρος ΑΒ γίνεται οριζόντια για πρώτη φορά.

iii) Στην παραπάνω θέση, η στεφάνη απελευθερώνεται από τον άξονα και πέφτει στο έδαφος. Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου Ο της στεφάνης τη στιγμή της πρόσκρουσης.

Δίνεται g=10m/s^2.

257) Μια κινούμενη τροχαλία.

Γύρω από μια τροχαλία μάζας Μ=0,8kg έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου έχουμε δέσει ένα σώμα Σ μάζας m=0,1kg. Συγκρατούμε τα δυο σώματα με τα χέρια μας, ώστε το νήμα να είναι τεντωμένο (χωρίς να ασκεί δυνάμεις στα σώματα) και σε μια στιγμή t_0=0, αφήνουμε το σώμα Σ να κινηθεί, ενώ συγκρατούμε σταθερή την τροχαλία. Τη στιγμή t_1=1s αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή F_2=11N, μέχρι τη στιγμή t_2 που η τροχαλία αποκτά ταχύτητα $υ_2$=1m/s.



i) Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης την οποία ασκούσαμε στην τροχαλία από 0-t_1.

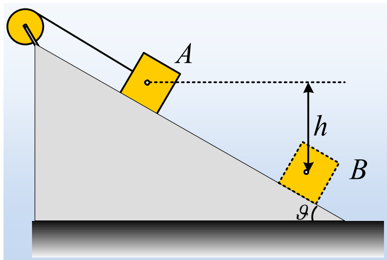
ii) Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_2.

iii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο από 0-t_2.

iv) Ποιες ενεργειακές μεταβολές εμφανίζονται στο χρονικό διάστημα $\Delta t=t_2-t_1$; Πώς συνδέονται οι μεταβολές αυτές με τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται στα σώματα;

Για την τροχαλία ως προς τον άξονα περιστροφής της $I=\frac{1}{2} MR^2$, ενώ $g=10m/s^2$.

258) Οι ενέργειες σε ένα σύστημα και σε έναν «τροχό».



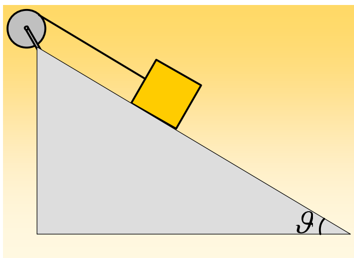
Στην κορυφή ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου έχει στερεωθεί μια τροχαλία μάζας m=3kg και ακτίνας R=0,2m, στο αυλάκι της οποίας έχουμε τυλίξει ένα αβαρές μη ελαστικό νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου δένουμε έναν κύβο μάζας M=m. Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο τον κύβο να γλιστρήσει από ένα σημείο Α. Το νήμα είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο, ενώ δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονά της $I=\frac{1}{2} mR^2$ και $g=10m/s^2$.

i) Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του κύβου και της τροχαλίας, τη στιγμή που ο κύβος περνά από σημείο Β, τέτοιο ώστε το κέντρο μάζας του να απέχει κατακόρυφα κατά h=2m από τη θέση Α.

ii) Επαναλάβουμε το πείραμα, αντικαθιστώντας τον κύβο με κύλινδρο ίσης μάζας, όπου το νήμα, με κατάλληλο μηχανισμό, συνδέεται στον άξονά του. Να εξετάσετε αν υπάρξει κάποια αλλαγή, στην κίνηση των σωμάτων.

ii) Σε ένα άλλο κεκλιμένο επίπεδο ίδιας κλίσης, αφήνουμε ελεύθερη την παραπάνω τροχαλία (μόνο το δίσκο), η οποία κυλίεται και μετά από λίγο περνά από ένα σημείο Β, τέτοιο ώστε το κέντρο μάζας της να βρίσκεται 2m χαμηλότερα από την αρχική θέση που ξεκίνησε. Να βρεθεί η κινητική της ενέργεια στη θέση Β. Ποιο μέρος της ενέργειας αυτής αντιστοιχεί στην μεταφορική και ποιο στην περιστροφική της κίνηση;

259) Ολίσθηση κύβου και περιστροφή τροχαλίας.



Στην κορυφή ενός κεκλιμένου επιπέδου έχει στερεωθεί μια τροχαλία μάζας m=2kg και ακτίνας R=0,2m, στο αυλάκι της οποίας έχουμε τυλίξει ένα αβαρές μη ελαστικό νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου δένουμε έναν κύβο μάζας M=4kg, ο οποίος παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστή τριβής μ=0,25. Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο τον κύβο να γλιστρήσει. Αν το νήμα είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο, η κλίση του οποίου είναι θ, όπου ημθ=0,6 και $g=10m/s^2$, να βρεθούν:

i) Η επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί ο κύβος.

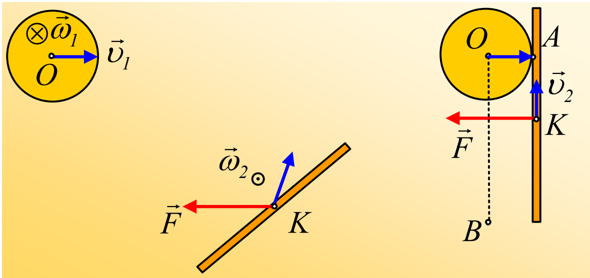
ii) Η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας, τη στιγμή που θα έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους 1,25m.

iii) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας κύβου και τροχαλίας την παραπάνω χρονική στιγμή.

iv) Το ποσοστό της αρχικής δυναμικής ενέργειας του κύβου, που μεταφέρεται στην τροχαλία μέχρι τη στιγμή που ο κύβος φτάνει στο έδαφος.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονά της $I= ½ mR^2$.

260) Η στροφορμή σε ένα σύστημα σωμάτων.



Κάτοψη.

Σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο κινούνται, αφενός ένας δίσκος μάζας M=10kg και ακτίνας R=0,4m ο οποίος έχει ταχύτητα υ_1=1m/s και γωνιακή ταχύτητα ω_1=1rad/s, κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω, αφετέρου μια ομογενής ράβδος μήκους ℓ=2m μάζας m=3kg, η οποία δέχεται μια σταθερή οριζόντια δύναμη F=10N στη διεύθυνση της ταχύτητας του δίσκου. Σε μια στιγμή τα σώματα συγκρούονται ελαστικά. Τη στιγμή της κρούσης (δεύτερο σχήμα) η ράβδος έχει ταχύτητα κέντρου μάζας $\upsilon_{cm}=\upsilon_2$=1m/s κάθετη στην ταχύτητα υ_1 και γωνιακή ταχύτητα ω_2=2rad/s, κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω, ενώ και το σημείο σύγκρουσης Α απέχει 0,5m από το μέσον Κ της ράβδου.

Α) Ποια η συνολική στροφορμή του συστήματος ελάχιστα πριν την κρούση;

Β) Για τη στιγμή ελάχιστα πριν την κρούση και για το σύστημα των δύο σωμάτων να βρεθούν:

i) Η συνολική στροφορμή ως προς το κέντρο Ο του δίσκου.

ii) Η συνολική στροφορμή ως προς το μέσον Κ της ράβδου.

iii) Η συνολική στροφορμή ως προς το σημείο κρούσης Α.

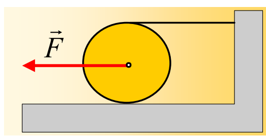
iv) Η συνολική στροφορμή ως προς το σημείο Β το οποίο απέχει κατά 1,5m από το κέντρο του δίσκου και κατά 0,4m από τη ράβδο.

v) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος ως προς το σημείο Β.

Γ) Αν στη διάρκεια της κρούσης δεν αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων ενώ η ώθηση της δύναμης F θεωρηθεί αμελητέα, να υπολογιστούν οι ταχύτητες των κέντρων μάζας και οι γωνιακές ταχύτητες των δύο στερεών, αμέσως μετά την κρούση.

Δίνονται οι ροπές αδράνειας ως προς κατακόρυφους άξονας που περνάνε από το κέντρο μάζας κάθε στερεού $I_1=\frac{1}{2}MR^2$ και $I_2=\frac{1}{12}M\ell^2$.

261) Και αν ο τροχός ολισθαίνει….



Ο τροχός του σχήματος, μάζας 20kg και ακτίνας R=0,4m, ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο εμφανίζει τριβή, με συντελεστές τριβής $\mu_s=\mu$=0,1. Γύρω του έχουμε τυλίξει ένα αβαρές με μη εκτατό νήμα, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε κατακόρυφο τοίχο σε τέτοια θέση, ώστε το νήμα να είναι οριζόντιο.

Σε μια στιγμή $t_0=0$, ασκούμε στο κέντρο του τροχού μια οριζόντια δύναμη **F**, το μέτρο της οποίας αυξάνεται σε συνάρτηση με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση F=20+2t (μονάδες στο S.I.), όπως στο σχήμα.

i) Να βρεθεί ποια χρονική στιγμή ο τροχός θα κινηθεί.

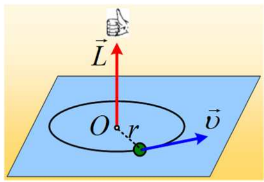
ii) Να γίνει η γραφική παράσταση της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή t_2 που η ταχύτητα του κέντρου μάζας πάρει τιμή $υ_{cm}=10/3$ m/s.

iii) Για τη στιγμή t_2 να βρεθεί η ισχύς κάθε δύναμης που ασκείται στον τροχό, καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής του ενέργειας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του που περνά από το O $I_{cm}=½MR^2$ και $g=10m/s^2$.

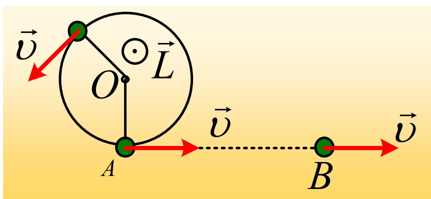
262) Στροφορμή. Μερικές όψεις…

Ένα φυλλάδιο θεωρίας και μερικών εφαρμογών.



Με βάση το σχολικό μας βιβλίο, ορίζουμε τη στροφορμή ενός υλικού σημείου το οποίο εκτελεί κυκλική κίνηση κέντρου O, το διάνυσμα $\vec{L}$ το οποίο είναι κάθετο στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς, στο κέντρο O και έχει μέτρο L=mυr, ενώ η φορά της προσδιορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Αλλά η παραπάνω τοποθέτηση, αφήνει στο μυαλό του μαθητή την αντίληψη ότι για έχει ένα υλικό σημείο στροφορμή, θα πρέπει να εκτελεί κυκλική κίνηση, πράγμα που προφανώς δεν είναι σωστό. Αρκεί να δούμε την περίπτωση του παρακάτω σχήματος:

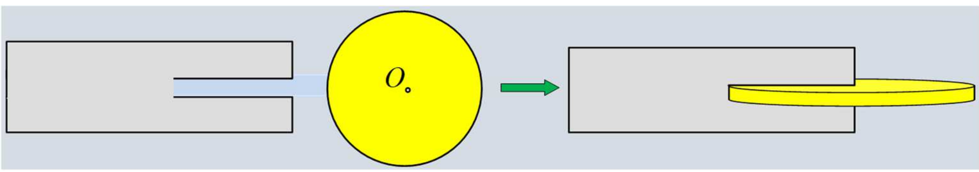


κάτοψη

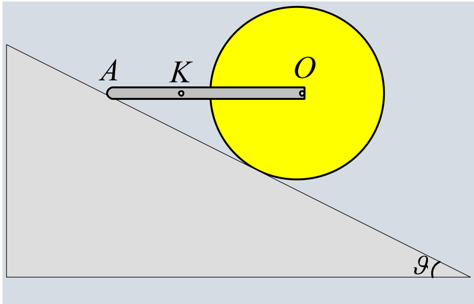
Το υλικό σημείο μάζας m διαγράφει την οριζόντια κυκλική τροχιά του σχήματος και τη στιγμή που διέρχεται από το σημείο A, το νήμα κόβεται. Τι θα κάνει; Προφανώς θα κινηθεί ευθύγραμμα…

263) Ένας «οδοστρωτήρας» σε κεκλιμένο επίπεδο.

Διαθέτουμε ένα ομογενή κύλινδρο μάζας m=20kg και ακτίνας R=0,5m, τον οποίο προσαρμόζουμε σε ένα δοκάρι, μάζας M=40kg και μήκους ℓ= 1m, στο οποίο έχουμε δημιουργήσει μια εγκοπή, όπως στο σχήμα:



Έτσι κατασκευάζουμε έναν «οδοστρωτήρα» τον οποίο τοποθετούμε σε ένα κεκλιμένο επίπεδο, με γωνία κλίσεως θ.



Το κέντρο μάζας Κ της δοκού απέχει από το άκρο Α απόσταση (ΑΚ)=0,3m. Αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα, το οποίο αρχίζει να κινείται προς τα κάτω με τον κύλινδρο να κυλίεται και να διανύει απόσταση 2m σε χρονικό διάστημα 2s.

Δίνονται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I= ½\ mR^2$, ενώ ημθ=0,45, συνθ=0,9 και $g=10m/s^2$.

i) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου, καθώς και την γωνιακή του επιτάχυνση.

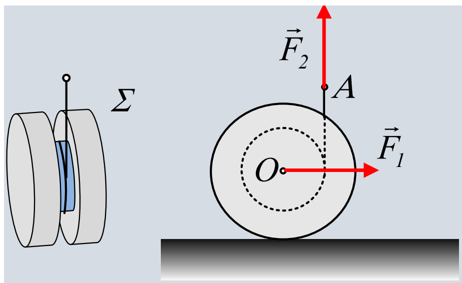
ii) Να υπολογίσετε την τριβή που θα ασκηθεί στη δοκό, στο άκρο της Α.

iii) Να βρεθεί η δύναμη που δέχεται η δοκός από τον άξονα του κυλίνδρου στο άκρο της Ο.

iv) Ποιο στερεό, ο κύλινδρος ή η δοκός συνεισφέρει περισσότερο στο «στρώσιμο» του δρόμου;

264) Οι κινήσεις πάνε και έρχονται….

Διαθέτουμε ένα στερεό Σ (ένα καρούλι), αποτελούμενο από δυο δίσκους οι οποίοι συνδέονται με κύλινδρο, γύρω από τον οποίο έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Η μάζα του Σ είναι Μ=20kg και η εξωτερική του ακτίνα R=0,4m. Τοποθετούμε το στερεό Σ λείο οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή ασκούμε στο κέντρο μάζας του Ο μια σταθερή οριζόντια δύναμη F_1=20Ν, ενώ ταυτόχρονα τραβάμε το άκρο Α του νήματος ασκώντας διαρκώς μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη F_2=16Ν, όπως στο σχήμα.



Μετά από λίγο ο άξονας του στερεού (που διέρχεται από το κέντρο Ο) έχει μετατοπισθεί κατά x=2m, ενώ έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους 1m. Για την θέση αυτή ζητούνται:

i) Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του στερεού Σ.

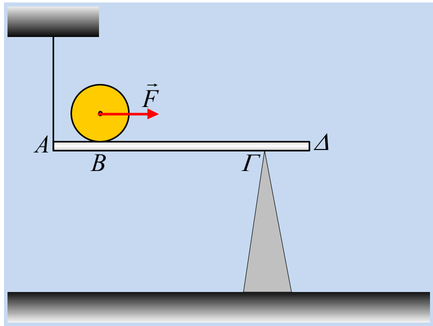
ii) Η γωνιακή του ταχύτητα.

iii) Η ταχύτητα ενός σημείου Β, επαφής του στερεού με το έδαφος.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του στερεού γύρω από τον άξονα περιστροφής του $I= 0,4MR^2$.

265) Ένας κύλινδρος πάνω σε μια δοκό.

Η ομογενής δοκός ΑΔ μήκους 4m και μάζας Μ=13kg, ισορροπεί σε οριζόντια θέση, δεμένη στο άκρο κατακόρυφου νήματος στο άκρο της Α, ενώ στηρίζεται σε τρίποδο στο σημείο Γ, όπου (ΓΔ)=1m, ενώ πάνω της ηρεμεί ένας κύλινδρος ακτίνας R=0,25m και μάζας m=10kg σε απόσταση (ΑΒ)=1m.



Σε μια στιγμή $t_0=0$ ασκούμε στο κέντρο του κυλίνδρου οριζόντια σταθερή δύναμη F, με αποτέλεσμα ο κύλινδρος να κυλίσει και να εγκαταλείψει τη δοκό από το άκρο της Δ τη χρονική στιγμή $t_1=2s$, οπότε και παύει να ασκείται η δύναμη F. Στη διάρκεια της παραπάνω κίνησης η δοκός παραμένει ακίνητη.

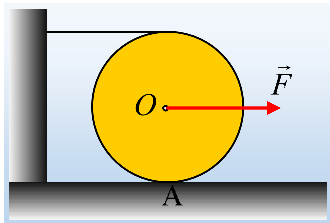
i) Να υπολογιστεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F.

ii) Να βρεθεί ο συνολικός αριθμός των περιστροφών του κυλίνδρου μέχρι τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος, αν το ύψος που βρίσκεται η δοκός είναι h=2m.

iii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

iv) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ τριπόδου και δοκού για την ισορροπία της δοκού;

266) Ο τροχός και το τυλιγμένο νήμα.



Ο τροχός του σχήματος, μάζας 20kg και ακτίνας R=0,4m, ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ γύρω του έχουμε τυλίξει ένα αβαρές με μη εκτατό νήμα, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε κατακόρυφο τοίχο σε τέτοια θέση, ώστε το νήμα να είναι οριζόντιο.

Σε μια στιγμή $t_0=0$, ασκούμε στο κέντρο του τροχού μια σταθερή οριζόντια δύναμη F=12N.

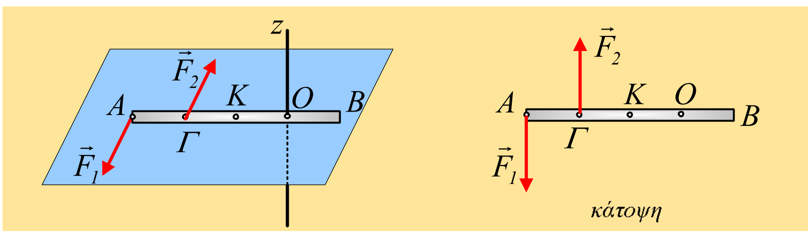
i) Να βρεθεί η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του τροχού καθώς και η γωνιακή του επιτάχυνση.

ii) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση των σημείων επαφής του τροχού με το έδαφος (στην εικόνα του σημείου A) τη χρονική στιγμή $t_1=2s$.

iii) Αν το επίπεδο δεν ήταν λείο, αλλά ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ τροχού και εδάφους ήταν μ=0,2, να βρεθεί η τάση του νήματος μετά την εξάσκηση της δύναμης **F**.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του που περνά από το O $I_{cm}=\frac{1}{2}MR^2$ και $g=10m/s^2$.

267) Η ράβδος, ο άξονας και το ζεύγος δυνάμεων.



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια λεπτή ομογενής ράβδος ΑΒ, μήκους ℓ=4m και μάζας M=10kg, η οποία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα z, ο οποίος περνά από ένα σημείο της O, όπου (OB)=1m. Σε μια στιγμή $t_0=0$ ασκούνται πάνω της δυο δυνάμεις $\mathbf{F_1}$ και $\mathbf{F_2}$, σταθερού μέτρου $F_1=F_2=35$ N οι οποίες είναι διαρκώς κάθετες στη ράβδο, όπου η πρώτη ασκείται στο άκρο της A, ενώ η δεύτερη σε σημείο Γ, όπου (ΑΓ)=1m, όπως στο σχήμα (δεξιά σε κάτοψη).

i) Να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση που θα αποκτήσει η ράβδος.

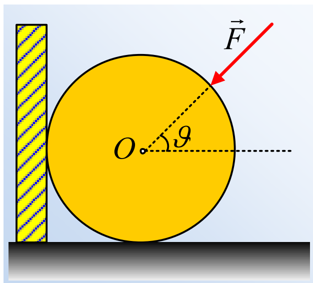
ii) Κατά ποια γωνία έχει περιστραφεί η ράβδος και ποια η γωνιακή της ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t_1=2\sqrt{\pi}$ s≈ 3,5s.

iii) Ποιά δύναμη (μέτρο και κατεύθυνση) ασκεί στη ράβδο ο άξονας z τη στιγμή t_1;

iv) Τη στιγμή t_1 ο άξονας σπάει και η ράβδος μπορεί πλέον να κινείται ελεύθερα. Να βρεθεί η θέση της και η γωνιακή της ταχύτητα τη χρονική στιγμή t_2=7,4s.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I_{cm}=\frac{1}{12}M\ell^2$.

268) Προκαλώντας την τριβή να εμφανιστεί …..



Μια ομογενής σφαίρα μάζας Μ=20kg και ακτίνας R=0,4m ηρεμεί σε επαφή με λείο κατακόρυφο τοίχο. Η σφαίρα παρουσιάζει με το έδαφος συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s$=0,2 και σε μια στιγμή δέχεται μια δύναμη **F**, μέτρου 100Ν η οποία σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ, όπου ημθ=0,6 και συνθ=0,8 και με κατεύθυνση προς το κέντρο Ο της σφαίρας, όπως στο σχήμα.

i) Ποια πρόταση είναι σωστή:

α) Η σφαίρα δέχεται δύναμη τριβής με φορά προς τα αριστερά.

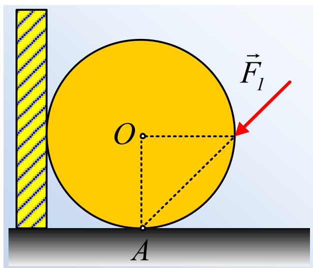
β) Η σφαίρα δέχεται δύναμη τριβής με φορά προς τα δεξιά.

γ) Η τριβή που ασκείται στη σφαίρα είναι στατική, η οποία μπορεί να μετατραπεί σε τριβή ολίσθησης, αν αυξηθεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης.

δ) Η σφαίρα δεν δέχεται δύναμη τριβής από το έδαφος.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ii) Να βρείτε τις δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα από τον τοίχο και το έδαφος.

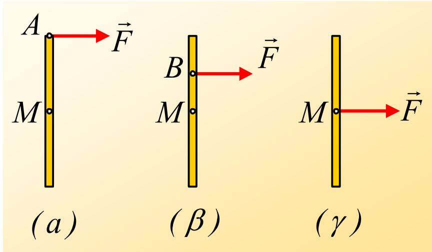


iii) Αλλάζουμε την ασκούμενη δύναμη, ασκώντας τώρα την δύναμη $\mathbf{F_1}$, μέτρου επίσης F_1= 100Ν η οποία κατευθύνεται στο σημείο επαφής Α της σφαίρας με το έδαφος, όπως στο σχήμα. Να υπολογίσετε την τριβή που θα ασκηθεί στη σφαίρα.

iv) Απομακρύνουμε τη σφαίρα ώστε να μην εφάπτεται του τοίχου και στη συνέχεια της ασκούμε ξανά την παραπάνω δύναμη F, όπως στο πρώτο σχήμα. Να υπολογιστεί η τριβή που ασκείται τώρα στη σφαίρα, βρίσκοντας την επιτάχυνση του κέντρου της Ο, καθώς και τη γωνιακή επιτάχυνση που θα αποκτήσει.

Δίνεται g=10m/s^2 και η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς μια διάμετρό της I=2/5MR^2.

269) Μια δοκός σε λείο οριζόντιο επίπεδο.



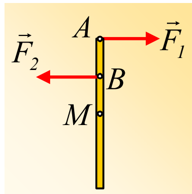
Σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια ομογενής δοκός. Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω της μια σταθερή οριζόντια δύναμη F, κάθετη στη δοκό και στο σχήμα φαίνονται τρεις διαφορετικές εκδοχές για το σημείο εφαρμογής της δύναμης.

i) Να χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις:

α) Η ράβδος θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση και στις τρεις περιπτώσεις.

β) Το μέσον Μ της δοκού θα αποκτήσει την ίδια επιτάχυνση και στις τρεις περιπτώσεις.

γ) Η επιτάχυνση του σημείου Α (στο (α) σχήμα), θα είναι μεγαλύτερη από την επιτάχυνση του σημείου Β (στο (β) σχήμα).



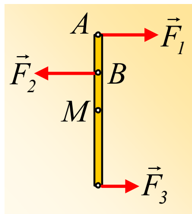
ii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, ασκώντας τώρα μια ίσου μέτρου (F_1=F_2) αντιπαράλληλη δύναμη στο μέσον Β της ΜΑ, όπως στο σχήμα.

α) Η δοκός θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση

β) Το μέσον Μ θα παραμείνει ακίνητο.

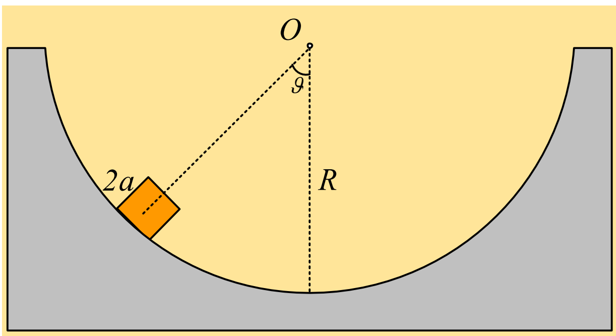
γ) Το άκρο Α θα αποκτήσει επιτάχυνση, με φορά ίδια με τη δύναμη που δέχεται.

iii) Προκειμένου να ισορροπήσει η παραπάνω ράβδος προτείνεται σε ένα σημείο της δοκού Γ, να ασκηθεί μια ακόμη οριζόντια δύναμη F_3. Να εξετάσετε αν υπάρχει αυτή η δυνατότητα, και αν ναι, να βρεθεί η θέση του σημείου Γ.



iv) Στο διπλανό σχήμα, στη δοκό ασκούνται οι δυνάμεις F_1, F_2 και F_3, όπου F_1=F_2 και F_3= ½ F_1 . Να εξετάσετε αν, ασκώντας μια ακόμη δύναμη F_4 πάνω της, η δοκός μπορεί να ισορροπήσει, και αν ναι, να βρεθούν τα χαρακτηριστικά της (μέτρο, κατεύθυνση και σημείο εφαρμογής της).

270) Ένας κύβος σε ημικυλινδρική κοίλη επιφάνεια.



Ένας κύβος ακμής 2α και μάζας m, τοποθετείται στο εσωτερικό μιας κοίλης ημικυλινδρικής επιφάνειας ακτίνας R=10α, σε τέτοια θέση, ώστε η ακτίνα που περνά από το κέντρο μάζας του, να σχηματίζει γωνία θ με την κατακόρυφη, όπου ημθ=0,6 και συνθ=0,8.

i) Αν για το συντελεστή οριακής στατικής τριβής, μεταξύ κύβου και επιφάνειας ισχύει $μ_s$=0,5, τότε ο κύβος:

α) Θα ισορροπήσει.

β) Θα ανατραπεί.

γ) Θα ολισθήσει κατά μήκος της επιφάνειας.

δ) Θα ολισθήσει και ταυτόχρονα θα ανατραπεί.

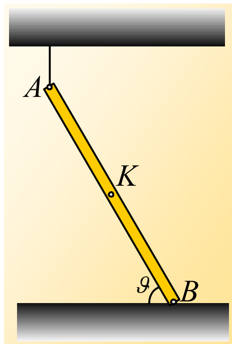
ii) Αν τη στιγμή που η ακτίνα που περνά από το κέντρο μάζας Κ του κύβου, γίνεται κατακόρυφη, το μέτρο της ταχύτητας του Κ, είναι $\upsilon_1 = \sqrt{2ga}$, τότε η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική, κατά την κάθοδο του κύβου, είναι:

α) μικρότερη από $0,8mga$, β) ίση με $0,8mga$ γ) μεγαλύτερη από $0,8mga$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Θεωρείστε την απόσταση του κέντρου Κ του κύβου από το κέντρο της τροχιάς Ο ίση με R-α=9α.

271) Η ράβδος γλιστράει…

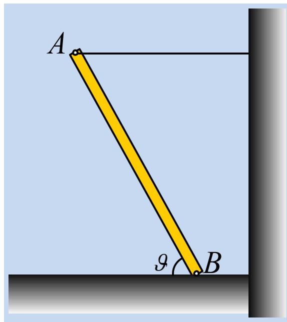


Μια ομογενής δοκός ΑΒ μάζας 12kg και μήκους ℓ ισορροπεί όπως στο σχήμα, δεμένη στο άκρο κατακόρυφου νήματος, ενώ το άκρο της Β στηρίζεται στο έδαφος, σχηματίζοντας με αυτό γωνία θ, όπου ημθ=0,8. Η δοκός εμφανίζει με το έδαφος συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,2$. Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Για τη στιγμή, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος να βρεθούν οι επιταχύνσεις του κέντρου μάζας Κ και του άκρου Α της δοκού.

Δίνεται $g=10m/s^2$, ενώ η ροπή αδράνειας της δοκού ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της Κ ισχύει $I_{cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$.

272) Ισορροπία και επιτάχυνση μιας δοκού.

Μια ομογενής δοκός μάζας 12kg και μήκους ℓ ισορροπεί όπως στο σχήμα, δεμένη στο ένα της άκρο Α με την βοήθεια οριζόντιου νήματος, με κατακόρυφο τοίχο, ενώ στο άλλο της άκρο στηρίζεται στο οριζόντιο έδαφος, με το οποίο εμφανίζει συντελεστές τριβής μ=0,5 και $\mu_s=0,6$, σχηματίζοντας με αυτό γωνία θ, όπου ημθ=0,8.



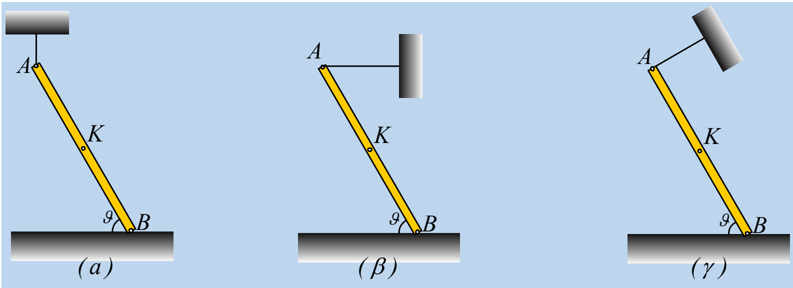
i) Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που ασκούνται από το νήμα και το έδαφος στη δοκό.

ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Για τη στιγμή, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος να βρεθούν οι επιταχύνσεις του κέντρου μάζας Κ και του άκρου Α της δοκού.

Δίνεται $g=10m/s^2$, ενώ η ροπή αδράνειας της δοκού ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της Κ είναι ίση $I=\frac{1}{12}M\ell^2$.

273) Μια κρεμασμένη δοκός.

Στα παρακάτω σχήματα η ίδια ομογενής ράβδος ισορροπεί, δεμένη στο ένα της άκρο με νήμα.



Το επίπεδο στο οποίο στηρίζεται η ράβδος μπορεί να είναι λείο στα σχήματα:

i) Μόνο στο (α)

ii) Μόνο στο (β).

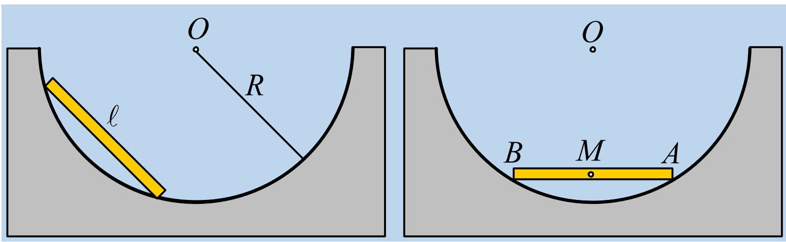
iii) Μόνο στο (γ)

iv) Σε όλα τα σχήματα

v) Σε καμιά περίπτωση το επίπεδο δεν είναι λείο.

274) Μια σανίδα σε ημικυκλική τροχιά.

Μια ομογενής σανίδα μήκους 1m και μάζας 2kg, αφήνεται να κινηθεί από μια ορισμένη θέση ενός λείου κοίλου ημισφαιρίου, κατά μήκος της ημικυκλικής τροχιάς του σχήματος, κέντρου Ο και ακτίνας R=1m. Μετά από λίγο, η σανίδα γίνεται οριζόντια (δεξιό σχήμα). Τη στιγμή αυτή τα άκρα της Α και Β έχουν ταχύτητες ίσου μέτρου υ=2m/s.



Για την οριζόντια αυτή θέση ζητούνται:

i) Η ταχύτητα του μέσου Μ της σανίδας.

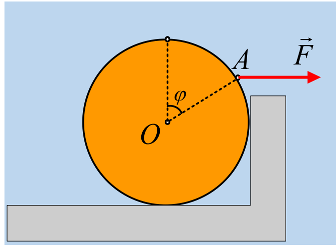
ii) Η κινητική της ενέργεια.

iii) Η στροφορμή της σανίδας, ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδο της σελίδας, που περνά από το κέντρο Ο της τροχιάς.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σανίδας ως προς κάθετο άξονα, ο οποίος περνά από το κέντρο μάζας της $I_{cm}=M\ell^2/12$

275) Κύλινδρος και σκαλοπάτι.

Στο διπλανό σχήμα, ο κύλινδρος ακτίνας R, ισορροπεί ενώ δέχεται οριζόντια δύναμη F, ασκούμενη στο σημείο Α, όπου η ακτίνα ΟΑ σχηματίζει γωνία φ=60° με την κατακόρυφη. Το λείο σκαλοπάτι, ύψους h > R εμποδίζει την κίνηση του κυλίνδρου. Αν F= ½ w, όπου w το βάρος του κυλίνδρου:



i) Να υπολογίστε την δύναμη που δέχεται ο κύλινδρος από το σκαλοπάτι.

ii) Να **αποδείξτε** ότι ο κύλινδρος δέχεται τριβή από το οριζόντιο επίπεδο και στη **συνέχεια** να υπολογίστε την τιμή της.

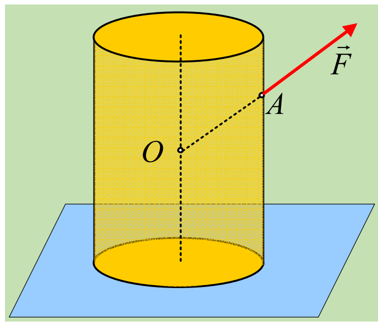
iii) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και οριζοντίου επιπέδου ώστε να εξασφαλίζεται η ισορροπία του κυλίνδρου;

iv) Αν σε μια στιγμή αυξήσουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην τιμή F΄= ¾ w ενώ ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κυλίνδρου και οριζοντίου επιπέδου, είναι ίσος με την ελάχιστη τιμή του συντελεστή οριακής τριβής του προηγούμενου ερωτήματος, να υπολογίσετε την αρχική γωνιακή επιτάχυνση που θα αποκτήσει ο κύλινδρος.

Εφαρμογή: R=0,5m, g=10m/s^2, ενώ για τον κύλινδρο ως προς τον άξονά του I= ½ MR^2.

276) Ολίσθηση ή ανατροπή του κυλίνδρου;

Ένας ομογενής κύλινδρος μάζας Μ, ακτίνας βάσης R και ύψους h=4R ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστές τριβής $\mu_s=\mu$, όπου $0,3<\mu<0,5$.



Σε μια στιγμή δέχεται μια δύναμη **F**, μέτρου $F=\mu Mg\sqrt{2}$, η οποία ασκείται σε ένα σημείο Α της παράπλευρης επιφάνειάς του, το οποίο απέχει κατά R από την πάνω έδρα του και ο φορέας της περνά από το κέντρο μάζας του Ο.

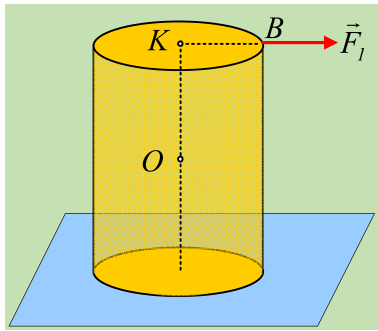
i) Ο κύλινδρος θα:

α) παραμείνει ακίνητος.

β) ολισθήσει χωρίς να ανατραπεί.

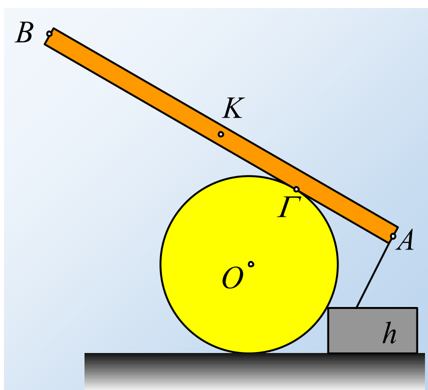
γ) ανατραπεί, χωρίς να ολισθήσει.

δ) θα ολισθήσει και θα ανατραπεί.



ii) Στο σημείο Β της πάνω έδρας ασκούμε οριζόντια δύναμη F_1, η οποία έχει την διεύθυνση της ακτίνας ΚΒ. Αν το μέτρο της ασκούμενης δύναμης αυξάνεται (ξεκινώντας από μηδενική τιμή), τι θα συμβεί πρώτα, ολίσθηση του κυλίνδρου ή ανατροπή του;

277) Μια ράβδος και ένας κύλινδρος σε ισορροπία.



Μια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους 4m και βάρους 400Ν, ισορροπεί σε επαφή με κύλινδρο, όπως στο σχήμα, όπου (ΑΓ)=1m, δεμένη στο άκρο της Α, με νήμα. Το νήμα σχηματίζει γωνία 90° με τη ράβδο, η οποία σχηματίζει γωνία θ, (ημθ=0,6) με την οριζόντια διεύθυνση. Ο κύλινδρος βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, σε επαφή με ένα λείο εμπόδιο ύψους h.

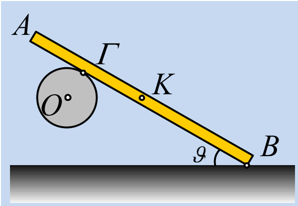
i) Να υπολογίσετε την τάση του νήματος.

ii) Να βρεθεί ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ ράβδου και κυλίνδρου για την παραπάνω ισορροπία.

iii) Να βρεθεί η τριβή που δέχεται ο κύλινδρος από το έδαφος.

iv) Σε σημείο Δ, όπου (ΒΔ)=1m αφήνουμε τη στιγμή $t_0=0$, ένα σώμα Σ μάζας 2kg, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο. Το σώμα ολισθαίνει κατά μήκος της ράβδου, χωρίς τριβές και εγκαταλείπει τη ράβδο από το άκρο Α. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της τάσης του νήματος που συγκρατεί ακίνητη τη ράβδο, σε συνάρτηση με το χρόνο.

278) Μια ισορροπία ράβδου σε κύλινδρο που μπορεί και να στρέφεται.



Ο κύλινδρος του σχήματος μπορεί να στρέφεται γύρω από τον άξονά του, που ενώνει τα κέντρα των δύο βάσεών του ΟΟ΄ και είναι ακινητοποιημένος, μη επιτρέποντάς του την περιστροφή. Στηρίζουμε στον κύλινδρο μια ομογενή ράβδο (ΑΒ) μήκους 4m και μάζας M=30kg στο σημείο Γ, όπου (ΑΓ)=1m ενώ το άλλο της άκρο Β ακουμπά σε λείο οριζόντιο επίπεδο, σχηματίζοντας γωνία θ=30°, με το επίπεδο. Η ράβδος εμφανίζει με τον κύλινδρο συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0{,}8$ και αφήνοντάς την στη θέση αυτή, βλέπουμε ότι ισορροπεί.

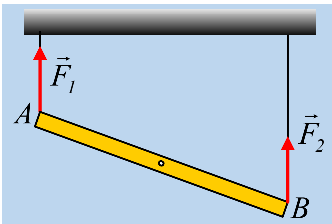
i) Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που δέχεται η ράβδος στα σημεία στήριξής της, Β και Γ.

ii) Να υπολογιστεί η τριβή που θα δεχτεί ο κύλινδρος από την ράβδο.

iii) Θέτουμε ένα όμοιο κύλινδρο σε περιστροφή με γωνιακή ταχύτητα κάθετη στο επίπεδο του σχήματος με φορά προς τον αναγνώστη. Στηρίζουμε ξανά τη ράβδο στον κύλινδρο αυτό σε τέτοια θέση, ώστε να πετύχουμε ξανά ισορροπία με το ίδιο σημείο επαφής Γ της ράβδου. Να βρεθεί η γωνία που πρέπει να σχηματίζει τώρα η ράβδος με το λείο οριζόντιο επίπεδο.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

279) Μια δοκός κρέμεται από δυο νήματα.

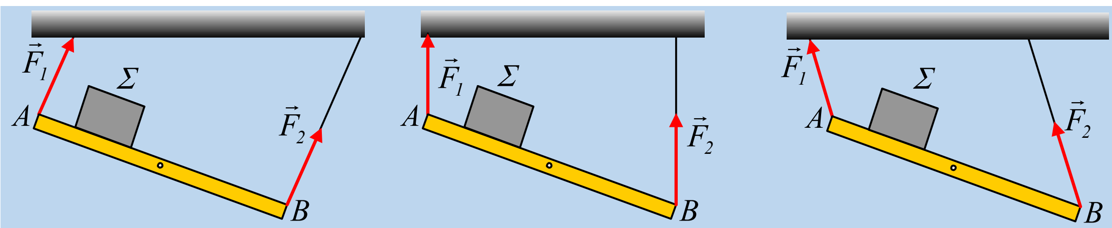


Η ομογενής δοκός ΑΒ του σχήματος ισορροπεί όπως στο σχήμα, δεμένη με δυο κατακόρυφα νήματα, διαφορετικού μήκους.

i) Για τις δυνάμεις F_1 και F_2, που δέχεται η δοκός από τα δυο νήματα, ισχύει:

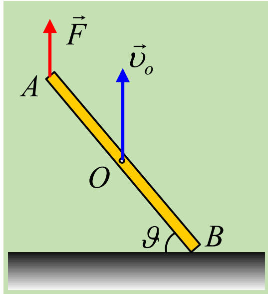
α) $F_1 < F_2$, β) $F_1 = F_2$, γ) $F_1 > F_2$.

ii) Τοποθετούμε πάνω στη δοκό ένα σώμα Σ, το οποίο δεν κινείται. Ποιο από τα παρακάτω σχήματα δείχνει την μορφή των νημάτων, κατά την ισορροπία;



iii) Τοποθετούμε ένα άλλο σώμα πάνω στη δοκό, το οποίο αρχίζει να ολισθαίνει. Ποιο από τα παρακάτω σχήματα μπορεί να δείχνει τη μορφή των νημάτων στη διάρκεια της ολίσθησης;

280) Οι ταχύτητες σημείων μιας σανίδας.



Μια ομογενής σανίδα μήκους ℓ=2m ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μέσω ενός νήματος ασκούμε μια κατακόρυφη δύναμη στο άκρο Α της σανίδας, οπότε μετά από λίγο η σανίδα σχηματίζει γωνία 60° με το επίπεδο, όπως στο σχήμα, ενώ η ταχύτητα του μέσου Ο της σανίδας είναι κατακόρυφη με μέτρο υ_o= 2m/s.

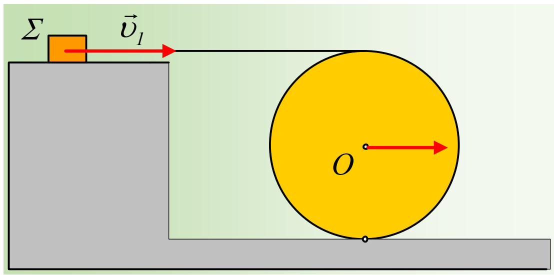
i) Η κίνηση της σανίδας είναι:

α) μεταφορική, β) στροφική, γ) σύνθετη.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ii) Να βρεθούν οι ταχύτητες των άκρων Α και Β της ράβδου, στην παραπάνω θέση.

281) Οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις σε ένα σύστημα.



Στο σχήμα γύρω από έναν τροχό, ακτίνας R, ο οποίος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο, έχουμε τυλίξει ένα νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου έχουμε δέσει ένα σώμα Σ. Το νήμα που συνδέει τον τροχό με το σώμα Σ είναι οριζόντιο. Σε μια στιγμή το σώμα Σ έχει ταχύτητα υ_1 και επιτάχυνση α_1.

i) Η ταχύτητα του άξονα του τροχού, που περνά από το κέντρο του Ο, είναι:

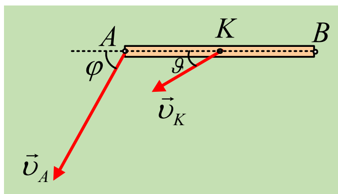
α) ½ υ_1, β) υ_1, γ) 2υ_1.

ii) Ο τροχός έχει γωνιακή επιτάχυνση μέτρου:

α) $\alpha_{γων}$=0, β) $\alpha_{γων}$= ½ α_1/R, γ) $\alpha_{γων}$= α_1/R.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

282) Ταχύτητες και επιταχύνσεις σημείων μιας ράβδου σε πτώση.



Μια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους ℓ=2m, πέφτει ελεύθερα από κάποιο ύψος και σε μια στιγμή είναι οριζόντια. Στη θέση αυτή το κέντρο της Κ, έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 4m/s$ η οποία σχηματίζει γωνία θ=30° με την οριζόντια διεύθυνση, ενώ το άκρο Α έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2 = 4\sqrt{3}m/s$ σχηματίζοντας αντίστοιχα με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ=60°, όπως στο διπλανό σχήμα.

i) Η κίνηση της ράβδου είναι απλή ή σύνθετη; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

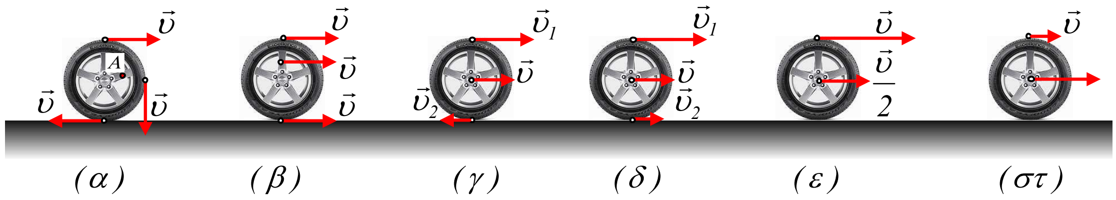
ii) Να βρεθεί η ταχύτητα του άκρου Β της ράβδου στην θέση αυτή.

iii) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του άκρου Α τη στιγμή που η ράβδος, αφού περιστραφεί κατά $\frac{\pi}{2}$, έρθει σε κατακόρυφη θέση.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

283) Τι κίνηση κάνει ο τροχός;

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένας τροχός που κινείται.



A) Σε ποια ή ποιες περιπτώσεις ο τροχός:

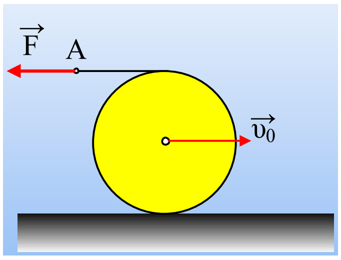
i) εκτελεί μόνο στροφική κίνηση;
ii) κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει;
iii) μεταφέρεται χωρίς να στρέφεται.
iv) εκτελεί σύνθετη κίνηση.
v) στρέφεται αλλά και ολισθαίνει
vi) σπινάρει.

B) Στον τροχό (α) του παραπάνω σχήματος, αν η ταχύτητα του κατώτερου σημείου έχει μέτρο υ, πόσο το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Α, στο μέσο μιας ακτίνας;

Γ) Αν στον τροχό του (γ) σχήματος $υ_1=2υ_2=12m/s$ να βρεθεί η ταχύτητα $υ_{cm}$ του άξονα του τροχού αν η ακτίνα του είναι R=0,5m.

Δ) Αν στον τροχό του σχήματος (στ) $υ_{cm}=2υ=4m/s$, να βρεθεί η ταχύτητα του σημείου επαφής του τροχού με το έδαφος.

284) Το φρενάρισμα ενός κυλίνδρου.



Σε οριζόντιο επίπεδο κυλίεται (χωρίς ολίσθηση) ένας βαρύς κύλινδρος μάζας M=100kg και ακτίνας R=0,4m με σταθερή ταχύτητα κέντρου μάζας $υ_{0cm}=6m/s$. Γύρω από τον κύλινδρο έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα και ασκώντας, στο άκρο του Α, τη στιγμή t=0, μια σταθερή οριζόντια δύναμη F, τον ακινητοποιούμε, μετά από λίγο. Το «φρενάρισμα» αυτό διαρκεί χρονικό διάστημα Δt=10s, στη διάρκεια του οποίου ο κύλινδρος κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει).

Να βρεθούν:

i) Η επιτάχυνση (επιβράδυνση) του κυλίνδρου και η απόσταση που διανύει, μέχρι να σταματήσει.

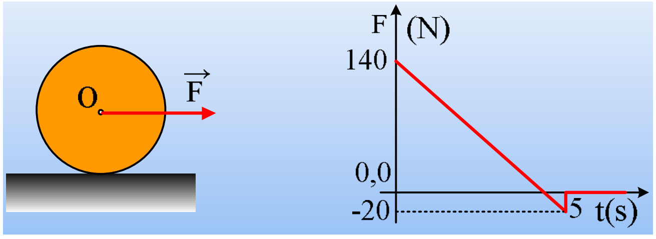
ii) Το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F, καθώς και η τριβή που ασκείται στον κύλινδρο από το έδαφος.

iii) Η ισχύς της δύναμης F και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής (μέτρο και κατεύθυνση) του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του, τη χρονική στιγμή $t_2=5s$

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I_{cm}= ½ MR^2$.

285) Γενικευμένοι νόμοι και ολίσθηση τροχού.

Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας τροχός μάζας M=10kg και ακτίνας =0,5m, ο οποίος παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,4$. Σε μια στιγμή t=0 ασκείται στο κέντρο Ο του τροχού οριζόντια δύναμη F, η τιμή της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα.



i) Να αποδειχθεί ότι ο τροχός θα αρχίσει να περιστρέφεται, αλλά και να ολισθαίνει.

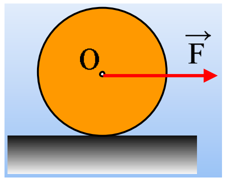
ii) Να βρεθεί η χρονική στιγμή που ο τροχός θα πάψει να ολισθαίνει και πλέον θα κυλίεται.

iii) Να υπολογιστεί η ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική, μέχρι την παραπάνω στιγμή, εξαιτίας της τριβής που ασκείται στον τροχό.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του $I=\frac{1}{2}MR^2$ και $g=10m/s^2$.

286) Ολίσθηση και κύλιση τροχού.

Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας τροχός μάζας Μ=10kg και ακτίνας =0,5m, ο οποίος παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,3$. Σε μια στιγμή t=0 ασκείται στο κέντρο Ο του τροχού οριζόντια δύναμη F μέτρου $F_1=100N$, ενώ τη στιγμή $t_1=2s$, το μέτρο της δύναμης μειώνεται στην τιμή $F_2=60N$.



i) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του τροχού τη στιγμή t_1.

ii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του κέντρου Ο του τροχού μέχρι τη στιγμή $t_2=4s$.

iii) Να υπολογιστεί η ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική, μέχρι την παραπάνω στιγμή t_2, εξαιτίας της τριβής που ασκείται στον τροχό.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του $I=\frac{1}{2}MR^2$ και $g=10m/s^2$.

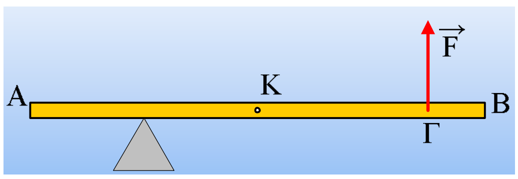
287) Συνισταμένη, κοίλη σφαίρα και μερικές άλλες εφαρμογές…

Καλοκαιρινές….

Ας ξεκινήσουμε με ένα γνωστό παράδειγμα.

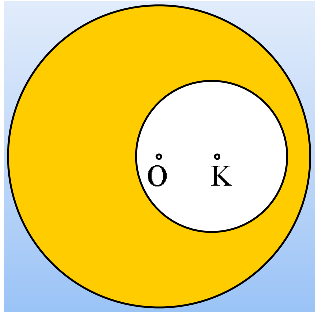
Παράδειγμα 1ο:

Η λεπτή ομογενής ράβδος ΑΒ του διπλανού σχήματος έχει βάρος w=100N, μήκος ℓ=4m και ισορροπεί οριζόντια στηριζόμενη σε τρίποδο, σε απόσταση x=1m από το ένα της άκρο Α, ενώ δέχεται την επίδραση μιας κατακόρυφης δύναμης F, στο σημείο Γ, όπου (ΑΓ)=3,5m. Να βρεθεί η δύναμη που ασκείται στη ράβδο από το τρίποδο.



Παράδειγμα 2ο:

Από μια ομογενή σφαίρα ακτίνας R, έχουμε αφαιρέσει μια σφαιρική περιοχή ακτίνας $r=\frac{1}{2}R$, το κέντρο της οποίας Κ, απέχει d=14cm από το κέντρο Ο της σφαίρας. Να βρεθεί το κέντρο μάζας της κοίλης σφαίρας.

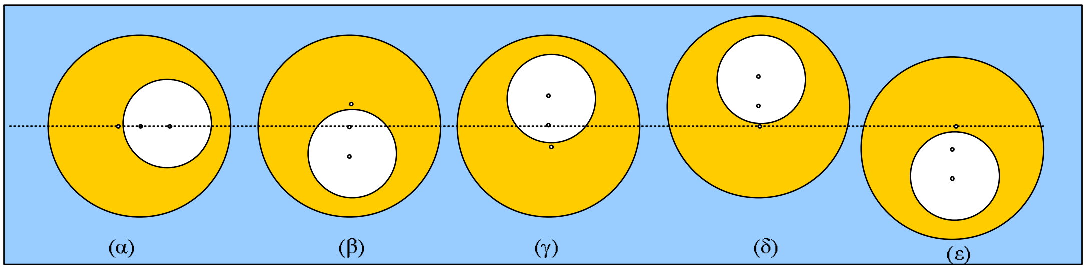


Η παραπάνω κοίλη σφαίρα βυθίζεται στην θάλασσα σε ορισμένο βάθος και αφήνοντάς την, παρατηρούμε ότι παραμένει στη θέση της (δεν ανεβαίνει, ούτε κατεβαίνει). Να υπολογιστεί η πυκνότητα του υλικού από το οποίο είναι κατασκευασμένη, αν η πυκνότητα του νερού είναι $\rho=1g/cm^3$.

Παράδειγμα 3ο:

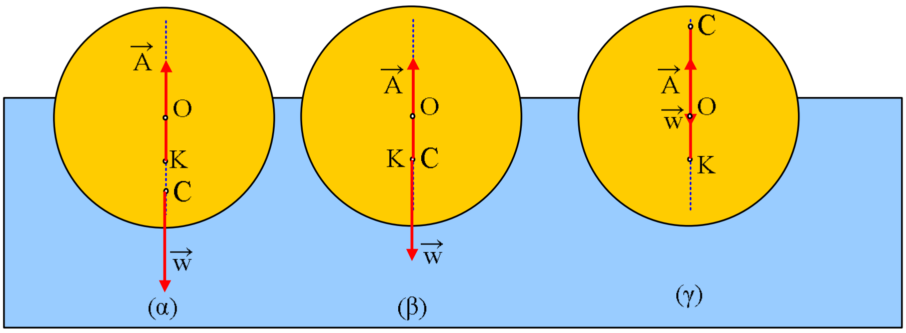
Η παραπάνω σφαίρα αφήνεται στη θέση που φαίνεται στο (α) σχήμα. Θα ισορροπήσει;

Αν όχι, ποιο από τα διπλανά σχήματα δείχνει την τελική θέση ισορροπίας της;



Παράδειγμα 4ο:

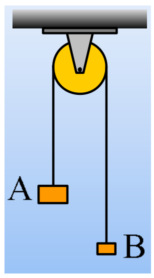
Στην επιφάνεια ενός υγρού ισορροπεί μια ανομοιογενής σφαίρα κέντρου μάζας C, μισοβυθυσμένη και έστω Κ, το κέντρο άνωσης. Η παραπάνω ισορροπία είναι ευσταθής, ασταθής ή αδιάφορη;



288) Πότε το νήμα δεν θα ολισθαίνει;

Ας επιστρέψουμε στο πρόβλημα που θέσαμε στην ανάρτηση: «Ποια ροπή επιταχύνει την τροχαλία;»

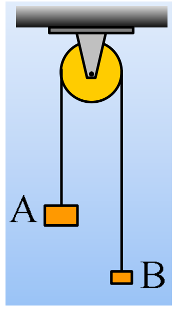
Δίνεται η διάταξη του διπλανού σχήματος, όπου στα άκρα ενός αβαρούς και μη εκτατού νήματος, έχουμε δέσει δυο σώματα Α και Β με μάζες m_1=2kg και m_2=1kg. Το νήμα περνά από τροχαλία μάζας M=4kg και ακτίνας R=20cm. Το σύστημα ηρεμεί, αφού εμείς συγκρατούμε το σώμα Β στη θέση του. Αφήνουμε ελεύθερο το σώμα Β, το οποίο αρχίζει να ανέρχεται.



Να βρεθεί ο ελάχιστος συντελεστής στατικής οριακής τριβής μεταξύ νήματος και τροχαλίας, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση του νήματος.

Για την τροχαλία δίνεται $I= ½ MR^2$.

289) Ποια ροπή επιταχύνει την τροχαλία;



Πώς στρέφεται μια τροχαλία με τη βοήθεια ενός νήματος;

Είναι η τάση του νήματος, η ροπή της οποίας, προκαλεί την γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας;

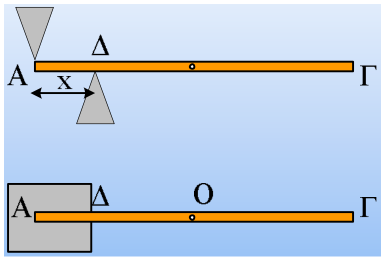
Παίζουν κάποιο ρόλο οι τριβές μεταξύ νήματος και τροχαλίας και αν ναι, ποιον;

Ας κάνουμε μια διερεύνηση της κατάστασης που επικρατεί, μέσω ενός παραδείγματος.

Δίνεται η διάταξη του διπλανού σχήματος, όπου στα άκρα ενός αβαρούς και μη εκτατού νήματος, έχουμε δέσει δυο σώματα Α και Β με μάζες m_1=2kg και m_2=1kg. Το νήμα περνά από τροχαλία μάζας Μ=4kg και ακτίνας R=20cm. Το σύστημα ηρεμεί, αφού εμείς συγκρατούμε το σώμα Β στη θέση του. Αφήνουμε ελεύθερο το σώμα Β, το οποίο αρχίζει να ανέρχεται, χωρίς να γλιστρά το νήμα στο αυλάκι της τροχαλίας.

Να βρεθεί η ροπή που επιταχύνει την τροχαλία.

290) Ισορροπία ράβδου με δυο στηρίγματα.



Μια ομογενής κυλινδρική ράβδος ΑΓ μήκους 2ℓ=2m και βάρους 100Ν, ισορροπεί οριζόντια, όπως στο σχήμα, όπου δεν υπάρχουν τριβές στα σημεία στήριξης, Α και Δ. Το ένα σημείο στήριξης Α είναι στο άκρο της ράβδου και Δ το δεύτερο, όπου (ΑΔ)=x, όπου x< ℓ.

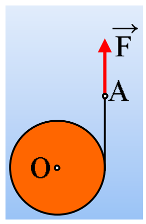
i) Να βρεθούν οι δυνάμεις που δέχεται η ράβδος από τα δυο στηρίγματα, σε συνάρτηση με την απόσταση x.

ii) Ποια τα μέτρα των δυνάμεων αυτών στις εξής περιπτώσεις:

α) x=25cm, β) x=2cm, γ) x=2mm.

iii) Η παραπάνω ράβδος στηρίζεται σε τοίχο, έχοντας εισχωρήσει σε μια τρύπα κυλινδρικού σχήματος με ακτίνα ελάχιστα μεγαλύτερη της ακτίνας της ράβδου και βάθους x. Να σχολιάστε την ισορροπία της ράβδου στην οριζόντια θέση.

291) Έργα και ενέργειες σε ένα γιο-γιο.



Γύρω από ένα μικρό κύλινδρο μάζας 0,1kg τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα, στο άκρο Α του οποίου ασκούμε μια κατακόρυφη δύναμη F=1Ν, ενώ ταυτόχρονα τον αφήνουμε ελεύθερο από ορισμένο ύψος.

Για μετατόπιση του άκρου Α του νήματος κατά y=1m να υπολογιστούν:

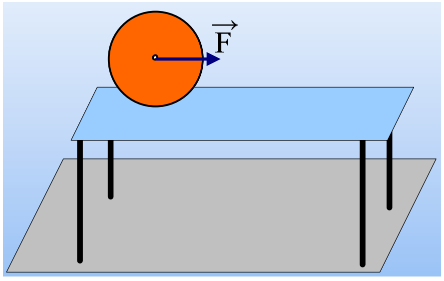
i) η ενέργεια που μεταφέρθηκε στον κύλινδρο μέσω του έργου της δύναμης.

ii) Η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου.

iii) Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις, αν η δύναμη είχε μέτρο F_1=1,2Ν, ενώ η μετατόπιση του άκρου Α του νήματος ήταν y= 1,3m;

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του Ι= ½mR^2 και g=10m/s^2

292) Σύνθετη κίνηση και αύξηση της εσωτερικής ενέργειας.

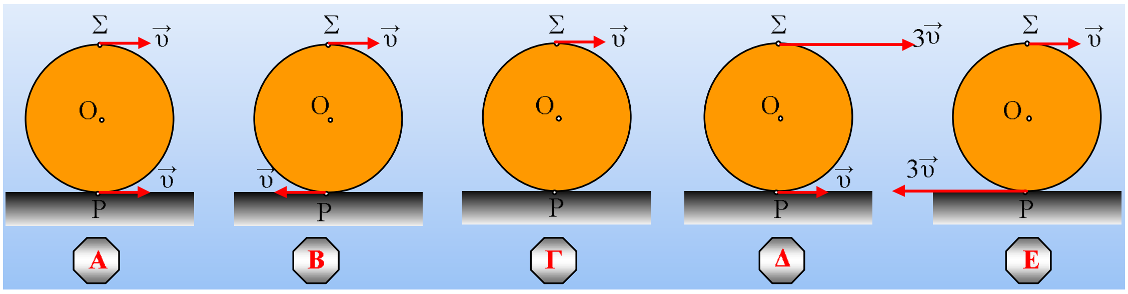


Πάνω σε ένα τραπέζι ηρεμεί ένας δίσκος μάζας 1kg. Ασκούμε μέσω νήματος μια οριζόντια δύναμη F=8N στο κέντρο του δίσκου, όπως στο σχήμα. Να βρεθεί η ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια του συστήματος δίσκος-τραπέζι, κατά τη διάρκεια της μετατόπισης του κέντρου μάζας Ο του δίσκου κατά x=3m.

Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ δίσκου και τραπεζιού μ=0,2, η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του I= ½ mR^2 και g=10m/s^2.

293) Κινητική ενέργεια τροχού.

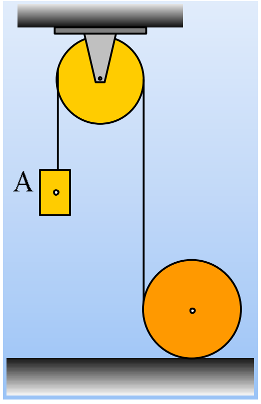
Ένας ομογενής τροχός κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και στο σχήμα έχουμε πέντε διαφορετικούς τρόπους κίνησης. Στα παρακάτω σχήματα έχουν σχεδιαστεί οι ταχύτητες δύο σημείων του τροχού. Του ανώτερου σημείου Σ και του κατώτερου σημείου Ρ του τροχού. Η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδο του σχήματος που περνά από το κέντρο Ο του τροχού είναι I= ½ mR^2.



Να αντιστοιχίσετε τις παραπάνω κινήσεις με την σχέση υπολογισμού της κινητικής ενέργειας του τροχού, του παρακάτω πίνακα, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας (περισσεύει μια σχέση).

Κίνηση	Κινητική Ενέργεια
Α	$K = \frac{3}{16} m\upsilon^2$
Β	$K = \frac{1}{4} m\upsilon^2$
Γ	$K = \frac{1}{2} m\upsilon^2$
Δ	$K = \frac{5}{4} m\upsilon^2$
Ε	$K = \frac{3}{2} m\upsilon^2$
	$K = \frac{9}{4} m\upsilon^2$

294) Και τώρα τι θα συμβεί;



Γύρω από έναν κύλινδρο μάζας Μ, ο οποίος ηρεμεί σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο, έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα αρκετές φορές. Αφού περάσουμε το νήμα από μια τροχαλία, δένουμε στο άλλο του άκρο ένα σώμα Α, μάζας m=0,5M, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο.

Αν αφήσουμε ελεύθερο το Α σώμα, τι θα συμβεί;

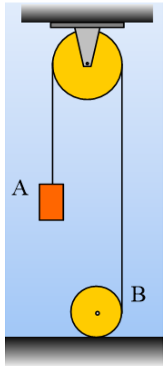
i) Τα σώματα θα παραμείνουν ακίνητα.

ii) Το σώμα Α θα κατέβει ενώ ο κύλινδρος θα περιστραφεί χωρίς να μετακινηθεί ο άξονάς του.

iii) Ο κύλινδρος θα μετατοπισθεί προς τα δεξιά.

iv) Ο κύλινδρος θα μετατοπισθεί προς τα αριστερά.

295) Τι πρόκειται να συμβεί;



Γύρω από ένα στερεό κυκλικής διατομής Β, μάζας Μ, το οποίο ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα αρκετές φορές. Αφού περάσουμε το νήμα από μια τροχαλία αμελητέας μάζας, δένουμε στο άλλο του άκρο ένα σώμα Α, της ίδιας μάζας, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο.

Α) Αν αφήσουμε ελεύθερο το Α σώμα, τι θα συμβεί;

i) Τα σώματα θα παραμείνουν ακίνητα.

ii) Το σώμα Α θα κατέβει και το Β θα ανέβει.

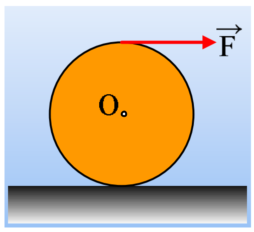
iii) Το σώμα Α θα κατέβει, αλλά το Β δεν θα ανέβει.

Β) Αν το σώμα Α φτάσει στο έδαφος με κινητική ενέργεια K= ¾ Mgh, όπου h το αρχικό ύψος από το οποίο αφέθηκε να κινηθεί, ενώ η ροπή αδράνειας του στερεού Β, ως προς τον άξονα περιστροφής του δίνεται από την εξίσωση $I=\lambda\cdot MR^2$, τότε η τιμή του συντελεστή λ, είναι:

i) $\frac{1}{4}$ ii) $\frac{1}{3}$ iii) $\frac{1}{2}$ iv) $\frac{2}{5}$

Να δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

296) Ένας κύλινδρος σε λείο οριζόντιο επίπεδο.



Γύρω από έναν ομογενή κύλινδρο τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα και κατόπιν τον τοποθετούμε σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τραβώντας το νήμα για t=0 ασκούμε πάνω του οριζόντια δύναμη F, όπως στο σχήμα.

Αν δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I= ½\, mR^2$.

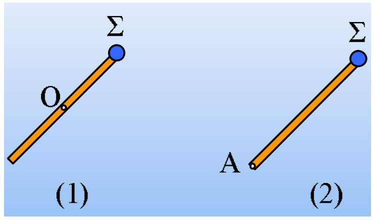
α) Ο κύλινδρος θα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

β) Ο κύλινδρος θα εκτελέσει μόνο μεταφορική ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

γ) Ένα σημείο Α επαφής του κυλίνδρου με το επίπεδο έχει μηδενική ταχύτητα.

δ) Το σημείο Α έχει οριζόντια συνιστώσα επιτάχυνσης προς τα αριστερά.

297) Η κινητική ενέργεια στερεού.



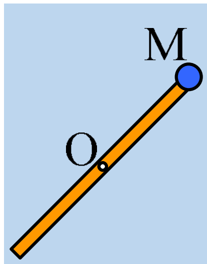
Έχουμε δημιουργήσει ένα στερεό S, έχοντας προσδέσει στο άκρο μιας ομογενούς ράβδου μάζας m και μήκους ℓ, μια σφαίρα αμελητέας ακτίνας Σ, της ίδιας μάζας. Το στερεό μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το μέσον Ο της ράβδου. Φέρνουμε το στερεό S, στη θέση που φαίνεται στο σχήμα και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί, οπότε αποκτά μέγιστη κινητική ενέργεια K_1.

Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα ο άξονας περιστροφής περνά από το άκρο Α της ράβδου. Η μέγιστη κινητική ενέργεια που αποκτά το στερεό είναι τώρα K_2. Ο λόγος K_1/K_2 είναι ίσος με:

α) $\frac{1}{4}$, β) $\frac{1}{3}$, γ) $\frac{1}{2}$, δ) $\frac{3}{4}$.

Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

298) Μέγιστη στροφορμή και ρυθμός μεταβολής της.



Μια ομογενής ράβδος μάζας Μ και μήκους ℓ, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το μέσον της Ο, διαγράφοντας κατακόρυφο επίπεδο. Στο ένα της άκρο έχει προσδεθεί μια σημειακή μάζα Μ, οπότε έτσι έχουμε δημιουργήσει ένα στερεό S. Φέρνουμε το στερεό S, στη θέση που φαίνεται στο σχήμα και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί.

i) Ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του στερεού S, ως προς τον άξονα περιστροφής του στο Ο, έχει μέτρο:

α) $\frac{1}{3}Mg\ell$ β) $\frac{1}{2}Mg\ell$ γ) $\frac{1}{3}Mg\ell^2$ δ) $\frac{1}{3}Mg\ell^2\omega$

ii) Αν η σημειακή μάζα αποκτήσει μέγιστη ταχύτητα μέτρου υ, τότε η μέγιστη στροφορμή του στερεού, ως προς τον άξονα περιστροφής του στο Ο, έχει μέτρο:

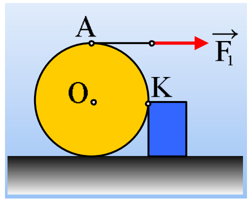
α) $\frac{1}{3}M\ell\upsilon$ β) $\frac{2}{3}M\ell\upsilon$ γ) $\frac{1}{3}M\ell^2\upsilon$ δ) $\frac{2}{3}M\ell^2\upsilon$.

Να δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας ομογενούς ράβδου $I_{cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$.

299) Προσπαθώντας να υπερπηδήσει το εμπόδιο…

Γύρω από έναν κύλινδρο τυλίγουμε ένα νήμα στο άκρο του οποίου ασκούμε οριζόντια δύναμη F_1, με στόχο να υπερπηδήσει ο κύλινδρος ένα πακτωμένο εμπόδιο, ύψους h=R, όπως στο σχήμα. Το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο και ο κύλινδρος ισορροπεί.



i) Σχεδιάστε τη δύναμη που ασκείται στον κύλινδρο στο σημείο επαφής του με το εμπόδιο Κ, δικαιολογώντας την κατεύθυνσή της.

ii) Η κάθετη αντίδραση του επιπέδου είναι:

α) Μεγαλύτερη από το βάρος του κυλίνδρου.

β) Ίση με το βάρος του κυλίνδρου.

γ) Μικρότερη από το βάρος.

iii) Αυξάνουμε σιγά-σιγά το μέτρο της δύναμης F_1. Τη στιγμή που ο κύλινδρος είναι έτοιμος να υπερπηδήσει το εμπόδιο, το μέτρο της δύναμης F_1 είναι:

α) Ίσο με το βάρος του κυλίνδρου.

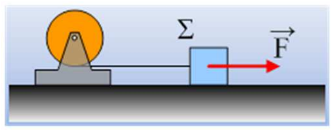
β) Μεγαλύτερο από το βάρος.

γ) Μικρότερο από το βάρος.

iv) Αν δεν αναπτύσσεται τριβή μεταξύ εμποδίου και κυλίνδρου, να εξετάσετε αν μπορεί και με ποιες προϋποθέσεις, ο κύλινδρος να υπερπηδήσει το εμπόδιο.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

300) Θα μετακινήσουμε και την βάση της τροχαλίας;



Δίνεται μια τροχαλία, μάζας m=2kg, η οποία στηρίζεται σε βάση μάζας M=2kg και η οποία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από τον οριζόντιο άξονά της χωρίς τριβές. Γύρω από την τροχαλία, έχουμε τυλίξει αρκετές φορές ένα αβαρές νήμα, το άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί σε σώμα Σ μάζας 1kg, με το νήμα τεντωμένο. Τα σώματα ηρεμούν σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζουν συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0{,}2$. Σε μια στιγμή t=0, ασκούμε στο σώμα Σ μια σταθερή οριζόντια δύναμη F, όπως στο σχήμα .

i) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης F σε χρονικό διάστημα $t_1=4s$ στις παρακάτω περιπτώσεις:

α) Αν F=1N

β) Αν F=6N

Να βρεθεί σε κάθε περίπτωση η κινητική ενέργεια που αποκτά η τροχαλία.

ii) Ποια η μέγιστη τιμή της δύναμης που μπορούμε να ασκήσουμε στο σώμα Σ, χωρίς να μετακινηθεί η βάση της τροχαλίας;

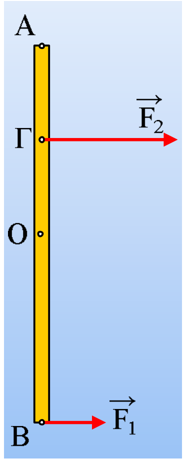
iii) Ασκώντας μια μεγαλύτερη δύναμη, μετακινείται και η βάση της τροχαλίας, αποκτώντας σταθερή επιτάχυνση $\alpha_2=1m/s^2$.

α) Να βρεθεί η κινητική ενέργεια που θα αποκτήσει η τροχαλία σε χρονικό διάστημα 2s, στην περίπτωση αυτή.

β) Πόση η αντίστοιχη κινητική ενέργεια του σώματος Σ;

Δίνεται η ροπή αδράνεια της τροχαλίας ως προς τον άξονά της $I= ½ mR^2$ και $g=10m/s^2$.

301) Τι κίνηση κάνει η ράβδος;



Μια λεπτή ομογενής ράβδος (ΑΒ) μήκους ℓ ηρεμεί σε μια παγωμένη λίμνη. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση δύο σταθερών οριζόντιων δυνάμεων F_1 και F_2, όπου $F_2=2F_1$, κάθετων στην ράβδο, όπου (ΑΓ)= ¼ ℓ.

iv) Η ράβδος θα εκτελέσει:

α) μόνο μεταφορική κίνηση

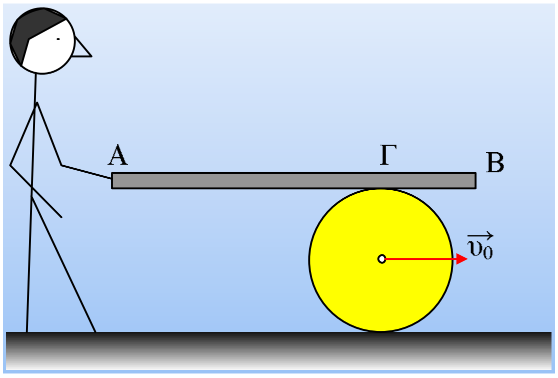
β) μόνο στροφική κίνηση

γ) Θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση.

v) Να εξετάσετε την ορθότητα ή μη της πρότασης:

«Αφού η ράβδος δεν στρέφεται θα ισχύει Στ=0, ως προς οποιοδήποτε σημείο».

302) Το φρενάρισμα του κυλίνδρου.



Σε οριζόντιο επίπεδο κυλίεται (χωρίς ολίσθηση) ένας βαρύς κύλινδρος μάζας M=200kg και ακτίνας R=0,4m με σταθερή ταχύτητα κέντρου μάζας $υ_{0cm}$=4m/s. Προκειμένου να ακινητοποιήσουμε τον κύλινδρο, τοποθετούμε πάνω του μια δοκό μήκους 4m και μάζας m=30kg, συγκρατώντας την με το χέρι μας στο ένα της άκρο Α, φροντίζοντας να είναι διαρκώς σε οριζόντια θέση και να στηρίζεται στον κύλινδρο σε απόσταση (ΓΒ)= d=1m από το άλλο της άκρο Β, όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ δοκού και κυλίνδρου είναι μ=0,3, ενώ ο κύλινδρος επιβραδύνεται χωρίς να ολισθαίνει στο δάπεδο, μέχρι τη θέση που ακινητοποιείται.

i) Να υπολογιστεί η κάθετη δύναμη στήριξης καθώς και η τριβή ολίσθησης που ασκείται στη δοκό στο σημείο Γ από τον κύλινδρο.

ii) Να βρεθεί η επιτάχυνση (επιβράδυνση) του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

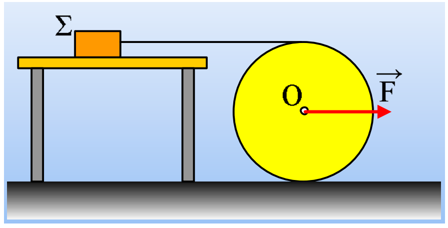
iii) Να υπολογιστεί η στατική τριβή που ασκείται στον κύλινδρο από το έδαφος κατά τη διάρκεια της επιβράδυνσης.

iv) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του (μέτρο και κατεύθυνση).

v) Να υπολογιστούν η οριζόντια συνιστώσα της δύναμης που ασκούμε στο άκρο Α της ράβδου, στη διάρκεια της παραπάνω επιβράδυνσης του κυλίνδρου.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I_{cm}= ½ MR^2$ και και $g=10m/s^2$.

303) Μέχρι να πέσει το σώμα…



Γύρω από έναν κύλινδρο μάζας M=20kg και ακτίνας R=0,5m είναι τυλιγμένο ένα νήμα, στο άκρο του οποίου έχει δεθεί ένα σώμα Σ μάζας 1kg το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο. Το σώμα Σ είναι τοποθετημένο σε **ακλόνητο** τραπέζι, ενώ ο κύλινδρος στο λείο έδαφος, με τέτοιο τρόπο ώστε το νήμα που συνδέει τα δυο σώματα να είναι οριζόντιο και τεντωμένο. Το σώμα Σ απέχει κατά d=1m από το άκρο του τραπεζιού, ενώ παρουσιάζει συντελεστή τριβή μ=0,09 με την επιφάνεια του τραπεζιού. Σε μια στιγμή $t_0=0$ ασκούμε στο κέντρο του κυλίνδρου οριζόντια σταθερή δύναμη F=5N. Να υπολογιστούν:

i) Η επιτάχυνση του σώματος Σ και η επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου.

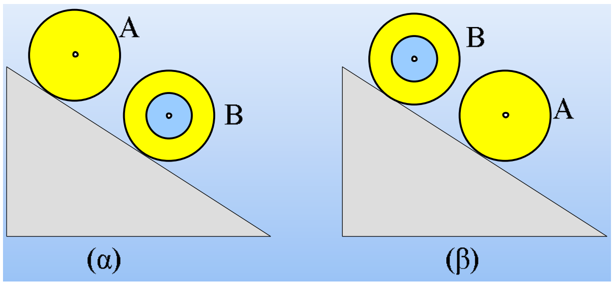
ii) Το έργο της δύναμης F, μέχρι τη στιγμή που το σώμα Σ εγκαταλείπει το τραπέζι.

iii) Την κινητική ενέργεια κάθε σώματος την παραπάνω στιγμή.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I= ½ MR^2$ και $g=10m/s^2$.

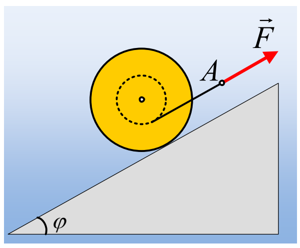
304) Συμπαγής κύλινδρος και κυλινδρικό κέλυφος.

Σε ένα κεκλιμένο επίπεδο αφήνονται δύο κύλινδροι Α και Β από το ίδιο υλικό και της ίδιας ακτίνας. Ο Α είναι συμπαγής, ενώ από τον δεύτερο έχει αφαιρεθεί ένας ομοαξονικός κύλινδρος με ακτίνα r= ½ R. Οι δυο κύλινδροι κυλίονται χωρίς ολίσθηση και παρατηρούμε ότι μετά από λίγο οι κύλινδροι συγκρούονται. Οι αρχικές θέσεις των δύο κυλίνδρων είναι αυτή του σχήματος (α) ή του σχήματος (β);



Δίνεται η ροπή αδράνειας ενός ομογενούς κυλίνδρου $I= ½ MR^2$.

305) Ένας κύλινδρος σε κεκλιμένο επίπεδο.



Ο κύλινδρος του σχήματος ακτίνας R=0,2 m και μάζα 5kg, έχει εγκοπή βάθους ½ R στην οποία έχει τυλιχθεί ένα αβαρές νήμα, στο άκρο Α του οποίου ασκούμε δύναμη F, παράλληλη στο επίπεδο.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του, ο οποίος συνδέει τα κέντρα των δύο βάσεων $I= ½ mR^2$, ημφ=0,6 και συνφ=0,8, ενώ $g=10m/s^2$.

i) Αν το επίπεδο είναι λείο, να εξετάσετε αν μπορεί να ισορροπεί ο κύλινδρος ασκώντας κατάλληλη δύναμη F.

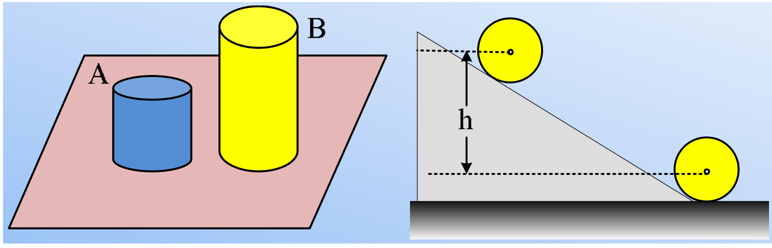
ii) Αν υπάρχουν τριβές και δίνονται οι συντελεστές τριβής μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου $μ=μ_s=0,8$, να βρεθεί το μέτρο της δύναμης F, ώστε ο κύλινδρος να ισορροπεί.

iii) Αν η ασκούμενη δύναμη έχει μέτρο F=45N να σχεδιάστε την ασκούμενη τριβή στον κύλινδρο, δικαιολογώντας την κατεύθυνσή της.

iv) Για την παραπάνω περίπτωση να υπολογιστούν η επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου, καθώς και η γωνιακή του επιτάχυνση.

v) Να υπολογιστούν ξανά η επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου, καθώς και η γωνιακή του επιτάχυνση στην περίπτωση που η ασκούμενη δύναμη έχει μέτρο F=90N.

306) Ένα δεύτερο θέμα με δυο κυλίνδρους.



Διαθέτουμε δύο κυλίνδρους Α και Β ίσων ακτίνων, από το ίδιο υλικό, αλλά ο Β έχει διπλάσιο ύψος του Α. Αφήνουμε την ίδια στιγμή τους δύο κυλίνδρους να κυλίσουν κατά μήκος του ίδιου επιπέδου από ύψος h. Οι κύλινδροι κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν ενώ η ροπή αδράνειας ενός κυλίνδρου ως προς τον άξονα που συνδέει τα κέντρα των δύο βάσεων είναι $I_{cm}= ½\, MR^2$.

i) Πρώτος θα φτάσει στη βάση του επιπέδου:

α) ο κύλινδρος Α β) ο κύλινδρος Β γ) θα φτάσουν ταυτόχρονα.

ii) Μεγαλύτερη ταχύτητα κέντρου μάζας θα αποκτήσει:

α) ο κύλινδρος Α β) ο κύλινδρος Β γ) θα αποκτήσουν ίσες ταχύτητες cm.

iii) Μεγαλύτερη κινητική ενέργεια θα αποκτήσει:

α) ο κύλινδρος Α β) ο κύλινδρος Β γ) θα αποκτήσουν ίσες κινητικές ενέργειες.

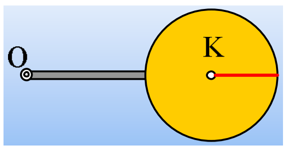
iv) Σε μια στιγμή στη διάρκεια της καθόδου, μεγαλύτερη στροφορμή, ως προς τον άξονά του έχει:

α) ο κύλινδρος Α β) ο κύλινδρος Β γ) θα έχουν ίσες στροφορμές.

v) Σε μια στιγμή στη διάρκεια της καθόδου, μεγαλύτερο ρυθμό μεταβολής της στροφορμής, ως προς τον άξονά του έχει:

α) ο κύλινδρος Α β) ο κύλινδρος Β γ) οι δυο ρυθμοί είναι ίσοι.

307) Μια πτώση σφαίρας.



Μια σφαίρα μάζας Μ=20kg και ακτίνας R=0,5m έχει προσκολληθεί στο άκρο ομογενούς ράβδου μάζας m=16kg μήκους ℓ=0,75m, με αποτέλεσμα να έχει σχηματισθεί ένα στερεό Σ, το οποίο μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο Ο της ράβδου. Φέρνουμε το στερεό σε τέτοια θέση, ώστε η ράβδος να είναι οριζόντια και το αφήνουμε να κινηθεί.

i) Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα του κέντρου Κ της σφαίρας.

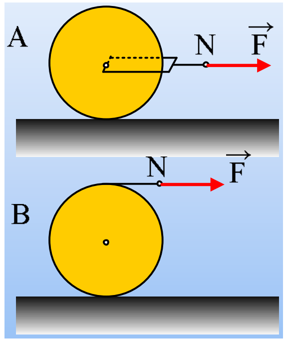
ii) Αν μειώσουμε τη μάζα της ράβδου, θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η μέγιστη ταχύτητα της σφαίρας;

iii) Σε ποια τιμή τείνει η ταχύτητα του κέντρου Κ της σφαίρας, αν η ράβδος θεωρηθεί αβαρής;

iv) Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα του κέντρου Κ της σφαίρας στην περίπτωση που, η αβαρής ράβδος αντικατασταθεί με αβαρές νήμα μήκους ℓ=1,25m. (Το νήμα συνδέεται στα άκρα μιας διαμέτρου, που ουσιαστικά είναι ισοδύναμο με το να έχει συνδεθεί στο κέντρο της σφαίρας).

Δίνεται για την σφαίρα $I_{cm} = \frac{2}{5}MR^2$, για τη ράβδο $I_{cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$ και g=10m/s^2.

308) Ένα δεύτερο θέμα με τροχούς.



Διαθέτουμε δύο όμοιους τροχούς σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο. Στον Α μπορούμε μέσω νήματος να ασκούμε δύναμη στο κέντρο μάζας Ο, στον Β έχουμε τυλίξει γύρω του ένα νήμα, οπότε μπορούμε να ασκούμε δύναμη τραβώντας το νήμα, όπως στο σχήμα. Ασκούμε ίσες δυνάμεις F στα άκρα Ν των δύο νημάτων, μέχρι να μετακινήσουμε το άκρο του νήματος κατά x=1m, ενώ οι τροχοί κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν.

i) Μεγαλύτερη κινητική ενέργεια αποκτά:

α) Ο τροχός Α   β) ο τροχός Β,   γ) αποκτούν ίσες κινητικές ενέργειες.

ii) Σε μια στιγμή η κινητική ενέργεια του Β τροχού αυξάνεται με ρυθμό 4J/s. Την ίδια στιγμή η κινητική ενέργεια του Α τροχού αυξάνεται με ρυθμό:

α) 1J/s   β) 2J/s   γ) 4J/s,   δ) 8J/s.

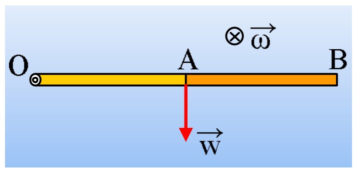
iii) Να κάνετε στο ίδιο διάγραμμα τις γραφικές παραστάσεις της ισχύος κάθε δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

309) Η δύναμη και η επιπλέον ροπή ζεύγους.

Η συνέχεια της ανάρτησης «Μια ορθή γωνία στρέφεται», είναι ένα θέμα που δεν απευθύνεται σε μαθητές. Είναι «**αυστηρώς ακατάλληλη**» γι' αυτούς!!! Ας ξεκινήσουμε από κάτι απλούστερο και που θα μας βοηθήσει να κάνουμε τους σωστούς συλλογισμούς, για την παραπέρα μελέτη μας.

Παράδειγμα:



Δυο όμοιες ομογενείς ράβδοι ΟΑ και ΑΒ είναι κολλημένες στο κοινό τους άκρο Α, έχοντας δημιουργήσει μια νέα ράβδο ΟΒ μήκους 2ℓ=2m και μάζας Μ=2m=2kg, η οποία στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της Ο. Σε μια στιγμή βρίσκεται σε οριζόντια θέση, όπως στο σχήμα, έχοντας γωνιακή ταχύτητα ω=2rad/s. Για την θέση αυτή:

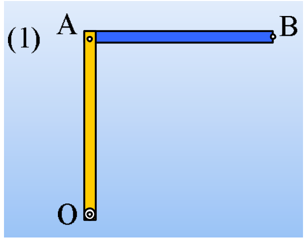
vi) Να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου.

vii) Να υπολογιστούν η οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που ασκεί η ράβδος ΟΑ στην ράβδο ΑΒ.

viii) Να υπολογιστεί η ροπή που ασκεί η ράβδος ΟΑ στην ΑΒ (εκτός της δύναμης).

Για μια ομογενή ράβδο $I_{cm} = \frac{1}{12} m\ell^2$, ενώ g=10m/s^2.

310) Μια ορθή γωνία στρέφεται.



Διαθέτουμε δύο όμοιες ομογενείς ράβδους με μήκος ℓ=1m και μάζα M=3kg η καθεμιά. Τις καρφώνουμε ενώνοντας το ένα τους άκρο Α σχηματίζοντας γωνία 90°, δημιουργώντας ένα στερεό Σ, το οποίο μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο Ο της ράβδου ΟΑ, όπως στο σχήμα, χωρίς τριβές. Φέρνουμε το στερεό Σ σε τέτοια θέση, ώστε η ράβδος ΑΒ να είναι οριζόντια και το αφήνουμε να κινηθεί.

i) Να βρεθεί η ροπή αδράνειας του στερεού Σ καθώς και η αρχική επιτάχυνση του άκρου Β της ράβδου ΑΒ.

ii) Για την θέση (2) που η ράβδος ΑΒ γίνεται ξανά οριζόντια, να υπολογιστούν:

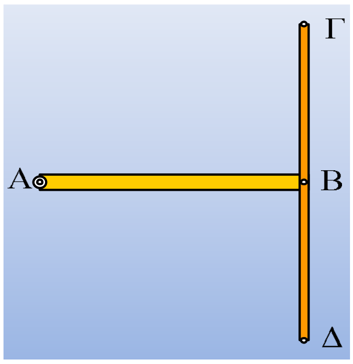
α) η ταχύτητα του άκρου Β και ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητάς του.

β) η στροφορμή του στερεού Σ και η στροφορμή κάθε ράβδου, ως προς (κατά) τον άξονα περιστροφής.

γ) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής ως προς (κατά) τον άξονα περιστροφής του στερεού Σ και οι αντίστοιχοι ρυθμοί για κάθε ράβδο.

δ) Η ροπή που ασκείται στην ράβδο ΑΒ από την ράβδο ΟΑ ως προς τον άξονα περιστροφής στο Ο.

311) Στροφορμή στερεού και γωνιακή ταχύτητα.



Στο άκρον Β μιας ομογενούς δοκού ΑΒ μήκους ℓ_1 =2m και μάζας M_1=3kg, έχει προσδεθεί το μέσον μιας δεύτερης ομογενούς δοκού ΓΔ, μήκους ℓ_2=4m και μάζας M_2=3kg, οπότε έχουμε δημιουργήσει ένα στερεό Σ, το οποίο μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος περνά από το άκρο Α της πρώτης δοκού. Φέρνουμε το στερεό στη θέση που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, έτσι ώστε η ράβδος ΑΒ να είναι οριζόντια και σε μια στιγμή το αφήνουμε να περιστραφεί.

i) Να βρεθεί η αρχική γωνιακή επιτάχυνση του στερεού, καθώς και οι επιταχύνσεις του κέντρου μάζας Κ του στερεού, καθώς και των σημείων Γ και Δ.

ii) Να υπολογιστεί η μέγιστη ταχύτητα του σημείου Γ.

iii) Τη στιγμή που το σημείο Γ έχει τη μέγιστη ταχύτητά του να βρεθούν:

α) Η στροφορμή του στερεού Σ ως προς (κατά) τον άξονα περιστροφής του στο Α.

β) Η στροφορμή της δοκού ΑΒ ως προς (κατά) τον άξονα περιστροφής της στο Α.

γ) Η στροφορμή της δοκού ΓΔ ως προς (κατά) τον άξονα περιστροφής της στο Α.

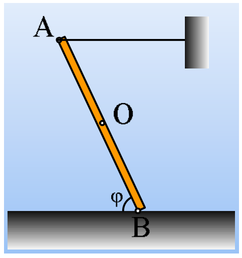
iv) Την παραπάνω στιγμή η δοκός ΓΔ λύνεται και κινείται πλέον ελεύθερα. Να βρεθεί η Κινητική ενέργεια της δοκού ΓΔ μετά από χρονικό διάστημα 1s.

Δίνεται g=10m/s^2 και η ροπή αδράνειας μιας δοκού ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I_{cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$.

312) Έστω ότι συμβαίνει … άρα συμβαίνει;

Πριν λίγες μέρες έγινε μια μεγάλη συζήτηση στην ανάρτηση του Νίκου Ανδρεάδη «Με αφορμή το Δ1 του 2011». Στη συζήτηση αυτή είχα γράψει ένα σχόλιο: «Μελετώντας την, σε βλέπω να κάνεις κριτική στην ανάρτηση (και λύση), Μια δοκός ακουμπά σε κοντύτερο τοίχο...» και περίμενα μια τοποθέτηση που να αμφισβητεί τη λύση που είχα δώσει. Η τοποθέτηση δεν ήρθε, οπότε ας μιλήσουμε ξανά πάνω στον τρόπο μιας απόδειξης και κατά πόσο είναι αποδεκτή.

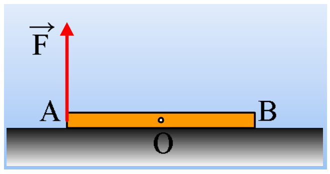
Ας πάρουμε το παρακάτω παράδειγμα.



Μια ομογενής δοκός μάζας M=10kg και μήκους ℓ=4m ισορροπεί όπως στο σχήμα, δεμένη με νήμα, ενώ στηρίζεται στο έδαφος, σχηματίζοντας γωνία φ=60° με την οριζόντια διεύθυνση. Η δοκός παρουσιάζει με το έδαφος συντελεστές τριβής μ_s=μ=0,5. Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Να βρεθούν η επιτάχυνση του κέντρου μάζας O και η γωνιακή επιτάχυνση της δοκού, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος.

Δίνεται για τη δοκό $I_{cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$ και g=10m/s^2.

313) Κατακόρυφη δύναμη σε σανίδα.



Μια ομογενής σανίδα μήκους 2m και μάζας 1kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε στο ένα της άκρο Α μια κατακόρυφη δύναμη F=2N και βλέπουμε ότι η σανίδα ισορροπεί.

i) Να υπολογίσετε την δύναμη που ασκεί το επίπεδο στη σανίδα και τη ροπή της ως προς το μέσον Ο της σανίδας.

ii) Αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή F=4N και η ράβδος συνεχίζει να ισορροπεί. Πόσο απέχει ο φορέας της αντίδρασης του επιπέδου από το μέσον Ο της ράβδου;

iii) Ποια είναι η μέγιστη τιμή της ασκούμενης δύναμης, χωρίς να αρχίσει να σηκώνεται η σανίδα;

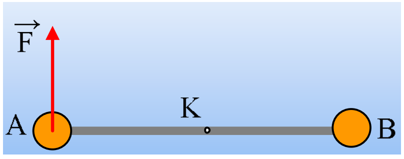
iv) Αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή F=6N. Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση του μέσου Ο της και του άκρου Α της ράβδου.

v) Αν η δύναμη F παραμένει σταθερή, να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια της σανίδας τη στιγμή που σχηματίζει γωνία θ=30° με το επίπεδο.

vi) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του μέσου Ο και του άκρου Β της σανίδας στην παραπάνω θέση.

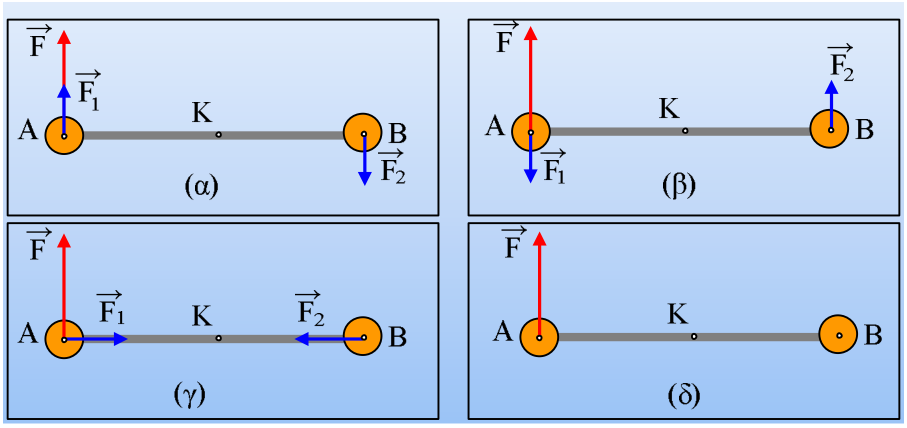
Δίνεται g=10m/s^2 και η ροπή αδράνειας της σανίδας ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{12}mL^2$.

314) Δυνάμεις σε δύο σημειακές μάζες από αβαρή ράβδο.

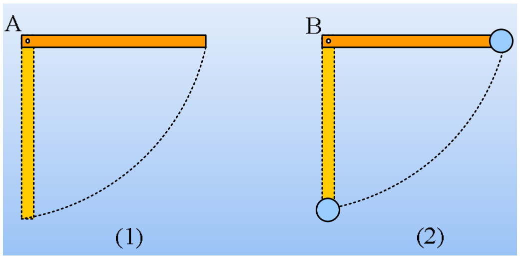


Δυο σημειακές σφαίρες Α και Β με μάζες $m_A = m_B = M$ είναι κολλημένες στα άκρα μιας άκαμπτης λεπτής και αβαρούς ράβδου μήκους ℓ=2d.

Το σύστημα, τοποθετείται πάνω σε οριζόντιο λείο επίπεδο και ηρεμεί. Την χρονική στιγμή t = 0 , μια οριζόντια δύναμη μέτρου F, ασκείται στην αριστερή σφαίρα Α κάθετα στη ράβδο. Ποιο από τα παρακάτω σχήματα δείχνει σωστά τις δυνάμεις που ασκεί η ράβδος στις σφαίρες, αμέσως μετά την άσκηση της δύναμης F;



315) Πιο γρήγορα, πιο σύντομα…



Δυο όμοιες ομογενείς ράβδοι μήκους ℓ και μάζας m, μπορούν να στρέφονται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το ένα τους άκρο. Στο άλλο άκρο της δεύτερης ράβδου, έχει προσδεθεί ένα μικρό σώμα, αμελητέων διαστάσεων, της ίδιας μάζας m, οπότε έτσι έχουμε δυο στερεά (1) και (2). Τα δυο στερεά ηρεμούν σε κατακόρυφη θέση, όπως στο σχήμα. Εκτρέπουμε τα στερεά φέρνοντάς τα σε οριζόντια θέση και σε μια στιγμή τα αφήνουμε ταυτόχρονα να κινηθούν.

i) Μεγαλύτερη γωνιακή επιτάχυνση θα αποκτήσει αμέσως μετά, το στερεό:

α) (1) β) (2) γ) θα αποκτήσουν ίσες γωνιακές επιταχύνσεις.

ii) Πρώτο θα φτάσει στην αρχική κατακόρυφη θέση ισορροπίας το στερεό:

α) (1) β) (2) γ) θα φτάσουν. ταυτόχρονα.

iii) Μεγαλύτερη κινητική ενέργεια θα αποκτήσει το στερεό:

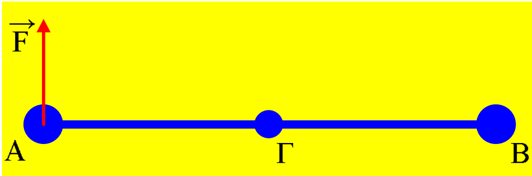
α) (1) β) (2) γ) θα αποκτήσουν ίσες κινητικές ενέργειες.

iv) Μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα θα αποκτήσει το στερεό:

α) (1) β) (2) γ) θα αποκτήσουν ίσες μέγιστες γωνιακές ταχύτητες.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I_{cm} = \frac{1}{12} m\ell^2$.

316) Δυνάμεις σε σημειακές μάζες από αβαρή ράβδο.



Δυο σημειακές σφαίρες Α και Β με μάζες $m_A = m_B = 2M = 2kg$ είναι κολλημένες στα άκρα μιας άκαμπτης λεπτής και αβαρούς ράβδου μήκους $\ell = 2d = 2m$.

Μια τρίτη σφαίρα Γ μάζας $m_Γ = M = 1kg$ είναι κολλημένη στο μέσον της ράβδου. Το σύστημα, τοποθετείται πάνω σε οριζόντιο λείο επίπεδο και ηρεμεί.

Την χρονική στιγμή t = 0 , μια οριζόντια δύναμη μέτρου F=5N, ασκείται στην αριστερή σφαίρα Α κάθετα στη ράβδο.

Να υπολογιστούν αμέσως μετά την εφαρμογή της δύναμης F, οι δυνάμεις που ασκεί η ράβδος στις τρεις σημειακές μάζες Α, Β και Γ.

317) Το φρενάρισμα ενός τροχού.

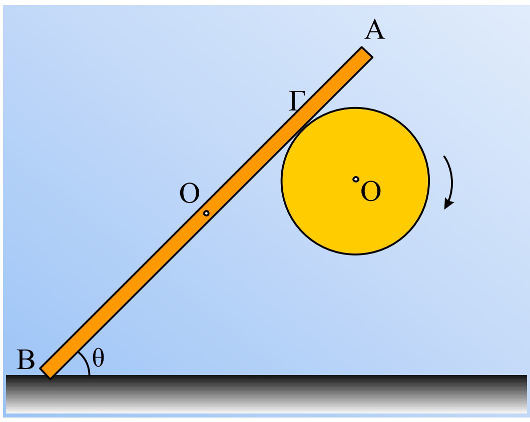
Ένας τροχός μάζας M=20kg και ακτίνας R=0,5m κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο δρόμο με ταχύτητα κέντρου μάζας $υ_{cm}$=20m/s. Ασκώντας πάνω του μια σταθερή ροπή, μέσω ενός ζεύγους δυνάμεων, ο τροχός ακινητοποιείται μετά από λίγο.

i) Ποια είναι η μέγιστη ροπή, που μπορούμε να ασκήσουμε στον τροχό, ώστε στη διάρκεια της επιβράδυνσής του, να μην προκληθεί ολίσθηση του τροχού;

ii) Να βρεθεί η ελάχιστη απόσταση στην οποία θα ακινητοποιηθεί, στην περίπτωση αυτή, ο τροχός.

Δίνεται ο συντελεστής οριακής στατική τριβής μεταξύ τροχού και δρόμου $μ_s$=0,8 και $g=10m/s^2$.

318) Ένα φρενάρισμα κυλίνδρου.



Ένας κύλινδρος μάζας M=200kg και ακτίνας R=0,6m στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα, που περνά από τα κέντρα των δύο βάσεών του, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω=10rad/s. Προκειμένου να τον σταματήσουμε, στηρίζουμε πάνω του μια ομογενή δοκό μήκους ℓ=4m και μάζας m=9kg, όπως στο σχήμα, όπου (ΑΓ)=1m ενώ η γωνία θ που σχηματίζει με το έδαφος έχει ημθ=0,6 (συνθ=0,8). Παρατηρούμε ότι η δοκός ισορροπεί, ενώ ο κύλινδρος σταματά σε χρονικό διάστημα Δt=50s.

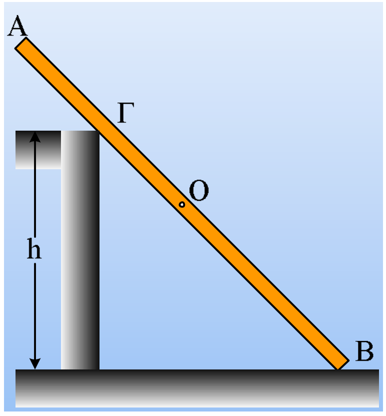
i) Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κυλίνδρου και δοκού.

ii) Να βρεθεί η τριβή που δέχεται η δοκός από το έδαφος.

iii) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής στατικής οριακής τριβής μεταξύ δοκού και εδάφους, χωρίς να γλιστρήσει η δοκός για το χρονικό διάστημα περιστροφής του κυλίνδρου.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου $I = ½ MR^2$ και $g=10m/s^2$.

319) Μια δοκός ακουμπά σε κοντύτερο τοίχο.



Μια ομογενής δοκός μήκους (ΑΒ)= 4m και βάρους 300Ν, στηρίζεται όπως στο σχήμα σε τοίχο ύψους h=1,8m, σε σημείο Γ, όπου (ΑΓ)=1m και σε λείο οριζόντιο έδαφος.

i) Να βρεθεί η δύναμη που ασκείται στην δοκό στο σημείο στήριξης Γ.

ii) Να υπολογιστεί ο ελάχιστος συντελεστής στατικής οριακής τριβής μεταξύ του κατακόρυφου τοίχου και της δοκού, για να υπάρξει η παραπάνω ισορροπία.

iii) Αν πάνω στη ράβδο τοποθετήσουμε ένα σώμα Σ αμελητέων διαστάσεων και βάρους w_1, το οποίο εμφανίζει με τη δοκό συντελεστή οριακής τριβής μ_{s1}=0,8, να εξετάσετε αν το σύστημα θα συνεχίσει να ισορροπεί, δεχόμενοι ότι ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ σανίδας και τοίχου, έχει τιμή, ίση με αυτή που υπολογίστηκε στο προηγούμενο ερώτημα.

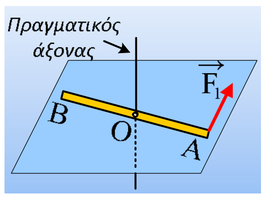
320) Άξονες περιστροφής στερεού

Πραγματικοί και νοητοί.

Μιλάμε συνεχώς για περιστροφή ενός στερεού γύρω από άξονα, αλλά συνήθως ξεχνάμε να πούμε αν αυτός ο άξονας είναι πραγματικός ή νοητός. Δεν είναι το ίδιο να περιστρέφω την πόρτα η οποία στηρίζεται στους μεντεσέδες και το ίδιο να περιστρέφω το στυλό που κρατάω στο χέρι μου. Και αυτό γιατί ο πραγματικός άξονας είναι εκεί για να επιβάλει συγκεκριμένο τρόπο περιστροφής, ενώ ο νοητός δεν υπάρχει και σε τελευταία ανάλυση είναι μια δική μου σκέψη που τον εντάσσει στο πρόβλημα.

Ας δούμε μερικά παραδείγματα για να ξεδιαλύνουμε την κατάσταση.

Παράδειγμα 1ο:

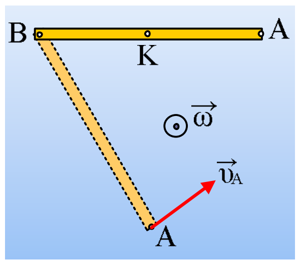


Πάνω σε μια παγωμένη λίμνη ηρεμεί μια ομογενής σανίδα μάζας Μ=6kg μήκους ℓ=2m, η οποία μπορεί να στρέφεται γύρω από (πραγματικό) κατακόρυφο άξονα που περνά από το μέσον της Ο. Σε μια στιγμή t=0 δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης σταθερού μέτρου F_1=4Ν, στο άκρο της Α, η οποία παραμένει κάθετη στη ράβδο, όπως στο σχήμα, μέχρι τη στιγμή t_1=5s, όπου η δύναμη καταργείται.

ix) Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα της σανίδας τις χρονικές στιγμές t_1=5s και t_2=10s.

x) Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκεί ο άξονας στη σανίδα τις χρονικές στιγμές t_1=4s και t_2=10s…..

321) Και κατά την περιστροφή σπάει ο άξονας…



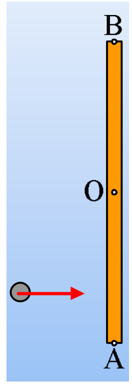
Μια ομογενής ράβδος μήκους ℓ=1m στρέφεται, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της Β, ενώ το άλλο της άκρου Α έχει ταχύτητα σταθερού μέτρου υ_A=4m/s. Τη στιγμή t=0, που η ράβδος είναι σε οριζόντια θέση, ο άξονας περιστροφής σπάει και η ράβδος κινείται πλέον ελεύθερη.

i) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του μέσου Κ της ράβδου, σε συνάρτηση με το χρόνο.

ii) Να βρεθούν οι ταχύτητες (μέτρο και κατεύθυνση) των άκρων της ράβδου τη χρονική στιγμή t_1=0,2s.

Δίνεται g=10m/s^2.

322) Κίνηση ράβδου μετά από κρούση.



Σε μια παγωμένη λίμνη ηρεμεί μια λεπτή ομογενής σανίδα ΑΒ μήκους ℓ=2m. Σε μια στιγμή (t_0=0) συγκρούεται μαζί της μια κινούμενη σφαίρα, όπως στο σχήμα (α), με αποτέλεσμα αμέσως μετά την κρούση, το άκρο Α της σανίδας να αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $υ_{max}$= 0,7m/s, της ίδιας κατεύθυνσης με την ταχύτητα της σφαίρας. Στη συνέχεια η ταχύτητα του σημείο Α μεταβάλλεται και η ελάχιστη τιμή που παίρνει, είναι $υ_{min}$= 0,1m/s, με την ίδια κατεύθυνση.

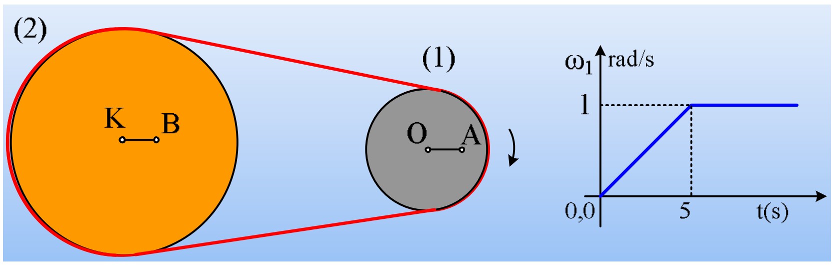
Αν η κίνηση της ράβδου γίνεται χωρίς να εμφανίζονται τριβές, να βρεθούν:

i) Η ταχύτητα του μέσου Ο της ράβδου.

ii) Ο αριθμός των περιστροφών που κάνει η ράβδος μέχρι τη στιγμή t_1= 15π s.

iii) Η ταχύτητα του άκρου Α την παραπάνω στιγμή t_1.

323) Περιστροφή δύο κυλίνδρων.



Οι δυο κύλινδροι του σχήματος, με ακτίνες R_1=0,2m και R_2=0,5m, μπορούν να στρέφονται γύρω από σταθερούς άξονες που περνάνε από τα κέντρα των βάσεών τους, συνδέονται με ιμάντα και ηρεμούν. Κάποια στιγμή ο κύλινδρος (1) τίθεται σε περιστροφή και στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η γωνιακή του ταχύτητα σε συνάρτηση με το χρόνο. Ο ιμάντας δεν γλιστρά στους κυλίνδρους με αποτέλεσμα να τίθεται σε περιστροφή και ο δεύτερος κύλινδρος (2).

i) Να γίνουν τα διαγράμματα της γωνιακής επιτάχυνσης κάθε κυλίνδρου σε συνάρτηση με το χρόνο.

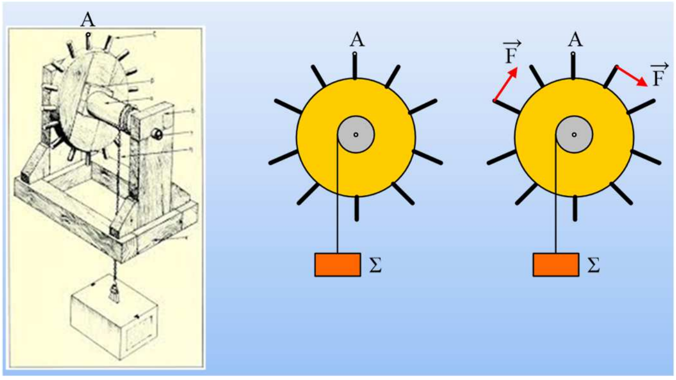
ii) Κάποια στιγμή t_1 >5s, δύο σημεία των κυλίνδρων Α και Β βρίσκονται στις θέσεις που φαίνονται στο σχήμα. Τα σημεία αυτά απέχουν r=10cm από τους άξονες περιστροφής Ο και Κ αντίστοιχα.

α) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση κάθε σημείου.

β) Μετά πόσο χρόνο τα παραπάνω σημεία θα βρίσκονται ταυτόχρονα ξανά στις ίδιες θέσεις για πρώτη φορά;

324) Στροφορμή και Ενέργεια σε ένα βαρούλκο.

Στο παραπάνω σχήμα βλέπετε ένα βαρούλκο, με την βοήθεια του οποίο ανεβάζουμε ένα βαρύ σώμα Σ μάζας 20kg. Δίνονται η ακτίνα του τυμπάνου γύρω από το οποίο τυλίγεται το σχοινί r=10cm, ενώ η ακτίνα του σημείου Α είναι ίση με R=50cm.



A)Ασκώντας δυο δυνάμεις ίσου μέτρου F=24N, στα άκρα δύο χειρολαβών, κάθετα προς αυτές όπως στο σχήμα, μπορούμε να στρέφουμε το βαρούλκο, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω=0,1rad/s.

B) Αν αυξήσουμε τα μέτρα των δύο δυνάμεων στην τιμή F_1=28N, τότε το τύμπανο αποκτά σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $α_{γων}$=4rad/s^2, οπότε τη στιγμή t_1 το σώμα Σ έχει ταχύτητα 0,5m/s.

i) Αν το τύμπανο του βαρούλκου δέχεται σταθερή ροπή λόγω τριβής, από τον άξονα, να υπολογιστεί η τιμή της.

ii) Να βρεθεί η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του βαρούλκου, ως προς τον άξονα περιστροφής του τυμπάνου τη στιγμή t_1.

iii) Για την παραπάνω στιγμή t_1 να βρεθούν επίσης:

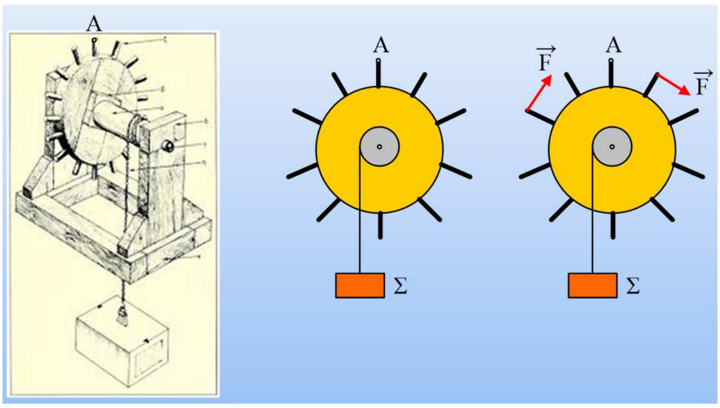
α) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του τυμπάνου.

β) Ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρουμε ενέργεια στο σύστημα, μέσω των δύο δυνάμεων που ασκούμε.

γ) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ και του βαρούλκου.

δ) Ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας των τριβών.

325) Εφαρμόζοντας τη δυναμική σε ένα βαρούλκο.



Στο παραπάνω σχήμα βλέπετε ένα βαρούλκο, με την βοήθεια του οποίο ανεβάζουμε ένα βαρύ σώμα Σ. Δίνονται η ακτίνα του τυμπάνου γύρω από το οποίο τυλίγεται το σχοινί r=10cm, ενώ η ακτίνα του σημείου Α είναι ίση με R=50cm.

α)Ασκώντας δυο δυνάμεις ίσου μέτρου F=20N, στα άκρα δύο χειρολαβών, κάθετα προς αυτές όπως στο σχήμα, μπορούμε να στρέφουμε το βαρούλκο, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω=0,1rad/s.

β) Αν αυξήσουμε το μέτρο των δυνάμεων στην τιμή F_1=24N, τότε το τύμπανο αποκτά γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{γων}=4rad/s^2$.

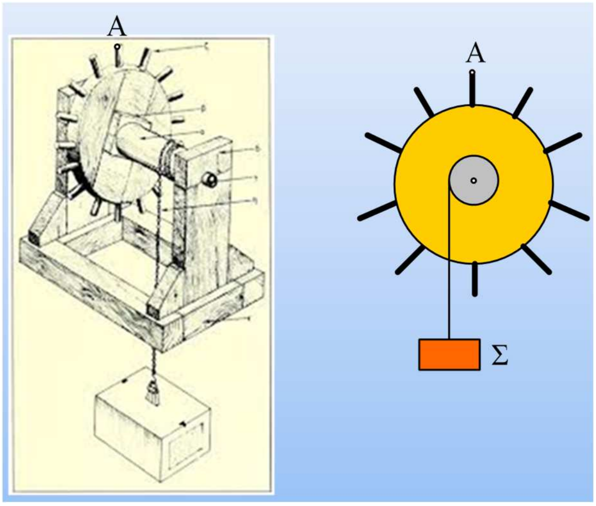
i) Να βρεθεί η μάζα του σώματος Σ.

ii) Πόση είναι η ροπή αδράνειας του βαρούλκου ως προς τον άξονα περιστροφής του;

iii) Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος Σ, αν καταργηθεί η μια από τις δύο δυνάμεις ενώ η άλλη συνεχίζει να έχει σταθερό μέτρο 24N.

Δίνεται $g=10m/s^2$, ενώ δεν ασκούνται τριβές από τον άξονα περιστροφής στο τύμπανο του βαρούλκου.

326) Ταχύτητες και επιταχύνσεις σε ένα βαρούλκο.



Στο παραπάνω σχήμα βλέπετε ένα βαρούλκο, με την βοήθεια του οποίο ανεβάζουμε ένα βαρύ σώμα Σ. Δίνονται η ακτίνα του τυμπάνου γύρω από το οποίο τυλίγεται το σχοινί r=10cm, ενώ η ακτίνα του σημείου Α είναι ίση με R=50cm. Σε μια στιγμή το σώμα Σ ανέρχεται με επιτάχυνση $\alpha=0{,}2m/s^2$ έχοντας ταχύτητα υ=0,4m/s

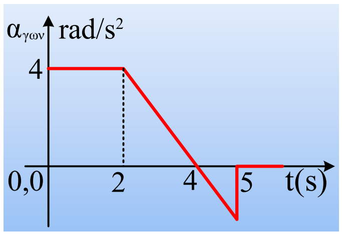
i) Να βρεθεί η ταχύτητα του σημείου Α.

ii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας (η επιτρόχιος επιτάχυνση) του σημείου Α;

iii) Να υπολογιστεί η κεντρομόλος επιτάχυνση του Α.

327) Ένα φορτηγό επιταχύνεται

Ένα φορτηγό κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα $υ_0$=6m/s. Σε μια στιγμή, που θεωρούμε ότι t=0, το φορτηγό επιταχύνεται και η γωνιακή επιτάχυνση ενός τροχού του, ακτίνας R=0,4m, δίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης οι τροχοί κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν.



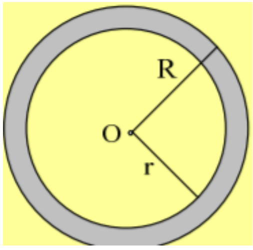
i) Να βρεθεί η μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας του τροχού από 0-2s.

ii) Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα του τροχού τη στιγμή t_1=5s και πόση τη στιγμή t_2=10s;

iii) Ποια είναι τελικά η ταχύτητα του φορτηγού;

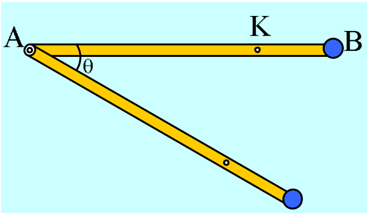
Ασκήσεις 11-12

328) Ροπή αδράνειας ομογενούς σφαιρικού φλοιού.



Έστω ένας λεπτός ομογενής σφαιρικός φλοιός ακτίνας R και μάζας M. Να υπολογιστεί η ροπή αδράνειάς του ως προς μια διάμετρό του. Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας σφαίρας $I = \frac{2}{5}MR^2$.

329) Και αν σπάσει ο άξονας;



Μια μη ομογενής ράβδος μήκους ℓ=4m και μάζας 6kg, μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το άκρο της Α. Στο άλλο άκρο της έχει δεθεί ένα σώμα Σ, που θεωρείται υλικό σημείο μάζας m=4kg. Έτσι έχουμε δημιουργήσει ένα στερεό S, με κέντρο μάζας Κ, όπου (ΚΒ)=1m. Φέρνουμε το στερεό σε οριζόντια θέση, όπως στο σχήμα και σε μια στιγμή το αφήνουμε να κινηθεί, οπότε η αρχική επιτάχυνση του σώματος Σ είναι $α_0$=12m/s^2. Το στερεό δεν παρουσιάζει τριβές με τον άξονα, ενώ g=10m/s^2.

i) Να βρεθεί η ροπή αδράνειας του στερεού S, ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Μετά από λίγο, η ράβδος σχηματίζει γωνία θ=30° με την οριζόντια διεύθυνση. Για την θέση αυτή, να βρεθούν:

ii) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του στερεού S

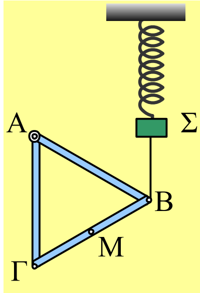
iii) Η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του στερεού S, ως προς τον άξονα περιστροφής του.

iv) Η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, ως προς τον άξονα περιστροφής.

v) Στην παραπάνω θέση, σπάει ο άξονας περιστροφής, οπότε το στερεό πέφτει ελεύθερα και κτυπάει στο έδαφος με το άκρο του Β και με τη ράβδο κατακόρυφη, χωρίς να έχει ολοκληρώσει μια περιστροφή. Πόσο χρόνο διαρκεί η ελεύθερη πτώση του στερεού;

330) Ακροβατώντας μεταξύ ενιαίου στερεού και ράβδων.

Διαθέτουμε τρεις όμοιες ομογενείς ράβδους μάζας m=3kg και μήκους ℓ=4/3m η καθεμιά. Τις ενώνουμε στα άκρα, σχηματίζοντας ένα ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ (στερεό S). Το στερεό S, μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος περνά από την κορυφή Α, ισορροπεί δε σε θέση όπου η πλευρά ΑΓ είναι κατακόρυφη, δεμένο με κατακόρυφο νήμα στην κορυφή Β. Το άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο στο υλικό σημείο Σ, το οποίο ηρεμεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς k=100N/m, όπως στο σχήμα.



i) Να βρεθεί η τάση του νήματος μεταξύ της κορυφής Β και σώματος Σ.

Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα.

ii) Να υπολογίστε τη ροπή αδράνειας του στερεού S ως προς τον άξονα περιστροφής του.

iii) Να υπολογίστε τις αρχικές επιταχύνσεις της κορυφής Β και του μέσου Μ της πλευράς ΒΓ. Να σχεδιάστε στο σχήμα τις παραπάνω επιταχύνσεις.

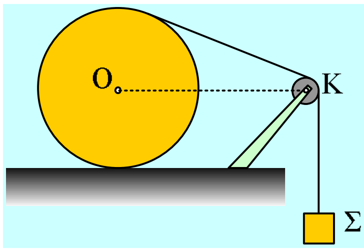
iv) Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της στροφορμής των ράβδων ΑΓ και ΒΓ, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος.

v) Να βρεθεί η μέγιστη κινητική ενέργεια του στερεού S.

vi) Να υπολογιστεί η μέγιστη κινητική ενέργεια του σώματος Σ.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I_{cm}=\frac{1}{12}m\ell^2$ και $g=10m/s^2$.

331) Κίνηση κυλίνδρου σε λείο επίπεδο με χρήση αβαρούς τροχαλίας.



Γύρω από έναν κύλινδρο μάζας Μ=26,4kg και ακτίνας R=1m έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, το οποίο αφού περάσει από μια αβαρή τροχαλία, στο άλλο του άκρο κρέμεται ένα σώμα Σ μάζας m=10/9 kg. Ο κύλινδρος συγκρατείται ακίνητος σε λείο οριζόντιο επίπεδο και το νήμα σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση, όπου ημθ=0,6 (συνθ=0,8). Σε μια στιγμή αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί. Η τροχαλία έχει ακτίνα r=0,1m και το κέντρο της Κ απέχει 1m από το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται και στο σχήμα.

i) Να εξηγείστε γιατί ο κύλινδρος θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση. Να εξετάσετε αν πρόκειται:

α) να ολισθήσει, β) να κυλήσει γ) να «σπινάρει»

ii) Να βρείτε μια σχέση που να συνδέει την αρχική επιτάχυνση του άξονα Ο του κυλίνδρου με την επιτάχυνση του σώματος Σ.

iii) Να υπολογίσετε την αρχική επιτάχυνση του σώματος Σ.

iv) Να βρεθεί ο αρχικός ρυθμός μεταβολής της στροφορμής:

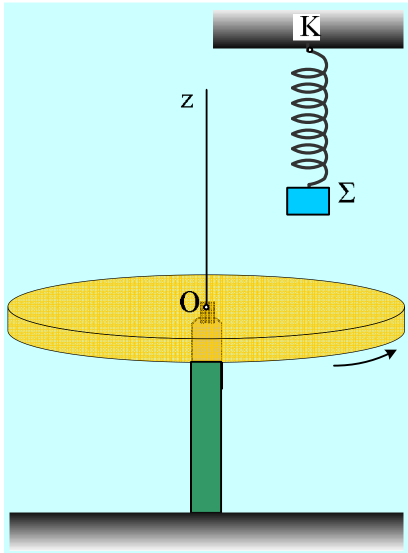
α) Του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του.

β) Του συστήματος κύλινδρος-σώμα Σ, ως προς το άξονα περιστροφής της τροχαλίας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του I= ½ MR^2 και $g=10m/s^2$.

332) Μια κρούση σώματος με οριζόντιο κυκλικό τραπέζι.

Ένα τραπέζι σχήματος δίσκου, μάζας Μ=19,5kg και ακτίνας R=0,4m στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα z, ο οποίος περνά από το κέντρο του Ο, όπως στο διπλανό σχήμα, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Πάνω από το τραπέζι συγκρατείται ένα σώμα Σ, αμελητέων διαστάσεων, μάζας m=1kg, το οποίο είναι δεμένο στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=100N/m και φυσικού μήκους ℓ_0=0,2m. Το ελατήριο κρέμεται από σημείο Κ, το οποίο απέχει 0,3m από το τραπέζι, ο άξονάς του απέχει 0,2m από τον άξονα z και στη θέση αυτή έχει το φυσικό μήκος του. Αφήνουμε το σώμα τη στιγμή t_0=0, να κινηθεί και προσκολλάται στο τραπέζι. Αν αμέσως μετά την κρούση το σώμα Σ έχει ταχύτητα $υ_1$=0,6m/s, ζητούνται:



i) Η επιτάχυνση και η ταχύτητα του σώματος Σ, ελάχιστα πριν την κρούση.

ii) Η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ που οφείλεται στην πλαστική του κρούση με το τραπέζι. Ποια η αντίστοιχη μεταβολή της στροφορμής του ως προς (κατά) τον άξονα z;

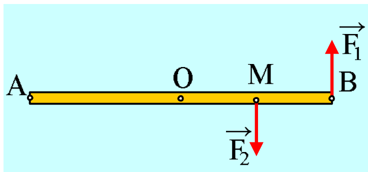
iii) Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του σώματος Σ, τη στιγμή που θα έχει εκτελέσει μισή περιστροφή.

iv) Η γωνία κατά την οποία στρέφεται το τραπέζι από τη στιγμή t_0=0, μέχρι τη στιγμή της κρούσης.

Δίνεται ότι παρόλη την κρούση το τραπέζι δεν παύει να στρέφεται γύρω από τον ίδιο κατακόρυφο άξονα z χωρίς να «παλαντζάρει», η ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα z $I= ½\, MR^2$ και $g=10m/s^2$.

333) Μια σανίδα σε παγωμένη λίμνη.

Σε μια παγωμένη λίμνη ηρεμεί μια σανίδα μήκους ℓ=6m και μάζας 8kg. Σε μια στιγμή, t=0, ασκούμε πάνω της δυο οριζόντιες παράλληλες σταθερού μέτρου δυνάμεις $F_1=F_2=12π$ N, όπως στο σχήμα, όπου (ΜΒ)= 1,5m, οι οποίες παραμένουν συνεχώς κάθετες στη σανίδα.



i) Η σανίδα θα περιστραφεί οριζόντια γύρω από κατακόρυφο άξονα, ο οποίος περνά από το:

α) Το άκρο Α, β) Το μέσον της Ο, γ) Το μέσον της ΜΒ.

ii) Να βρείτε τις ταχύτητες (μέτρο και κατεύθυνση) του μέσου Ο και του άκρου Β τη στιγμή t_1=2s.

iii) Για τη στιγμή t_1 να βρεθούν:

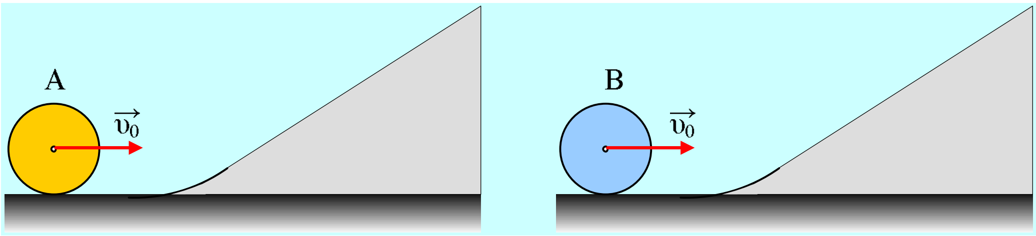
α) Η στροφορμή της σανίδας και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της, ως προς κατακόρυφο άξονα που περνά από το μέσον της Ο.

β) Η κινητική ενέργεια και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σανίδας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου, ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I=\frac{1}{12}M\ell^2$.

334) Άνοδος σφαίρας σε κεκλιμένο επίπεδο.

Δύο όμοιες σφαίρες κυλίονται (χωρίς να ολισθαίνουν) σε οριζόντιο επίπεδο με την ίδια ταχύτητα κέντρου μάζας $υ_0$. Στην πορεία τους συναντούν δύο κεκλιμένα επίπεδα, στα οποία συνεχίζουν να ανέρχονται. Η Α σφαίρα ανεβαίνει στο πρώτο επίπεδο που είναι λείο, ενώ η Β στο δεύτερο στο οποίο συνεχίζει να κυλίεται.



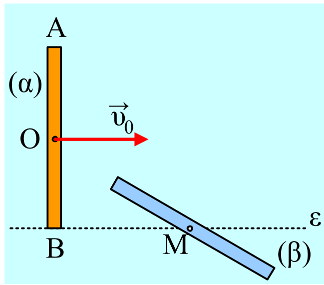
Σε μεγαλύτερο ύψος θα φτάσει:

i) Η Α σφαίρα.

ii) Η Β σφαίρα.

iii) Οι δυο σφαίρες θα φτάσουν στο ίδιο ύψος.

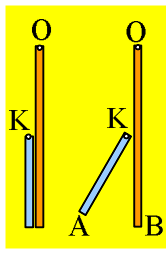
335) Μια ελαστική κρούση ράβδων.



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται με σταθερή ταχύτητα $υ_0$=7m/s μια ομογενής ράβδος (α) μάζας Μ και μήκους ℓ=1m, χωρίς να στρέφεται, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή συγκρούεται ελαστικά με δεύτερη όμοια ράβδο (β), το μέσον Μ της οποίας βρίσκεται σε ευθεία ε, παράλληλης προς την ταχύτητα $υ_0$, η οποία περνά από το άκρο Β της πρώτης ράβδου. Το σημείο σύγκρουσης είναι το μέσον της (ΟΒ) και κατά τη διάρκεια της κρούσης δεν αναπτύσσεται δύναμη τριβής μεταξύ των δύο ράβδων. Να υπολογιστούν οι ταχύτητες και οι γωνιακές ταχύτητες των δύο ράβδων μετά την κρούση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I = \frac{1}{12} m\ell^2$.

336) Σύγκρουση ράβδων και στροφορμές.

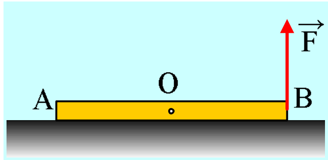


Δίνονται δύο ομογενείς ράβδοι της ίδιας μάζας και με μήκη ℓ και 2ℓ, οι οποίες μπορούν να στρέφονται γύρω από οριζόντιους άξονες, που διέρχονται από το ένα άκρο τους και οι οποίες ισορροπούν σε κατακόρυφη θέση, όπως στο σχήμα, όπου η απόσταση μεταξύ τους είναι 1mm. Εκτρέπουμε την μικρή από τη θέση ισορροπίας της και την αφήνουμε να κινηθεί. Φτάνοντας στην θέση ισορροπίας της έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα $ω_0$=2rad/s και συγκρούεται ελαστικά με την δεύτερη. Εξαιτίας της μικρής μεταξύ τους απόστασης, το άκρο Α της πρώτης, συγκρούεται με το άκρο Β της δεύτερης.

Να βρεθούν οι γωνιακές ταχύτητες των δύο ράβδων μετά την κρούση. Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου, ως προς κάθετο άξονα που περνά από το ένα της άκρο I= 1/3 $M\ell^2$.

337) Προσπαθώντας να ανασηκώσουμε μια ράβδο.

Μια λεπτή ομογενής ράβδος μήκους 8m και μάζας 6kg, ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μέσω ενός νήματος, το οποίο έχουμε δέσει στο άκρο της Β, ασκούμε πάνω της μια κατακόρυφη δύναμη F, όπως στο σχήμα.



i) Αν το μέτρο της δύναμης είναι F=20N, παρατηρούμε ότι η ράβδος ισορροπεί. Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω της, βρίσκοντας και την ροπή καθεμιάς, ως προς το μέσον της Ο.

ii) Αυξάνουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην τιμή F=30N. Σχεδιάστε ξανά τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο.

iii) Αν αυξήσουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή F=32N, παρατηρούμε ότι η ράβδος αρχίζει να ανασηκώνεται από το έδαφος.

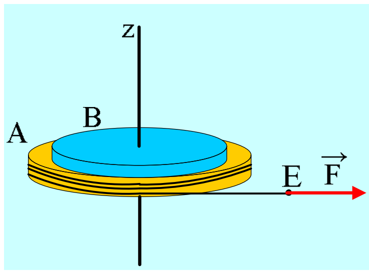
α) Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση του μέσου της Ο της ράβδου.

β) Σε μια στιγμή t_1 το άκρο Β της ράβδου, βρίσκεται σε ύψος h=4m από το έδαφος, ενώ το Α σε επαφή με το έδαφος. Για την θέση αυτή να υπολογίσετε την ταχύτητα του Ο και την ταχύτητα του άκρου Α της ράβδου.

γ) Πόσο έχει μετατοπιστεί το άκρο Α της ράβδου από $0\text{-}t_1$;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο σε αυτήν άξονα που περνά από το μέσο της $I= M\ell^2/12$ και $g=10m/s^2$.

338) Κίνηση δύο δίσκων σε επαφή.



Δύο οριζόντιοι δίσκοι Α και Β βρίσκονται σε επαφή, ενώ μπορούν να στρέφονται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα z, ο οποίος περνά από τα κέντρα τους. Οι δίσκοι ηρεμούν. Γύρω από τον δίσκο Α τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα, μέσω του οποίου, τη στιγμή t=0, του ασκούμε μια σταθερή οριζόντια δύναμη F=12N, προσδίδοντας σταθερή επιτάχυνση στο άκρο Ε του νήματος, μέχρι τη στιγμή t_1=2s, οπότε έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους x=4,8m. O B δίσκος «παρασύρεται» και περιστρέφεται από τη ροπή της τριβής που δέχεται από τον Α δίσκο. Τη στιγμή t_1 παύουμε την άσκηση της δύναμης. Για τους δίσκους Α και Β δίνονται m_1=8,5kg, m_2=4kg, R_1=0,8m και R_2=0,6m αντίστοιχα, ενώ η ροπή αδράνειας ενός δίσκου, ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του $I= ½ MR^2$.

i) Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση του Α δίσκου.

ii) Να υπολογιστεί η ροπή της τριβής που ασκήθηκε στον Α δίσκο από τον Β.

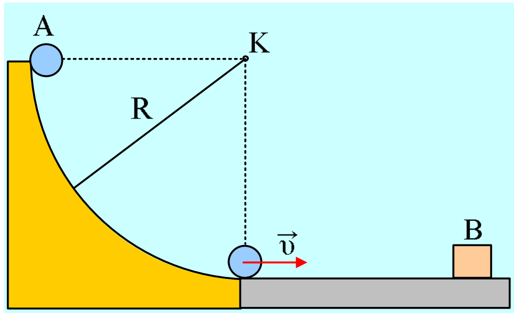
iii) Ποια η γωνιακή ταχύτητα κάθε δίσκου τη στιγμή t_1;

iv) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής κάθε δίσκου, αλλά και του συστήματος των δύο δίσκων, ως προς τον άξονα z, τη χρονική στιγμή t=1s.

v) Να υπολογισθεί η μηχανική ενέργεια που μετετράπη σε θερμική, εξαιτίας της τριβής που αναπτύχθηκε μεταξύ των δύο δίσκων, μέχρι τη στιγμή t_1.

vi) Να βρεθεί η τελική γωνιακή ταχύτητα των δίσκων.

339) Κρούση μιας σφαίρας με κύβο.



Από την κορυφή ενός λείου τεταρτοκυκλίου ακτίνας R=2,5m, αφήνεται να ολισθήσει μια σφαίρα Α μάζας Μ=0,3kg και ακτίνας r=5cm, η οποία φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα υ. Η σφαίρα παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0{,}2$ και αφού κινηθεί επί χρονικό διάστημα Δt=2s, συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο κύβο ακμής α=0,4m και μάζας m=0,2kg.

i) Ποιο το μέτρο της ταχύτητας υ, με την οποία αρχίζει να κινείται η σφαίρα στο οριζόντιο επίπεδο.

ii) Ποια η ταχύτητα της σφαίρας ελάχιστα πριν την κρούση.

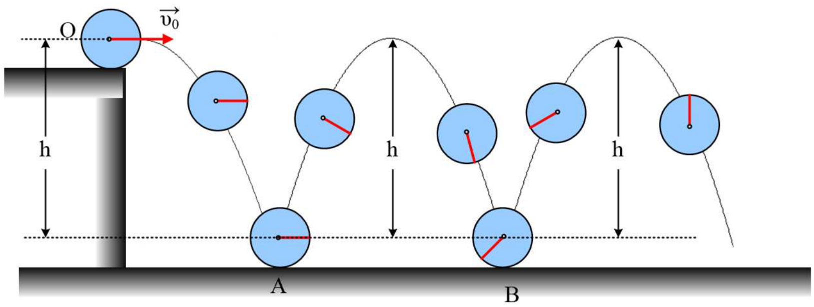
iii) Πόσο απέχει ο κύβος Β από την βάση του τεταρτοκυκλίου;

iv) Με δεδομένο ότι η δύναμη που ασκείται από τη σφαίρα στον κύβο στη διάρκεια της κρούσης είναι οριζόντια, να βρεθεί το % ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας, που μεταφέρεται στον κύβο.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς μια διάμετρό της $I= 0{,}4MR^2$ και $g=10m/s^2$.

340) Μια οριζόντια εκτόξευση σφαίρας.

Από ορισμένο ύψος εκτοξεύουμε οριζόντια μια σφαίρα με αρχική ταχύτητα υ_0 και χωρίς γωνιακή ταχύτητα. Στο σχήμα φαίνεται η τροχιά της σφαίρας, αλλά και η σφαίρα σε διάφορες θέσεις. Παρατηρείστε ότι στις θέσεις μετά την πρώτη κρούση, στο σημείο Α, η σφαίρα περιστρέφεται, ενώ μετά από κάθε αναπήδηση, φτάνει στο αρχικό ύψος h.



i) Η κίνηση της σφαίρας μεταξύ της αρχικής θέσης Ο και της θέσης Α είναι:

α) Μεταφορική β) Στροφική

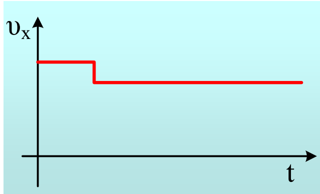
ii) Μπορείτε να ερμηνεύσετε:

α) Γιατί η σφαίρα, ενώ αρχικά δεν στρέφεται, μετά την πρώτη κρούση, αποκτά γωνιακή ταχύτητα;

β) Γιατί η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής, μεταξύ πρώτης και δεύτερης κρούσης (θέσεις Α-Β), παραμένει σταθερή;

iii) Πάρτε τη σφαίρα σε επαφή με το έδαφος (θέση Α). Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω της. Ποιο είναι το αποτέλεσμα της δράσης κάθε δύναμης;

iv) Παίρνοντας τη γραφική παράσταση της οριζόντιας συνιστώσας της ταχύτητας υ_x σε συνάρτηση με το χρόνο, προκύπτει η γραφική παράσταση, του διπλανού σχήματος. Γιατί μειώνεται η ταχύτητα κατά την πρώτη κρούση; Γιατί στις επόμενες κρούσεις δεν συμβαίνει κάτι αντίστοιχο; Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα στη θέση Β, στη διάρκεια της 2ης κρούσης.



v) Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας στη διάρκεια της 2ης κρούσης:

α) Είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω.

β) Είναι πλάγια με φορά προς τα πάνω.

γ) Έχει μέτρο $2m\sqrt{2gh}$

δ) Έχει μέτρο μικρότερο από $2m\sqrt{2gh}$

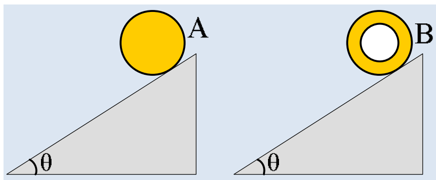
Ποιες από τις προτάσεις αυτές είναι σωστές και ποιες όχι.

341) Ένας κύλινδρος και ένα κέλυφος.

1) Η ροπή αδράνειας ενός κυλίνδρου ως προς άξονα, ο οποίος διέρχεται από τα κέντρα των βάσεών του, δίνεται από την εξίσωση $I= ½ MR^2$. Από ένα ομογενή κύλινδρο, έχει αφαιρεθεί ένας ομοαξονικός κύλινδρος, με αποτέλεσμα να πάρουμε ένα κυλινδρικό κέλυφος. Η ροπή αδράνειας του κελύφους δίνεται από την εξίσωση:

$$\text{i) } I_2= \frac{1}{3}mR^2 \quad \text{ii) } I_2= \frac{1}{2}mR^2 \quad \text{iii) } I_2= \frac{2}{3}mR^2 \quad \text{iv) } I_2= mR^2$$

2) Σε δύο κεκλιμένα επίπεδα αφήνονται να κινηθούν από το ίδιο ύψος, ένας κύλινδρος Α και ένα κυλινδρικό κέλυφος της ίδιας μάζας και της ίδιας ακτίνας Β. Τα δύο σώματα κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν. Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:



i) Μεγαλύτερη ροπή αδράνειας παρουσιάζει το κέλυφος Β.

ii) Μεγαλύτερη επιτάχυνση αποκτά ο κύλινδρος Α.

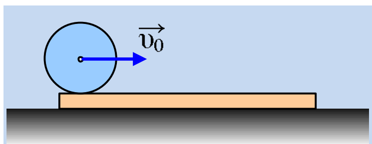
iii) Ο κύλινδρος Α θα φτάσει στη βάση του επιπέδου με μεγαλύτερη ταχύτητα από το Β.

iv) Ο κύλινδρος Α θα φτάσει στη βάση του επιπέδου με μεγαλύτερη κινητική ενέργεια από το σώμα Β.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

342) Μια περισσότερο ιδιόμορφη «κρούση».

Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια λεπτή σανίδα μάζας Μ. Εκτοξεύουμε οριζόντια, από το άκρο της σανίδας, μια σφαίρα ίδιας μάζας Μ με αρχική ταχύτητα υ_0 και με κινητική ενέργεια 36J, η οποία δεν περιστρέφεται. Παρατηρούμε ότι η σφαίρα αρχίζει να περιστρέφεται, ενώ ταυτόχρονα η σανίδα κινείται προς τα δεξιά επιταχυνόμενη για λίγο, ενώ στη συνέχεια τόσο η σφαίρα, όσο και η σανίδα κινούνται με σταθερές ταχύτητες.



i) Μπορείτε να ερμηνεύσετε τις παραπάνω παρατηρήσεις;

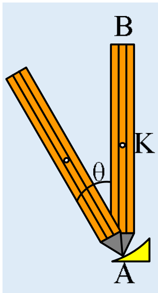
ii) Αποδείξτε ότι όταν τα σώματα αποκτήσουν σταθερές ταχύτητες ισχύει $\upsilon_{cm}-\omega R=\upsilon_1$, όπου υ_{cm} η ταχύτητα του άξονα της σφαίρας, ω η γωνιακή της ταχύτητα και υ_1 η ταχύτητα της σανίδας.

iii) Ας πάρουμε ένα νοητό σταθερό οριζόντιο άξονα z, ο οποίος ταυτίζεται με την αρχική θέση του άξονα περιστροφής της σφαίρας. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της στροφορμής του συστήματος σφαίρα-σανίδα, ως προς τον άξονα z, σε συνάρτηση με το χρόνο.

iv)Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της τριβής που αναπτύχθηκε μεταξύ σφαίρας και σανίδας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς μια διάμετρό της $I = 2/5\ MR^2$.

343) Ένα μολύβι που πέφτει.

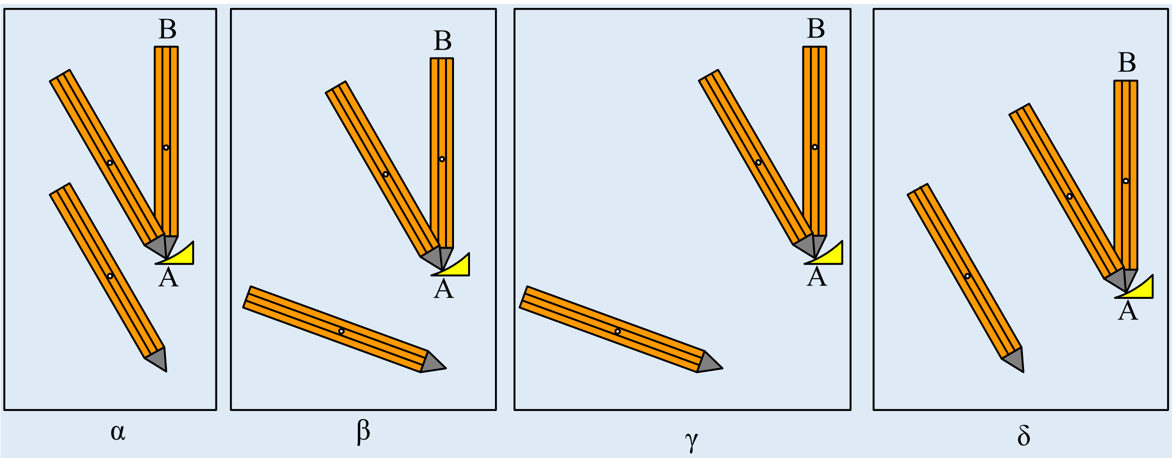


Τοποθετούμε τη μύτη ενός μολυβιού μήκους ℓ στο νύχι του χεριού μας και φέρνουμε το μολύβι σε κατακόρυφη θέση. Το αφήνουμε να πέσει, οπότε η μύτη του εγκαταλείπει το νύχι σε μια θέση που σχηματίζει γωνία θ με την κατακόρυφη. Στη θέση αυτή η γωνιακή ταχύτητα του μολυβιού είναι ω. Να χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

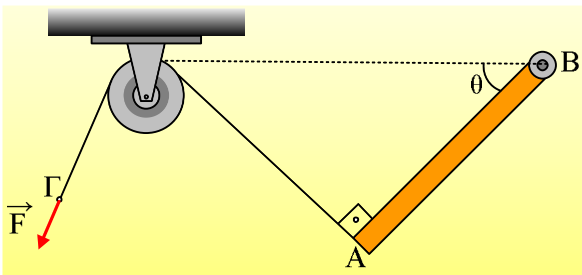
i) Ελάχιστα πριν χαθεί η επαφή με το χέρι, η ταχύτητα του άκρου Α είναι μηδενική, ενώ του άκρου Β είναι $υ_B = ω\cdot ℓ$.

ii) Αμέσως μετά το χάσιμο της επαφής, το άκρο Α έχει ταχύτητα $υ_A = ω\cdot ℓ/2$, ενώ το άκρο Β $υ_B = ω\cdot ℓ/2$.

iii) Ποια από τις παρακάτω εικόνες δείχνει τη θέση του μολυβιού μετά από λίγο χρόνο t_1;



344) Ισορροπεί οριζόντια;



Η ράβδος ΑΒ του σχήματος μάζας 60kg, μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το άκρο της Β. Δένουμε ένα αβαρές νήμα στο άκρο της Α, το οποίο αφού το περάσουμε από μια τροχαλία μάζας 10kg, στο άλλο του άκρο, ασκούμε μια κατάλληλη δύναμη F, με αποτέλεσμα η ράβδος να ισορροπεί, όπως στο σχήμα, όπου θ=60°, ενώ το νήμα είναι κάθετο στη ράβδο.

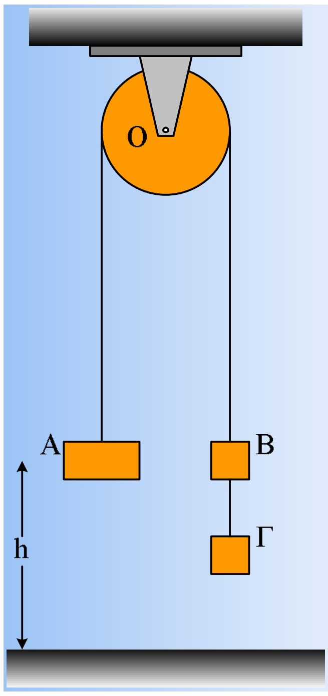
i) Να υπολογιστεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F.

ii) Σε μια στιγμή διπλασιάζουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του άκρου Α της ράβδου, αμέσως μόλις αυξηθεί η δύναμη.

iii) Υποστηρίζεται ότι αν αυξήσουμε το μέτρο της δύναμης, μπορούμε να φέρουμε τη ράβδο, ώστε να ισορροπεί σε οριζόντια θέση, με οριζόντιο και το νήμα μέσω του οποίου ασκούμε τη δύναμη F. Να εξετάσετε αν αυτό μπορεί να επιτευχθεί.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της $I = \frac{1}{2} mR^2$, ενώ η αντίστοιχη για τη ράβδο ως προς τον άξονα περιστροφής στο άκρον της Β $I = 1/3\, M\ell^2$ και $g=10m/s^2$.

345) Στρεφόμενο σύστημα και μια γραφική παράσταση.



Ένας κύλινδρος μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, που περνά από τα κέντρα των δύο βάσεών του, ο οποίος απέχει 6m από το έδαφος. Γύρω από τον κύλινδρο έχουμε τυλίξει **δύο ανεξάρτητα αβαρή νήματα** ικανού μήκους, στα άκρα των οποίων δένονται τα σώματα Α, Β και Γ, όπως στο σχήμα. Το σύστημα ισορροπεί, ενώ είναι γνωστές οι μάζες των σωμάτων Α και Β, $m_1=2kg$ και $m_2=1kg$ αντίστοιχα, τα οποία βρίσκονται σε ύψος h=2m, από το έδαφος. Δίνεται η ακτίνα του κυλίνδρου R=0,2m, η ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονά του $I = \frac{1}{2} MR^2$και $g=10m/s^2$.

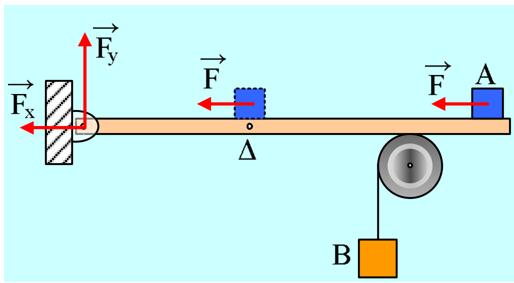
i) Να αποδείξτε ότι η μάζα του σώματος Γ είναι 1kg.

ii) Σε μια στιγμή t=0 κόβουμε το νήμα που συνδέει τα σώματα Β και Γ και παρατηρούμε ότι το σώμα Α φτάνει στο έδαφος τη στιγμή $t_1=2s$, όπου και ακινητοποιείται. Να αποδείξτε ότι η κίνησή του ήταν ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη και να υπολογίσετε την μάζα του κυλίνδρου.

iii) Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της, τη χρονική στιγμή $t_2=1s$.

iv) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της στροφορμής του κυλίνδρου σε συνάρτηση με το χρόνο από 0-4s.

346) Παρατηρούμε και ερμηνεύουμε…



Στο διπλανό σχήμα το σώμα Α ηρεμεί πάνω σε οριζόντια δοκό, η οποία στηρίζεται σε τροχαλία. Η τροχαλία μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο της, ενώ στο αυλάκι της έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου έχουμε δέσει ένα σώμα Β. Το σύστημα ισορροπεί. Σε μια στιγμή ασκώντας στο σώμα Α μια σταθερή δύναμη F, το επιταχύνουμε προς τα αριστερά. Παρατηρούμε ότι μόλις το σώμα Α φτάσει στην θέση Δ, σε χρονικό διάστημα t_1, το σώμα Β αρχίζει να κινείται προς τα κάτω. Δίνεται ότι, τόσο μεταξύ σώματος Α και δοκού, όσο και μεταξύ δοκού και τροχαλίας, έχουμε τους ίδιους συντελεστές τριβής $\mu_s=\mu$.

i) Μπορείτε να ερμηνεύσετε γιατί ενώ αρχικά το σώμα Β ισορροπεί, στη συνέχεια κινείται προς τα κάτω;

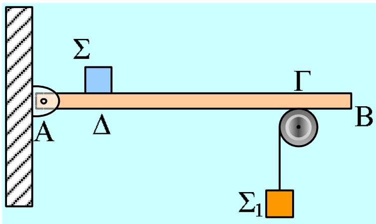
Να χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δικαιολογώντας την άποψή σας.

ii) Καθώς το σώμα Α κινείται προς τα αριστερά, η κατακόρυφη συνιστώσα F_y της δύναμης από τον άξονα αυξάνεται.

iii) Στο χρονικό διάστημα t_1 η οριζόντια συνιστώσα F_x της δύναμης που ασκείται στη δοκό από τον άξονα, αυξάνεται.

iv) Η ταχύτητα του σώματος Β είναι ανάλογη του χρόνου κίνησής του.

347) Ισορροπία και κίνηση. Αλλαγή με το χρόνο.



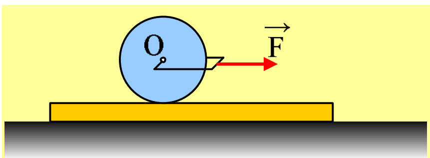
Μια ομογενής δοκός (ΑΒ) μήκους 6m και μάζας m_1 =10kg, ισορροπεί σε οριζόντια θέση, αρθρωμένη στο ένα της άκρο Α σε κατακόρυφο τοίχο και στηριζόμενη σε τροχαλία σε σημείο Γ, το οποίο απέχει 1m από το άλλο της άκρο Β, όπως στο σχήμα. Στο σημείο Δ, όπου (ΑΔ)=1m ηρεμεί ένα σώμα Σ μάζας m_2=1kg, ενώ η τροχαλία μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερόν οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο της. Στο αυλάκι της τροχαλίας έχουμε περάσει ένα αβαρές νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται ένα σώμα $Σ_1$, μάζας m=4kg, το οποίο συγκρατούμε με τεντωμένο το νήμα. Η τροχαλία έχει μάζα Μ=12kg, ακτίνα R=0,2m και παρουσιάζει με τη δοκό συντελεστές τριβής $μ_s$=0,65 και μ=0,5. Τη στιγμή t_0=0, το σώμα Σ δέχεται ένα κτύπημα, οπότε αρχίζει να κινείται κατά μήκος της δοκού με σταθερή ταχύτητα υ=1m/s, ενώ ταυτόχρονα αφήνουμε ελεύθερο το σώμα $Σ_1$. Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας Ι= ½ MR^2 και g=10m/s^2.

i) Να υπολογίσετε την οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που δέχεται η δοκός από την άρθρωση, σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι της χρονική στιγμή t_1=6s και να κάνετε τις γραφικές τους παραστάσεις.

ii) Να υπολογίστε την κινητική ενέργεια της τροχαλίας τη στιγμή t_1 καθώς και την θερμική ενέργεια που παρήχθη στο μεταξύ, στην επαφή δοκού-τροχαλίας.

iii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος τροχαλία-$Σ_1$, ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας, τη στιγμή t_1;

348) Ένας τροχός πάνω σε σανίδα.



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας τροχός μάζας Μ=10kg, πάνω σε μια σανίδα μάζας m=5kg. Οι συντελεστές τριβής μεταξύ τροχού και σανίδας είναι ίσοι μ=$μ_s$=0,2. Σε μια στιγμή t_0=0 ασκούμε στο κέντρο του τροχού, μια οριζόντια σταθερή δύναμη F=50N, μέχρι τη χρονική t_1=2s, οπότε παρατηρούμε ότι ο τροχός αρχίζει να κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει), ενώ ταυτόχρονα η σανίδα ολισθαίνει πάνω στο επίπεδο. Δίνεται η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του Ι= ½ MR^2 και g=10m/s^2.

i) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στον τροχό και στην σανίδα.

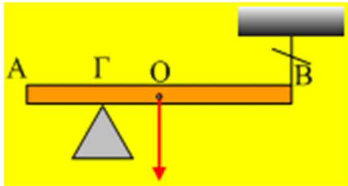
ii) Να βρεθεί η επιτάχυνση του κέντρου Ο του τροχού.

iii) Να υπολογιστεί η ενέργεια που μεταφέρθηκε στο σύστημα, μέσω του έργου της δύναμης F.

iv) Πώς κατανέμεται η παραπάνω ενέργεια σε τροχό και σανίδα;

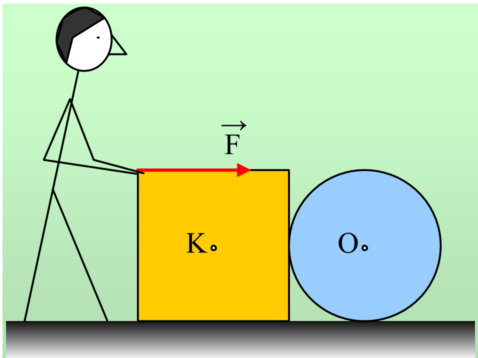
v) Θέλουμε στο παραπάνω χρονικό διάστημα t_1=2s να πετύχουμε την μέγιστη δυνατή μετακίνηση του άξονα του τροχού. Για να το πετύχουμε αυξάνουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F, χωρίς όμως να ολισθήσει ο τροχός πάνω στην σανίδα. Ποιο το κατάλληλο μέτρο της δύναμης F και ποιο είναι το ελάχιστο αναγκαίο μήκος της σανίδας;

349) Πότε θα γλιστρήσει η ράβδος;



Η λεπτή ράβδος ΑΒ του σχήματος, μήκους ℓ, ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως στο σχήμα, στηριζόμενη σε τρίποδο στο σημείο Γ, όπου (ΑΓ)= ¼ ℓ και δεμένη με κατακόρυφο νήμα. Οι συντελεστές τριβής μεταξύ τρίποδου και ράβδου είναι $\mu=\mu_s$=0,65. Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Ποια γωνία σχηματίζει η ράβδος με την οριζόντια διεύθυνση, τη στιγμή που θα γλιστρήσει; Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I= 1/12\ M\ell^2$.

350) Ο Κύβος σπρώχνει έναν κύλινδρο.



Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν ένα κύβος ακμής α=1m και μάζας Μ=40kg και ένας κύλινδρος ακτίνας R=0,5m και μάζας m=30kg, σε επαφή. Σε μια στιγμή t_0=0, ένας άνθρωπος ασκώντας σταθερή οριζόντια δύναμη F στην πάνω αριστερή κορυφή του κύβου, μετακινεί το σύστημα κατά 1,6m, μέχρι τη στιγμή t_1=2s, ενώ ο κύλινδρος κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει). Οι συντελεστές τριβής τόσο μεταξύ κύβου-κυλίνδρου, όσο και μεταξύ των σωμάτων και του εδάφους είναι $\mu=\mu_s$=0,2.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I= ½\ mR^2$ και $g=10m/s^2$.

i) Να υπολογιστεί η οριζόντια δύναμη με την οποία ο κύβος σπρώχνει τον κύλινδρο.

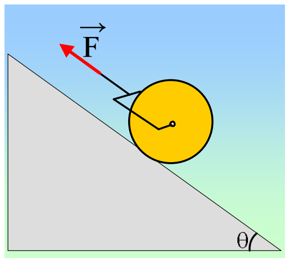
ii) Πόση θερμική ενέργεια παράγεται στο παραπάνω χρονικό διάστημα, λόγω τριβής, μεταξύ κύβου και κυλίνδρου;

iii) Να βρεθεί η ροπή της δύναμης που δέχεται ο κύβος από το έδαφος, ως προς το κέντρο μάζας Κ του κύβου.

iv) Αν τη στιγμή t_1 ο άνθρωπος παύει να σπρώχνει τον κύβο, να γίνει η γραφική παράσταση της απόστασης d=(ΚΟ) των κέντρων των δύο στερεών, μέχρι τη στιγμή t_2=5s.

351) Δύναμη και είδος κίνησης.

Ο άξονας ενός ομογενούς κυλίνδρου συνδέεται με αβαρές νήμα, μέσω του οποίου μπορούμε να ασκούμε πάνω του δύναμη F, όπως στο σχήμα. Αφήνουμε τον κύλινδρο πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s$=1/8 και ταυτόχρονα ασκούμε πάνω του δύναμη F παράλληλη στο επίπεδο. Αν η



μάζα του κυλίνδρου είναι M=10kg, ημθ=0,6 και συνθ=0,8, η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I= ½ MR^2$ και $g=10m/s^2$, ζητούνται:

i) Ποιο το μέτρο της F, ώστε ο κύλινδρος να παραμείνει ακίνητος;

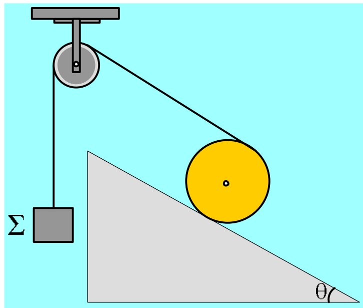
ii) Για ποιες τιμές της δύναμης F, ο κύλινδρος ανέρχεται κατά μήκος του επιπέδου, χωρίς να ολισθαίνει;

iii) Για ποιες τιμές της δύναμης F, ο κύλινδρος κατέρχεται κατά μήκος του επιπέδου, χωρίς να ολισθαίνει;

iv) Ποιος ο ελάχιστος χρόνος για να διανύσει ο κύλινδρος απόσταση 4m:

α) κυλιόμενος προς τα πάνω β) κυλιόμενος προς τα κάτω.

352) Ο κύλινδρος σε πλάγιο επίπεδο.



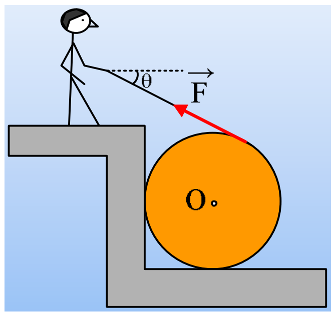
Στο μέσον ενός κυλίνδρου μάζας M=20kg, ο οποίος συγκρατείται σε κεκλιμένο επίπεδο, κλίσεως θ=30°, υπάρχει μια μικρή εγκοπή στην οποία έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, το οποίο αφού περάσουμε από μια αβαρή τροχαλία, στο άλλο άκρο του δένουμε ένα σώμα Σ μάζας m=2,5kg, όπως στο σχήμα. Αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί. Αν το τμήμα του νήματος μεταξύ κυλίνδρου και τροχαλίας, είναι παράλληλο με το επίπεδο, οι συντελεστής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου $μ=μ_s=0,4$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, ενώ η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I= ½ MR^2$.

i) Να υπολογίστε την επιτάχυνση του σώματος Σ

ii) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου, ως προς τον άξονά του, αν η ακτίνα του είναι R=0,7m.

iii) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου τη στιγμή που το σώμα Σ έχει ανέβει κατά 1m.

353) Κύλινδρος εν γωνία.



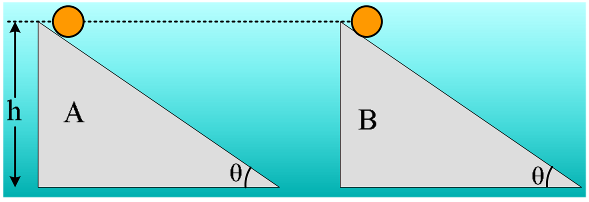
Γύρω από έναν κύλινδρο, μάζας 7kg, έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Τοποθετούμε τον κύλινδρο σε θέση όπως στο σχήμα και τραβώντας το άκρο του νήματος ασκούμε στον κύλινδρο δύναμη F. Η γωνία θ που σχηματίζει το νήμα με την οριζόντια διεύθυνση είναι θ=30°. Ο κατακόρυφος τοίχος είναι λείος, ενώ ο κύλινδρος παρουσιάζει με το έδαφος συντελεστές τριβής $μ=μ_s=0,5$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, ενώ η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I= ½ MR^2$.

i) Ποια είναι η μέγιστη τιμή της δύναμης που μπορούμε να ασκήσουμε μέσω του νήματος, χωρίς να περιστραφεί ο κύλινδρος;

ii) Αυξάνουμε την ασκούμενη δύναμη, στην τιμή F=30N. Πόσο νήμα πρέπει να τραβήξουμε σε χρονικό διάστημα t_1=4s, για να εξασφαλίσουμε την εξάσκηση της παραπάνω σταθερής δύναμης στον κύλινδρο;

iii) Συνεχίζουμε να αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης F. Ποια η ελάχιστη τιμή του μέτρου της δύναμης F, ώστε ο κύλινδρος να χάσει την επαφή με το οριζόντιο επίπεδο;

354) Μια σφαίρα κατά μήκος δύο επιπέδων.



Δίνονται δύο κεκλιμένα επίπεδα Α και Β με την ίδια κλίση. Μια σφαίρα αφήνεται να κινηθεί πρώτα από την κορυφή του επιπέδου Α και ύστερα του επιπέδου Β. Το Α επίπεδο είναι λείο, ενώ στο Β λόγω τριβών η σφαίρα κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει).

i) Η μηχανική ενέργεια διατηρείται κατά την κίνηση:

α) Στο επίπεδο Α, β) Στο επίπεδο Β γ) και στα δύο επίπεδα.

ii) Με μεγαλύτερη κινητική ενέργεια φτάνει η σφαίρα στη βάση του επιπέδου:

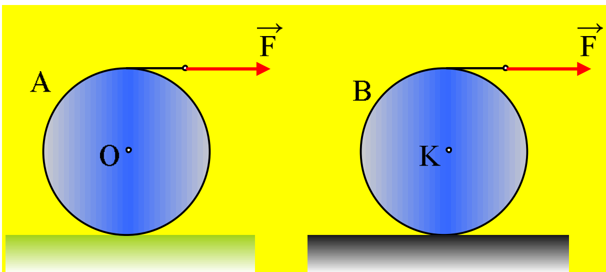
α) Α β) Β γ) φτάνει με την ίδια κινητική ενέργεια και στα δυο επίπεδα.

iii) Πιο σύντομα φτάνει η σφαίρα στην βάση του επιπέδου:

α) Α β) Β γ) οι χρόνοι κίνησης είναι ίσοι και στα δύο επίπεδα.

355) Κύλινδρος σε λείο και μη επίπεδο.

Διαθέτουμε δύο ίδιους κυλίνδρους (ίδιας μάζας και ακτίνας), στο μέσον των οποίων υπάρχει μικρό αυλάκι, μέσα στο οποίο έχουμε τυλίξει νήμα μήκους ℓ. Αφήνουμε τον πρώτο κύλινδρο Α σε λείο οριζόντιο επίπεδο και τον δεύτερο Β, σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο και ασκούμε στα άκρα των νημάτων την ίδια σταθερή οριζόντια δύναμη F, επιταχύνοντας τους κυλίνδρους, μέχρι να ξετυλιχθεί όλο το νήμα. Δίνεται η ροπή αδράνειας ενός κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I= ½ MR^2$ και ότι ο Β κύλινδρος κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει).



i) Αν x_A και x_B οι μετατοπίσεις των αξόνων των δύο κυλίνδρων, μέχρι να ξετυλιχθεί το νήμα, ισχύει:

α) $x_A = ½\ x_B$, β) $x_A = x_B$, γ) $x_A = 2x_B$,

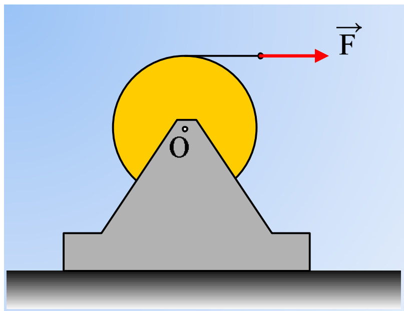
ii) Αν K_A και K_B η κινητική ενέργεια των κυλίνδρων Α και Β αντίστοιχα την στιγμή που ολοκληρώνεται το ξετύλιγμα του νήματος ισχύει:

α) $K_A = 0{,}75\ K_B$, β) $K_A = K_B$, γ) $K_A = 1{,}25\ K_B$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

356) Ένας κύλινδρος πάνω σε βάση.

Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας κύλινδρος, μάζας M=50kg και ακτίνας R=0,4m. Ο κύλινδρος μπορεί να στρέφεται γύρω από τον άξονά του, που συνδέει τα κέντρα των δύο βάσεών του, ο οποίος στηρίζεται σε βάση



της ίδιας μάζας M. Γύρω από τον κύλινδρο είναι τυλιγμένο αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου ασκούμε σταθερή οριζόντια δύναμη F=120N, όπως στο σχήμα, μέχρι να ξετυλιχθεί νήμα μήκους 9,6m, τη στιγμή t_1. Η βάση παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστές τριβής $\mu_s=\mu=0,1$ ενώ η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του I= ½ MR^2 και $g=10m/s^2$.

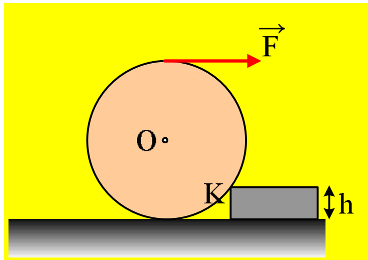
vii) Να αποδείξτε ότι η βάση θα ολισθήσει πάνω στο επίπεδο.

viii) Να βρεθεί η ενέργεια που προσφέρθηκε στον κύλινδρο, μέσω του έργου της δύναμης, καθώς και η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου τη στιγμή t_1.

ix) Για τη χρονική στιγμή t_1, να βρεθούν η ισχύς της δύναμης F, η ισχύς της τριβής, καθώς και οι ρυθμοί μεταβολής των κινητικών ενεργειών:

α) βάσης και β) του κυλίνδρου.

357) Υπερπήδηση εμποδίου.



Γύρω από ένα κύλινδρο ακτίνας R=0,5m και μάζας M=100kg τυλίγεται ένα αβαρές νήμα και στο άκρο του ασκούμε οριζόντια δύναμη F=400N με σκοπό την υπερπήδηση ενός σκαλοπατιού ύψος h=0,2m.

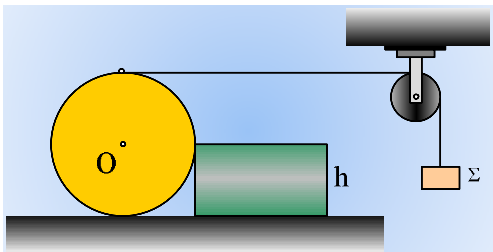
i) Θα υπερπηδήσει ο κύλινδρος το σκαλοπάτι;

ii) Σε μια στιγμή αυξάνουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην τιμή F_1=800N. Πόση γωνιακή επιτάχυνση θα αποκτήσει ο κύλινδρος;

iii) Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου όταν έχει ανυψωθεί κατά 0,1m από το έδαφος.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του που διέρχεται από τα κέντρα των δύο βάσεών του I= ½ MR^2 και $g=10m/s^2$, ενώ δεν παρατηρείται ολίσθηση στο σημείο επαφής του κυλίνδρου με το σκαλοπάτι, σημείο Κ.

358) Μια ισορροπία κυλίνδρου με εμπόδιο



Γύρω από ένα κύλινδρο ακτίνας R=0,4m και μάζας M=10kg τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα, το οποίο αφού περάσουμε από μια αβαρή τροχαλία, στο άλλο άκρο του δένουμε ένα σώμα Σ μάζας m_1=1kg. Αφήνουμε το σώμα Σ ελεύθερο και το σύστημα ισορροπεί, αφού ο κύλινδρος εμποδίζεται να κινηθεί, από ένα εμπόδιο ύψους h=R. Οι συντελεστές τριβής μεταξύ κυλίνδρου και εδάφους είναι $\mu_s=\mu=0,2$, ενώ δεν εμφανίζεται τριβή μεταξύ κυλίνδρου και εμποδίου. Το νήμα μεταξύ κυλίνδρου και τροχαλίας είναι οριζόντιο, $g=10m/s^2$, ενώ η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του I= ½ MR^2.

i) Να υπολογιστούν όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο.

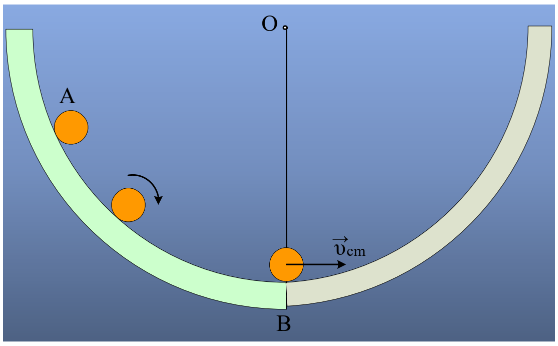
ii) Αντικαθιστούμε το σώμα Σ με άλλο Σ΄ μάζας m_2=3kg και παρατηρούμε ότι κινείται προς τα κάτω.

α) Να βρεθεί η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα Σ΄.

β) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του;

γ) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου μετά από 2s από τη στιγμή που άρχισε να στρέφεται.

359) Σφαίρα κατά μήκος δύο τεταρτοκυκλίων.



Μια σφαίρα μάζας 0,5kg και ακτίνας r=5cm, αφήνεται να κινηθεί στο σημείο Α του αριστερού τεταρτοκυκλίου με το οποίο παρουσιάζει μικρή τριβή, με αποτέλεσμα να κινηθεί προς τα κάτω στρεφόμενη μεν, αλλά και ολισθαίνοντας. Έτσι φτάνει στην βάση των τεταρτοκυκλίων Β έχοντας ταχύτητα κέντρου μάζας υ_{cm}=2m/s και γωνιακή ταχύτητα ω=20rad/s, όπου και συνεχίζει την κίνησή της στο δεξιό τεταρτοκύκλιο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,4. Τα δύο τεταρτοκύκλια έχουν το ίδιο κέντρο Ο και ακτίνες R=1m, ενώ η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς μια διάμετρό της είναι $I=\frac{2}{5}mr^2$ και $g=10m/s^2$. Για τη θέση, αμέσως μόλις μπει στο δεξί τεταρτοκύκλιο, ζητούνται:

i) Η ιδιοστροφορμή (spin) της σφαίρας ως προς τον άξονά της.

ii) Η τροχιακή της στροφορμή ως προς οριζόντιο άξονα x που περνά από το κέντρο Ο του τεταρτοκυκλίου.

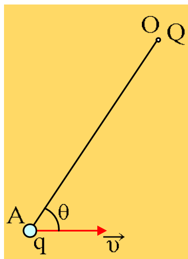
iii) Η (συνολική) στροφορμή της σφαίρας ως προς τον άξονα x.

iv) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας ως προς:

α) τον άξονα ιδιοπεριστροφής της

β) τον άξονα x.

360) Η στροφορμή ενός φορτίου στο χρόνο…



Ένα σωματίδιο με φορτίο q=-1μC, μάζα 1g εκτοξεύεται για t=0 με αρχική ταχύτητα 10^5m/s, από ένα σημείο Α, το οποίο απέχει απόσταση r=0,3m, από ένα ακλόνητο σημειακό φορτίο Q=1μC, όπως στο σχήμα, όπου η γωνία θ=60°.

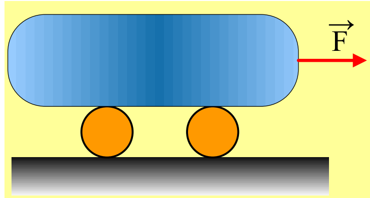
i) Να βρεθεί για t=0 η κεντρομόλος και η επιτρόχια επιτάχυνση του σωματιδίου.

ii) Να υπολογίσετε την στροφορμή του σωματιδίου ως προς το σημείο Ο, τη χρονική στιγμή t=4s.

Υπενθυμίζεται ότι το μέτρο της δύναμης μεταξύ σημειακών φορτίων δίνεται από το νόμο του Coulomb: $F = k\frac{|q \cdot Q|}{r^2}$ ενώ $k=9\cdot 10^9 N\cdot m^2/C^2$.

361) Μια δοκός πάνω σε δυο κυλίνδρους.

Θέλοντας να μετακινήσουμε ένα βαρύ κιβώτιο, το τοποθετούμε πάνω σε δύο χοντρούς κορμούς δένδρου (οι οποίοι θεωρούνται κύλινδροι με ροπή αδράνειας ως προς τον άξονά τους I= ½ mR^2) και ασκούμε στο κιβώτιο μια οριζόντια δύναμη F, όπως στο σχήμα. Το κιβώτιο δεν γλιστράει πάνω στους κορμούς, ούτε οι κορμοί στο έδαφος.



Χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

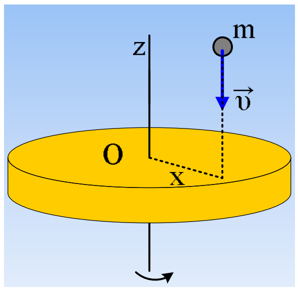
i) Η ταχύτητα του κιβωτίου είναι διπλάσια από την ταχύτητα του άξονα κάθε κορμού.

ii) Η επιτάχυνση που αποκτά το κιβώτιο υπολογίζεται από τον 2ο νόμο του Νεύτωνα F=M·α, όπου M η μάζα του κιβωτίου.

iii) Η κίνηση αυτή δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί, πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

362) Στροφορμή και διατήρηση στροφορμής.

Ο οριζόντιος δίσκος του σχήματος στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα 2rad/s γύρω από έναν σταθερό κατακόρυφο άξονα z, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο του Ο και ως προς τον οποίο έχει ροπή αδράνειας I=9kg·m^2. Ένα σώμα Σ μάζας 1kg, που θεωρείται υλικό σημείο, πέφτει κατακόρυφα και κτυπά με ταχύτητα υ=1,8m/s σε σημείο που απέχει x=1m, από το κέντρο Ο του δίσκου, όπου και προσκολλάται.



i) Να σχεδιάστε στο σχήμα τη στροφορμή και να υπολογίστε το μέτρο της, ελάχιστα πριν την κρούση:

α) του δίσκου κατά (ως προς) τον άξονά του z.

β) του σώματος Σ ως προς το κέντρο Ο του δίσκου.

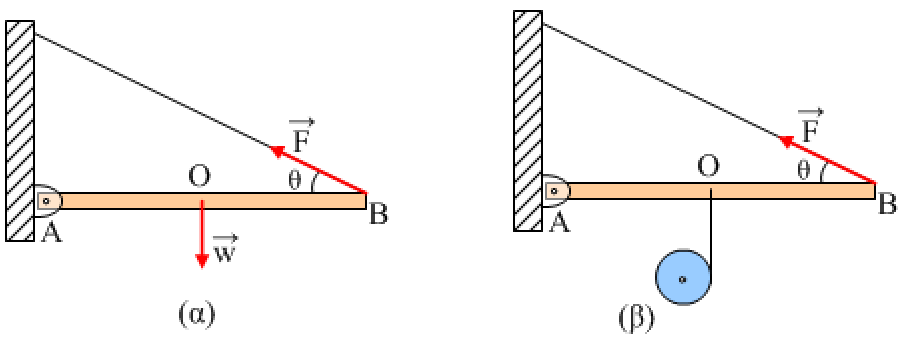
ii) Να βρείτε την γωνιακή ταχύτητα του δίσκου μετά την κρούση.

iii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της στροφορμής (μέτρο και κατεύθυνση) του σώματος Σ ως προς το σημείο Ο.

iv) Αν η διάρκεια της κρούσης είναι Δt=0,01s, να βρεθεί η μέση ροπή της δύναμης που ασκήθηκε στον δίσκο από το Σ, ως προς τον άξονα z.

363) Μια δοκός και ένας κύλινδρος σε επιτάχυνση.

Μια ομογενής δοκός μάζας M=5,5kg ισορροπεί οριζόντια, όπως στο σχήμα (α), όπου στο άκρο Α είναι αρθρωμένη σε τοίχο, ενώ το άλλο της άκρο Β, έχει δεθεί με νήμα, το οποίο σχηματίζει γωνία θ=30° με τη δοκό.



i) Να βρεθεί η τάση του νήματος F.

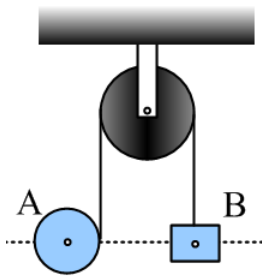
ii) Γύρω από έναν κύλινδρο μάζας m=3kg, τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα, το ελεύθερο άκρο του οποίου δένουμε στο μέσον Ο της ράβδου (σχήμα β). Συγκρατούμε τον κύλινδρο ώστε το νήμα να είναι κατακόρυφο και τεντωμένο και σε μια στιγμή αφήνουμε τον κύλινδρο να κινηθεί. Να βρεθεί η τάση του νήματος στο άκρο Β της δοκού, στη διάρκεια της πτώσης του κυλίνδρου.

iii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τη στιγμή t=0 που αφήνουμε ελεύθερο τον κύλινδρο, κόβουμε ταυτόχρονα και το νήμα που συγκρατεί τη δοκό. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του μέσου Ο της δοκού, αμέσως μετά ($t=0^+$).

Δίνονται οι ροπές αδράνειας $I= 1/12\ M\ell^2$ και $I_1= ½\ mR^2$ της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το Ο και του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του και $g=10m/s^2$.

364) Μια τροχαλία, ένα γιο-γιο και ένας κύβος.

Γύρω από έναν κύλινδρο (γιο-γιο) Α, μάζας m_1=0,3kg έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, το οποίο αφού περάσουμε από μια τροχαλία, στο άλλο άκρο του δένουμε έναν κύβο Β, όπως στο σχήμα. Συγκρατούμε τα δύο σώματα, με τεντωμένο το νήμα, στο ίδιο ύψος.



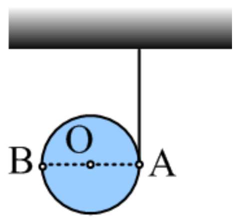
x) Αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα και παρατηρούμε ότι το σώμα Β παραμένει ακίνητο στη θέση του. Να βρεθεί η μάζα του σώματος Β.

xi) Αντικαθιστούμε τον κύβο Β, με άλλον Β΄, μάζας m_2=0,2kg και επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αφήνοντας ελεύθερα τα δυο σώματα τη στιγμή t_0=0. Αν η μάζα της τροχαλίας είναι ίση με Μ=0,4kg, να βρεθεί η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σωμάτων Α και Β΄ τη χρονική στιγμή t_1=0,5s.

Δίνεται η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής του κυλίνδρου και της τροχαλίας $I_1= ½\ m_1r^2$ και $I_2= ½\ MR^2$, $g=10m/s^2$ ενώ το νήμα δεν γλιστρά στο αυλάκι της τροχαλίας.

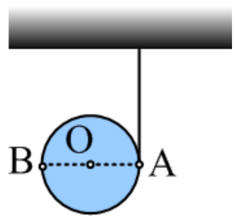
365) Παίζοντας με ένα γιο-γιο.

Γύρω από έναν ομογενή κύλινδρο μάζας 300g, έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, το άκρο του οποίου έχει δεθεί στο ταβάνι, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο τον κύλινδρο να κινηθεί. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, ενώ η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του δίνεται από τη σχέση $I= ½\ MR^2$.



i) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο και να εφαρμόστε το 2ο νόμο του Νεύτωνα για τη μεταφορική και για τη στροφική κίνησή του.

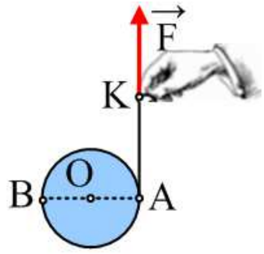
ii) Να σχεδιάστε στο διπλανό σχήμα τις ταχύτητες των σημείων Α και Β, στα άκρα της οριζόντιας διαμέτρου. Αν σε μια στιγμή ο κύλινδρος «πέφτει» με ταχύτητα 1m/s, ποιες οι ταχύτητες των σημείων Α και Β;



iii) Να αποδείξτε ότι η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου, συνδέεται με τη γωνιακή του επιτάχυνση με τη σχέση $\alpha_{cm}=\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot R$.

iv) Να υπολογίστε την επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου και την τάση του νήματος.

v) Λύνουμε το σχοινί και κρατάμε με το χέρι μας το άκρο του Κ, συγκρατώντας τον κύλινδρο. Σε μια στιγμή αφήνουμε τον κύλινδρο ελεύθερο και ασκώντας στο άκρο Κ μια κατάλληλη δύναμη F, πετυχαίνουμε να στρέφεται ο κύλινδρος, αλλά χωρίς να μετακινείται ο άξονάς του.

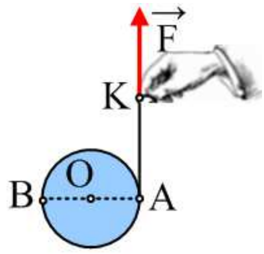


a) Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης F.

b) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας (επιτρόχια επιτάχυνση) των σημείων Α και Β.

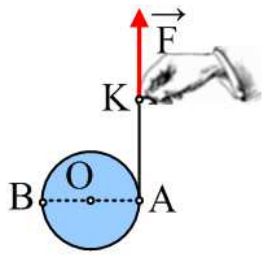
c) Πόσο πρέπει να μετακινήσουμε το χέρι μας σε χρονικό διάστημα 0,2s, ώστε να πετύχουμε την παραπάνω κίνηση;

vi) Κρατάμε ακίνητον τον κύλινδρο με τεντωμένο το νήμα. Σε μια στιγμή, αφήνουμε ελεύθερο τον κύλινδρο, ασκώντας σταθερή δύναμη στο άκρο Κ του νήματος, το οποίο κατέρχεται κατά 0,25m σε χρονικό διάστημα 0,5s. Για να το πετύχουμε αυτό, μετακινούμε κατακόρυφα προς τα κάτω και το χέρι μας.



a) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο και να εφαρμόστε το $2^{ο}$ νόμο του Νεύτωνα για τη μεταφορική και για τη στροφική κίνησή του.

b) Να σχεδιάστε τις κατακόρυφες επιταχύνσεις του σημείου Α, εξαιτίας της μεταφορικής κίνησης του κυλίνδρου και εξαιτίας της κυκλικής κίνησης, που πραγματοποιεί.



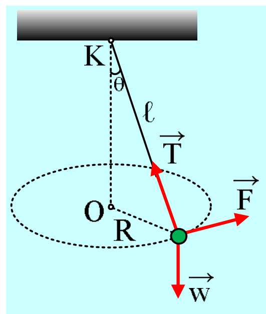
c) Το άκρο του νήματος Κ (άρα και το χέρι μας) κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Μπορείτε να το δικαιολογήσετε;

d) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σημείου Κ.

e) Να υπολογίστε το μέτρο της ασκούμενης από το χέρι μας δύναμης F.

f) Ποιο το ελάχιστο ύψος από το έδαφος, στο οποίο πρέπει να αφεθεί ο κύλινδρος για να μπορέσουμε να πραγματοποιησουμε το πείραμα αυτό;

366) Ροπές σε ένα κωνικό εκκρεμές.



Ένα μικρό σώμα είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους ℓ και κρέμεται από ένα σημείο Κ. Το σώμα με την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης F, διαγράφει οριζόντιο κύκλο κέντρου Ο και ακτίνας R= ½ ℓ. Η δύναμη F είναι διαρκώς κάθετη στο νήμα και εφαπτόμενη του οριζόντιου κύκλου. Να εξετάστε την ορθότητα ή μη των παρακάτω προτάσεων:

i) Η ροπή του βάρους ως προς το κέντρο Ο του κύκλου, είναι οριζόντια

ii) Η ροπή του βάρους ως προς τον άξονα ΟΚ έχει την κατεύθυνση του άξονα.

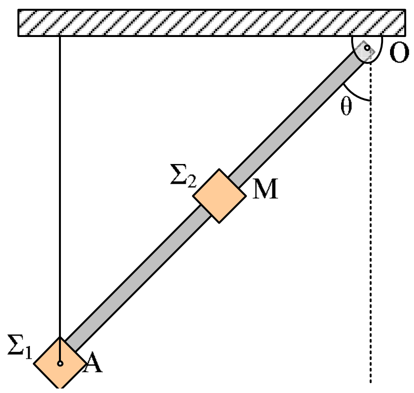
iii) Η ροπή της δύναμης F είναι ίδια, είτε μετριέται ως προς τα σημεία Ο και Κ, είτε ως προς τον άξονα ΟΚ.

iv) Η ροπή της τάσης του νήματος ως προς τον άξονα ΟΚ είναι μηδενική, ενώ ως προς το σημείο Ο έχει μέτρο ½ mgl.

367) Ακροβατώντας μεταξύ στερεού και συστήματος σωμάτων.

Με αφορμή ερώτημα τις πρόσφατες εξετάσεις…

Η ομογενής ράβδος του σχήματος, μάζας Μ=3kg και μήκους ℓ=2m, συνδέεται σε άρθρωση, οπότε μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το άκρον της Ο. Πάνω στη ράβδο, στο άκρο της Α



και στο μέσον της Μ, έχουν προσδεθεί δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, τα οποία θεωρούνται υλικά σημεία με μάζες $m_1=m_2=m=1kg$. Το σώμα $Σ_1$ είναι δεμένο επίσης στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου νήματος, οπότε η ράβδος σχηματίζει γωνία θ=30° με την κατακόρυφο.

i) Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που ασκεί η ράβδος στα δυο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ και να υπολογιστούν τα μέτρα τους.

ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Για αμέσως μετά:

α) Να βρεθούν οι επιταχύνσεις των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$.

β) Να υπολογιστούν οι ροπές που δέχεται η ράβδος από κάθε σώμα.

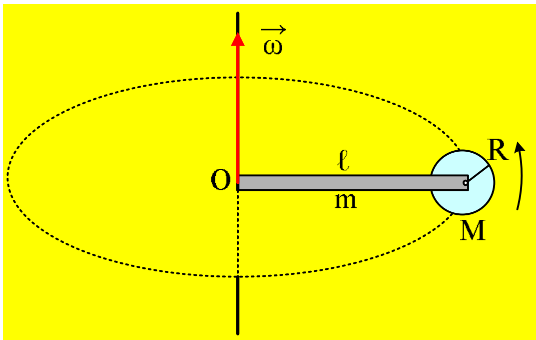
γ) Ποιες οι απαντήσεις στα παραπάνω υποερωτήματα αν για τη ράβδο Μ→0, αν δηλαδή η ράβδος θεωρηθεί αβαρής;

iii) Να βρεθεί το έργο της δύναμης που ασκεί η ράβδος στο σώμα $Σ_1$ κατά την κίνησή του, μέχρι να φτάσει στην κατακόρυφη θέση.

Δίνεται $g=10m/s^2$ και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I= 1/3\ Mℓ^2$.

368) Κινητική ενέργεια στερεού.

Μια σφαίρα μάζας Μ και ακτίνας R είναι προσδεδεμένη με ράβδο μήκους ℓ και μάζας m, όπως στο σχήμα (η σφαίρα έχει τρυπηθεί και το άκρο της ράβδου φτάνει στο κέντρο της σφαίρας Κ), έχοντας έτσι δημιουργήσει ένα στερεό Π. Το στερεό αυτό στρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το άκρο Ο της ράβδου με γωνιακή ταχύτητα ω.



i) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του στερεού Π.

ii) Να υπολογιστεί η παραπάνω ενέργεια στις εξής περιπτώσεις:

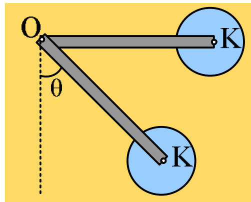
α) m→0

β) m→0 και R→0

δίνεται η ροπή αδράνειας μιας σφαίρας ως προς μια διάμετρό της $I_{cm}= \frac{2}{5}MR^2$ και η αντίστοιχη της ράβδου ως προς άξονα κάθετο προς αυτήν που περνά από το μέσον της $I_1= \frac{1}{12}mℓ^2$.

369) Μια σφαίρα στο άκρο ράβδου.

Μια σφαίρα μάζας Μ και ακτίνας R είναι προσδεδεμένη με αβαρή ράβδο μήκους ℓ=4R, όπως στο σχήμα (η σφαίρα έχει τρυπηθεί και το άκρο της ράβδου φτάνει στο κέντρο της σφαίρας Κ). Το άλλο άκρο Ο της ράβδου μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, χωρίς τριβές. Φέρνουμε τη σφαίρα σε τέτοια θέση ώστε η ράβδος να είναι οριζόντια και την αφήνουμε να κινηθεί. Για τη θέση που η ράβδος σχηματίζει με την κατακόρυφη γωνία θ:



i) επιτρόχια επιτάχυνση του κέντρου Κ της ράβδου έχει μέτρο:

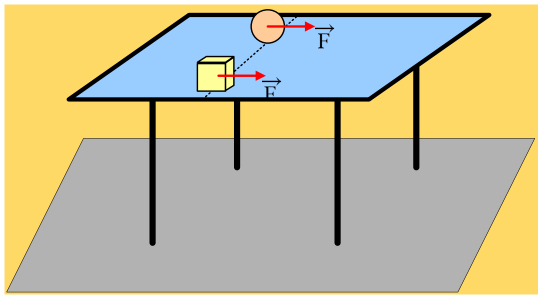
α) $\alpha <\ g\cdot\eta\mu\theta$ β) $\alpha =\ g\cdot\eta\mu\theta$ γ) $\alpha >\ g\cdot\eta\mu\theta$

ii) Η ταχύτητα του κέντρου Κ της ράβδου έχει μέτρο

α) $\upsilon < \sqrt{8Rg\cdot\sigma\upsilon\nu\theta}$ β) $\upsilon = \sqrt{8Rg\cdot\sigma\upsilon\nu\theta}$ γ) $\upsilon > \sqrt{8Rg\cdot\sigma\upsilon\nu\theta}$

Για τη σφαίρα $I_{cm}=0{,}4\ mR^2$.

370) Η σφαίρα ή ο κύβος;



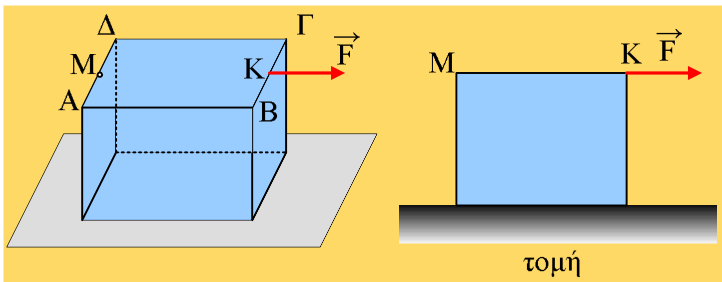
Πάνω σε ένα τραπέζι ηρεμούν ένας κύβος και μια σφαίρα και της ίδιας μάζας, που εμφανίζουν με το επίπεδο τον ίδιο συντελεστή τριβής μ, απέχοντας την ίδια απόσταση d από το άκρο του. Σε μια στιγμή δέχονται την επίδραση δύο ίσων σταθερών οριζόντιων δυνάμεων F (ο φορέας των δυνάμεων διέρχεται από το κέντρο μάζας των στερεών), με μέτρα F=2μMg. Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, ενώ ο κύβος ολισθαίνει.

Το τραπέζι θα εγκαταλείψει πρώτα:

α) Η σφαίρα, β) ο κύβος γ) θα εγκαταλείψουν ταυτόχρονα το τραπέζι.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

371) Θα ανατραπεί ο κύβος;



Ένας κύβος πλευράς α=1m και βάρους w=600N ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0{,}2$. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης μέτρου F=180N, η οποία ασκείται στο μέσον Κ της ακμής ΒΓ, όπως στο σχήμα.

Α) Τότε ο κύβος:

i) Παραμένει ακίνητος.

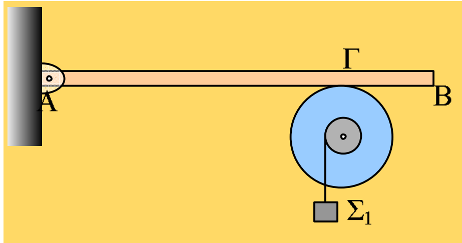
ii) Επιταχύνεται προς τα δεξιά

iii) Επιταχύνεται προς τα δεξιά και ανατρέπεται.

Β) Η συνολική ροπή των δυνάμεων ως προς το μέσον Μ της ακμής ΑΔ έχει μέτρο:

α) μηδέν β) 30N·m γ) 50N·m

372) Μια ισορροπία και μια περιστροφική κίνηση.



Ένα στερεό Κ αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, που συμπίπτει με τον άξονα των δύο κυλίνδρων, ακτίνων R=0,5m και r=0,2m. Γύρω από τον κύλινδρο με την μικρότερη ακτίνα έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα στο κάτω άκρο του οποίου έχουμε δέσει ένα σώμα Σ_1 μάζας 2kg. Το στερεό Κ ισορροπεί, όταν πάνω του στηρίζεται μια ομογενής δοκός (ΑΒ) μήκους 4m και μάζας 6kg, η οποία συνδέεται με άρθρωση στο άκρο της Α. Η δοκός είναι οριζόντια και στηρίζεται στο στερεό σε σημείο Γ, όπου (ΓΒ)=1m, όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ δοκού και στερεού Κ είναι μ=0,3.

iv) Να βρεθεί η οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που δέχεται η δοκός από την άρθρωση.

Λύνουμε το σώμα Σ_1 και το αντικαθιστούμε με άλλο σώμα Σ μάζας 10kg, το οποίο αφήνουμε να κινηθεί, από ύψος h=2m από το έδαφος. Το σώμα Σ χρειάζεται 2s για να φτάσει στο έδαφος.

v) Να αποδειχθεί ότι η κίνηση του σώματος Σ είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

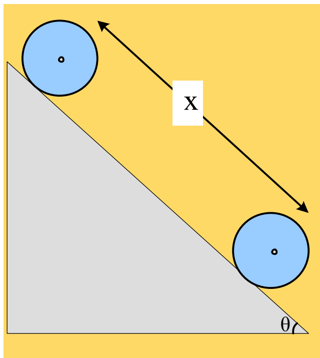
vi) Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού Κ στη διάρκεια της πτώσης.

vii) Να υπολογιστεί η ροπή αδράνειας του στερεού Κ.

viii) Τι ποσοστό της αρχικής δυναμικής ενέργειας του σώματος Σ, μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια εξαιτίας της τριβής;

Θεωρείστε μηδενική τη δυναμική ενέργεια στο έδαφος και $g=10m/s^2$.

373) Κίνηση κυλίνδρου σε κεκλιμένο επίπεδο.



Ένας κύλινδρος μάζας 10kg και ακτίνας 0,2m αφήνεται για t=0 να κινηθεί σε μη λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ, όπου ημθ=0,8. Ο άξονας του κυλίνδρου μετατοπίζεται κατά x=27m, μέχρι τη στιγμή t_1=3s.

i) Να υπολογίσετε την τριβή που ασκείται στον κύλινδρο.

ii) Πόση είναι η ταχύτητα τη στιγμή t_1 ενός σημείου Α επαφής του κυλίνδρου με το επίπεδο;

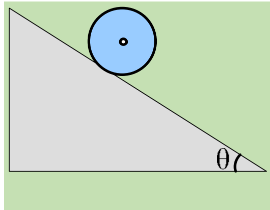
iii) Να υπολογίστε το έργο της τριβής για την παραπάνω μετατόπιση του κυλίνδρου;

iv) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της περιστροφικής κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου και με ποιο ρυθμό παράγεται θερμότητα εξαιτίας της τριβής, τη χρονική στιγμή t_1;

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I= ½ MR^2$ και $g=10m/s^2$.

374) Στερεό με κυκλική διατομή.

ΘΕΜΑ 2^o:



Κατά μήκος ενός κεκλιμένου επιπέδου αφήνεται να κινηθεί ένα στερεό με κυκλική διατομή (σφαίρα, δίσκος, στεφάνη ή κύλινδρος) ακτίνας R και μάζας Μ, η ροπή αδράνειας του οποίου δίνεται από τη σχέση $I=\lambda \cdot MR^2$. Το στερεό κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

i) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του στερεού δίνεται από την εξίσωση:

$$α)\ a=\frac{Mg\eta\mu\theta}{\lambda+1} \quad β)\ a=\frac{g\eta\mu\theta}{\lambda+1} \quad γ)\ a=\frac{g\eta\mu\theta}{\lambda R-1}$$

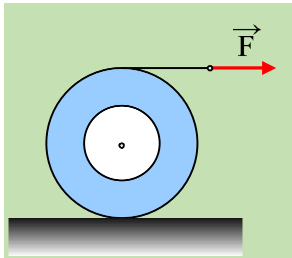
ii) Καθώς το στερεό κατέρχεται ο λόγος της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική του ενέργεια:

α) αυξάνεται β) μειώνεται γ) παραμένει σταθερός.

iii) Είναι σωστό ότι στο στερεό ασκείται τριβή, το μέτρο της οποίας δίνεται από τη σχέση T=μN, όπου μ ο συντελεστής τριβής ολίσθησης;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

375) Ένας κοίλος κύλινδρος.



Δίνεται ένας κύλινδρος ακτίνας R=1m από τον οποίο έχει αφαιρεθεί ένας ομοαξονικός κύλινδρος ακτίνας r=R/2. Ο κοίλος αυτός κύλινδρος (στερεό Κ) έχει μάζα m= 40kg.

i) Αν δίνεται η ροπή αδράνειας ενός κυλίνδρου ως προς τον άξονα που συνδέει τα κέντρα των δύο βάσεών του $I=\frac{1}{2} MR^2$, να υπολογισθεί η ροπή αδράνειας του στερεού Κ.

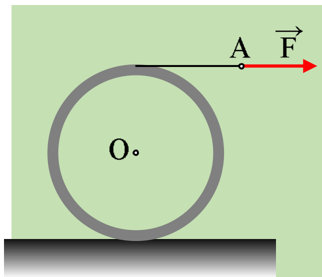
ii) Γύρω από το στερεό Κ έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου ασκούμε σταθερή οριζόντια δύναμη F=26N. Αν το στερεό κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο όπως στο σχήμα, να βρείτε:

α) Το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του στερεού Κ, ως προς τον άξονα περιστροφής του.

β) Το λόγο της περιστροφικής προς τη μεταφορική κινητική ενέργεια του στερεού.

γ) Τη μετατόπιση του άξονα περιστροφής του στερεού, τη στιγμή που το στερεό έχει κινητική ενέργεια 130J.

376) Μια στεφάνη σε λείο επίπεδο.



Μια στεφάνη ακτίνας R και μάζας Μ η οποία θεωρείται συγκεντρωμένη στην περιφέρειά της, ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Γύρω από τη στεφάνη έχουμε τυλίξει αβαρές νήμα, στο άκρο Α του οποίου ασκούμε σταθερή οριζόντια δύναμη F, όπως στο σχήμα.

Α) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

i) Η στεφάνη κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

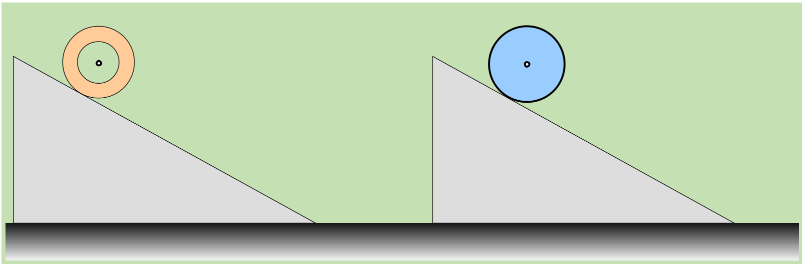
ii) Για μετακίνηση του κέντρου Ο κατά x_1 το έργο της δύναμης είναι ίσο με $F \cdot x_1$.

iii) Όταν το άκρο Α του νήματος μετατοπισθεί κατά x η στεφάνη θα έχει μεταφορική κινητική ενέργεια ½ F·x.

Β) Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις αν το οριζόντιο επίπεδο δεν ήταν λείο;

377) Δίσκος και κυκλική στεφάνη.

Ένας κυκλικός δίσκος και μια στεφάνη της ίδιας ακτίνας και από το ίδιο υλικό, αφήνονται από το ίδιο ύψος και κυλίονται κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου, χωρίς ολίσθηση.



i) Στη βάση του επιπέδου θα φτάσει γρηγορότερα:

α) ο δίσκος β) η στεφάνη γ) θα φτάσουν ταυτόχρονα.

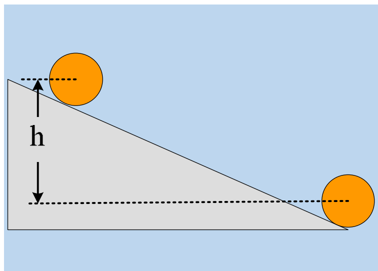
ii) Περισσότερες περιστροφές θα εκτελέσει:

α) ο δίσκος β) η στεφάνη γ) θα εκτελέσουν ίδιες περιστροφές.

Δίνονται οι ροπές αδράνειας, του δίσκου $I_1 = ½ MR^2$ και για τη στεφάνη $I_2 = mR^2$.

378) Μια σφαίρα και ένας κύλινδρος.

Κατά μήκος ενός κεκλιμένου επιπέδου, από το ίδιο ύψος αφήνονται ένας κύλινδρος και μια σφαίρα της ίδιας ακτίνας με ίσες μάζες. Τα δυο στερεά κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν. Με δεδομένο ότι ο κύλινδρος έχει μεγαλύτερη ροπή αδράνειας από τη σφαίρα ($I_1 > I_2$):



i) Φτάνοντας στη βάση του επιπέδου μεγαλύτερη κινητική ενέργεια έχει:

α) Ο κύλινδρος, β) Η σφαίρα, γ) Έχουν ίσες κινητικές ενέργειες.

ii) Με μεγαλύτερη ταχύτητα κέντρου μάζας φτάνει στη βάση του επιπέδου:

α) Ο κύλινδρος, β) Η σφαίρα, γ) Έχουν ίσες ταχύτητες.

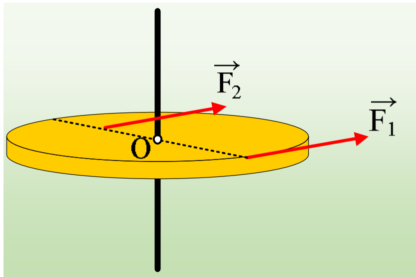
iii) Μεγαλύτερη τριβή κατά τη διάρκεια της κίνησης ασκήθηκε:

α) στον κύλινδρο, β) στη σφαίρα, γ) ασκήθηκαν τριβές ίσου μέτρου.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

379) Περιστροφή ενός δίσκου από δύο ροπές.

Ένας οριζόντιος δίσκος ακτίνας 2m και μάζας 314kg μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο του Ο, χωρίς τριβές. Σε μια στιγμή ασκούνται πάνω του δύο οριζόντιες ίσες δυνάμεις, μέτρου F=40N, όπως στο σχήμα, όπου η F_1 δρα πάντα εφαπτομενικά, ενώ η F_2 είναι πάντα παράλληλη προς την F_1 και το σημείο εφαρμογής της είναι πάνω στην ίδια διάμετρο με το σημείο εφαρμογής της F_1. Τη χρονική στιγμή t_1 που ο δίσκος ολοκληρώνει 5 περιστροφές έχει γωνιακή ταχύτητα ω=2rad/s.



i) Ποια η απόσταση του σημείου εφαρμογής της δύναμης F_2 από τον άξονα περιστροφής;

ii) Για τη στιγμή t_1 να βρεθούν:

α) Η ισχύς της δύναμης F_1.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του δίσκου.

iii) Τη στιγμή t_1 καταργείται η δύναμη F_1.

α) Ποια η ισχύς της δύναμης F_2 αμέσως μετά;

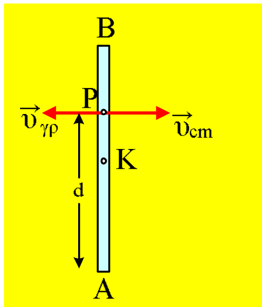
β) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής ως προς τον άξονα περιστροφής του τη στιγμή t_1+2s και ποια η στροφορμή του δίσκου τη στιγμή αυτή;

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του I= ½ MR^2.

380) Μια σύνθετη κίνηση ράβδου.

Μόνο για καθηγητές

Μια ομογενής ράβδος μάζας 0,4kg και μήκους l=2,4m ηρεμεί στην επιφάνεια μιας παγωμένης λίμνης. Σε μια στιγμή δέχεται στιγμιαίο λάκτισμα στο ένα της άκρο Α. Αν δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου I=1/12 $M\ell^2$:

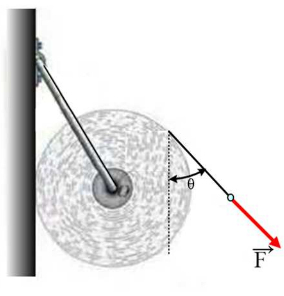


i) Να βρεθεί ένα σημείο της ράβδου P, το οποίο να έχει μηδενική ταχύτητα, αμέσως μετά το λάκτισμα.

ii) Αν ω=12rad/s να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια που απέκτησε η ράβδος.

381) Ένας κύλινδρος σε επαφή με τοίχο.

Ο κύλινδρος του σχήματος έχει μάζα 20kg και ακτίνα R=0,5m και παρουσιάζει με τον τοίχο συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s$=0,2.Γύρω του έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου ασκούμε μια μεταβλητή δύναμη. Παρατηρούμε ότι για να αρχίσει να στρέφεται ο κύλινδρος απαιτείται να του ασκήσουμε δύναμη τουλάχιστον F=50N, όπως στο σχήμα, όπου ημθ=0,6.

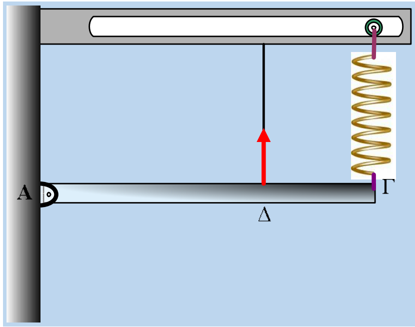


ix) Να βρεθεί η οριζόντια και η κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που ασκείται στον κύλινδρο από τον άξονα περιστροφής του.

x) Αν αυξήσουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή F=60N, παρατηρούμε ότι ο κύλινδρος αποκτά γωνιακή ταχύτητα ω=20rad/s σε χρονικό διάστημα 5s. Υπολογίστε στην περίπτωση αυτή την οριζόντια και την κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που ασκείται στον κύλινδρο από τον άξονα περιστροφής του.

Δίνεται για τον κύλινδρο ως προς τον άξονα περιστροφής του I= ½ MR^2 και g=10m/s^2.

382) Μια …άλλη ταλάντωση στερεού.



Η ομογενής ράβδος ΑΓ μάζας Μ=30kg και μήκους 2m μπορεί να στρέφεται γύρω από άρθρωση στο άκρο της Α και ισορροπεί οριζόντια δεμένη στο σημείο Δ, όπου (ΑΔ)=1,25m, με κατακόρυφο νήμα και στο άκρο της Γ με κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k=200N/m. Στη θέση αυτή η τάση του νήματος είναι ίση με 160Ν.

i) Να βρεθεί η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα και η ράβδος αρχίζει να στρέφεται. Το πάνω άκρο του ελατηρίου συνδέεται με μια μικρή «ροδίτσα» σε εγκοπή, με αποτέλεσμα το ελατήριο να παραμένει συνεχώς κατακόρυφο.

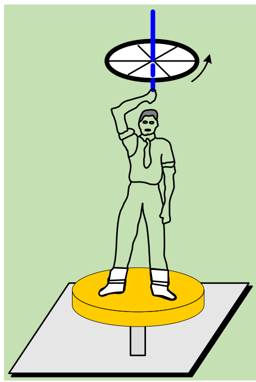
α) Να βρεθεί η μέγιστη γωνία που θα διαγράψει η ράβδος πριν σταματήσει στιγμιαία.

β) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της στη παραπάνω θέση;

iii) Να υπολογιστεί η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου κατά τη διάρκεια της κίνησής της.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I= 1/3\ M\ell^2$ και $g=10m/s^2$.

383) Περιστροφή του τροχού.



Πάνω σε ένα τραπεζάκι, που μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα χωρίς τριβές, βρίσκεται ένας άνθρωπος κρατώντας στο χέρι του ένα τροχό μάζας 5kg και ακτίνας 0,6m, η μάζα του οποίου θεωρείται συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του. Σε μια στιγμή ο άνθρωπος ασκώντας κατάλληλη ροπή στον τροχό τον θέτει σε περιστροφή με γωνιακή ταχύτητα ω=40rad/s, όπως στο σχήμα.

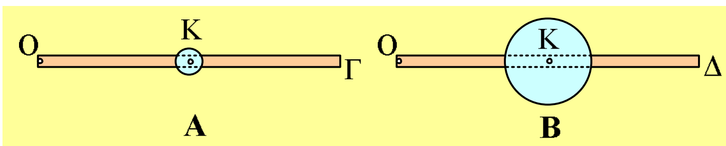
i) Να αποδείξετε ότι ο άνθρωπος μαζί με το τραπέζι θα περιστραφούν αποκτώντας γωνιακή ταχύτητα αντίθετης φοράς, υπολογίζοντας και το μέτρο της.

ii) Πόση χημική ενέργεια του ανθρώπου μετετράπη σε μηχανική κατά τη διαδικασία περιστροφής του τροχού;

Δίνεται η ροπή αδράνειας ανθρώπου-τραπεζιού ως προς τον άξονα περιστροφής του τραπεζιού $I_1=8kgm^2$.

384) Το υλικό σημείο και η σφαίρα.

ΘΕΜΑ 2ο.



Μια ομογενής λεπτή ράβδος μήκους ℓ και μάζας Μ, μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της Ο. Στο μέσον Κ της ράβδου έχει προσδεθεί μια σφαίρα ίσης μάζας Μ (έχουμε τρυπήσει τη σφαίρα κατά μήκος μιας διαμέτρου στην οποία εισχωρήσαμε τη ράβδο), δημιουργώντας έτσι ένα νέο στερεό. Στο πρώτο σχήμα η ακτίνα της σφαίρας είναι μικρή (στερεό Α), οπότε την θεωρούμε αμελητέα, ενώ στο δεύτερο σχήμα (στερεό Β) η σφαίρα έχει ακτίνα R. Τα δύο στερεά συγκρατούνται σε θέση τέτοια, ώστε η ράβδος να είναι οριζόντια και σε μια στιγμή αφήνονται να κινηθούν.

Οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λανθασμένες; Να δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

i) Μεγαλύτερη αρχική γωνιακή επιτάχυνση θα αποκτήσει το στερεό Α.

ii) Μεγαλύτερη ταχύτητα κατά την κίνηση των στερεών θα αποκτήσει το σημείο Γ.

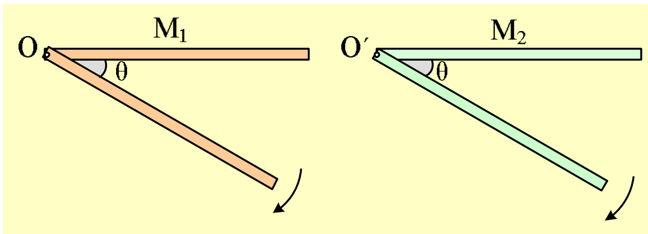
iii) Ο αρχικός ρυθμός μεταβολής της στροφορμής ως προς τον άξονα περιστροφής είναι μεγαλύτερος για το Α στερεό.

iv) Η σφαίρα με τη μεγαλύτερη ακτίνα θα αποκτήσει και μεγαλύτερη μέγιστη κινητική ενέργεια.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I_1= 1/3\ M\ell^2$ και η ροπή αδράνειας μιας σφαίρας ως της άξονα που συμπίπτει με μια διάμετρό της $I_2= 2/5\ MR^2$.

385) Χρόνος περιστροφής ράβδων.

Δύο ομογενείς ράβδοι ίδιου μήκους αλλά διαφορετικών μαζών $M_2>M_1$, μπορούν να στρέφονται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το ένα τους άκρο, χωρίς τριβές. Οι ράβδοι αφήνονται ταυτόχρονα να κινηθούν από την οριζόντια θέση.



Αναφερόμενοι στις θέσεις που οι ράβδοι σχηματίζουν γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση:

i) Για τις γωνιακές ταχύτητες των δύο ράβδων ισχύει:

α) $\omega_1<\omega_2$ β) $\omega_1=\omega_2$ γ) $\omega_1 > \omega_2$

ii) Για τις γωνιακές επιταχύνσεις των δύο ράβδων ισχύει:

α) $\alpha_{\gamma1}< \alpha_{\gamma2}$ β) $\alpha_{\gamma1}=\alpha_{\gamma2}$ γ) $\alpha_{\gamma1} >\alpha_{\gamma2}$

iii) Στη θέση αυτή θα φτάσει πιο γρήγορα:

α) Η πρώτη ράβδος, β) η δεύτερη ράβδος γ) θα φτάσουν ταυτόχρονα.

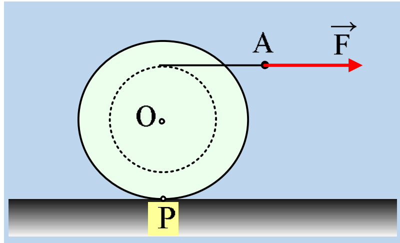
iv) Κατά τη διάρκεια της κίνησης των ράβδων, μεγαλύτερη στροφορμή ως προς (κατά) τον άξονα περιστροφής τους, θα αποκτήσει:

α) Η πρώτη ράβδος, β) η δεύτερη ράβδος γ) θα αποκτήσουν ίσες στροφορμές.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το άκρο της $I= 1/3\ M\ell^2$.

386) Έργο και Κινητική ενέργεια στη σύνθετη κίνηση στερεού.

Ένας κύλινδρος ακτίνας R=1m ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ο κύλινδρος έχει μια λεπτή εγκοπή βάθους 0,25m μέσα στην οποία έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Ασκούμε στο άκρο Α του νήματος μια σταθερή



οριζόντια δύναμη F=8,5N μέχρι το άκρο A να μετατοπιστεί κατά x_A=4m, όπως φαίνεται στο σχήμα:

i) Πόση ενέργεια μεταφέρεται στο στερεό μέσω του έργου της δύναμης;

ii) Η επιτάχυνση ενός σημείου P (επαφής του κυλίνδρου με το επίπεδο) είναι:

$$\alpha)\ \frac{8}{17}\alpha_A, \qquad \beta)\ -\frac{8}{17}\alpha_A \qquad \gamma)\ -\frac{4}{17}\alpha_A$$

όπου α_A η επιτάχυνση του άκρου A του νήματος.

iii) Η μεταφορική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου θα είναι ίση με:

α) 16J, β) 25J γ) 34J

iv) Το έργο της ασκούμενης ροπής θα είναι ίσο με:

α) 9J, β) 18J, γ) 22J.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του που διέρχεται από τα κέντρα των δύο βάσεών του I= ½ MR^2.

387) Στροφορμή και ρυθμός μεταβολής της.

Μια λεπτή δοκός μάζας m_1=10kg, ηρεμεί στηριζόμενη σε δύο τρίποδα A και B, τα οποία απέχουν εξίσου από τα άκρα της. Πάνω στη δοκό, στη θέση του τρίποδου A ηρεμεί ένας κύλινδρος μάζας M=10kg και ακτίνας 0,4m. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση οριζόντιας σταθερής δύναμης F=120N, όπως στο σχήμα, οπότε αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και μετά από 1s φτάνει στο άλλο τρίποδο B. Στη διάρκεια της κίνησης η δοκός δεν κινείται.

i) Να υπολογιστεί η απόσταση (AB)

ii) Για τη στιγμή που ο κύλινδρος περνά από το B να βρεθούν:

α) Η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του.

β) Η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα που περνά από το σημείο επαφής του κυλίνδρου με τη δοκό στην αρχική του θέση και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος.

iii) Μεταξύ της δοκού και του A τρίποδου δεν αναπτύσσεται τριβή.

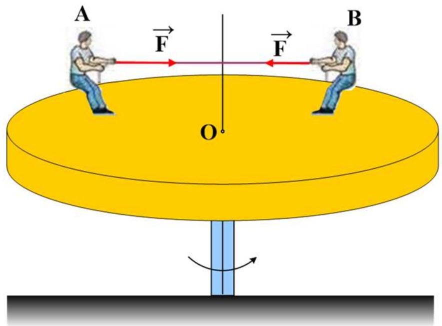
α) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ δοκού και B τρίποδου, ώστε η δικός να παραμένει ακίνητη στη διάρκεια του πειράματος;

β) Ποιο είναι το μέγιστο μήκος της δοκού, ώστε κατά την κίνηση του κυλίνδρου κατά μήκος της, να μην ανατραπεί;

Δίνεται για τον κύλινδρο $I= ½ MR^2$ ως προς τον άξονα περιστροφής του και $g=10m/s^2$.

388) Τάση νήματος και τριβή.

Μια κυκλική πλατφόρμα έχει τεθεί σε περιστροφή γύρω από κατακόρυφο άξονα με γωνιακή ταχύτητα ω_1=1rad/s. Πάνω στην πλατφόρμα βρίσκονται δυο παιδιά μάζας 50kg το καθένα, τα οποία εξασφαλίζουν την περιστροφή τους μαζί με την πλατφόρμα, τραβώντας ένα νήμα μήκους 4m, όπως στο σχήμα, με δύναμη μέτρου F=70N. Τα παιδιά βρίσκονται σε συμμετρικές θέσεις ως προς το κέντρο Ο της πλατφόρμας. Οι συντελεστές τριβής μεταξύ των υποδημάτων των παιδιών και της πλατφόρμας είναι $\mu_s=\mu=0,3$.



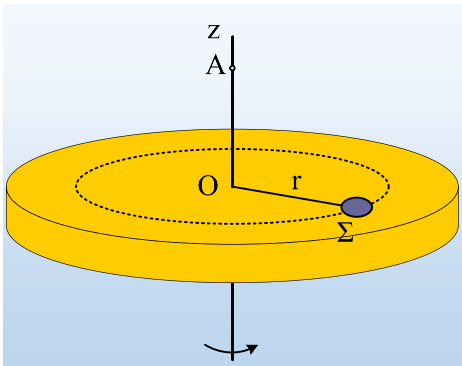
xi) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις τριβής που ασκούνται στα παιδιά και να υπολογίστε τα μέτρα τους.

xii) Σε μια στιγμή τα παιδιά τραβώντας το νήμα αρχίζουν να πλησιάζουν και σταματούν σε απόσταση 1m από το Ο. Στη θέση αυτή συνεχίζουν να τραβούν το νήμα με δύναμη του ίδιου μέτρου. Πόσο είναι τώρα το μέτρο της τριβής που ασκείται σε κάθε παιδί;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της πλατφόρμας ως προς τον άξονα περιστροφής της $I_\pi=200kg\cdot m^2$ και $g=10m/s^2$.

389) Στροφορμή. Μερικές περιπτώσεις.

1) Στο διπλανό σχήμα ένας οριζόντιος δίσκος στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω, γύρω από τον κατακόρυφο άξονά του, ενώ ένα υλικό σημείο Σ, μάζας m, απέχει απόσταση r από το κέντρο Ο του δίσκου.



i) Σημειώστε πάνω στο σχήμα τα διανύσματα:

α) Γωνιακή ταχύτητα του Σ.

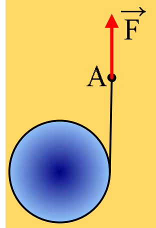
β) Γραμμική ταχύτητα του Σ

γ) Στροφορμή του Σ ως προς το σημείο Ο.

δ) Στροφορμή του Σ ως προς (κατά) τον άξονα z.…

390) Γιο-γιο και μεταβλητή δύναμη.

Γύρω από ένα μικρό κύλινδρο μάζας 50g και ακτίνας R=0,1m έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Ασκούμε στο άκρο Α του νήματος μια κατακόρυφη δύναμη F, ενώ ταυτόχρονα αφήνουμε ελεύθερο τον κύλινδρο να κινηθεί. Η δύναμη μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση F= 0,2+0,2t (μονάδες στο S.I.). Αν η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I= ½ m\cdot R^2$ και $g=10m/s^2$, ζητούνται:



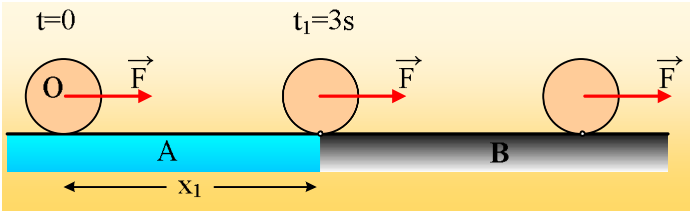
i) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι t=4s:

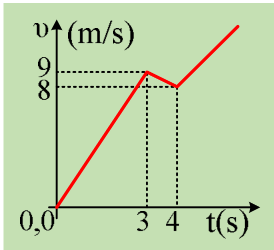
α) της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

β) της γωνιακής του επιτάχυνσης.

ii) Οι ρυθμοί μεταβολής της μεταφορικής και της περιστροφικής κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t=4s.

391) Ένα στερεό σε δύο επίπεδα.





Η τομή ενός στερεού (κύλινδρος ή σφαίρα) είναι κύκλος κέντρου Ο και ακτίνας R=0,5m. Το στερεό έχει μάζα 10kg και ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο Α σε απόσταση x_1 από ένα δεύτερο μη λείο επίπεδο Β. Σε μια στιγμή, που θεωρούμε t=0, ασκούμε στο κέντρο Ο μια σταθερή οριζόντια δύναμη F. Τη χρονική στιγμή t_1=3s το στερεό περνά στο Β επίπεδο. Μετρήσαμε την ταχύτητα του στερεού και πήραμε το διπλανό διάγραμμα.

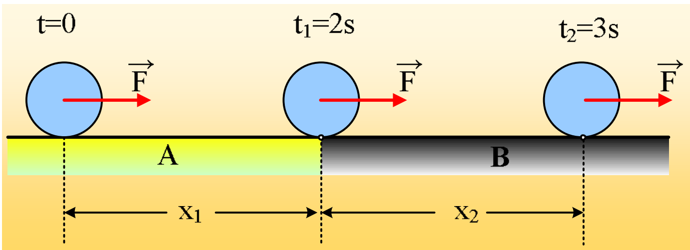
i) Να βρεθεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F και η γωνιακή ταχύτητα του στερεού τη στιγμή t=2s.

ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής που δέχεται το στερεό στο χρονικό διάστημα από 3s έως 4s. Η τριβή αυτή είναι τριβή ολίσθησης ή στατική τριβή;

iii) Αν δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι ίση με $I= \lambda MR^2$, να υπολογιστεί η τιμή του συντελεστή λ.

iv) Να βρεθεί το μέτρο της ασκούμενης τριβής για t>4s.

392) Ένας τροχός σε δύο επίπεδα.



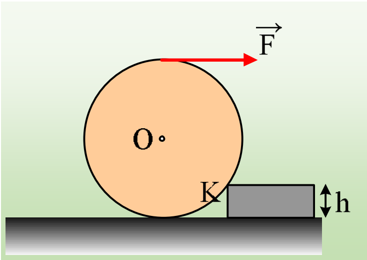
Ένας τροχός ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο Α σε απόσταση x_1=2m από ένα δεύτερο μη λείο επίπεδο Β. Σε μια στιγμή, που θεωρούμε t=0, ασκούμε στο κέντρο του τροχού μια σταθερή οριζόντια δύναμη F=10N. Τη χρονική στιγμή t_1=2s ο τροχός περνά στο Β επίπεδο ενώ τη στιγμή t_2=3s έχει διανύσει απόσταση x_2=2,1m στο επίπεδο αυτό.

i) Να βρεθεί η μάζα του τροχού.

ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σημείου επαφής του τροχού με το έδαφος τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2.

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι ίση με $I= ½ MR^2$, ενώ η τριβή που δέχεται στο Β επίπεδο έχει σταθερό μέτρο.

393) Υπερπήδηση εμποδίου.



Γύρω από ένα κύλινδρο ακτίνας R=0,5m και μάζας M=100kg τυλίγεται ένα αβαρές νήμα και στο άκρο του ασκούμε οριζόντια δύναμη F=400N με σκοπό την υπερπήδηση ενός σκαλοπατιού ύψος h=0,2m.

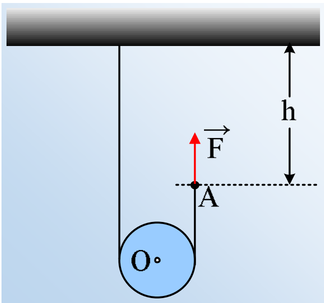
i) Θα υπερπηδήσει ο κύλινδρος το σκαλοπάτι;

ii) Σε μια στιγμή αυξάνουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην τιμή F_1=800N. Πόση γωνιακή επιτάχυνση θα αποκτήσει ο κύλινδρος;

iii) Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου όταν έχει ανυψωθεί κατά 0,1m από το έδαφος.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του που διέρχεται από τα κέντρα των δύο βάσεών του I= ½ MR^2 και g=10m/s^2.

394) Μια κινητή τροχαλία.



Η τροχαλία του σχήματος έχει μάζα 4kg και ηρεμεί όπως στο σχήμα, όπου ένα αβαρές νήμα έχει περαστεί στο αυλάκι της. Το ένα του άκρο του νήματος έχει δεθεί σε ταβάνι, ενώ το άλλο του άκρο Α συγκρατείται σε τέτοια θέση, ώστε να απέχει κατά h=0,36m από το νταβάνι. Ασκούμε κατάλληλη σταθερή κατακόρυφη δύναμη F στο άκρο Α του νήματος, ώστε το άκρο αυτό να φτάσει στο ταβάνι σε χρόνο t_1=0,6s.

i) Να αποδειχθεί ότι η τροχαλία κινείται προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση κέντρου μάζας.

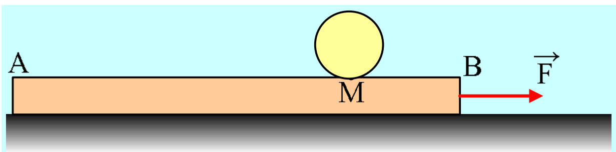
ii) Να δειχτεί ότι το άκρο Α έχει διπλάσια επιτάχυνση από το κέντρο Ο της τροχαλίας. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του άκρου Α.

iii) Να βρεθεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της I= ½ mR^2 και g=10m/s^2.

395) Μια σφαίρα που κυλίεται περίεργα.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα ΑΒ μάζας M=1kg και πάνω της μια σφαίρα ακτίνας R=0,1m και μάζας m=1kg, σε απόσταση d=2,5m από το άκρο της Α. Για t=0 ασκούμε στη σανίδα οριζόντια δύναμη F=9N και παρατηρούμε ότι η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στη σανίδα.



i) Να σημειώστε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σανίδα. Η ασκούμενη τριβή είναι στατική ή τριβή ολίσθησης;

ii) Παρατηρούμε ότι η σφαίρα στρέφεται αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού και κινείται προς το άκρο

Α. Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό;

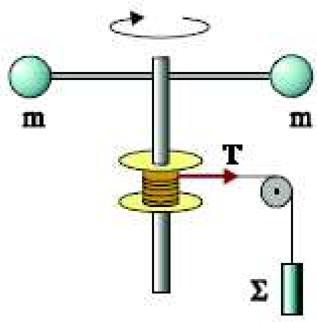
iii) Αφού η σφαίρα δεν ολισθαίνει, ποια είναι κάθε στιγμή η ταχύτητα του σημείου επαφής της σφαίρας με τη σανίδα Μ;

iv) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της σανίδας και τη γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας.

v) Σε πόσο χρόνο η σφαίρα εγκαταλείπει τη σανίδα;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής της $I= 2/5\ mR^2$.

396) Θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης.



Δίνεται το σύστημα του σχήματος όπου οι δυο σημειακές σφαίρες έχουν μάζα m=0,5kg και η απόσταση μεταξύ τους είναι 1m. Η μάζα της τροχαλίας θεωρείται αμελητέα. Αφήνουμε στο σώμα Σ μάζας M=2kg να κινηθεί και παρατηρούμε ότι κατέρχεται κατά h=1m σε χρονικό διάστημα t_1=2s.

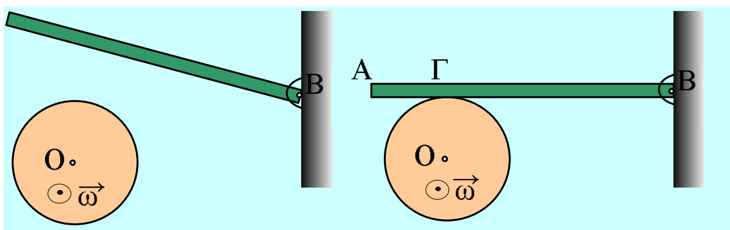
i) Υπολογίστε την τάση του νήματος Τ.

ii) Αν ο μοχλοβραχίονας της τάσης Τ, ως προς τον άξονα περιστροφής της κατακόρυφης ράβδου είναι ίσος με 10cm να υπολογισθεί η ροπή αδράνειας του στρεφομένου συστήματος.

iii) Να βρεθεί η κινητική ενέργεια κάθε σημειακής μάζας τη στιγμή t_1.

Δίνεται ότι το νήμα είναι αβαρές και $g=10m/s^2$.

397) Ισορροπία και επιβράδυνση στερεών.



Ένας ομογενής κύλινδρος μάζας M=80kg και ακτίνας R=1m περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_0=10rad/s, γύρω από τον άξονά του, που συνδέει τα κέντρα των δύο του βάσεων, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή φέρνουμε σε επαφή με τον κύλινδρο μια ομογενή δοκό μάζας m=30kg και μήκους 4m, το άκρο της οποίας συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Στη θέση αυτή η δοκός είναι οριζόντια, ενώ (ΑΓ)=1m. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ δοκού και κυλίνδρου είναι μ=0,2 και $g=10m/s^2$,

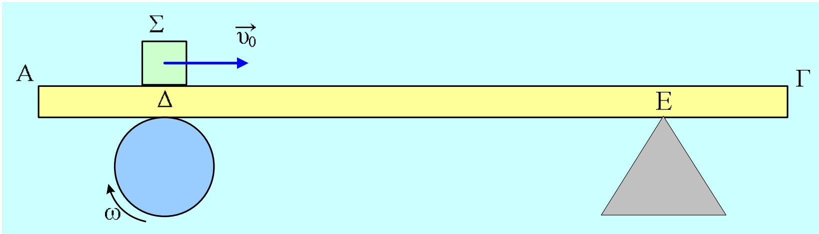
i) Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση (επιβράδυνση) του κυλίνδρου.

ii) Πόσες περιστροφές θα εκτελέσει ο κύλινδρος μέχρι να σταματήσει;

iii) Να βρεθεί η γωνία που σχηματίζει με τη δοκό η διεύθυνση της δύναμης που ασκείται από την άρθρωση, στη διάρκεια της επιβράδυνσης του κυλίνδρου.

Δίνεται για τον κύλινδρο $I_{cm}= ½\ MR^2$.

398) Ισορροπία και τριβές.

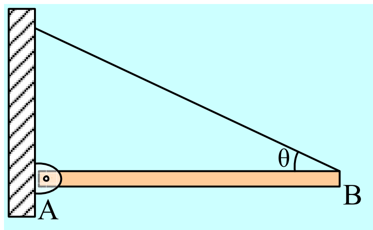


Η λεπτή ομογενής δοκός ΑΓ του σχήματος έχει μήκος 6m, μάζα M=2kg και ισορροπεί οριζόντια στηριζόμενη στα σημεία Δ και Ε σε περιστρεφόμενο κύλινδρο και σε τρίποδο. Τα σημεία Δ και Ε απέχουν 1m από τα άκρα της ράβδου. Ένα σώμα Σ μάζας 0,5kg, που θεωρείται υλικό σημείο, εκτοξεύεται για t=0 από το σημείο Δ και φτάνει μέχρι το σημείο Ε, όπου σταματά. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης, τόσο μεταξύ δοκού και σώματος Σ, όσο και μεταξύ δοκού και κυλίνδρου είναι ίσος με μ=0,2 και σε όλη τη διάρκεια της κίνησης η δοκός ισορροπεί.

i) Ποια η αρχική ταχύτητα του σώματος Σ και πόσο χρόνο διαρκεί η κίνησή του;
ii) Να βρεθεί η τριβή που ασκείται στη δοκό από το τρίποδο σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση από 0-3s.
iii) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής στατικής οριακής τριβής μεταξύ δοκού και τρίποδου για να ισορροπεί η δοκός;

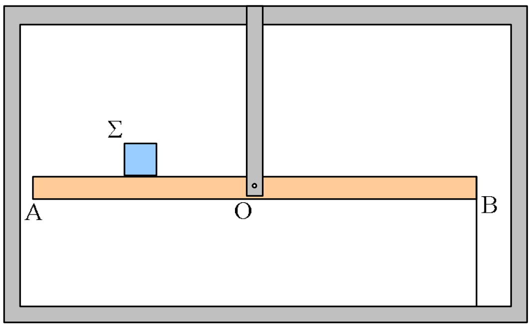
Δίνεται $g=10m/s^2$.

399) Ισορροπία στερεού. Ερωτήσεις.



Η ράβδος του σχήματος ισορροπεί δεμένη με νήμα που σχηματίζει γωνία θ=30°. Τότε και η δύναμη από την άρθρωση σχηματίζει γωνία 30° με τη ράβδο.

400) Ποιες είναι οι δυνάμεις που ασκούνται;



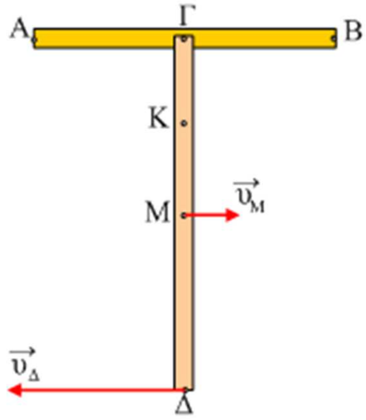
Μια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους ℓ και μάζας M=3kg μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από άξονα που διέρχεται από το μέσον της. Πάνω στη ράβδο στηρίζεται ένα σώμα Σ, μάζα m=2kg, το οποίο θεωρείται υλικό σημείο, σε απόσταση από το άκρο Α ίση με ℓ/4. Το άλλο άκρο Β της ράβδου είναι δεμένο με κατακόρυφο νήμα, με αποτέλεσμα η ράβδος να μην στρέφεται.

Το σύστημα αυτό βρίσκεται μέσα σε ένα ανελκυστήρα (ασανσέρ) ο οποίος κινείται προς τα πάνω με επιτάχυνση $α=2m/s^2$.

i) Να υπολογίστε την τάση του νήματος.
ii) Να εξετάσετε την ορθότητα της πρότασης: «Για να υπολογίσουμε τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από τον άξονα περιστροφής, αρκεί να πάρουμε ότι το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών ως προς το άκρο Β ίσο με μηδέν»

Δίνεται $g=10m/s^2$.

401) Κινηματική στερεού.



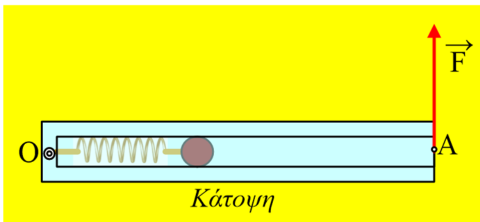
Ένα στερεό αποτελείται από δύο ομογενείς, από διαφορετικό υλικό ράβδους, οι οποίες είναι συνδεδεμένες, όπως στο σχήμα. Οι ράβδοι έχουν μήκη (ΑΒ)=0,8m και (ΓΔ)= 1,2m. Το στερεό κινείται σε κατακόρυφο επίπεδο εκτελώντας σύνθετη κίνηση γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο που περνά από το κέντρο μάζας του Κ, όπου (ΚΓ)=0,3m και σε μια στιγμή βρίσκεται σε μια θέση, όπου τα σημεία Μ και Δ, όπου Μ το μέσον της ράβδου, έχουν οριζόντιες ταχύτητες με μέτρα $υ_Μ=1m/s$ και $υ_Δ=5m/s$, όπως στο σχήμα.

i) Να υπολογίστε την ταχύτητα του κέντρου μάζας Κ και του άκρου Γ της ράβδου ΔΓ.

ii) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του άκρου Β.

iii) Να βρεθεί η θέση ενός σημείου Ο του στερεού η ταχύτητα του οποίου είναι μηδενική. Ποια η γωνία μεταξύ της (ΟΒ) και της ταχύτητας του άκρου Β;

402) Και τελικά τι κάνει η σφαίρα;



Ένας σωλήνας μήκους $\ell_1=6m$, μπορεί να περιστρέφεται οριζόντια, γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο του Ο και είναι ακίνητος. Τοποθετούμε στο εσωτερικό του μια σφαίρα μάζας 4kg την οποία δένουμε με ελατήριο σταθεράς k=50N/m με μήκος 2m, το άλλο άκρο του οποίου δένεται στη βάση του σωλήνα. Κάποια στιγμή ασκούμε στο άλλο άκρο του σωλήνα Α οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου F=10N, η οποία παραμένει συνεχώς κάθετη στον άξονα του σωλήνα.

Έτσι το σύστημα αρχίζει να περιστρέφεται. Μετά από λίγο καταργούμε τη δύναμη και παρατηρούμε ότι τελικά* η σφαίρα εκτελεί κυκλική κίνηση και το μήκος του ελατηρίου είναι πλέον 4m. Αν δεν υπάρχουν τριβές και η ροπή αδράνεια του σωλήνα ως προς τον άξονα περιστροφής είναι $I=120kg\cdot m^2$, ζητούνται:

i) Η τελική γωνιακή ταχύτητα του σωλήνα.

ii) Ο αριθμός των περιστροφών του σωλήνα για όσο χρόνο ασκείται η δύναμη F.

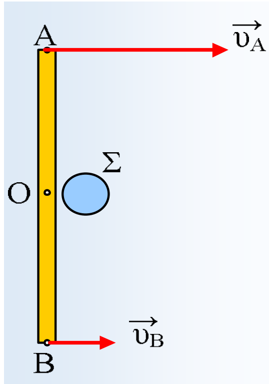
iii) Σε μια στιγμή ενώ έχει αποκατασταθεί μόνιμη κατάσταση, η σφαίρα λύνεται από το ελατήριο. Ποια θα είναι τελικά η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του σωλήνα;

iv) Τη στιγμή που η σφαίρα εγκαταλείπει το σωλήνα, ποια γωνία θα σχηματίζει η ταχύτητά της με τον άξονα του σωλήνα;

403) Μια σύνθετη κίνηση και μια κρούση.

Μια ομογενής ράβδος μήκους $\ell=1m$ και μάζας 1kg κινείται οριζόντια στην επιφάνεια μιας παγωμένης λίμνης, χωρίς τριβές και σε μια στιγμή, όπου τα άκρα της έχουν ταχύτητες της ίδιας φοράς με μέτρα $υ_Α=6m/s$ και

υ_B=2m/s, συγκρούεται ελαστικά με μια μικρή σφαίρα Σ, που θεωρείται υλικό σημείο, μάζας 1kg, η οποία ήταν ακίνητη, όπως στο σχήμα. Η σφαίρα Σ κτυπά τη ράβδο στο μέσον της Ο.



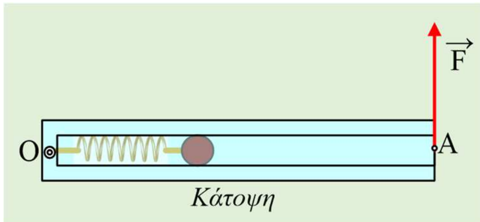
i) Υπολογίστε την ταχύτητα του μέσου Ο, καθώς και την κινητική ενέργεια της ράβδου, πριν την κρούση.

ii) Να βρεθούν οι κινήσεις που θα εκτελέσουν τα δυο σώματα μετά την κρούση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I=M\ell^2/12$.

404) Μια σφαίρα σε σωλήνα.

Ένας σωλήνας μήκους ℓ_1=6m, μπορεί να περιστρέφεται οριζόντια, γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο του Ο και είναι ακίνητος. Τοποθετούμε στο εσωτερικό του μια σφαίρα μάζας 4kg την οποία δένουμε με ελατήριο σταθεράς k=50N/m με μήκος 2m, το άλλο άκρο του οποίου δένεται στη βάση του σωλήνα.



Κάποια στιγμή ασκούμε στο άλλο άκρο του σωλήνα Α οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου F=10N, η οποία παραμένει συνεχώς κάθετη στον άξονα του σωλήνα.

Έτσι το σύστημα αρχίζει να περιστρέφεται. Μετά από λίγο καταργούμε τη δύναμη και παρατηρούμε ότι τελικά* η σφαίρα εκτελεί κυκλική κίνηση και το μήκος του ελατηρίου είναι πλέον 4m. Αν δεν υπάρχουν τριβές και η ροπή αδράνεια του σωλήνα ως προς τον άξονα περιστροφής είναι $I=120kg\cdot m^2$, ζητούνται:

i) Η τελική γωνιακή ταχύτητα του σωλήνα.

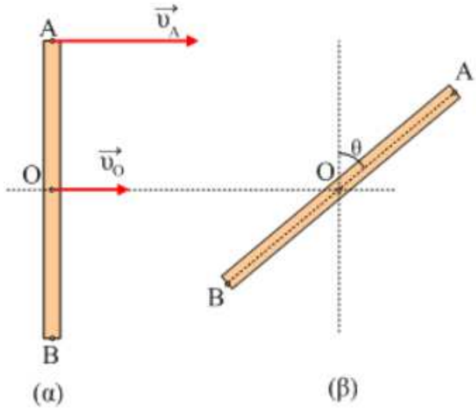
ii) Ο αριθμός των περιστροφών του σωλήνα για όσο χρόνο ασκείται η δύναμη F.

iii) Σε μια στιγμή ενώ έχει αποκατασταθεί μόνιμη κατάσταση, η σφαίρα λύνεται από το ελατήριο. Ποια θα είναι τελικά η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του σωλήνα;

*Τελικά: Η σφαίρα θα εκτελεί για αρκετό διάστημα μια ιδιόμορφη ταλάντωση μέχρι που να αποκατασταθεί μόνιμη κατάσταση.

405) Κεντρομόλος και επιτρόχια επιτάχυνση.

Μια ομογενής ράβδος μήκους ℓ=2m κινείται στην επιφάνεια μιας παγωμένης λίμνης, χωρίς τριβές και σε μια στιγμή βρίσκεται στη θέση του σχήματος (α). Στη θέση αυτή η ταχύτητα του μέσου Ο της ράβδου είναι 2m/s, ενώ του άκρου Α 4m/s. Οι δύο παραπάνω ταχύτητες έχουν την ίδια κατεύθυνση, κάθετες στη ράβδο. Μετά από λίγο η ράβδος βρίσκεται στη θέση (β) έχοντας στραφεί κατά 60°.



Για τη θέση αυτή να βρεθούν:

i) Η ταχύτητα του άκρου Α.

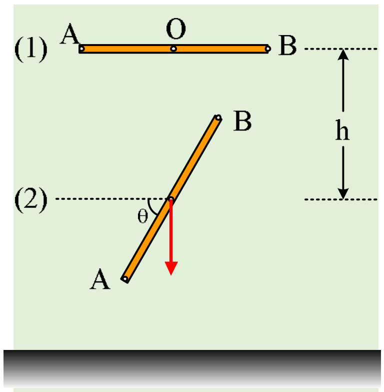
ii) Η επιτάχυνση του Α.

iii) Ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας του Α.

iv) Η ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς του άκρου Α.

406) Σύνθετη κίνηση ράβδου.

Μια ομογενής ράβδος μήκους ℓ=48/5π m≈3 m εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω και φτάνει σε ύψος Η. Στο σχήμα, η πάνω θέση της ράβδου θέση (1), αντιστοιχεί στο μέγιστο ύψος, ενώ μετά από λίγο η ράβδος φτάνει στη θέση (2) έχοντας στραφεί κατά γωνία θ=π/3, έχοντας κατέλθει κατά h=0,8m.



i) Βρείτε το χρονικό διάστημα για την μετακίνηση της ράβδου από τη θέση (1) στη θέση (2).

ii) Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της ράβδου;

iii) Να υπολογίστε τις ταχύτητες των άκρων Α και Β της ράβδου στις δύο παραπάνω θέσεις και να τις σχεδιάστε πάνω στο σχήμα.

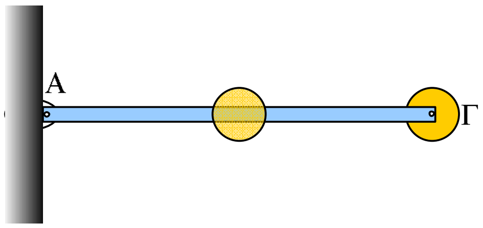
Δίνεται $g=10m/s^2$.

Ασκήσεις 2009-10

407) Και τελικά η αβαρής ράβδος είναι ένα «ειδικό» νήμα;

Με βάση δυο προηγούμενες αναρτήσεις (Ποια δύναμη ασκεί η ράβδος σε κάθε σώμα; Και Η δύναμη από μια αβαρή ράβδο.) η δύναμη που ασκεί μια αβαρής ράβδος, σε ένα σώμα που συνδέεται μαζί της, έχει τη διεύθυνση της ράβδου, οπότε ή το έλκει, όπως και ένα νήμα, ή το «σπρώχνει», πράγμα που δεν μπορεί να κάνει το νήμα. Συνεπώς θα μπορούσε να υποστηρίξει κάποιος βάσιμα ότι η αβαρής ράβδος είναι ένα «ειδικό» νήμα. Είναι έτσι τα πράγματα; Ας δούμε μια ακόμη άσκηση:

Μια ομογενής ράβδος μάζας m και μήκους ℓ, είναι αρθρωμένη στο άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο, ενώ δύο σφαίρες ίσων μαζών Μ, που θεωρούνται υλικά σημεία, έχουν αρθρωθεί η πρώτη στο μέσον της ράβδου και η άλλη στο άλλο της άκρο Γ, όπως στο σχήμα.



Η ράβδος συγκρατείται σε οριζόντια θέση. Σε μια στιγμή το σύστημα αφήνεται να κινηθεί.

i) Να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση της σφαίρας στο άκρο Γ.

ii) Να βρεθεί η δύναμη που ασκεί η ράβδος στη σφαίρα στο Γ;.

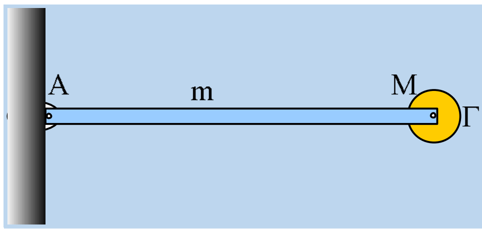
iii) Να υπολογισθεί ποια τιμή παίρνει η παραπάνω δύναμη, όταν η μάζα της ράβδου θεωρηθεί αμελητέα.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο Α:

$I = 1/3\ m\ell^2$.

408) Η δύναμη από μια αβαρή ράβδο.

Στο άκρο Γ μιας ράβδου μάζας m και μήκους ℓ, έχει αρθρωθεί μια μικρή σφαίρα, η οποία θεωρείται υλικό σημείο μάζας Μ. Το άλλο άκρο Α της ράβδου έχει αρθρωθεί σε κατακόρυφο τοίχο, και η ράβδος συγκρατείται σε οριζόντια θέση, όπως στο σχήμα.



Σε μια στιγμή αφήνουμε το σύστημα να κινηθεί.

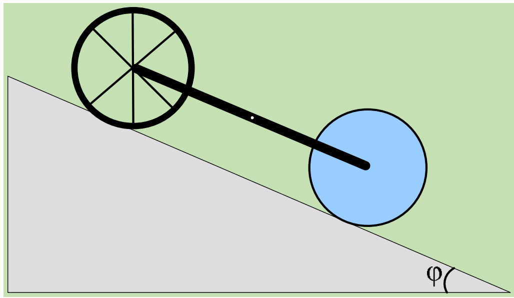
i) Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση της σφαίρας.

ii) Να υπολογισθεί η δύναμη που δέχεται η σφαίρα από τη ράβδο.

iii) Να υπολογισθεί ποια τιμή παίρνει η παραπάνω δύναμη, όταν η μάζα της ράβδου θεωρηθεί αμελητέα.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο Α:
$I= 1/3\ m\ell^2$.

409) Ποια δύναμη ασκεί η ράβδος σε κάθε σώμα;

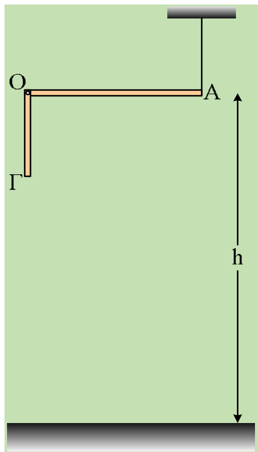


Συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τα κέντρα μάζας ενός ομογενούς δίσκου και ενός δακτυλίου, της ίδιας ακτίνας, όπως φαίνεται και στο σχήμα, με ράβδο μάζας m, η οποία δεν εμποδίζει την περιστροφή τους και δεν ασκεί τριβές. Το σύστημα κυλίεται στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.

i) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκεί η ράβδος στα δύο στερεά σώματα.

ii) Πώς διαμορφώνεται η κατάσταση όταν η μάζα της ράβδου είναι πολύ μικρή;

410) Στροφή γύρω από σταθερό άξονα. Και αν σπάσει;



Ένα στερεό Σ αποτελείται από δύο ομογενείς ράβδους που σχηματίζουν γωνία 90°, ΟΑ και ΟΓ με μήκη 2ℓ και ℓ και μάζες 2m και m αντίστοιχα, όπου ℓ=2,5m και m=10kg. Το στερεό Σ μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το κοινό άκρο τους Ο και ισορροπεί σε τέτοια θέση, ώστε η ΟΑ να είναι οριζόντια, με τη βοήθεια κατακόρυφου νήματος, που έχει δεθεί στο άκρο Α, όπως στο σχήμα, όπου το Α απέχει κατά h=22,5m από το έδαφος.

i) Να βρεθεί η τάση του νήματος και η δύναμη που ασκείται στο στερεό από τον άξονα στο άκρο Ο.

ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα.

α) Ποια η αρχική επιτάχυνση του άκρου Α;

β) Να βρείτε την ταχύτητα του Α τη στιγμή που η ΟΑ γίνεται κατακόρυφη, αν το στερεό στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον άξονα.

iii) Αν τη στιγμή που κόβαμε το νήμα, το στερεό απελευθερωνόταν ταυτόχρονα και από τον άξονα περιστροφής του στο Ο, να βρεθεί η ταχύτητα υ_1 του άκρου Α, τη στιγμή που το στερεό θα κτυπήσει στο έδαφος.

iv) Αν η κρούση με το έδαφος είναι ελαστική, το στερεό Σ θα ανακλαστεί με ταχύτητα μέτρου:

α) $\upsilon_2 = \upsilon_1$ ή β) $\upsilon_2 < \upsilon_1$

Να επιλέξτε την σωστή απάντηση δικαιολογώντας την θέση σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου, ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I_{cm}=m\ell^2/12$ και $g=10m/s^2$.

411) Μια ράβδος στρέφεται στο άκρο νήματος.

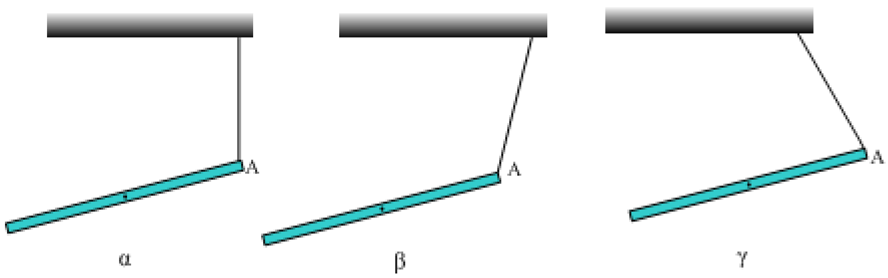
Μια ερώτηση θεωρίας για 2° ΘΕΜΑ.

Μια ομογενής ράβδος ΑΒ, μήκους : και μάζας Μ ισορροπεί οριζόντια, δεμένη σε δύο κατακόρυφα νήματα, όπως στο σχήμα, όπου το πρώτο νήμα είναι δεμένο στο άκρο της Α, ενώ το δεύτερο σε σημείο Γ, όπου (ΒΓ)=ℓ/4.

i) Πότε η ράβδος θα αποκτήσει μεγαλύτερη κατά μέτρο γωνιακή επιτάχυνση (στιγμιαία), όταν κόψουμε το (1) ή το (2) νήμα;

Η παρακάτω ερώτηση δεν αναφέρεται σε μαθητές αλλά σε συναδέλφους.

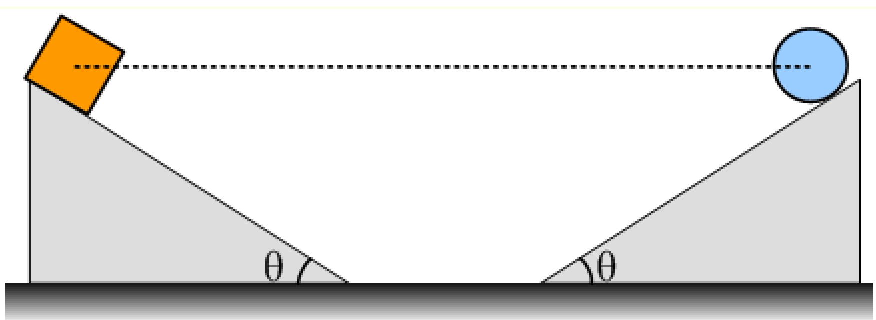
ii) Κόβουμε το δεύτερο νήμα και η ράβδος πέφτει. Μετά από λίγο ποια από τις τρεις παρακάτω εικόνες είναι αυτή που θα παρατηρήσουμε;



Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I=M\ell^2/12$ και $g=10m/s^2$.

412) Ολίσθηση κύβου και κυλίνδρου



Κατά μήκος δυο ομοίων κεκλιμένων επιπέδων και από το ίδιο ύψος αφήνονται να κινηθούν δύο ομογενή στερεά, ένας κύβος και ένας κύλινδρος της ίδιας μάζας m. Τα δύο σώματα παρουσιάζουν με τα επίπεδα τον ίδιο συντελεστή τριβής και ολισθαίνουν κατά μήκος των δύο επιπέδων.

Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες.

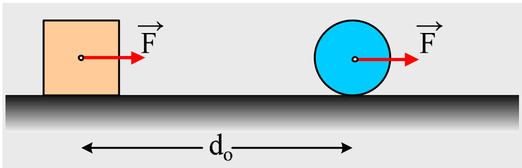
i) Στο οριζόντιο επίπεδο θα φτάσει πρώτος ο κύλινδρος επειδή περιστρέφεται.

ii) Ο κύβος θα φτάσει στο οριζόντιο επίπεδο με μεγαλύτερη ταχύτητα κέντρου μάζας.

iii) Μεγαλύτερη κινητική ενέργεια θα έχει τελικά ο κύλινδρος.

413) Ένας κύβος και ένας κύλινδρος…

Σε ένα οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δύο ομογενή στερεά, ένας κύβος και ένας κύλινδρος της ίδιας μάζας m=10kg. Τα δύο σώματα παρουσιάζουν με το επίπεδο συντελεστές τριβής $\mu_s=\mu=0{,}1$ και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d_o=5m$. Τη χρονική στιγμή t=0, ασκούνται στα σώματα δύο ίσες οριζόντιες δυνάμεις F, στο κέντρο μάζας τους, όπως στο σχήμα.



A) Αν F=6N και για τη χρονική στιγμή $t_1=4s$ ζητούνται:

i) Η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων.

ii) Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια σε κάθε στερεό, μέσω της δύναμης F.

B) Αν η δύναμη είχε μέτρο F=40N και για την ίδια χρονική στιγμή t_1, να βρείτε επίσης:

i) Την απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων.

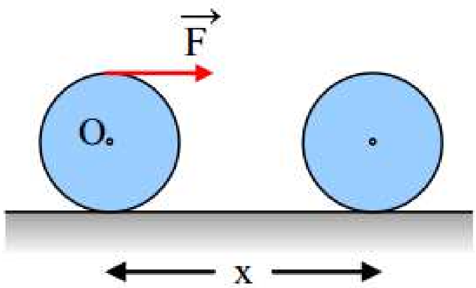
ii) Το ρυθμό με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια σε κάθε στερεό, μέσω της δύναμης F.

iii) Το ρυθμό με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της τριβής, κατά την κίνηση κάθε σώματος.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I=\frac{1}{2}mR^2$ και $g=10m/s^2$.

414) Κίνηση κυλίνδρου σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

Γύρω από έναν ομογενή κύλινδρο μάζας m και ακτίνας R, τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα και τον αφήνουμε να κινηθεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, τραβώντας το νήμα με σταθερή οριζόντια δύναμη F, όπως στο σχήμα. Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I=\frac{1}{2}mR^2$.



i) Να αποδείξτε ότι ο κύλινδρος θα εκτελέσει και μεταφορική και στροφική κίνηση.

ii) Να βρείτε μια σχέση που να συνδέει την γωνιακή επιτάχυνση με την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

iii) Για μια οριζόντια μετατόπιση του κυλίνδρου κατά x, να χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.

α) Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου δίνεται από την σχέση:

$$\upsilon_{cm} = \sqrt{\frac{2Fx}{m}}$$

β) Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του κυλίνδρου παρέχεται από τη σχέση:

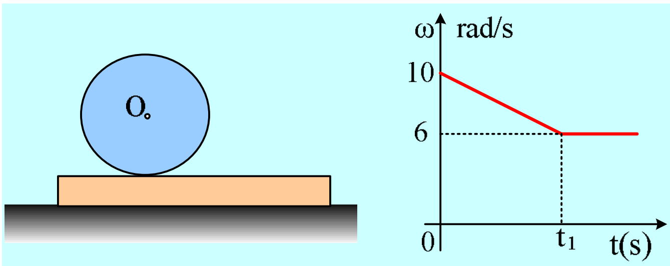
$$\omega = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{8Fx}{3m}}$$

γ) Η ενέργεια που μεταφέρθηκε στον κύλινδρο, μέσω της δύναμης F είναι ίση με:

$$W = 2F \cdot x.$$

415) Ένας κύλινδρος με αρχική γωνιακή ταχύτητα πάνω σε σανίδα.

Ένας κύλινδρος μάζας M=40kg και ακτίνας R=1m ο οποίος στρέφεται δεξιόστροφα γύρω από τον άξονά του ο οποίος συνδέει τα κέντρα των δύο βάσεών του, αφήνεται τη χρονική στιγμή t=0, πάνω σε μια σανίδα, η οποία ηρεμεί πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο. Μεταξύ κυλίνδρου και σανίδας υπάρχει τριβή, με αποτέλεσμα η γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου να μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα (θεωρούμε θετική την γωνιακή του ταχύτητα).



xiii) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο και στη σανίδα.

xiv) Τι αποτέλεσμα έχει η τριβή που ασκείται στον κύλινδρο; Πώς επηρεάζει τη γωνιακή και πώς την ταχύτητα του κέντρου μάζας Ο; Ποιο το αποτέλεσμα της δράσης της τριβής πάνω στη σανίδα;

xv) Γιατί τη χρονική στιγμή t_1 η γωνιακή ταχύτητα σταθεροποιείται; Τι συμβαίνει με την ταχύτητα ενός σημείου Α επαφής του κυλίνδρου με τη σανίδα τη στιγμή t_1;

xvi) Να υπολογιστεί η μάζα της σανίδας.

xvii) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σανίδας και κυλίνδρου αν t_1=1s.

xviii) Σε μια στιγμή t_2 η σανίδα κινείται με ταχύτητα μέτρου υ_2=3m/s. Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:

α) Με ποιο ρυθμό μειώνεται η περιστροφική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου.

β) Με ποιο ρυθμό αυξάνεται η μεταφορική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου και της σανίδας.

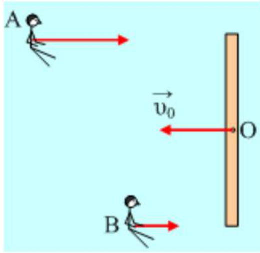
γ) Με ποιο ρυθμό η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της τριβής.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I= ½ MR^2$.

416) Δυο αστροναύτες και ένα δοκάρι.

Η άσκηση αυτή είναι μια παραλλαγή μιας άσκησης ενός παλιότερου διαγωνισμού της Ε.Ε.Φ.

Στο διάστημα, μακριά από ουράνια σώματα, κινείται μια δοκός μήκους l=10m και μάζας M=120kg με ταχύτητα $υ_0$=5m/s. Με αντίθετη κατεύθυνση κινούνται δύο α-στροναύτες Α και Β ίσων μαζών $m_1=m_2$=80kg με ταχύτητες $υ_1$= 8m/s και $υ_2$=3m/s αντίστοιχα. Φτάνοντας ταυτόχρονα οι αστροναύτες στη δοκό, πιάνονται από αυτήν στα δυο της άκρα.



i) Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας του συστήματος Ο, μετά την προσκόλληση των αστροναυτών στη δοκό.

ii) Ποια η περίοδος περιστροφής του συστήματος γύρω από το μέσον Ο της δοκού;

iii) Ποια η ταχύτητα κάθε αστροναύτη αμέσως μετά την προσκόλλησή του στη δοκό;

iv) Βρείτε τη μεταβολή της ορμής κάθε αστροναύτη, κατά την πρόσδεσή του στη δοκό.

v) Αν ο χρόνος πρόσδεσης είναι πολύ μικρός και ίδιος για τους δύο αστροναύτες και η μέση δύναμη που δέχτηκε ο Α αστροναύτης από τη δοκό είχε μέτρο F_1=1088N, πόση η αντίστοιχη δύναμη που δέχτηκε ο Β;

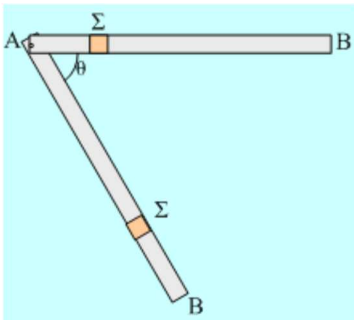
vi) Υπολογίστε το έργο της δύναμης F_1.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της δοκού ως προς κάθετο προς αυτήν άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm}= (1/12)\, m\ell^2$

417) Γιατί γενικευμένος νόμος του Νεύτωνα;

Ρυθμός μεταβολής της στροφορμής συστήματος.

Ένας σωλήνας μήκους ℓ=4m και μάζας 3kg μπορεί να στρέφεται σε κατακό-ρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο του Α. Στο εσωτερικό του σωλήνα υπάρχει ένα μικρό σώμα Σ μάζας 1kg που θεωρείται υλικό σημείο και το σύστημα ισορροπεί σε οριζόντια θέση.



Σε μια στιγμή αφήνουμε το σωλήνα να κινηθεί. Τη στιγμή που ο σωλήνας σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ=60°, το σώμα Σ έχει γλιστρή-σει στο εσωτερικό του απέχοντας x=3m από το άκρο Α. Τη στιγμή αυτή, ο σωλήνας έχει γωνιακή ταχύτητα ω=2,4rad/s, ενώ το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Β μεταβάλλεται με ρυθμό 6,4m/s^2. Για την παραπάνω χρονική στιγμή ζητούνται:

i) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του.

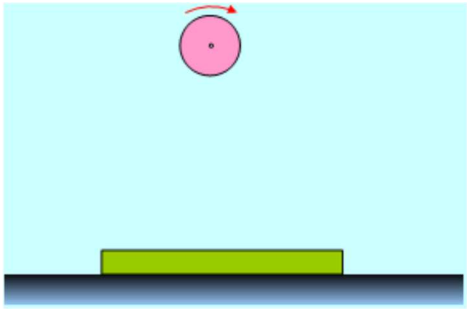
ii) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του σωλήνα ως προς τον άξονα περιστροφής του.

iii) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του σώματος Σ ως προς τον άξονα περιστροφής.

ii) Η ταχύτητα με την οποία γλιστρά η σφαίρα μέσα στο σωλήνα.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του σωλήνα ως προς τον άξονα περιστροφής του $I=1/3m\ell^2$και g=10m/s^2.

418) Μια κρούση σφαίρας με σανίδα.



Από ορισμένο ύψος h αφήνεται να πέσει μια σφαίρα μάζας m_1=4kg και ακτίνας R=0,5m, η οποία στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1=12rad/s. Η σφαίρα συγκρούεται με μια σανίδα μάζας m_2=1kg, η οποία ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο και αναπηδά με γωνιακή ταχύτητα ω_2=8rad/s.

i) Ποια ταχύτητα αποκτά η σανίδα μετά την κρούση;

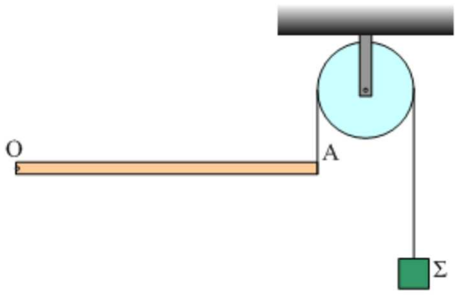
ii) Πόση οριζόντια ταχύτητα θα έχει η σφαίρα μετά την κρούση;

iii) Κατά την παραπάνω κρούση έχουμε απώλεια μηχανικής ενέργειας; Αν ναι, γιατί;

iv) Υπάρχει περίπτωση μια στρεφόμενη σφαίρα που αφήνεται από ύψος h να πέσει πάνω σε μια σανίδα, να επιστρέψει στην αρχική της θέση; Αν ναι, υπό ποιες προϋποθέσεις μπορεί να συμβεί αυτό;

Για την σφαίρα δίνεται I= $0,4m\cdot R^2$.

419) Προς τα πού θα κινηθεί το σώμα Σ;



Η ομογενής ράβδος ΟΑ μήκους ℓ και μάζας m_1=3kg μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο του Ο. Το άλλο άκρο της Α, δένεται στο ένα άκρο αβαρούς νήματος. Το νήμα αφού περάσει από το αυλάκι μιας τροχαλίας καταλήγει σε ένα σώμα Σ μάζας m_3=1kg. Το σύστημα συγκρατείται έτσι ώστε η ράβδος να είναι οριζόντια, όπως στο σχήμα.

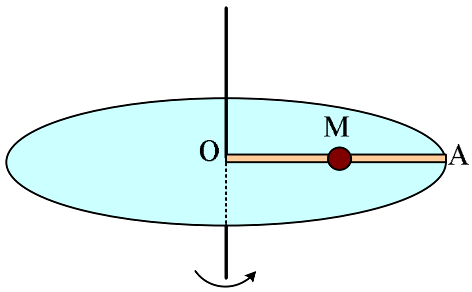
i) Αν αφήσουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί το σώμα Σ θα κινηθεί προς τα πάνω ή προς τα κάτω;

ii) Να βρείτε την αρχική επιτάχυνση του σώματος Σ, αν η τροχαλία έχει μάζα m_2=6kg.

Δίνεται ότι το νήμα δεν γλιστρά στο αυλάκι της τροχαλίας και δεν εμφανίζονται τριβές ούτε στον άξονα της τροχαλίας, ούτε στον άξονα περιστροφής της ράβδου. Δίνονται ακόμη οι ροπές αδράνειας ως προς τους άξονες περιστροφής, για τη ράβδο I_1= $1/3\ m_1\cdot\ell^2$ και για την τροχαλία I_2= $½\ m_2R^2$ ενώ g=10m/s².

420) Γωνιακή επιτάχυνση και στροφορμή

Σαν συνέχεια της ανάρτησης **Στροφορμή και μεταβολή στροφορμής.** Και με αφορμή ένα σχόλιο του Νίκου Ανδρεάδη, ας δούμε μια «προχωρημένη» εκδοχή, που απευθύνεται βέβαια μόνο σε συναδέλφους και όχι για μαθητές.

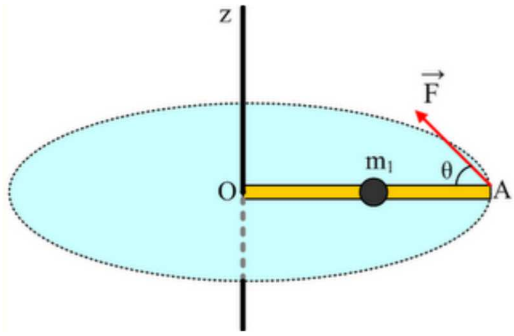


Η ομογενής ράβδος ΟΑ του σχήματος, έχει μήκος ℓ=2m και μάζα M=3kg και μπορεί να στρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές, γύρω από κατακόρυφο άξονα z ο οποίος περνά από το άκρο της Ο. Στο μέσον της ράβδου έχει προσδεθεί ένα σώμα Σ που θεωρείται υλικό σημείο μάζας m_1=4kg. Το στερεό Π, που δημιουργήσαμε με τον τρόπο στρέφεται έχοντας γωνιακή ταχύτητα ω_1=1,25rad/s.

Σε μια στιγμή το σώμα Σ ξεκολλά από τη θέση του και γλιστρά κατά μήκος της ράβδου. Σε μια στιγμή απέχει x=1,5m από το O και κινείται με ταχύτητα υ=0,169m/s ως προς τη ράβδο. Για τη στιγμή αυτή, να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα z, $I=1/3\ M\ell^2$.

421) Στροφορμή και μεταβολή στροφορμής.



Η ομογενής ράβδος ΟΑ του σχήματος, έχει μήκος ℓ=2m και μάζα M=3kg και μπορεί να στρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές, γύρω από κατακόρυφο άξονα z ο οποίος περνά από το άκρο της Ο. Στο μέσον της ράβδου έχει προσδεθεί ένα σώμα Σ που θεωρείται υλικό σημείο μάζας m_1=4kg. Το στερεό Π, που δημιουργήσαμε με τον τρόπο αυτό ηρεμεί.

Για t=0 ασκείται στο άκρο Α της ράβδου μια οριζόντια σταθερού μέτρου δύναμη F=5N, που η διεύθυνσή της σχηματίζει γωνία θ=30° με τη ράβδο, όπως στο σχήμα, μέχρι τη χρονική στιγμή t=2s, όπου η δύναμη καταργείται.

i) Η στροφορμή που αποκτά το στερεό Π ως προς (κατά τον) άξονα περιστροφής z.

ii) Σε μια στιγμή t>2s, το σώμα Σ ξεκολλά από τη θέση του και γλιστρώντας κατά μήκος της ράβδου, καρφώνεται σε ένα μικρό καρφί που υπάρχει στο άκρο Α της ράβδου.

Να βρεθούν για την παραπάνω μετακίνηση:

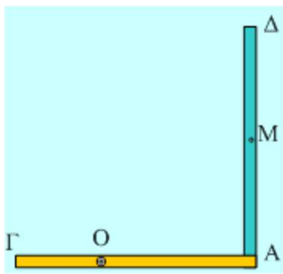
α) Η μεταβολή της στροφορμής του σώματος Σ ως προς το άκρο Ο.

β) Η αντίστοιχη μεταβολή της στροφορμής της ράβδου.

γ) Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα z $I=1/3\ M\ell^2$.

422) Γωνιακή επιτάχυνση και επιταχύνσεις σημείων.



Κατασκευάζουμε ένα στερεό συνδέοντας δύο όμοιες ομογενείς ράβδους ΓΑ και ΑΔ με ενωμένα τα δύο άκρα τους στο σημείο Α, σχηματίζοντας γωνία 90°. Οι δύο ράβδοι έχουν μάζες $m_1=m_2=m$=10kg και μήκος ;=6m. Το στερεό μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από ένα σημείο Ο της ράβδου ΓΑ, όπου (ΟΑ)=4m. Φέρνουμε το στερεό σε τέτοια θέση ώστε η ράβδος ΓΑ να είναι οριζόντια και το αφήνουμε να κινηθεί.

i) Ποια η αρχική γωνιακή επιτάχυνση του στερεού;

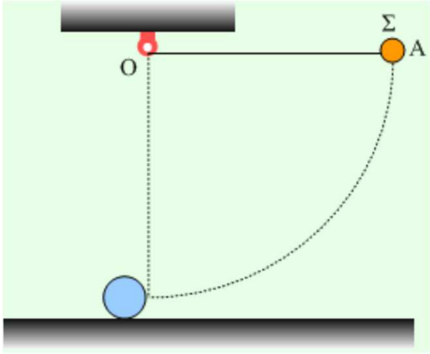
ii) Βρείτε τις αντίστοιχες επιταχύνσεις του άκρου Α καθώς και του μέσου Μ της ράβδου ΑΔ.

iii) Να υπολογίστε την ταχύτητα του άκρου Α, στη θέση που η ράβδος ΓΑ γίνεται κατακόρυφη.

iv) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ΑΔ, ως προς τον άξονα περιστροφής που περνά από το Ο, στην παραπάνω θέση;

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το μέσον της $I=ml^2/12$ και $g=10m/s^2$.

423) Η στροφορμή και η μεταβολή της σε μια κρούση.



Μια σφαίρα Σ μάζας 2kg που θεωρείται υλικό σημείο, είναι δεμένη στο άκρο νήματος μήκους ℓ=1,8m, το άλλο άκρο Ο του οποίου δένεται σε σταθερό σημείο. Φέρνουμε τη σφαίρα στη θέση Α, ώστε το νήμα να είναι τεντωμένο και οριζόντιο και την αφήνουμε να κινηθεί. Μετά από λίγο περνά από μια θέση Β, έχοντας ταχύτητα υ=3m/s.

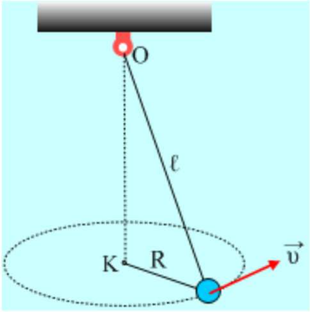
i) Για τη θέση αυτή Β, να βρεθούν:

α) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας ως προς το Ο,

β) Η γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας.

ii) Μόλις η σφαίρα Σ φτάσει στην κατακόρυφη θέση συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλη ακίνητη σφαίρα διπλάσιας μάζας. Να βρεθεί η μεταβολή της στροφορμής της σφαίρας Σ ως προς το Ο, που οφείλεται στην κρούση.

424) Η στροφορμή παραμένει σταθερή;



Ένα υλικό σημείο Σ μάζας 2kg είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους ℓ=2,5√2 m και διαγράφει οριζόντιο κύκλο, κέντρου Κ και ακτίνας R=2,5m, όπως στο σχήμα, όπου το άλλο άκρο του νήματος έχει δεθεί σε σταθερό σημείο Ο.

Ζητούνται:

i) Η ταχύτητα του Σ.

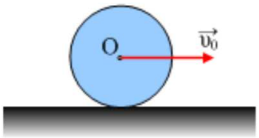
ii) Η στροφορμή του Σ ως προς τα σημεία Κ και Ο. Να σχεδιαστούν τα αντίστοιχα διανύσματα.

iii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής ως προς το Κ και ποιος ο αντίστοιχος ρυθμός ως προς το Ο;

iv) Να βρεθεί η μεταβολή της στροφορμής σε χρόνο ίσο με τη μισή περίοδο περιστροφής, ως προς τα σημεία Κ και Ο.

Δίνεται ότι η ταχύτητα του Σ είναι κάθετη τόσο στην ακτίνα R, όσο και στο νήμα και $g=10m/s^2$.

425) Μετατροπή ολίσθησης σε κύλιση.



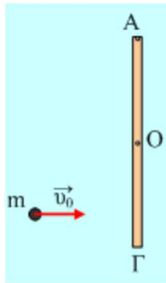
Μια σφαίρα εκτοξεύεται σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα κέντρου μάζας υ_0 και χωρίς γωνιακή ταχύτητα.

i) Να βρεθεί ο χρόνος που απαιτείται μέχρι να πάψει η ολίσθηση της σφαίρας, σε συνάρτηση με τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σφαίρας και επιπέδου.

ii) Ποια η τελική ταχύτητα $υ_{cm}$ που αποκτά η σφαίρα;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς μια διάμετρό της $I=2mR^2/5$.

426) Ποιες αρχές διατήρησης ισχύουν; Μια ερώτηση.



Μια ομογενής ράβδος μάζας m και μήκους l μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της Α και ηρεμεί σε κατακόρυφη θέση θέση. Ένα σώμα Σ μάζας επίσης m που θεωρείται υλικό σημείο κινείται με ταχύτητα $\mathbf{υ_0}$ σε διεύθυνση κάθετη στη ράβδο και συγκρούεται ελαστικά με την ράβδο.

Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

i) Για την σύγκρουση μεταξύ των δύο σωμάτων ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.

ii) Για την σύγκρουση μεταξύ των δύο σωμάτων ισχύει η αρχή διατήρησης της στροφορμής.

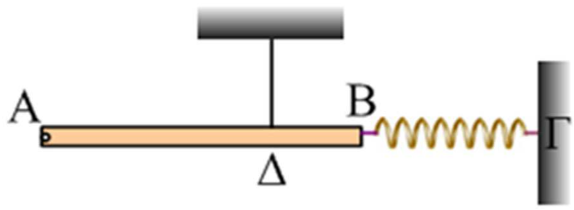
iii) Για την σύγκρουση μεταξύ των δύο σωμάτων ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

iv) Αφού η κρούση είναι ελαστική ισχύει:

$$\tfrac{1}{2} mυ_0^2 = \tfrac{1}{2} mυ'^2_1 + \tfrac{1}{2} mυ'^2_2$$

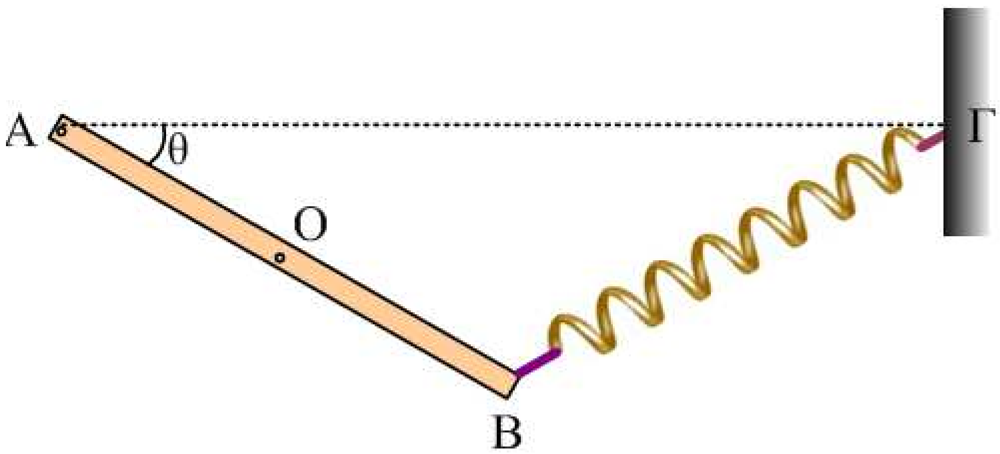
όπου $υ_1'$ η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση και $υ_2'$η ταχύτητα του κέντρου μάζας Ο της ράβδου

427) Μια ράβδος, δεμένη και σε ελατήριο.



Μια ομογενής ράβδος μήκους ℓ=2m και μάζας 18kg μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της Α. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια, όταν το άλλο της άκρο Β δένεται με ιδανικό ελατήριο σταθεράς k=350N/m και φυσικού μήκους $ℓ_0$=1,4m, το άλλο άκρο του οποίου δένεται σε σταθερό σημείο Γ, όπου (ΑΓ)=3,4m, ενώ είναι δεμένη στο άκρο κατακόρυφου νήματος όπως στο σχήμα.

Κόβουμε το νήμα και η ράβδος πέφτει. Για τη θέση που σχηματίζει γωνία θ=30° με τον ορίζοντα, ζητούνται:



i) Η στροφορμή της ράβδου ως προς (κατά τον) άξονα περιστροφής της.

ii) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ως προς (κατά τον) άξονα περιστροφής της.

iii) Η ισχύς της δύναμης του ελατηρίου

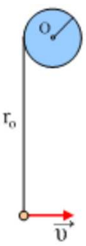
iv) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου.

v) Ο ρυθμός μείωσης της δυναμικής ενέργειας της ράβδου.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I= 1/3\ m\ell^2$ και $g=10m/s^2$.

428) Αν το νήμα τυλίγεται, τότε….

Σε συνέχεια της ανάρτησης **«Δύο πειράματα»**, ας ασχοληθούμε λίγο παραπέρα με το τύλιγμα του νήματος στο πρώτο πείραμα.



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται ένα σώμα Σ μάζας 2kg, δεμένο στο ένα άκρο νήματος, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ένα κατακόρυφο κυλινδρικό στύλο ακτίνας R=0,2m. Για t=0 το σώμα έχει ταχύτητα υ=2m/s, κάθετη στο νήμα το οποίο έχει ελεύθερο μήκος r_0=1m, όπως στο διπλανό σχήμα (κάτοψη).

i) Για τη χρονική στιγμή t=0 να βρείτε:

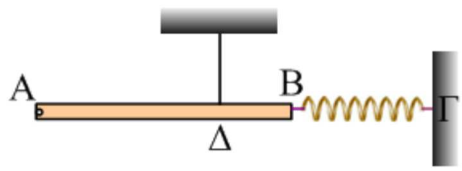
α) Τη στροφορμή και το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του σώματος Σ, ως προς το σημείο Ο που βρίσκεται πάνω στον άξονα του κυλίνδρου και στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το σώμα Σ.

β) Το ρυθμό μείωσης του μήκους του νήματος.

ii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του σώματος Σ, τη χρονική στιγμή όπου το μήκος του νήματος μειώνεται με ρυθμό 0,5m/s; Πόσο είναι το μήκος του νήματος τη στιγμή αυτή;

iii) Πόσο είναι το μήκος της τροχιάς που διαγράφει το σώμα Σ σε χρονικό διάστημα Δt=0,8s;

429) Ρυθμός μεταβολής στροφορμής μιας ράβδου, δεμένης σε ελατήριο.



Μια ομογενής ράβδος μήκους ℓ=2m και μάζας 84kg μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της Α. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια, όταν το άλλο της άκρο Β δένεται με ιδανικό ελατήριο φυσικού μήκους ℓ_0=1m, το άλλο άκρο του οποίου δένεται σε σταθερό σημείο Γ, όπου (ΑΓ)=3,4m, ενώ είναι δεμένη στο άκρο κατακόρυφου νήματος όπως στο σχήμα όπου (ΑΔ)=1,5m.

i) Να βρεθεί η τάση του νήματος.

ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα, οπότε η ράβδος αρχίζει να πέφτει και σταματά στιγμιαία την πτώση της, στη θέση που σχηματίζει γωνία θ=30° με την οριζόντια διεύθυνση.

α) Ποιος ο αρχικός ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος;

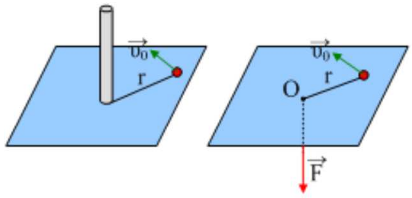
β) Να βρεθεί η σταθερά του ελατηρίου.

γ) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, ως προς τον άξονα περιστροφής της στο άκρο Α, στη θέση που σταματά η πτώση της;

Δίνεται $g=10m/s^2$ και $\sqrt{3}$= 1,7.

430) Δύο πειράματα.

Ένα σώμα μάζας m είναι δεμένο στο άκρο ενός νήματος μήκους r και κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με αρχική ταχύτητα $\mathbf{\upsilon_0}$.

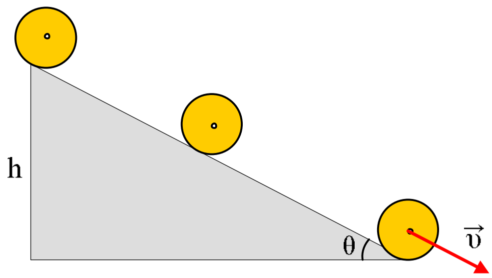


Στο α΄ πείραμα, το νήμα δένεται σε κατακόρυφο στύλο ακτίνας R_1 και καθώς το σώμα κινείται το νήμα μαζεύεται. Ζητείται η ταχύτητα του σώματος, όταν το νήμα έχει μήκοςr_1.

Στο β΄ πείραμα το νήμα περνά από μια τρύπα και στο άλλο άκρο του ασκούμε μια δύναμη F. Ποια είναι η ταχύτητα του σώματος όταν η ακτίνα της τροχιάς γίνει r_1;

431) Ρυθμοί μεταβολής ενέργειας.

Μια σφαίρα μάζας 2kg και ακτίνας 5cm αφήνεται από ύψος h=9m να κινηθεί κατά μήκος ενός κεκλιμένου επιπέδου, κλίσεως 30°. Η ταχύτητα του κέντρου της σφαίρας τη στιγμή που φτάνει στη βάση του επιπέδου είναι υ=12m/s.



α) Να βρεθεί η τριβή που ασκήθηκε στη σφαίρα κατά την κίνησή της.

β) Για τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα της σφαίρας έχει τιμή υ_1=8m/s, να βρεθούν:

i) Η γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας.

ii) Η ισχύς της τριβής. Τι ενεργειακή μετατροπή εκφράζει η ισχύς αυτή;

iii) Ο ρυθμός μεταβολής της μεταφορικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας.

iv) Ο ρυθμός μεταβολής της περιστροφικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας.

v) Ο ρυθμός μείωσης της δυναμικής ενέργειας της σφαίρας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς μια διάμετρό της $I= 2/5\ mR^2$.

432) Ολίσθηση μιας σφαίρας

Μια σφαίρα μάζας 2kg και ακτίνας R= 0,1m αφήνεται για t=0, σε ένα κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ, όπου ημθ=0,8, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής $\mu_s=\mu=1/6$.

i) Να αποδειχθεί ότι ο κύλινδρος θα ολισθήσει κατά μήκος του επιπέδου.

ii) Για τη χρονική στιγμή t_1=2s ζητούνται:

α) Η ταχύτητα του κέντρου της σφαίρας καθώς και η μετατόπισή της.

β) Η γωνία κατά την οποία έχει περιστραφεί η σφαίρα και η γωνιακή της ταχύτητα.

γ) Η μεταφορική και η περιστροφική κινητική ενέργεια της σφαίρας.

iii) Να βρεθούν για το παραπάνω χρονικό διάστημα:

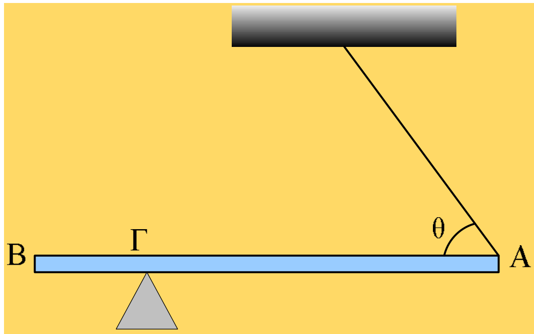
α) Η μείωση της δυναμικής ενέργειας της σφαίρας.

β) Πόσο γλίστρησε η σφαίρα.

γ) Η θερμότητα που παρήχθη εξαιτίας της τριβής.

433) Μια ισορροπία αλλά και τι συμβαίνει αν κοπεί το νήμα;

Η ομογενής ράβδος ΑΒ μήκος 4m και μάζας 30kg ισορροπεί οριζόντια, όπως στο σχήμα, στηριζόμενη σε τρίποδο στο σημείο Γ, όπου (ΒΓ)=1m και δεμένη στο άλλο άκρο της Α με νήμα, που σχηματίζει με τη ράβδο γωνία θ, όπου ημθ=0,8.



i) Βρείτε την τριβή που ασκείται στη ράβδο από το τρίποδο.

ii) Υπολογίστε τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής μεταξύ τρίποδου και ράβδου για να εξασφαλίζεται η ισορροπία.

Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Για τη στιγμή αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος, να βρεθούν:

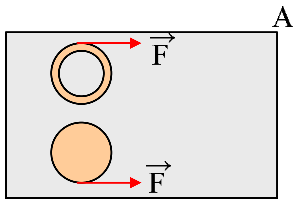
iii) Η επιτάχυνση του άκρου Α.

iv) Η δύναμη που ασκεί το τρίποδο στη ράβδο.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I=m\ell^2/12$ και $g=10m/s^2$.

434) Ένας δακτύλιος και ένας δίσκος

Ένας δακτύλιος και ένας δίσκος έχουν την ίδια μάζα και την ίδια ακτίνα και ηρεμούν πάνω σε ένα λείο τραπέζι, απέχοντας εξίσου από την πλευρά ΑΒ του τραπεζιού. Με τη βοήθεια δύο νημάτων που έχουμε τυλίξει γύρω τους, ασκούμε πάνω τους δυο ίσες σταθερές δυνάμεις, όπως στο σχήμα.



κάτοψη

xii) Ποιο σώμα θα φτάσει πρώτο στη πλευρά ΑΒ του τραπεζιού;

xiii) Ποιο σώμα τη στιγμή που φτάνει στη πλευρά ΑΒ έχει μεγαλύτερη στροφορμή (κατά μέτρο);

xiv) Ποιο σώμα τη στιγμή που φτάνει στη πλευρά ΑΒ έχει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια;

Να δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

435) Ρυθμός μεταβολής της στροφορμής.

Η ομογενής ράβδος ΟΑ μήκους ℓ=2m και μάζας M=12kg μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της Ο και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως στο σχήμα, όπου το σώμα Σ έχει μάζα m=4kg.

Το σώμα Σ είναι δεμένο στο πάνω άκρο ιδανικού ελατηρίου και κρέμεται από ένα νήμα.

i) Υπολογίστε τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο και στο σώμα Σ.

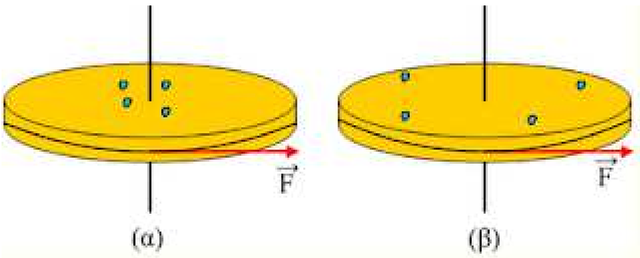
ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα που κρέμεται το σώμα Σ. Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής, ως προς τον άξονα (κατά τον άξονα) περιστροφής που περνά από το Ο, αμέσως μετά, του συστήματος ράβδος-ελατήριο-σώμα Σ.

iii) Ποιος ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του σώματος Σ;

Δίνεται: $g=10m/s^2$.

436) Τι θα γίνει αν γλιστρήσουν οι πέτρες;

Ένας οριζόντιος δίσκος μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο του, χωρίς τριβές. Πάνω στο δίσκο έχουμε τοποθετήσει μερικές μικρές πέτρες, όπως στο σχήμα. Μέσω ενός νήματος που έχουμε τυλίξει γύρω του ασκούμε στο δίσκο οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου F η οποία εφάπτεται στην περιφέρειά του, για χρονικό διάστημα t_1, οπότε το σύστημα αποκτά γωνιακή ταχύτητα ω_1.



i) Βάζουμε λίγη λιπαντική ουσία στα σημεία που βρίσκονται οι πέτρες και επαναλαμβάνουμε το πείραμα. Έτσι, οι πέτρες γλιστρούν πάνω στο δίσκο και ακινητοποιούνται (ως προς το δίσκο), σε νέες θέσεις όπως στο σχήμα (β), πριν ακόμη ολοκληρωθεί το χρονικό διάστημα t_1. Η γωνιακή ταχύτητα ω_2 που θα αποκτήσει τώρα το σύστημα είναι:

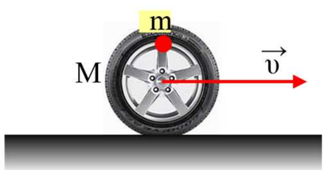
α) μικρότερη από ω_1 β) ίση με ω_1 γ) μεγαλύτερη από ω_1.

ii) Αν μετακινούσαμε από πριν τις πέτρες στις θέσεις του σχήματος (β) και μετά ασκούσαμε τη δύναμη, το σύστημα θα αποκτούσε γωνιακή ταχύτητα ω_3. Να συγκρίνετε αυτή τη γωνιακή ταχύτητα με τις τιμές από τα προηγούμενα πειράματα.

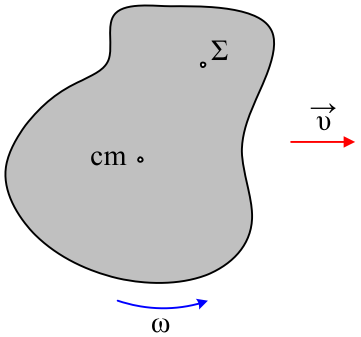
437) Ερωτήσεις Κινηματικής Στερεού

1) Ένα στερεό που στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα μπορεί να έχει $\upsilon_{cm}=10m/s$;

2) Ένας τροχός αυτοκινήτου, μάζας Μ, που κινείται με ταχύτητα υ, έχει σε ένα του σημείο κολλημένη μια μάζα m. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι ίση με υ;



3) Ένα ελεύθερο στερεό σώμα εκτελεί σύνθετη κίνηση, όπως στο παρακάτω σχήμα.



α) Να σημειώστε στο σχήμα την ταχύτητα του σημείου Σ.

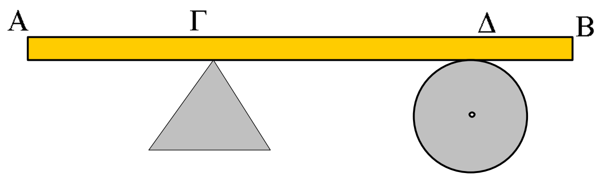
β) Να σχεδιάστε στο σχήμα την επιτάχυνση του σημείου Σ στις εξής περιπτώσεις:

i) Το σώμα έχει σταθερή ταχύτητα υ και σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω.

ii) Το σώμα έχει σταθερή επιτάχυνση προς τα δεξιά και σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω….

438) Μια ράβδος σε ισορροπία.

Η ομογενής ράβδος ΑΒ έχει μήκος 6m, μάζα Μ=15kg και ισορροπεί όπως στο σχήμα στηριζόμενη στο τρίποδο στο σημείο Γ, όπου (ΑΓ) =2m και σε κύλινδρο στο σημείο Δ με (ΔΒ)=1m.



xix) Βρείτε τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο στα σημεία στήριξης.

xx) Σε μια στιγμή θέτουμε σε περιστροφή τον κύλινδρο με φορά όπως οι δείκτες του ρολογιού. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης κυλίνδρου-ράβδου είναι μ=0,6 και η ράβδος συνεχίζει να ισορροπεί, να βρείτε την τριβή που ασκείται στη ράβδο από τον κύλινδρο.

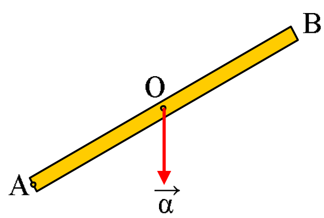
xxi) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής της οριακής στατικής τριβής μεταξύ ράβδου και τρίποδου για να εξασφαλίζεται η ισορροπία της ράβδου;

xxii) Ποια η μέγιστη κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα κάτω που πρέπει να ασκηθεί στο άκρο Α, χωρίς να ανατρέπεται η ράβδος; Πόση θα είναι τότε η τριβή που δέχεται η ράβδος από το τρίποδο;

Δίνεται g=10m/s^2.

439) Επιτάχυνση κέντρου μάζας και δύναμη από τον άξονα περιστροφής.

Μια ομογενής ράβδος ΑΒ στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α. Σε μια στιγμή διέρχεται από τη θέση που φαίνεται στο σχήμα και τη στιγμή αυτή το κέντρο μάζας Ο έχει κατακόρυφη επιτάχυνση μέτρου 7,5m/s^2 με φορά προς τα κάτω.



i) Να βρεθεί η επιτάχυνση (μέτρο και κατεύθυνση) του άκρου Β στη θέση αυτή.

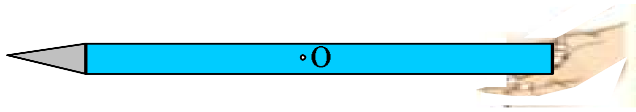
ii) Να αποδειχθεί ότι η μοναδική ροπή που ασκείται στη ράβδο είναι αυτή του βάρους.

iii) Αν η μοναδική δύναμη, εκτός του βάρους, που ασκείται στη ράβδο είναι η δύναμη του άξονα περιστροφής, να αποδείξτε ότι αυτή είναι κατακόρυφη και έχει μέτρο ίσο με το ¼ του βάρους της ράβδου.

iv) Αν το μήκος της ράβδου είναι 2m και στη θέση αυτή σχηματίζει γωνία με ημθ=0,3 με την οριζόντια διεύθυνση, να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I= 1/3\ m\ell^2$ και $g=10m/s^2$.

440) Μια σύνθετη κίνηση ενός μολυβιού.



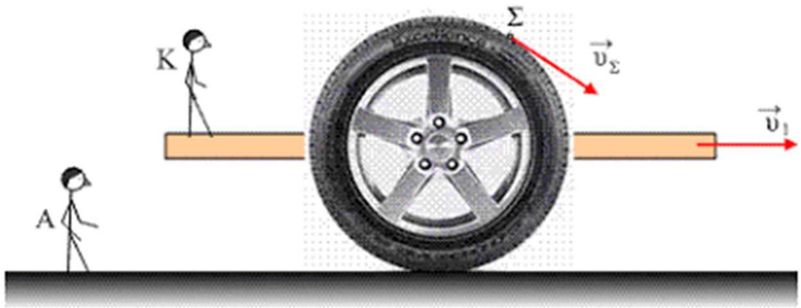
Διαθέτουμε ένα μολύβι μήκους 20cm, το οποίο κρατάμε στο χέρι μας σε οριζόντιο θέση. Σε μια στιγμή εκτοξεύουμε κατακόρυφα το μολύβι, το οποίο ξαναπιάνουμε μετά από 0,4s, στην ίδια θέση, με τον ίδιο προσανατολισμό, ενώ στο μεταξύ το μολύβι έχει κάνει δύο περιστροφές στον αέρα.

Να βρεθούν οι ταχύτητες των δύο άκρων του μολυβιού, τη στιγμή που εγκαταλείπει το χέρι μας. Θεωρείστε ότι το κέντρο μάζας του μολυβιού το μέσον του O και $g=10m/s^2$.

441) Μπερδέματα πάνω στην κεντρομόλο και επιτρόχια επιτάχυνση.

Έστω λοιπόν ότι ο τροχός του παρακάτω σχήματος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα κέντρου μάζας υ.

Ας παρακολουθήσουμε τι μετράνε δύο παρατηρητές. Ο ακίνητος A επί του εδάφους και ο κινούμενος K, πάνω στο αυτοκίνητο.



Για τον κινούμενο παρατηρητή K το σημείο Σ έχει ταχύτητα $υ_Σ = ωR=υ$, λόγω κυκλικής κίνησης.

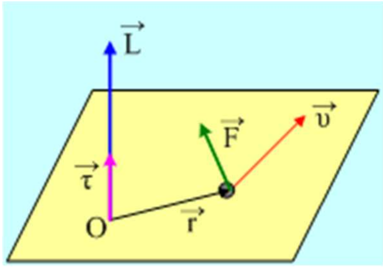
Για τον παρατηρητή A το σημείο Σ έχει ταχύτητα:….

442) Μεταβολή και Ρυθμός μεταβολής της στροφορμής.

Στην προηγούμενη ανάρτηση με τίτλο Στροφορμή, είχαμε ορίσει την στροφορμή υλικού σημείου ως προς σημείο O, από την σχέση:

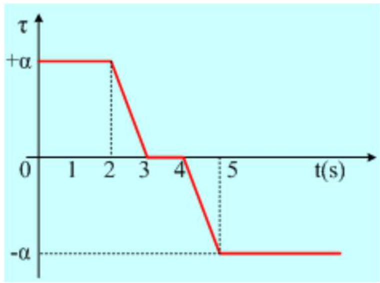
$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m \cdot \vec{r} \times \vec{υ}$$

Έστω τώρα ότι πάνω σε ένα υλικό σημείο που κινείται σε οριζόντιο επίπεδο, ασκείται (συνισταμένη) δύναμη F, πάνω στο ίδιο επίπεδο, όπως στο σχήμα. Η στροφορμή του υλικού σημείου ως προς το σημείο O, φαίνεται στο σχήμα. Ποιος ο ρυθμός μεταβολής αυτής της στροφορμής;



Παραγωγίζοντας την παραπάνω σχέση παίρνουμε….

443) Μεταβλητή ροπή, στροφορμή και ενέργεια.



Ένα στερεό μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα και αρχικά ηρεμεί. Σε μια στιγμή δέχεται (ολική) ροπή ως προς τον άξονα, η οποία μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα.

Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

i) Για το διάστημα 0-2s:

α) Το στερεό έχει σταθερή γωνιακή επιτάχυνση

β) Το στερεό έχει σταθερή γωνιακή ταχύτητα.

γ) Η στροφορμή του στερεού αυξάνεται.

δ) Η κινητική ενέργεια αυξάνεται με σταθερό ρυθμό.

ii) Από 2s-3s

α) Το στερεό επιβραδύνεται.

β) Η στροφορμή του στερεού μειώνεται.

γ) Η κινητική ενέργεια αυξάνεται.

iii) Από 3s-4s το στερεό ηρεμεί

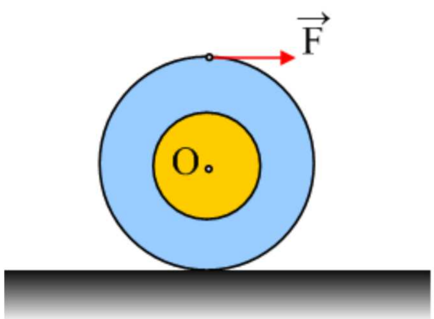
α) το στερεό έχει μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα τη στιγμή t_2=5s παρά τη στιγμή t_1= 2s

β) η ισχύς της ροπής για t_2=5s είναι αρνητική

γ) η ισχύς της ροπής τη στιγμή t_3=8s είναι θετική.

iv) Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του στερεού τη χρονική στιγμή t_4=7s.

444) Ένας περίεργος κύλινδρος και η ροπή αδράνειάς του.



Ο κύλινδρος του σχήματος αποτελείται από δύο διαφορετικά υλικά (στο σχήμα με διαφορετικά χρώματα). Τυλίγουμε γύρω του ένα αβαρές νήμα και τον τοποθετούμε σε οριζόντιο επίπεδο.

Ασκούμε στο άκρο του νήματος σταθερή οριζόντια δύναμη F=20N, οπότε αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Όταν το κέντρο Ο του κυλίνδρου μετατοπισθεί κατά x_1=4m η μεταφορική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου είναι $K_{μετ}$=90J.

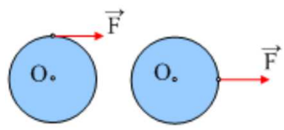
i) Να βρεθεί η τριβή που ασκείται στον κύλινδρο.

ii) Πόση είναι την παραπάνω χρονική στιγμή η περιστροφική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου;

iii) Αν η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του δίνεται από την εξίσωση $I=λm\cdot R^2$, να υπολογιστεί ο συντελεστής λ.

445) Έργο μιας μη σταθερής ροπής.

Ένας κυκλικός δίσκος ακτίνας R=0,5m και μάζας m=4kg μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο του Ο.

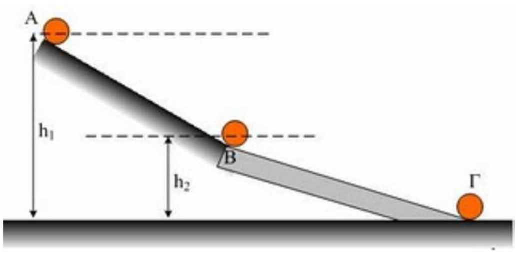


Σε μια στιγμή ασκείται πάνω του μια σταθερή δύναμη F=18N, η οποία ασκείται σε σταθερό σημείο Α, όπως στο σχήμα. Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου, τη στιγμή που έχει στραφεί κατά γωνία 90°.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I= ½\ mR^2$.

446) Κύλιση και ολίσθηση σφαίρας.

Μια μικρή σφαίρα ακτίνας r=5cm αφήνεται να κινηθεί από τη θέση Α σε ύψος h_1=13,25m κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου ΑΒ, όπου κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Φτάνοντας στο Β σε ύψος h_2=6,25m συνεχίζει την κίνησή της κατά μήκος του λείου κεκλιμένου επιπέδου ΒΓ.



Ζητούνται:

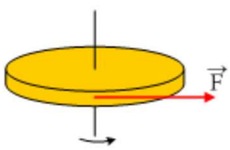
i) Η ταχύτητα του κέντρου Ο της σφαίρας και η γωνιακή της ταχύτητα στη θέση Γ.

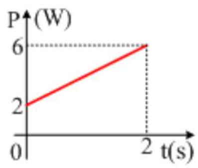
ii) Αν ο χρόνος κίνησης από το Β στο Γ είναι t_1=1s, ποια η γωνία που σχηματίζει το κεκλιμένο επίπεδο ΒΓ με το οριζόντιο επίπεδο;

Για την σφαίρα $I= 2mr^2/5$ και $g=10m/s^2$.

447) Ισχύς ροπής και Κινητική ενέργεια

Ένας δίσκος ακτίνας R=0,5m στρέφεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα με γωνιακή ταχύτητα $ω_0$. Για t=0 δέχεται την επίδραση δύναμης σταθερού μέτρου F=1N εφαπτόμενης στο δίσκο. Η ισχύς της δύναμης δίνεται στο διάγραμμα.



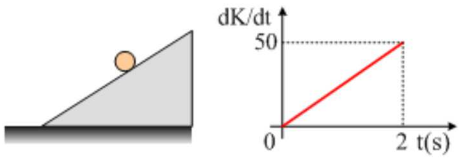


i) Να υπολογίστε το έργο της δύναμης από 0-5s.

ii) Να βρείτε την γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου.

iii) Πόση είναι η τελική κινητική ενέργεια του δίσκου;

448) Ολίσθηση σφαίρας σε κεκλιμένο επίπεδο



Μια σφαίρα μάζας m=10kg και ακτίνας R=0,1m αφήνεται στο σημείο Α από ύψος h=4m να κινηθεί κατά μήκος ενός κεκλιμένου επιπέδου κλίσεως θ=30°. Στο διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση του ρυθμού μεταβολής της περιστροφικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας σε συνάρτηση με το χρόνο.

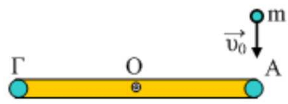
i) Ποια η τελική περιστροφική κινητική ενέργεια της σφαίρας;

ii) Ποια η τελική μεταφορική κινητική ενέργεια της σφαίρας;

ii) Πόση θερμότητα παράγεται κατά την διάρκεια της κίνησης της σφαίρας;

iv) Αν η ροπή αδράνειας της σφαίρας δίνεται από την εξίσωση $I=\lambda mR^2$, να υπολογίσετε τον συντελεστή λ.

449) Διατήρηση Στροφορμής σε κρούση.



Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ με μήκος l=1m και μάζα M=1,2kg μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που είναι κάθετος σε αυτή και διέρχεται από το μέσον της Ο. Στα δύο άκρα της ράβδου έχουμε στερεώσει δύο σφαιρίδια αμελητέων διαστάσεων, μάζας m=0,2kg το καθένα. Αρχικά η ράβδος ισορροπεί οριζόντια, όπως φαίνεται στο σχήμα.

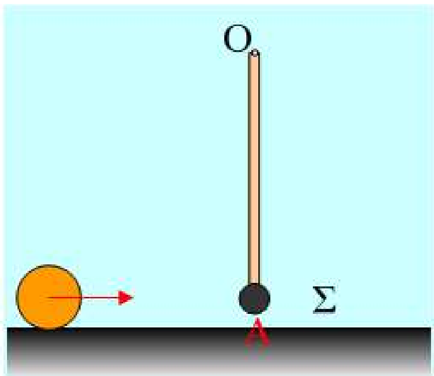
Βλήμα μάζας m=0,2kg αμελητέων διαστάσεων, κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου υ_0= 10m/s και ενσωματώνεται ακαριαία στο σφαιρίδιο στο άκρο Α της ράβδου. Να υπολογίσετε:

1. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος, αμέσως μετά την κρούση.
2. Το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που χάθηκε κατά την κρούση.
3. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος, αμέσως μετά την κρούση.
4. Το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου στο άκρο Γ της ράβδου, τη στιγμή που αυτή γίνεται κατακόρυφη.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο προς αυτήν άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm}= 1/12\ ml^2$ και $g=10m/s^2$.

450) Συνθήκες ανακύκλωσης.

Με τον όρο ανακύκλωση, εννοούμε το φαινόμενο ένα σώμα να μπορεί να διαγράφει ένα κατακόρυφο κύκλο. Εμείς αναζητούμε την συνθήκη που πρέπει να ικανοποιείται, ώστε να μπορεί να συμβεί αυτό.



Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

1) το σώμα είναι δεμένο σε ράβδο (είτε με μάζα, είτε αβαρή).

Στην περίπτωση αυτή, αρκεί η ράβδος να μπορεί να φτάσει στην ανώτερη κατακόρυφη θέση, στην οποία θεωρούμε ότι η ταχύτητα μηδενίζεται.

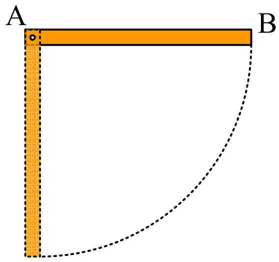
Παράδειγμα 1°:

Μια σημειακή μάζα Σ είναι δεμένη στο άκρο Α αβαρούς ράβδου, μήκους L, η οποία μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά περνά από το άλλο της άκρο Ο. Σε μια στιγμή μια σφαίρα που κινείται οριζόντια συγκρούεται με το σώμα Σ.

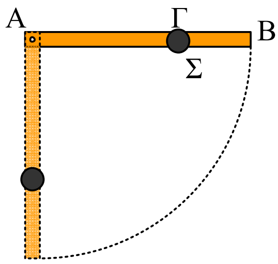
Ποια η ελάχιστη ταχύτητα του σώματος Σ, αμέσως μετά την κρούση, ώστε να κάνει ανακύκλωση; Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g.

451) Μέγιστη ταχύτητα και επιτάχυνση.

Μια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους L και μάζας m, μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της Α. Φέρνουμε τη ράβδο σε οριζόντια θέση και την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί, οπότε η μέγιστη ταχύτητα του άκρου Β είναι $υ_1$=5m/s.



Ένα σώμα Σ, ίδιας μάζας m, το οποίο θεωρείται υλικό σημείο, δένεται πάνω στη ράβδο σε σημείο Γ, όπου (ΓΒ)= L/3. Φέρνουμε το σύστημα σε τέτοια θέση που η ράβδος να είναι οριζόντια και το αφήνουμε να κινηθεί.



i) Η αρχική επιτάχυνση του σώματος Σ είναι:

α) $α_0$<g β) $α_0$=g γ) $α_0$ >g

ii) Η μέγιστη ταχύτητα του άκρου Β της ράβδου είναι:

α) $υ_2$ < 5m/s β) $υ_2$ = 5m/s γ) $υ_2$ >5m/s

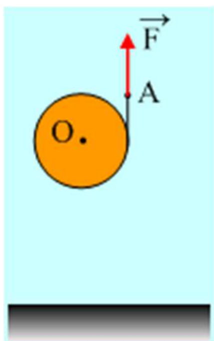
iii) Αν δέναμε το σώμα Σ στο άκρο Β, τότε η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτούσε, θα ήταν:

α) $υ_3$ < 5m/s β) $υ_3$ = 5m/s γ) $υ_3$ >5m/s

Δίνεται η ροπή αδράνεια της ράβδου ως προς κάθετο σε αυτήν άξονα που περνά από το μέσον της I= $mL^2/12$.

452) Κινητική ενέργεια κυλίνδρου. Όπως σε ένα γιο-γιο.

Γύρω από έναν ομογενή κύλινδρο μάζας m, τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα. Τραβάμε το νήμα ασκώντας στο άκρο του Α σταθερή κατακόρυφη δύναμη F=mg/2, ενώ ταυτόχρονα αφήνουμε τον κύλινδρο να κινηθεί. Αν ως προς τον άξονα του κυλίνδρου I= ½ m·R^2 και ο κύλινδρος μετατοπισθεί κατακόρυφα κατά h, τότε η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου θα είναι ίση:



i) με το έργο του βάρους.

ii) με τη μείωση της δυναμικής ενέργειας του κυλίνδρου.

iii) με 2mgh

iv) με 1,5mgh.

453) Ισορροπία-ροπές και κάθετη αντίδραση.

Ας ξεκινήσουμε με ένα ερώτημα:

Δίνεται η παρακάτω πρόταση:

«Αν ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα, στο οποίο ασκούνται διάφορες ομοεπίπεδες δυνάμεις, δεν στρέφεται, τότε το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών όλων των δυνάμεων, ως προς οποιοδήποτε σημείο είναι ίσο με μηδέν».

Είναι σωστή ή λανθασμένη η πρόταση αυτή;

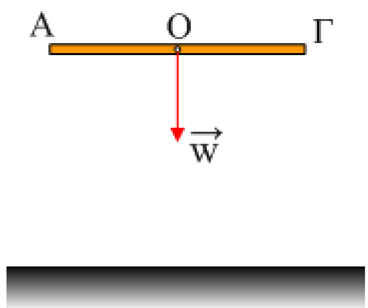
Η πρόταση είναι λάθος…

Η πρόταση είναι λανθασμένη γιατί δεν αναφέρει τίποτα για την συνισταμένη δύναμη. Αν η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν, τότε αν υπάρχουν ροπές αυτές θα οφείλονται σε ζεύγη δυνάμεων και για να μην αρχίσει να περιστρέφεται θα πρέπει το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών να είναι μηδέν. Και αφού μιλάμε για ζεύγη δυνάμεων έχουμε το δικαίωμα να πάρουμε τις ροπές ως προς οποιοσήποτε σημείο, αφού η ροπή ενός ζεύγους είναι ανεξάρτητη του σημείου αναφοράς μας.

Αλλά αν η συνισταμένη δύναμη δεν είναι μηδενική; Αν δηλαδή το σώμα επιταχύνεται; Τότε θα πρέπει να πάρουμε ***υποχρεωτικά το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών ως προς προς το κέντρο μάζας του στερεού,*** γιατί αν το στερεό περιστραφεί, θα περιστραφεί γύρω από άξονα κάθετον στο επίπεδο των δυνάμεων που περνά από το κέντρο μάζας του. Ως προς άλλα σημεία μπορεί η συνολική ροπή να είναι διάφορη του μηδενός, αλλά αυτό δεν μας απασχολεί.

Παράδειγμα 1^o:

Αφήνουμε μια ομογενή ράβδο ΑΓ να πέσει ελεύθερα, από μικρό ύψος, από οριζόντια θέση. Προφανώς η ράβδος εκτελεί ελεύθερη πτώση, χωρίς να περιστρέφεται.



Να υπολογιστεί η συνολική ροπή που ασκείται πάνω της:

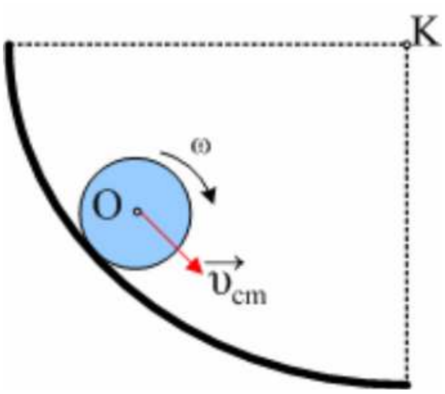
α) Ως προς το μέσον της Ο.

β) Ως προς το ένα της άκρο Α…..

454) Μια σύνθετη κίνηση και οι επιμέρους κινήσεις…

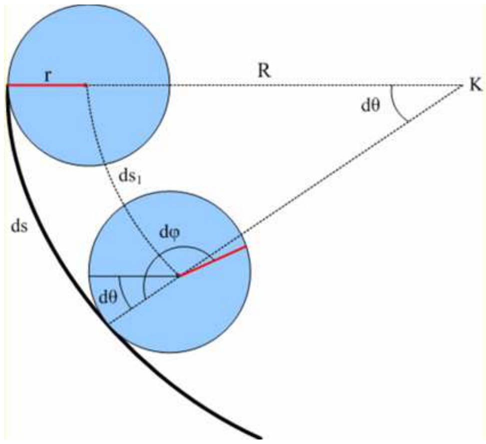
Η ανάρτηση αυτή **απευθύνεται αποκλειστικά σε συναδέλφους και όχι σε μαθητές**. Είναι ένα ειδικό και δύσκολο θέμα και καλό είναι να μην ασχοληθούν οι υποψήφιοι…

Το θέμα μας είναι η σύνθετη κίνηση που εκτελεί μια σφαίρα, όταν κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε ένα κατακόρυφο κυκλικό οδηγό.



Τι συμβαίνει με την στροφική του κίνηση, γύρω από τον άξονα περιστροφής του και τι για την στροφική κίνηση γύρω από το κέντρο Κ του κυκλικού οδηγού; Πώς εφαρμόζουμε τον 2° Νόμο του Νεύτωνα για τις επιμέρους κινήσεις; Πώς υπολογίζονται η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής;

Καλό είναι πριν την μελέτη αυτή, να έχει προηγηθεί η μελέτη της ανάρτησης [«και όμως ισχύει»]() στην οποία αποδεικνύεται ότι η γνωστή εξίσωση $\upsilon_{cm}=\omega\cdot r$ ισχύει για την παραπάνω κύλιση.

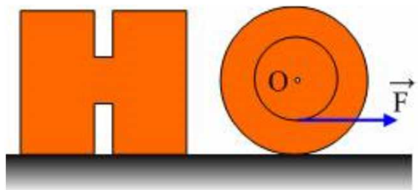


Ας τονίσουμε πάντως και από αυτήν την θέση, ότι η σφαίρα στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1 γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο της Ο (ιδιοπεριστροφή), ενώ έχει και γωνιακή ταχύτητα ω_2 λόγω περιστροφής της γύρω από το κέντρο Κ της κυκλικής τροχιάς.

Έστω ότι μια σφαίρα σε χρόνο dt έχει διαγράψει τόξο ds, έχοντας στραφεί κατά γωνία $d\varphi=ds/r$, αλλά που η ακτίνα R της κυκλικής τροχιάς έχει στραφεί κατά $d\theta=ds/R$

Με βάση και το παραπάνω σχήμα έχουμε:….

455) Πώς κινείται ο κύλινδρος;



Στο μέσον ενός κυλίνδρου ακτίνας R=0,2m, υπάρχει μια μικρή εγκοπή βάθους 0,1m, στην οποία τυλίγουμε αβαρές νήμα και τοποθετούμε τον κύλινδρο σε οριζόντιο επίπεδο. Τραβώντας το νήμα ασκούμε στον κύλινδρο οριζόντια δύναμη F=6N, όπως στο σχήμα, οπότε το κέντρο του Ο μετατοπίζεται κατά x_1=10m σε ορισμένο χρονικό διάστημα t_1. Αν η μέγιστη τιμή της τριβής που μπορεί να ασκηθεί στον κύλινδρο είναι $T_{ορ}=T_{ολ}$=1N, να βρεθούν για το παραπάνω διάστημα:

i) Ποια η φορά περιστροφής του κυλίνδρου;

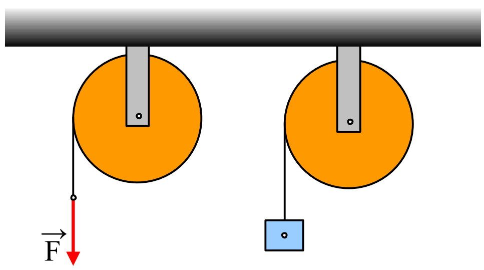
ii) Η μεταφορική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου.

iii) Η περιστροφική κινητική του ενέργεια.

iv) Η θερμότητα που παράγεται εξαιτίας της τριβής.

Δίνεται για τον κύλινδρο $I=\frac{1}{2}mR^2$.

456) Πότε έχουμε μεγαλύτερη γωνιακή επιτάχυνση



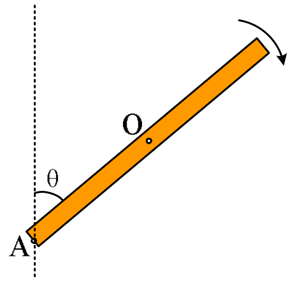
Γύρω από μια τροχαλία τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου ασκούμε κατακόρυφη δύναμη F. Η τροχαλία αποκτά γωνιακή επιτάχυνση $α_{γων}$=5rad/s^2. Αν στο άκρο του νήματος δέναμε ένα σώμα βάρους W= F, η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας θα ήταν:

α) ίση με 5rad/s^2.

β) μικρότερη από 5rad/s^2.

γ) μεγαλύτερη από 5rad/s^2.

457) Δυναμική στερεού με σταθερό άξονα περιστροφής.



Μια ομογενής ράβδος μήκους 1m στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνά από το ένα της άκρο Α. Τη στιγμή που βρίσκεται στη θέση που φαίνεται στο σχήμα, όπου συνθ=0,8, δεν δέχεται δύναμη από τον άξονα περιστροφής.

Ζητούνται για τη θέση αυτή:

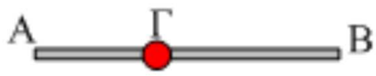
α) Η επιτάχυνση του μέσου Ο της ράβδου

β) Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής,

γ) Η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου.

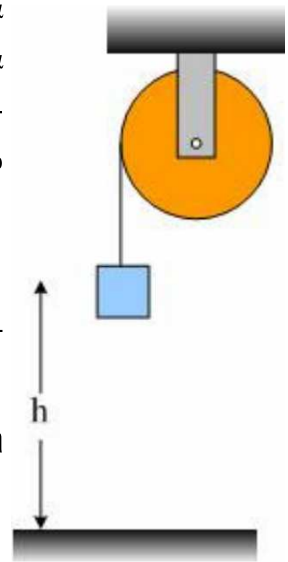
Δίνεται g=10m/s^2.

458) Πότε η ισορροπία είναι ευκολότερη;



Δίνεται μια αβαρής ράβδος ΑΒ μήκους 1m, σε σημείο Γ της οποίας στερεώνεται μια μικρή σημειακή μάζα m=0,2kg, η οποία απέχει απόσταση d=0,4m από το άκρο Α της ράβδου. Στο άκρο Α ή στο Β πρέπει να στηρίξουμε κατακόρυφα τη ράβδο στην παλάμη μας για να πετύχουμε καλύτερη ισορροπία, με την έννοια ότι αν εκτραπεί λίγο από την κατακόρυφο, θα αποκτήσει μικρότερη γωνιακή επιτάχυνση;

459) Και αν έχουμε ροπή από τον άξονα;

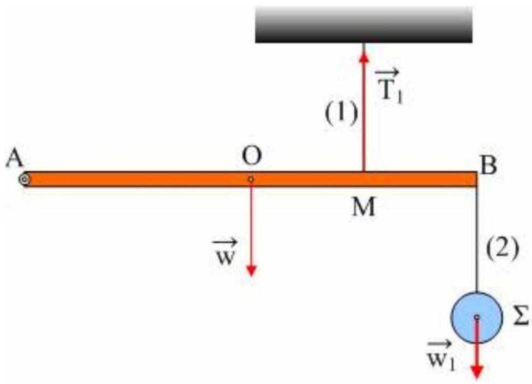


Γύρω από μια τροχαλία μάζας 4kg και ακτίνας R=0,1m τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα στο άκρο του οποίου δένουμε ένα σώμα Σ μάζας m_1=0,4kg, το οποίο αφήνουμε να κινηθεί από ύψος h=8m από το έδαφος. Ο χρόνος πτώσης είναι t_1=4s. Δίνεται ότι μεταξύ τροχαλίας και του άξονα περιστροφής της αναπτύσσεται σταθερή ροπή λόγω τριβής. Ζητούνται:

1) Η επιτάχυνση του σώματος Σ και η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας.
2) Η ροπή που ασκείται στην τροχαλία εξαιτίας της τριβής που αναπτύσσεται μεταξύ τροχαλίας και άξονα της τροχαλίας.
3) Με ποιο ρυθμό η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα την χρονική στιγμή t=3s;

Δίνεται για την τροχαλία I= ½ MR^2 και g=10m/s^2.

460) Τάση του νήματος και επιτάχυνση.



Η ομογενής ράβδος ΑΒ του σχήματος, έχει μάζα Μ και μήκος L, συνδέεται στο άκρο της Α σε άρθρωση και ισορροπεί οριζόντια δεμένη στο άκρο νήματος στο σημείο Μ, όπου (ΑΜ)= ¾ L , ενώ στο άκρο της Β κρέμεται με άλλο νήμα σώμα Σ μάζας ½ Μ. Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το άκρο Α, $I = 1/3\ ML^2$.

Α) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

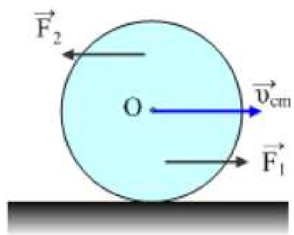
1. Στην ράβδο ασκούνται 3 δυνάμεις. Μια από το νήμα η T_1, το βάρος της W και το βάρος του Σ.
2. Η δύναμη που ασκείται στο άκρο Β από το νήμα είναι κατακόρυφη και ίση με το βάρος του Σ.
3. Η τάση T_1 έχει μέτρο $T_1= Mg+Mg/2= 3/2\ Mg$.

Β) Σε μια στιγμή κόβουμε τι νήμα (1). Αν Ι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το άκρο Α, τότε αμέσως μετά η ράβδος αποκτά γωνιακή επιτάχυνση που υπολογίζεται από τη σχέση:

1. $W·L/2 + W_1·L/2= I·α_{γων}$.
2. $W·L/2 + T·L/2= I·α_{γων}$, όπου Τ η τάση του νήματος (2).
3. $W·L/2 = I·α_{γων}$.

Γ) Η επιτάχυνση του σημείου Β είναι μεγαλύτερη, ίση ή μικρότερη από την επιτάχυνση του σώματος Σ;

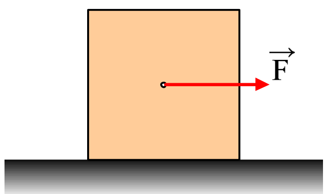
461) Ροπή του ζεύγους δυνάμεων.



Μια σφαίρα μάζας 10kg και ακτίνας 0,2m, κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα κέντρου μάζας $υ_{cm}$=10m/s. Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω της μια σταθερή ροπή, ενός ζεύγους δυνάμεων, οπότε η σφαίρα σταματά σε απόσταση x=7m, χωρίς να ολισθήσει στη διάρκεια του φρεναρίσματος.

i) Να σχεδιάστε ένα σχήμα στο οποίο να φαίνονται οι ασκούμενες στη σφαίρα δυνάμεις.
ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της ασκούμενης ροπής.
iii) Πόσο είναι το μέτρο της ασκούμενης τριβής;
iv) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής της στατικής οριακής τριβής, ώστε να μην ολισθήση η σφαίρα;

462) Συνολική ροπή και ανατροπή σώματος.



Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας κύβος μάζας 100kg και ακμής α=2m. Σε μια στιγμή ασκούμε στο κέντρο του μια οριζόντια δύναμη F=300Ν. Οι συντελεστές τριβής μεταξύ του κύβου και του επιπέδου είναι $μ=μ_s=0,2$.

i) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

α) Ο κύβος παραμένει ακίνητος.
β) Ο κύβος ισορροπεί.
γ) Η τριβή, είναι τριβή ολίσθησης με μέτρο Τ=200Ν.

δ) Ο κύβος επιταχύνεται προς τα δεξιά με επιτάχυνση $α=1m/s^2$.

ε) Ο κύβος ανατρέπεται.

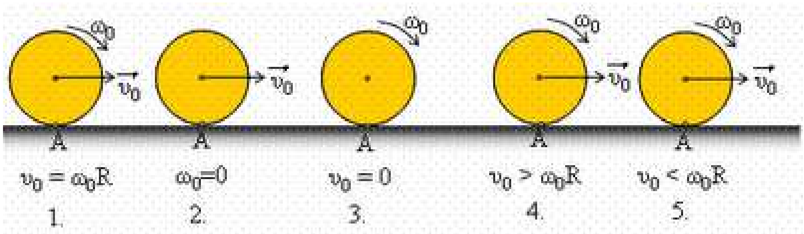
στ) Αφού ο κύβος δεν ανατρέπεται η συνολική ροπή των δυνάμεων ως προς οποιοδήποτε σημείο είναι ίση με μηδέν.

ζ) Ο φορέας της κάθετης αντίδρασης του επιπέδου έχει μοχλοβραχίονα ως προς το κέντρο Ο, ίσο με x=0,2m.

ii) Υπολογίστε την συνολική ροπή ως προς την κορυφή Γ και σχολιάστε το αποτέλεσμα.

463) Τροχός και Τριβή

Ένας τροχός εκτοξεύεται σε οριζόντιο επίπεδο με αρχική ταχύτητα $υ_0$ και αρχική γωνιακή ταχύτητα $ω_0$, όπως στα παρακάτω σχήματα.

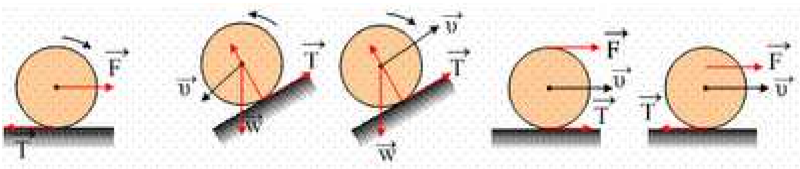


Α) Να σχεδιάστε την τριβή που ασκείται στον τροχό σε κάθε περίπτωση.

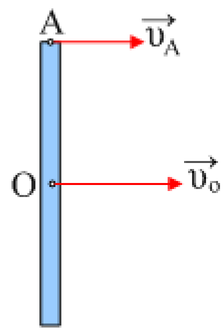
Β) Σε ποια περίπτωση ασκείται μεγαλύτερη τριβή στον τροχό;

464) Ποια η κατεύθυνση της Τριβής;

Μπορείτε να ερμηνεύσετε την κατεύθυνση της τριβής στα παρακάτω σχήματα;



465) Κίνηση ράβδου.



Μια ομογενής δοκός μήκους l=2m κινείται ελεύθερα οριζόντια πάνω σε μια παγωμένη λίμνη, χωρίς τριβές και για t=0 δίνονται οι ταχύτητες του μέσου Ο και του άκρου Α, $υ_0=10m/s$ και $υ_A=4m/s$ αντίστοιχα.

Να βρεθούν οι ταχύτητες των παραπάνω σημείων τη χρονική στιγμή $t_1=π/6s$.

466) Δύναμη από τον άξονα περιστροφής.

Συνισταμένη δύναμη και cm.

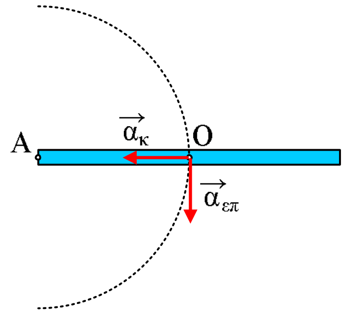
Ένα στερεό στρέφεται γύρω από έναν σταθερό άξονα. Τι συμβαίνει με την συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται πάνω του;

α) Αν ο άξονας περνά από το κέντρο μάζας του στερεού, τότε το κέντρο μάζας παραμένει ακίνητο, οπότε

$\Sigma F=0$.

β) Αν ο άξονας δεν περνά από το κέντρο μάζας, τότε θα εφαρμόσουμε τον θεμελιώδη της Μηχανικής για το κέντρο μάζας.

Πρέπει να τονισθεί ότι όταν το στερεό στρέφεται, το κέντρο μάζας του, εκτελεί κυκλική κίνηση με κέντρο το σημείο Α του άξονα.



Οπότε εφαρμόζουμε δυναμική για ένα υλικό σημείο που εκτελεί κυκλική κίνηση.

Έτσι αν η γωνιακή ταχύτητα του στερεού σώματος, παραμένει σταθερή το κέντρο μάζας θα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε η συνισταμένη θα είναι ίση με την κεντρομόλο:

$$\Sigma F_R=m\alpha_\kappa$$

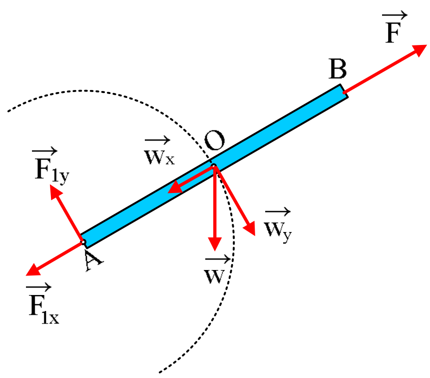
ενώ αν υπάρχει γωνιακή επιτάχυνση του στερεού, το κέντρο μάζας θα έχει επιτρόχια επιτάχυνση και η συνισταμένη των δυνάμεων στη διεύθυνση της εφαπτομένης της κυκλικής τροχιάς θα είναι:

$$\Sigma F_{\varepsilon\varphi}= m\alpha_{\varepsilon\pi}.$$

Όπου $\alpha_{\varepsilon\pi}$ είναι η επιτρόχια επιτάχυνση του κέντρου μάζας Ο, η οποία συνήθως αναφέρεται ως α_{cm} και η οποία συνδέεται με την γωνιακή επιτάχυνση με τη σχέση $\alpha_{cm}=\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot R$.

Παράδειγμα.

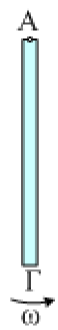
Μια ράβδος στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το ένα του άκρο Α και έστω ότι βρίσκεται στη θέση του διπλανού σχήματος, ενώ πάνω της ασκείται το βάρος της w, μια δύναμη F στο άκρο της Β και μια δύναμη από τον άξονα, η οποία αναλύεται στις συνιστώσες F_{1x} και F_{1y}.



Ας αναλύσουμε το βάρος σε μια διεύθυνση παράλληλη προς τη ράβδο w_x και μια w_y κάθετη στην ράβδο.

467) Μόνο Στροφική ή σύνθετη κίνηση;

Μια ομογενής ράβδος ΑΓ, στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από κάθετο άξονα που διέρχεται από το ένα της άκρο Α.

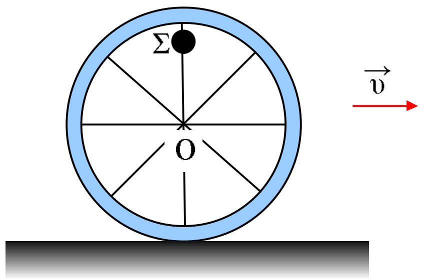


Τι κίνηση κάνει; Ποιας μορφής Κινητική ενέργεια έχει;

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I= 1/12\ Ml^2$.

468) Κύλιση και κέντρο μάζας.

Ο τροχός ενός κάρου έχει μάζα M=10kg και ακτίνα R=0,8m, ενώ ένα σώμα Σ μάζας m_1=10kg, το οποίο θεωρείται υλικό σημείο, είναι προσδεδεμένο σε απόσταση r=0,6m από τον άξονα Ο του τροχού. Το κάρο κινείται με ταχύτητα υ=1,6m/s και ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.



1. Σε πόσο χρόνο ο τροχός ολοκληρώνει μια περιστροφή;
2. Ποια η μέγιστη και ποια η ελάχιστη ταχύτητα του σώματος Σ;
3. Ποια η υ_{cm} τη στιγμή που το σώμα Σ βρίσκεται στην κατακόρυφο που περνά από τον άξονα Ο του τροχού, όπως στο σχήμα;

469) Ο τροχός ολισθαίνει ή σπινάρει;

Ο τροχός ενός αυτοκινήτου έχει ακτίνα R=0,8m. Τα αυτοκίνητο για t=0 ξεκινά από την ηρεμία με επιτάχυνση $2m/s^2$ ενώ ο τροχός αποκτά σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{γων}=2rad/s^2$. Για τη χρονική στιγμή t=5s, να υπολογιστούν:

i) Η ταχύτητα του αυτοκινήτου και η μετατόπιση του κέντρου Ο του τροχού του.

ii) Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τροχού.

iii) Η ταχύτητα και η οριζόντια επιτάχυνση του σημείου επαφής Α του τροχού με το έδαφος.

iv) Ο τροχός του αυτοκινήτου:

α) Κυλίεται χωρίς ολίσθηση

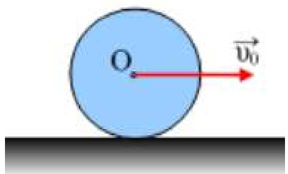
β) Ολισθαίνει

γ) Σπινάρει.

Επιλέξτε την σωστή απάντηση δικαιολογώντας την άποψή σας.

470) Μετατροπή ολίσθησης σε κύλιση.

Μια σφαίρα εκτοξεύεται σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα κέντρου μάζας υ_0 και χωρίς γωνιακή ταχύτητα.



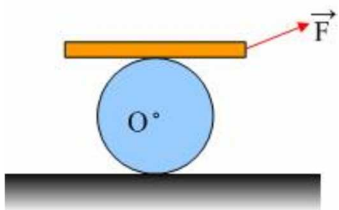
i) Να βρεθεί ο χρόνος που απαιτείται μέχρι να πάψει η ολίσθηση της σφαίρας, σε συνάρτηση με τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σφαίρας και επιπέδου.

ii) Ποια η τελική ταχύτητα υ_{cm} που αποκτά η σφαίρα;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς μια διάμετρό της $I=2mR^2/5$.

471) Κύλινδρος και δοκός σε κίνηση.

Στο σχήμα ένας κύλινδρος μάζας m ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Τοποθετούμε πάνω του μια δοκό μάζας m_1=10m και ασκούμε πάνω της μια κατάλληλη δύναμη F, ώστε η δοκός να παραμένει οριζόντια όπως στο σχήμα. Αν ο κύλινδρος δεν ολισθαίνει ούτε ως προς το επίπεδο, ούτε ως προς την δοκό:



i) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο.

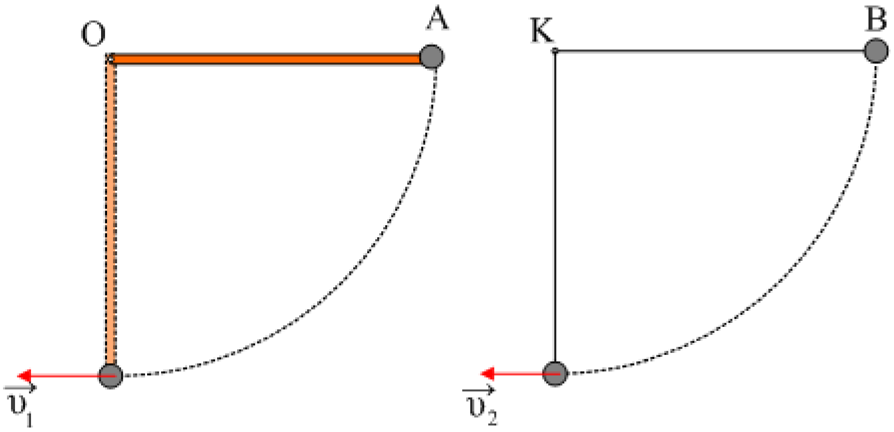
ii) Αν κάποια στιγμή η δοκός έχει ταχύτητα υ_1=0,6m/s ποια η ταχύτητα του άξονα περιστροφής του κυλίνδρου;

iii) Αν κάποια στιγμή t_1 η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου είναι ίση με 3J, πόση είναι τη στιγμή αυτή η κινητική ενέργεια της δοκού;

iv) Υπολογίστε το έργο της δύναμης F, μέχρι τη στιγμή t_1.

Δίνεται για τον κύλινδρο $I= \frac{1}{2} mR^2$.

472) Στο άκρο νήματος ή στο άκρο ράβδου;



Δυο σφαίρες Α και Β έχουν την ίδια μάζα m=1kg. Η σφαίρα Α προσκολλάται στο άκρο ομογενούς ράβδου μάζας M=3kg και μήκους l=1,25m η οποία μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άλλο της άκρο Ο. Η Β σφαίρα δένεται στο άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους l=1,25m, το άλλο άκρο του οποίου δένεται σε σταθερό σημείο Κ. Φέρνουμε τις δύο σφαίρες σε θέσεις τέτοιες ώστε η ράβδος και το νήμα να είναι οριζόντια, όπως στο σχήμα και σε μια στιγμή τις αφήνουμε ελεύθερες να κινηθούν.

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λαθεμένες.

i) Οι δύο σφαίρες θα αποκτήσουν την ίδια αρχική επιτάχυνση.

ii)Ο αρχικός ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας Β, ως προς το Κ έχει μέτρο dL/dt= mgl.

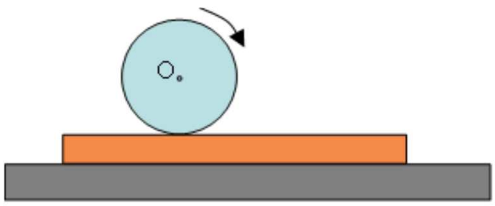
iii) Ο αρχικός ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας Α, ως προς τον άξονα περιστροφής που περνά από το Ο έχει μέτρο dL/dt= mgl.

iv) Στην κατακόρυφη θέση οι δύο σφαίρες θα έχουν ίσες ταχύτητες $\upsilon_1=\upsilon_2$.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I= 1/3\ Ml^2$ και $g=10m/s^2$.

473) Διατήρηση Ορμής - Στροφορμής.

Σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας m=10kg. Σε μια στιγμή τοποθετούμε πάνω της ένα τροχό ακτίνας R=0,5m και μάζας m=10kg, ο οποίος στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω = -8rad/s, όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ τροχού και σανίδας είναι μ=0,8.



Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

α) Ο τροχός θα κινηθεί προς τα δεξιά.

β) Η σανίδα θα κινηθεί προς τα αριστερά.

γ) Η ορμή του συστήματος θα παραμείνει σταθερή.

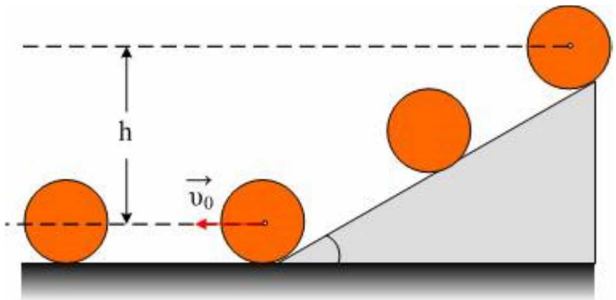
δ) Η στροφορμή του συστήματος θα παραμείνει σταθερή.

ε) Η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.

στ) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του τροχού παραμένει σταθερός.

474) Κύλιση- ολίσθηση και έργο τριβής.

Ένας κύλινδρος μάζας m=40kg και ακτίνας R=0,5m αφήνεται στην κορυφή ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου από ύψος h=45m.



i) Ποια η ταχύτητα υ_0 του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν φτάσει στη βάση του επιπέδου;

ii) Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κυλίνδρου και οριζοντίου επιπέδου είναι μ=0,1, ζητούνται:

α) Η τελική ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

β) Η τελική γωνιακή του ταχύτητα.

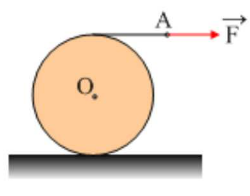
γ) Το έργο της τριβής (σαν δύναμης), το έργο της ροπής της τριβής, καθώς και την θερμότητα που παράγεται εξαιτίας της τριβής.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του:

$I= ½ m·R^2$.

475) Έργο δύναμης και έργο ροπής.

Γύρω από έναν κύλινδρο ακτίνας R=0,4m, ο οποίος ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα, στο άκρο Α του οποίου ασκούμε σταθερή οριζόντια δύναμη F=10N. Μετά από λίγο ο κύλινδρος έχει μετακινηθεί κατά x=16m, ενώ έχει περιστραφεί κατά γωνία θ=80rad. Από το νήμα ασκείται στον κύλινδρο μια δύναμη (η τάση του νήματος) με μέτρο T=F.



α) Πόσο είναι το έργο της τάσης T (σαν δύναμης) για τη μεταφορική κίνηση.

β) Πόσο είναι το έργο της ροπής της τάσης;

γ) Η συνολική ενέργεια που μεταφέρεται στον κύλινδρο είναι:

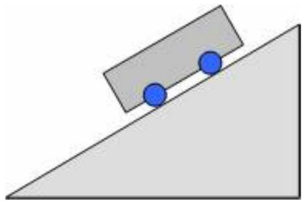
i) 160J, ii) 320J, iii) 480J.

δ) Το σημείο Α έχει μετακινηθεί κατά:

i) 16m, ii) 32m, iii) 48m.

ε) Να βρεθεί η μεταφορική και η περιστροφική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου.

476) Ένα αμαξίδιο σε κεκλιμένο επίπεδο.



Ένα αμαξίδιο συνολικής μάζας M=900g έχει τέσσερις τροχούς με μάζα m=50g ο καθένας. Το αμαξίδιο αφήνεται σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ=30° και οι τροχοί του κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν. Πόσο χρόνο θα χρειαστεί το αμαξίδιο για να διανύσει απόσταση x=1m κατά μήκος του επιπέδου;

Για τον τροχό δίνεται $I= ½ mR^2$ και $g=10m/s^2$.

477) Σύνθετη κίνηση και Κινητική Ενέργεια.

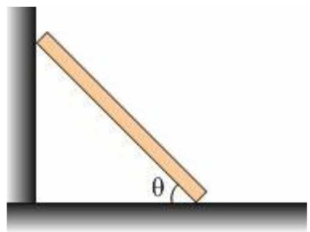
Ή διαφορετικά αρχή επαλληλίας και Ενέργεια

Στη διάρκεια της φετινής χρονιάς στο δίκτυό μας συζητήθηκε νομίζω σε αρκετή έκταση το τι συμβαίνει σε μια σύνθετη κίνηση. Συζητήσαμε τι συμβαίνει με την διατήρηση της ενέργειας και την αρχή της επαλληλίας. Αν υπάρχει σύνθετη κίνηση ή **απλά ένα σώμα κάνει μόνο μια κίνηση, την οποία ΕΜΕΙΣ για διευκόλυνση στη μελέτη μας την αναλύουμε σε δύο ή περισσότερες;**

Νομίζω στην τελευταία πρόταση όλοι συμφωνήσαμε, ανεξάρτητα των επιμέρους διαφωνιών για την αξία ή όχι της αρχής της επαλληλίας. …

478) Και αν η σκάλα γλιστράει;

Μόνο για καθηγητές.



Μια ομογενής ράβδος μήκους l αφήνεται από την κατακόρυφη θέση να ολισθήσει, σε επαφή με ένα κατακόρυφο λείο τοίχο, μέχρι να φτάσει στο επίσης λείο έδαφος.

Ζητούνται σε συνάρτηση με την γωνία θ που σχηματίζει η ράβδος με το έδαφος:

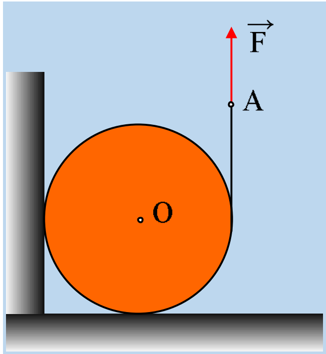
1) Η ταχύτητα του κέντρου μάζας και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της ράβδου.

2) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας καθώς και η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου.

Δίνεται $I_{cm}=ml^2/12$.

479) Και αν ο κύλινδρος επιταχύνεται;

Ο κύλινδρος του σχήματος έχει μάζα 30kg και ακτίνα 0,5m, εφάπτεται σε λείο κατακόρυφο τοίχο, ενώ εμφανίζει με το έδαφος συντελεστές τριβής $μ=μ_s=0,5$. Τυλίγουμε γύρω του αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου για t=0 ασκούμε κατακόρυφη μεταβλητή δύναμη **F** το μέτρο της οποίας αυξάνεται με σταθερό ρυθμό 4N/s, ξεκινώντας από την τιμή μηδέν.



i) Ποια χρονική στιγμή θα αρχίσει ο κύλινδρος να στρέφεται και ποια στιγμή θα χάσει την επαφή με το έδαφος;

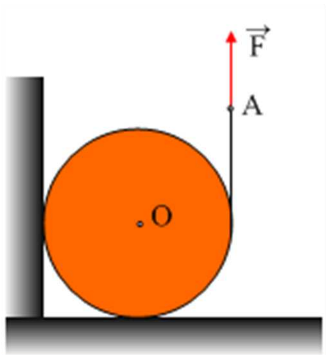
ii) Με ποιο ρυθμό η δύναμη **F** προσφέρει ενέργεια στον κύλινδρο τη χρονική στιγμή t_1=35s και με ποιο ρυθμό ένα μέρος της ενέργειας αυτής μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της τριβής;

iii) Να βρεθεί η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου, ως προς τον άξονα περιστροφής του κυλίνδρου, τη χρονική στιγμή t_2=80s.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του I= ½ mR^2 και g=10m/s^2.

480) Ο κύλινδρος ισορροπεί.

Ένας κύλινδρος μάζας 30kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, σε επαφή με λείο κατακόρυφο τοίχο. Τυλίγουμε γύρω του ένα αβαρές νήμα, στο άκρο Α του οποίου ασκούμε κατακόρυφη δύναμη F της μορφής F=2t+40 (μονάδες στο S.I.). Παρατηρούμε ότι το άκρο Α του νήματος αρχίζει να κινείται προς τα πάνω τη χρονική στιγμή t1=30s. Με δεδομένο ότι ο κύλινδρος εμφανίζει με το οριζόντιο επίπεδο τριβή, όπου οι συντελεστές οριακής στατικής τριβής και τριβής ολίσθησης είναι ίσοι:



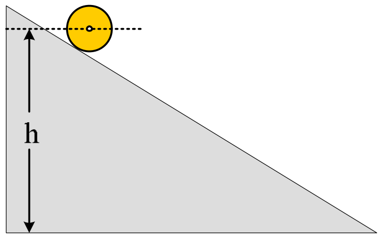
i) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο και να υπολογίστε τα μέτρα τους τη χρονική στιγμή t_2=5s.

ii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της δύναμης που δέχεται ο κύλινδρος από τον τοίχο σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή t_3=50s.

Δίνεται g=10m/s^2.

481) Η σφαίρα κυλίεται σε κεκλιμένο επίπεδο.

Από το ίδιο ύψος h σε ένα κεκλιμένο επίπεδο, αφήνουμε ταυτόχρονα δύο σφαίρες Α και Β, οι οποίες κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν. Η σφαίρα Α έχει μάζα m και ακτίνα R, ενώ η Β έχει μάζα 3m και ακτίνα R/2.



i) Για τα χρονικά διαστήματα t_A και t_B που απαιτούνται για να φτάσουν στη βάση του επιπέδου ισχύει:

α) $t_A < t_B$ β) $t_A = t_B$ γ) $t_A > t_B$.

ii) Για τις τελικές ταχύτητες $υ_A$ και $υ_B$ ισχύει:

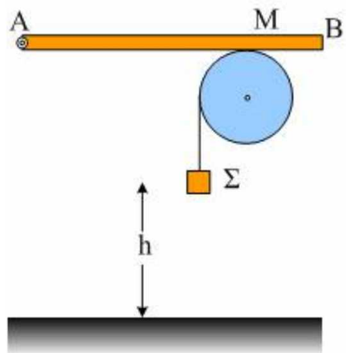
α) $υ_A < υ_B$ β) $υ_A = υ_B$ γ) $υ_A > υ_B$.

iii) Ο λόγος K_A/K_B, όπου K_A και K_B οι τελικές κινητικές ενέργειες των δύο σφαιρών λόγω περιστροφής, είναι ίσος με:

α) 1 β) 3 γ) 1/3

Για τη σφαίρα $I_{cm} = 2/5\ mR^2$.

482) Ένας Κύλινδρος σε επαφή με δοκό.



Ο κύλινδρος του σχήματος έχει ακτίνα R= 0,4m και μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονά του που περνά από τα κέντρα των δύο βάσεών του. Τυλίγουμε γύρω του ένα αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου δένουμε ένα σώμα Σ μάζας m=1kg και το αφήνουμε να κινηθεί από ύψος h=8m, από το έδαφος.

i) Αν ο χρόνος πτώσης του σώματος Σ είναι t_1=4s, να βρεθεί η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου.

ii) Πάνω στον κύλινδρο τοποθετούμε μια ομογενή δοκό μήκους l και μάζας m_1=6kg, η οποία συνδέεται σε άρθρωση στο άκρο της Α και στον κύλινδρο στο σημείο Μ, όπου (ΑΜ)= 3l/4. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα αφήνοντας για t=0 το σώμα Σ να πέσει από το ίδιο ύψος h. Για t=2s και ενώ το σώμα Σ έχει κατέβει κατά y_1=1m, τοποθετούμε στο άκρο Β ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_2, το οποίο θεωρείται υλικό σημείο, οπότε το σώμα Σ φτάνει στο έδαφος για t=7s. Ζητούνται:

α) Ο συντελεστής τριβής μεταξύ δοκού και κυλίνδρου.

β) Το βάρος του σώματος $Σ_1$.

Δίνεται $g=10m/s^2$.