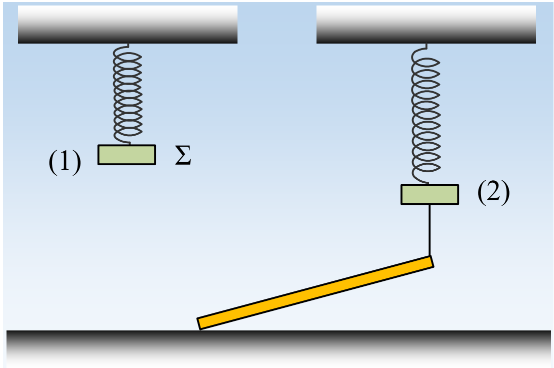
Διονύσης Μάργαρης

Φυσική

Γ΄ Λυκείου

Ταλαντώσεις

1) Δυο ισορροπίες, η μία με ράβδο



Ένα σώμα Σ μάζας m ηρεμεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, στη θέση (1) του σχήματος. Δένουμε μέσω νήματος, το σώμα Σ στο άκρο ομογενούς ράβδου μάζας M=2m, το άλλο άκρο της οποίας στηρίζεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και αφήνουμε το σύστημα να ταλαντωθεί. Εξαιτίας αποσβέσεων, μετά από λίγο το σώμα Σ ηρεμεί ξανά στη θέση (2).

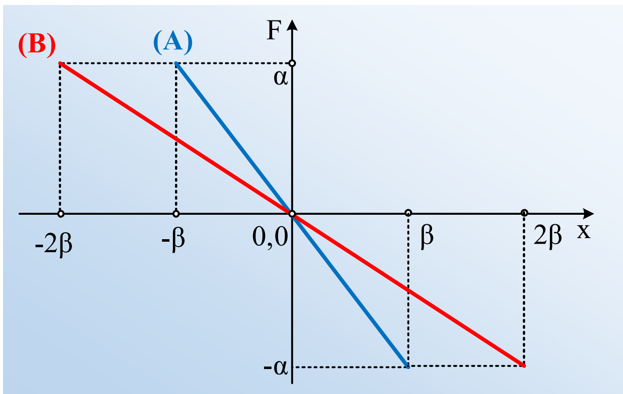
i) Στη θέση (2) το ελατήριο είναι κατακόρυφο ή όχι; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ii) Αν U_1 η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη θέση (1) και U_2 η αντίστοιχη στη θέση (2), ισχύει:

α) $U_2=2U_1$, β) $U_2=3U_1$, γ) $U_2=4U_1$, δ) $U_2=5U_1$.

iii) Να αποδείξτε ότι η απώλεια της μηχανικής ενέργειας, εξαιτίας των αποσβέσεων, είναι ίση με την αρχική δυναμική ενέργεια του ελατηρίου U_1.

2) Δύο ταλαντώσεις και ένα διάγραμμα.



Δύο σώματα Α και Β της ίδιας μάζας εκτελούν ΑΑΤ, στην ίδια διεύθυνση γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η μεταβολή της δύναμης επαναφοράς, που ασκείται σε κάθε σώμα, σε συνάρτηση με την απομάκρυνσή του x.

i) Για τις ενέργειες ταλάντωσης των δύο σωμάτων ισχύει:

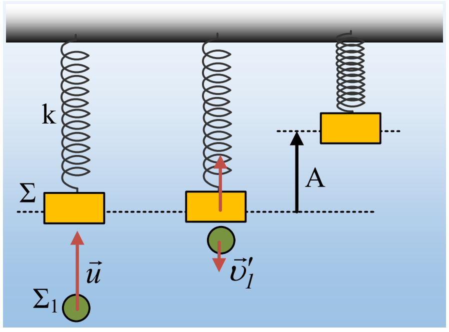
α) $E_A=2E_B$, β) $E_A = E_B$, γ) $E_A = ½\ E_B$.

ii) Αν τα δυο σώματα κάποια στιγμή ξεκινούν ταυτόχρονα από τις ακραίες αρνητικές θέσεις της ταλάντωσής τους, τότε θα συναντηθούν για πρώτη φορά στην θέση x, όπου:

α) $x < 0$, β) $x=0$, γ) $x >0$.

3) Μια κρούση που οδηγεί σε ταλάντωση

Ένα σώμα Σ μάζας M=2kg ηρεμεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=200N/m, το άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί σε ταβάνι. Μια σφαίρα $Σ_1$, μάζας m=1kg, κινείται κατακόρυφα με ταχύτητα u κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου και τη στιγμή t=0, συγκρούεται με το σώμα Σ, το οποίο μετά την κρούση εκτελεί ΑΑΤ πλάτους Α=0,2m, ενώ η σφαίρα αποκτά ταχύτητα αντίθετης φοράς και μέτρου $υ_1'$= 0,8m/s.



i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα u της σφαίρας πριν την κρούση.

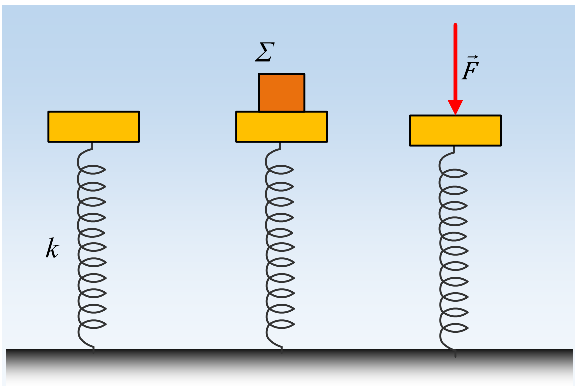
ii) Να αποδειχθεί ότι η παραπάνω κρούση είναι ανελαστική και να υπολογιστεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας, στη διάρκειά της.

iii) Να βρεθούν οι συναρτήσεις της απομάκρυνσης του σώματος Σ και της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική και να παρασταθούν γραφικά.

iv) Να υπολογιστεί η απόσταση των δύο σωμάτων, τη στιγμή που τα σώματα έχουν την ίδια επιτάχυνση, για δεύτερη φορά.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

4) Σώμα ή δύναμη;



Μια πλάκα μάζας Μ ηρεμεί στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, το οποίο στηρίζεται στο έδαφος, όπως στο σχήμα. Κάποια στιγμή τοποθετούμε πάνω στην πλάκα ένα σώμα Σ βάρους w=10Ν, με αποτέλεσμα να κινηθεί προς τα κάτω και να διανύσει απόσταση s_1 σε χρόνο t_1, πριν κινηθεί ξανά προς τα πάνω. Σε μια διαφορετική εκδοχή, ασκούμε στην πλάκα μια κατακόρυφη δύναμη μέτρου F=10Ν, οπότε αυτή μετακινείται κατακόρυφα κατά s_2 σε χρόνο t_2, πριν κινηθεί ξανά προς τα πάνω.

ii) Για τις αποστάσεις s_1 και s_2 ισχύει:

α) $s_1 < s_2$, β) $s_1 = s_2$, γ) $s_1 > s_2$.

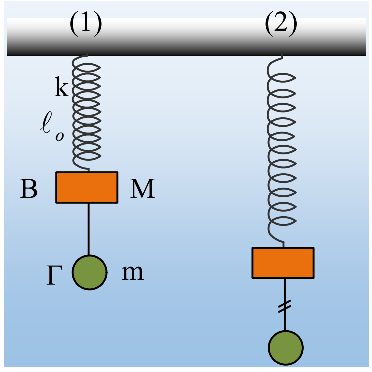
ii) Για τους χρόνους t_1 και t_2 που διαρκεί η προς τα κάτω κίνηση ισχύει:

α) $t_1 < t_2$, β) $t_1 = t_2$, γ) $t_1 > t_2$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας, θεωρώντας γνωστό ότι οι κινήσεις είναι ΑΑΤ.

5) Η ταλάντωση του συστήματος και το νήμα

Στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k έχει δεθεί ένα σώμα Β μάζας Μ, το οποίο συνδέεται μέσω νήματος με σώμα Γ, μάζας m. Ασκώντας κατάλληλη δύναμη στο Β σώμα, το φέρνουμε να ισορροπεί στη θέση (1) του διπλανού σχήματος, όπου το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος του. Αν το όριο θραύσεως του νήματος είναι ίσο με 1,5mg και κάποια στιγμή $t_0=0$ αφήσουμε ελεύθερο το σύστημα να ταλαντωθεί, τότε:



i) Η τάση του νήματος, αμέσως μόλις αφεθεί το σύστημα ελεύθερο ($t=t_0^+$) έχει μέτρο:

α) $T_1 = 0$, β) $T_1= mg$, γ) $T_1=Mg$

ii) Το νήμα που συνδέει τα δυο σώματα θα σπάσει (θέση (2)), όταν το σώμα Γ διανύσει απόσταση s, όπου:

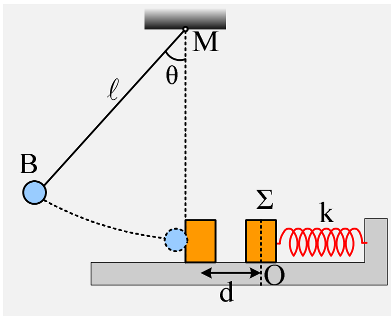
$$\alpha)\ s=\frac{(M+m)g}{2k},\quad \beta)\ s=\frac{(M+m)g}{k},\quad \gamma)\ s=\frac{3(M+m)g}{2k},\quad \delta)\ s=\frac{2(M+m)g}{k}$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται ότι η ταλάντωση του συστήματος των παραπάνω σωμάτων είναι μια ΑΑΤ με D=k.

6) Στη διάρκεια της ταλάντωσης έχουμε μια κρούση

Ένα σώμα Σ μάζας M=3kg ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου, σταθεράς k=375N/m, γύρω από μια θέση ισορροπίας Ο, όπως στο σχήμα, έχοντας ενέργεια ταλάντωσης E_1=7,5J. Μια σφαίρα μάζας m=1kg είναι δεμένη στο άκρο νήματος μήκους l=2m, το άλλο άκρο του οποίου είναι σταθερά δεμένο στο σημείο Μ. Η σφαίρα συγκρατείται στη θέση Β, με το νήμα να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία θ, όπου συνθ=0,6. Κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερη τη σφαίρα να κινηθεί και αυτή συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ, τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο και το Σ απέχει κατά d, από τη θέση ισορροπίας του. Μετά την κρούση η σφαίρα επιστρέφει μέχρι τη θέση που το νήμα να σχηματίσει με την κατακόρυφο γωνία φ, όπου συνφ=0,9.



Να υπολογιστούν:

i) Οι ταχύτητες της σφαίρας, ελάχιστα πριν την κρούση και αμέσως μετά από αυτήν.

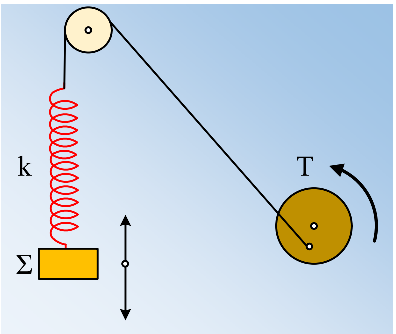
ii) Οι αντίστοιχες ταχύτητες του σώματος Σ.

iii) Η απόσταση d της θέσης κρούσης, από τη θέση ισορροπίας του σώματος Σ.

iv) Η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα Σ, μετά την κρούση.

7) Οι ενέργειες σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση

Το σώμα Σ δεμένο στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k, μπορεί να εκτελεί, απουσία αποσβέσεων, ΑΑΤ με συχνότητα 0,5Hz. Στη διάταξη του διπλανού σχήματος, παρουσία αποσβέσεων, το σώμα μπορεί να εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση ορισμένου πλάτους A_1, όταν ο τροχός Τ στρέφεται με περίοδο T_1=1s. Αν αυξήσουμε την περίοδο περιστροφής του τροχού στην τιμή T_2=1,25s, τότε:



i) Το πλάτος ταλάντωσης:

α) θα μειωθεί, β) θα μείνει το ίδιο, γ) θα αυξηθεί.

ii) Αν το πλάτος ταλάντωσης είναι A_2 , τότε:

Α) Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος θα είναι:

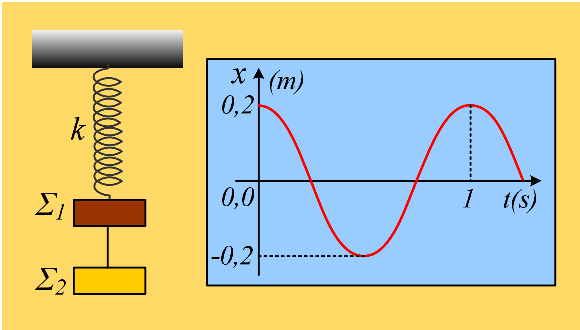
α) $2\pi f_2 \cdot A_2$ β) $2\pi f_0 \cdot A_2$ γ) άλλη τιμή.

Β) Για τις μέγιστες τιμές Δυναμικής και Κινητικής ενέργειας θα ισχύει:

α) $K_{max} > U_{max}$, β) $K_{max} = U_{max}$, γ) $K_{max} < U_{max}$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσει σας.

8) Το σύστημα και η τάση του νήματος



Τα σώματα $Σ_1$ με μάζα m_1=3kg και $Σ_2$ ηρεμούν στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=200N/m, όπως στο σχήμα, δεμένα με αβαρές και μη ελαστικό νήμα. Εκτρέπουμε τα σώματα κατακόρυφα προς τα πάνω και τα αφήνουμε να ταλαντωθούν τη στιγμή t_0=0. Στο διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης (κάθε σώματος από τη δική του θέση ισορροπίας) σε συνάρτηση με το χρόνο.

i) Να υπολογιστεί η μάζα του σώματος $Σ_2$, καθώς και η αρχική (t=0) δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

ii) Να βρεθεί η τάση του νήματος που ασκείται στο σώμα $Σ_2$ σε συνάρτηση με την απομάκρυνση και να γίνει η γραφική της παράσταση.

iii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, έχοντας αντικαταστήσει το νήμα που συνδέει τα σώματα με άλλο που έχει όριο θραύσεως $T_θ$=28N.

α) Σε ποια θέση θα σπάσει το νήμα;

β) Να βρεθεί η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος $Σ_1$, μετά το σπάσιμο του νήματος.

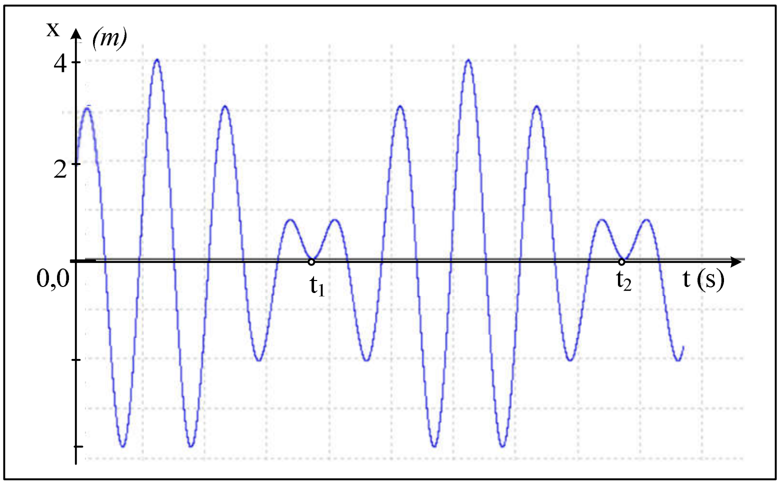
Δίνεται ότι ένα σώμα που ταλαντώνεται στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου εκτελεί ΑΑΤ, g=10m/s^2, ενώ $\pi^2 \approx 10$.

9) Μελέτη μιας σύνθεσης από ένα διάγραμμα

Ένα σώμα μάζας m=0,2kg κινείται ευθύγραμμα κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα, εκτελώντας μια παλινδρομική κίνηση γύρω από την θέση x=0 και στο διάγραμμα δίνεται η θέση του σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου οι χρονικές στιγμές που έχουν σημειωθεί στο σχήμα είναι t_1=3,74s και t_2=8,74s.

Η παραπάνω κίνηση μπορεί να θεωρηθεί ως επαλληλία δύο αρμονικών ταλαντώσεων με εξισώσεις:

$$x_1=2\cdot ημ(2\pi t) \text{ και } x_2=A_2 \cdot ημ(\omega_2 t+ \pi/2) \text{ (μονάδες στο S.I.)}$$



i) Να υπολογιστεί το πλάτος A_2.

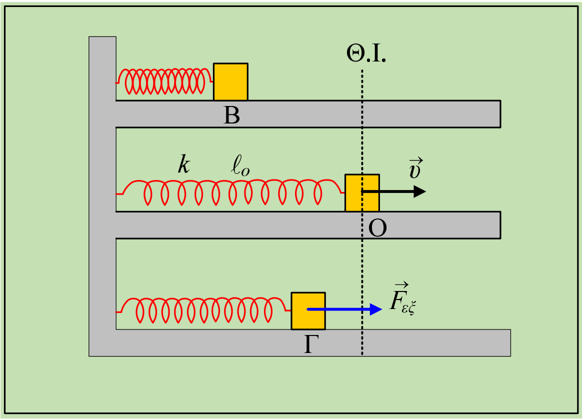
ii) Να βρεθεί η εξίσωση x=x(t) για την απομάκρυνση του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να υπολογιστεί η περίοδος του διακροτήματος καθώς και η γωνιακή συχνότητα ω_2.

iii) Για τη χρονική στιγμή t_3=5s να υπολογισθούν:

α) Η ταχύτητα του σώματος.

β) Η (συνισταμένη) δύναμη που επιταχύνει το σώμα, καθώς και η ισχύς της.

10) Ερωτήματα πάνω σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση



Ένα σώμα εκτελεί μια εξαναγκασμένη ταλάντωση δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k, με την επίδραση εξωτερικής δύναμης $F_{εξ}$, ενώ πάνω του ασκείται και δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}$= - b·υ. Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος είναι x=A·ημ(ωt), με $\omega \neq \omega_0$.

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δικαιολογώντας την θέση σας.

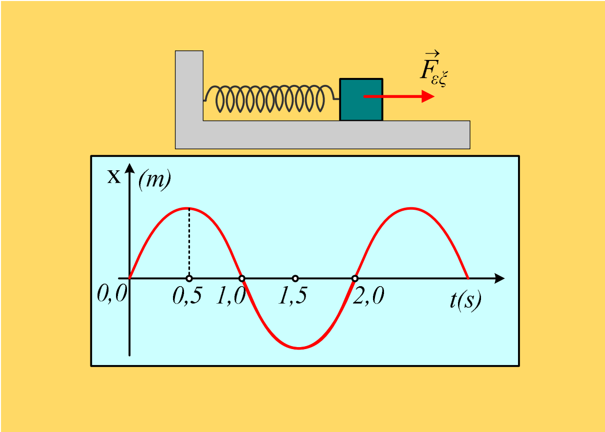
i) Τη στιγμή που το σώμα βρίσκεται στο σημείο Β με απομάκρυνση x=-A, δεν δέχεται δύναμη απόσβεσης, με αποτέλεσμα η μοναδική οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα να είναι η δύναμη του ελατηρίου.

ii) Τη στιγμή που το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του (x=0), κινούμενο προς τα δεξιά, δέχεται εξωτερική δύναμη με φορά προς τα δεξιά και μέτρο $F_{εξ}$=b·ωA.

iii) Κατά την κίνηση από το Β στο Ο, υπάρχει μια θέση Γ στην οποία ισχύει $F_{εξ}$=mα, όπου α η επιτάχυνση του σώματος.

11) Ένα διάγραμμα και μια εξαναγκασμένη ταλάντωση

Ένα σώμα μάζας m εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=40·m (S.I.), με την επίδραση περιοδικής εξωτερικής δύναμης $F_{εξ}$, ενώ πάνω του δρα και δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}$=-bυ. Στο διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσής του από τη θέση ισορροπίας του (θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου), σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου η προς τα δεξιά κατεύθυνση θεωρείται θετική.



i) Η ιδιοσυχνότητα ταλάντωση του σώματος είναι:

α) $f_0 < 0,5Hz$, β) $f_0 = 0,5Hz$, γ) $f_0 > 0,5Hz$.

ii) Τη χρονική στιγμή t_1=0,5s, όπου το σώμα βρίσκεται σε ακραία θέση, με x=A, η εξωτερική δύναμη $F_{εξ}$:

α) Είναι μηδενική, αφού μηδενική είναι και η δύναμη απόσβεσης.

β) Έχει φορά προς τα δεξιά και μέτρο $F_{εξ}$= ¾ k·A

γ) Έχει φορά προς τα αριστερά και μέτρο $F_{εξ}$= ¼ k·A.

iii) Αν το πλάτος της ταλάντωσης είναι A=0,5m, τότε τη χρονική στιγμή t_2=1s:

α) Η δύναμη απόσβεσης έχει φορά προς τα δεξιά με μέτρο $F_{απ}$= ½ πb.

β) Η εξωτερική δύναμη έχει φορά προς τα αριστερά, προσφέροντας ενέργεια στο σώμα με ρυθμό:

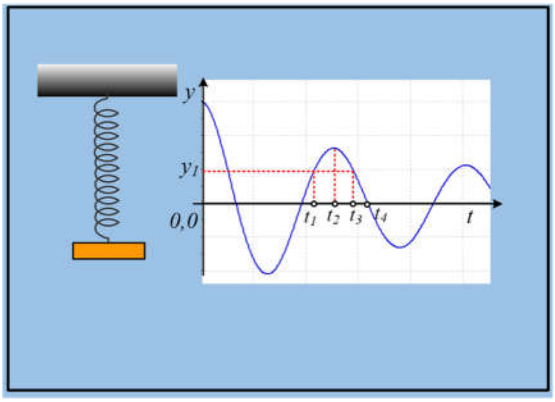
$$dW/dt= \frac{1}{4} \pi^2 \cdot b$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

12) Η ενέργεια και άλλα τινά σε μια φθίνουσα ταλάντωση

Μια πλάκα μάζας m εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, με την επίδραση δύναμης απόσβεσης της μορφής F=-bυ, στο άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k. Στο διάγραμμα δίνεται η απομάκρυνσή της σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου έχουμε πάρει θετική την προς τα πάνω κατεύθυνση. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες δίνοντας και σύντομες δικαιολογήσεις.



i) Τη στιγμή t_2 που αντιστοιχεί σε μέγιστη (τοπικά) απομάκρυνση:

α) η ενέργεια ταλάντωσης εμφανίζεται μόνο ως δυναμική.

β) Η επιτάχυνση έχει φορά προς τη θέση ισορροπίας και μέτρο ανεξάρτητο της σταθεράς απόσβεσης b.

ii) Η κινητική ενέργεια του σώματος τη στιγμή t_4 είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια τη στιγμή t_2.

iii) Η επιτάχυνση της πλάκας τη στιγμή t_4 είναι μηδενική.

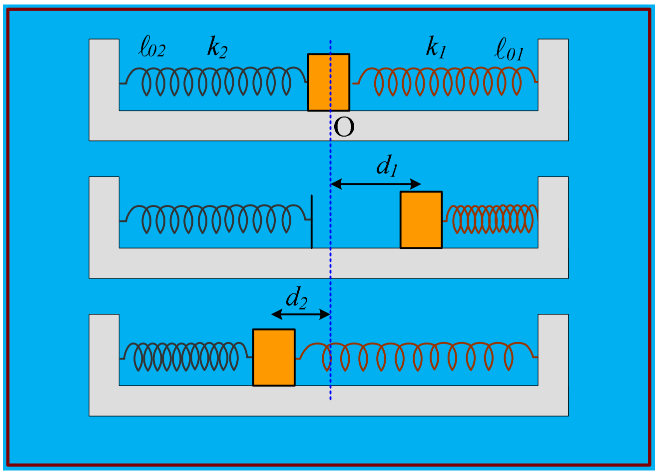
iv) Τις χρονικές στιγμές t_1 και t_3:

α) Η πλάκα έχει ταχύτητες, με ίσα μέτρα.

β) Η πλάκα έχει επιταχύνσεις ίσων μέτρων.

13) Τμήματα δύο ΑΑΤ, μια ταλάντωση.

Το σώμα του σχήματος ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k_1 και σε επαφή (χωρίς να είναι δεμένο) με δεύτερο οριζόντιο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k_2. Τα ελατήρια στη θέση αυτή έχουν τα φυσικά μήκη τους. Εκτρέπουμε το σώμα προς τα δεξιά συσπειρώνοντας το πρώτο ελατήριο κατά d_1 και το αφήνουμε να κινηθεί. Αν d_2 η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου σταθεράς k_2, όπου $d_1=2d_2$, τότε:



i) Μεταξύ των σταθερών των ελατηρίων ισχύει:

α) $k_2= k_1$, β) $k_2= 2k_1$, γ) $k_2= 3k_1$, δ) $k_2=4k_1$.

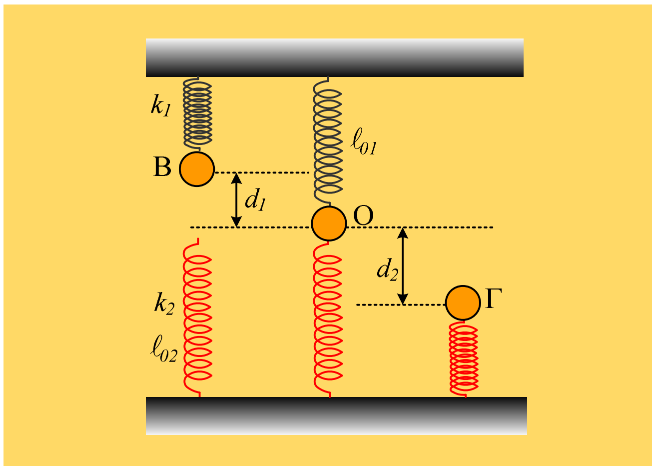
ii) Αν T_1 η περίοδος της ταλάντωσης που θα εκτελούσε το σώμα αυτό στο άκρο του ελατηρίου σταθεράς k_1, τότε η περίοδος της παραπάνω κίνησης είναι ίση:

α) $T_κ= ¼\ T_1$, β) $T_κ= ½\ T_1$, α) $T_κ= ¾\ T_1$, α) $T_κ= T_1$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

14) Μηχανική ενέργεια και ενέργεια ταλάντωσης

Ένα σώμα μάζας 2kg είναι δεμένο στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k_1=100N/m, το άλλο άκρο του οποίου έχει προσδεθεί στο ταβάνι και συγκρατείται στη θέση Β, έχοντας συσπειρώσει το ελατήριο κατά d_1=0,2m. Στην ίδια κατακόρυφο βρίσκεται ένα δεύτερο κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k_2, το οποίο στηρίζεται στο έδαφος και το οποίο έχει το φυσικό μήκος του ℓ_o=1m. Κάποια στιγμή αφήνουμε το σώμα να κινηθεί και τη στιγμή που έρχεται σε επαφή με το δεύτερο ελατήριο, αποδεσμεύεται από το πρώτο ελατήριο, το οποίο έχει το φυσικό μήκος του και συνεχίζει την κίνησή του, οπότε μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητά του στη θέση Γ, όπου έχει συσπειρώσει το ελατήριο κατά d_2=0,5m.



i) Να υπολογισθεί η κινητική ενέργεια του σώματος τη στιγμή που αποδεσμεύεται από το πάνω ελατήριο.

ii) Να βρεθεί η σταθερά k_2 του δεύτερου ελατηρίου καθώς και η μέγιστη δυναμική του ενέργεια.

iii) Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια του συστήματος (σώμα και δύο ελατήρια) στις θέσεις Β, Ο και Γ.

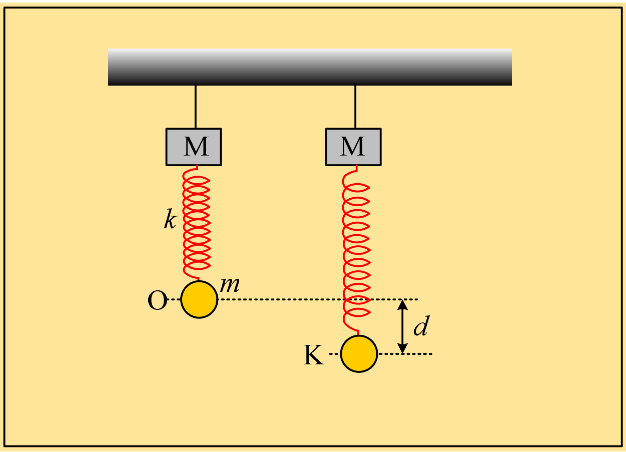
iv) Πόση είναι η ενέργεια ταλάντωσης:

α) Για την ταλάντωση από το Β στο Ο.

β) Για την ταλάντωση από το Ο στο Γ.

Θεωρείστε ως δεδομένο ότι η κίνηση του σώματος στο άκρο ενός ελατηρίου είναι ΑΑΤ, ενώ το δάπεδο λαμβάνεται ως επίπεδο μηδενικής ενέργειας και $g=10m/s^2$.

15) Η τάση του νήματος στη διάρκεια της ταλάντωσης



Μια σφαίρα μάζας m ηρεμεί στο κάτω άκρο Ο ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k και αμελητέας μάζας, το πάνω άκρο του οποίου έχει δεθεί σε σώμα Σ μάζας Μ, που κρέμεται μέσω νήματος από το ταβάνι, όπως στο σχήμα.

i) Η τάση του νήματος έχει μέτρο:

α) $T_o=Mg$, β) $T_o=(M+m)g$, γ) $T_o=(M-m)g$.

ii) Ασκώντας μια κατάλληλη δύναμη στη σφαίρα, την μετατοπίζουμε κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d, συγκρατώντας την στη θέση Κ. Αφήνουμε τη σφαίρα να ταλαντωθεί, οπότε η ελάχιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος παίρνει τιμή $T_{min}=Mg$.

α) Τη στιγμή που ελαχιστοποιείται η τάση του νήματος, η επιτάχυνση της σφαίρας έχει μέτρο:

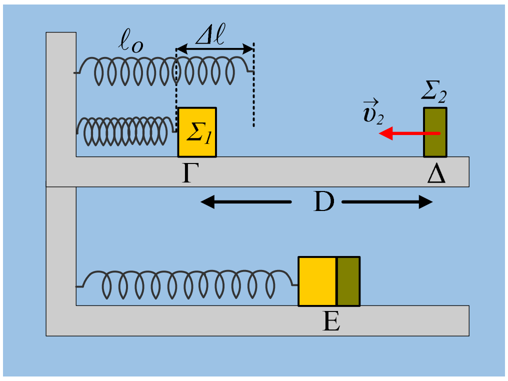
a) $\alpha_1 < g$, b) $\alpha_1 = g$, c) $\alpha_1 > g$.

Όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας.

β) Τη στιγμή που αφήνουμε τη σφαίρα στη θέση Κ να κινηθεί, η τάση του νήματος, έχει τιμή:

a) $T_1= 2T_o$ b) $T_1= T_o +mg$, c) $T_1= T_o +Mg$

16) Η μέγιστη ενέργεια ταλάντωσης



Ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=2kg είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=200N/m και ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=0,5kg κινείται με ταχύτητα μέτρου $υ_2$=8m/s κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου, πλησιάζοντας το σώμα $Σ_1$. Μετακινούμε το $Σ_1$ συμπιέζοντας το ελατήριο κατά Δℓ=0,5m, φέρνοντάς το στη θέση Γ. Σε μια στιγμή t_0=0, όπου τα δυο σώματα απέχουν κατά (ΓΔ)=D, αφήνουμε ελεύθερο το $Σ_1$ να εκτελέσει ΑΑΤ, με αποτέλεσμα τα σώματα να συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά τη χρονική στιγμή t_1=0,314s.

i) Να υπολογιστεί η απόσταση D.

ii) Να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης του $Σ_1$ αμέσως μετά την κρούση, καθώς και η ταχύτητα με την οποία φτάνει στην αρχική του θέση Γ.

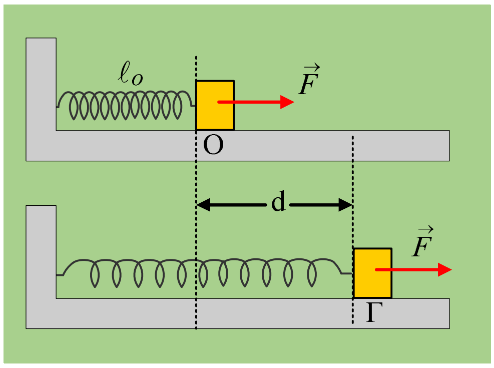
iii) Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία, αλλά τώρα αφήνουμε το $Σ_1$ να κινηθεί όταν έχουμε διαφορετική απόσταση μεταξύ των σωμάτων, με αποτέλεσμα το $Σ_1$ να αποκτήσει τη μέγιστη δυνατή ενέργεια ταλάντωσης, μετά την κρούση.

α) Να βρεθεί η μέγιστη αυτή ενέργεια ταλάντωσης του $Σ_1$.

β) Να βρεθεί η θέση της κρούσης, καθώς και η ταχύτητα του $Σ_1$ ελάχιστα πριν την κρούση.

17) Δυο διαδοχικές ταλαντώσεις

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=20N/m, στη θέση Ο. Ασκούμε στο σώμα για $t_0=0$, μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=8N με αποτέλεσμα να επιμηκύνεται το ελατήριο, μέχρι τη στιγμή t_1 που το σώμα έχοντας μετακινηθεί κατά d=0,8m, φτάνει στη θέση Γ, όπου παύει να ασκείται πάνω του η δύναμη F.



i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος:

α) στην αρχική θέση, μόλις ασκηθεί η δύναμη F,

β) όταν το ελατήριο έχει επιμήκυνση $Δl_1=0,4m$,

γ) στην θέση Γ, πριν καταργηθεί η δύναμη F και αμέσως μετά την κατάργησή της.

ii) Να βρεθεί η μέγιστη κινητική ενέργεια του σώματος για το διάστημα που ασκείται πάνω του η δύναμη F.

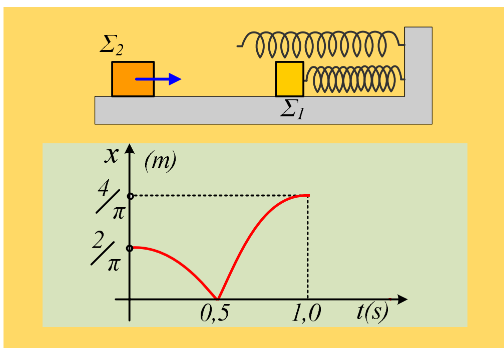
iii) Πόσο χρόνο ασκήθηκε στο σώμα η δύναμη F;

iv) Να γίνει η γραφική παράσταση x=x(t) της απομάκρυνσης του σώματος από την αρχική θέση ισορροπίας του Ο, σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη χρονική στιγμή t_2= 2s.

Θεωρείστε ότι $π^2 \approx 10$.

18) Το διάγραμμα απομάκρυνσης και δυο κρούσεις.

Ένα σώμα $Σ_1$ είναι δεμένο στο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=2\cdot π^2 \approx 20N/m$ και συγκρατείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, έχοντας συμπιέσει το ελατήριο κατά (2/π)m. Ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$ κινείται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου πλησιάζοντας το σώμα $Σ_1$. Σε μια στιγμή $t_0=0$, αφήνουμε το $Σ_1$ να ταλαντωθεί και στο διπλανό σχήμα βλέπετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσής του

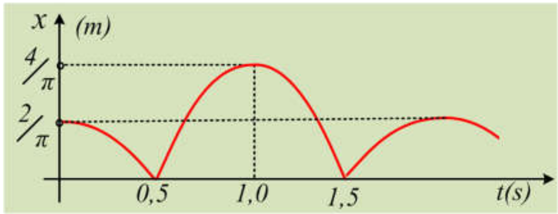


από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή t_2=1s, όπου μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητά του για πρώτη φορά, μετά την κρούση του με το σώμα $Σ_2$.

i) Να βρεθεί η μάζα του σώματος $Σ_1$, καθώς και η ταχύτητά του ελάχιστα πριν και αμέσως μετά την κρούση του με το σώμα $Σ_2$.

ii) Υποστηρίζεται ότι η κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων μπορεί να είναι πλαστική. Να εξετάσετε αν αυτό μπορεί να ισχύει.

iii) Παρακολουθώντας την παραπέρα κίνηση του σώματος $Σ_1$, διαπιστώνουμε ότι η απομάκρυνση, από τη θέση ισορροπίας του, μεταβάλλεται συνολικά όπως στο διπλανό σχήμα. Αν οι κρούσεις μεταξύ των σωμάτων είναι ελαστικές:

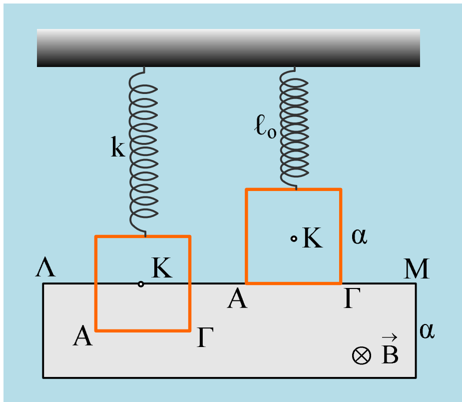


α) Ποια η κινητική ενέργεια του σώματος $Σ_2$ πριν την πρώτη του κρούση με το $Σ_1$ και ποια αμέσως μετά την κρούση;

β) Να υπολογιστεί η μάζα του σώματος $Σ_2$ και η τελική του ταχύτητα.

19) Βάζοντας φρένο στην ταλάντωση

Το τετράγωνο χάλκινο πλαίσιο, πλευράς α=0,8m, μάζας m=0,8kg και αντίστασης R=0,4Ω, ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, ενώ το μισό βρίσκεται μέσα σε ένα οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B=0,5T, όπως στο πρώτο σχήμα. Ασκώντας κατάλληλη κατακόρυφη δύναμη βγάζουμε το πλαίσιο από το πεδίο, με την κάτω πλευρά του ΑΓ να εφάπτεται της περιοχής που καταλαμβάνει το πεδίο, το οποίο εκτείνεται σε μια περιοχή με ύψος επίσης α, οπότε το ελατήριο αποκτά το φυσικό μήκος του (δεύτερο σχήμα). Σε μια στιγμή t=0, αφήνουμε το πλαίσιο να ταλαντωθεί.



i) Να βρεθεί η αρχική ενέργεια ταλάντωσης E_o.

ii) Να αποδείξετε ότι το πλαίσιο θα εκτελέσει μια φθίνουσα ταλάντωση, με την επίδραση δύναμης της μορφής F=-bυ, υπολογίζοντας και την σταθερά απόσβεσης b.

iii) Σε μια στιγμή t_1, η κάτω πλευρά ΑΓ του πλαισίου, απέχει κατά 0,5m από την πάνω πλευρά ΛΜ του πεδίου, κινούμενη προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου 1m/s. Για τη στιγμή αυτή:

α) Να βρεθεί η επιτάχυνση του πλαισίου.

β) Να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης του πλαισίου.

γ) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης, της κινητικής ενέργειας, της ενέργειας ταλάντωσης, καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο εμφανίζεται θερμική ενέργεια στο πλαίσιο.

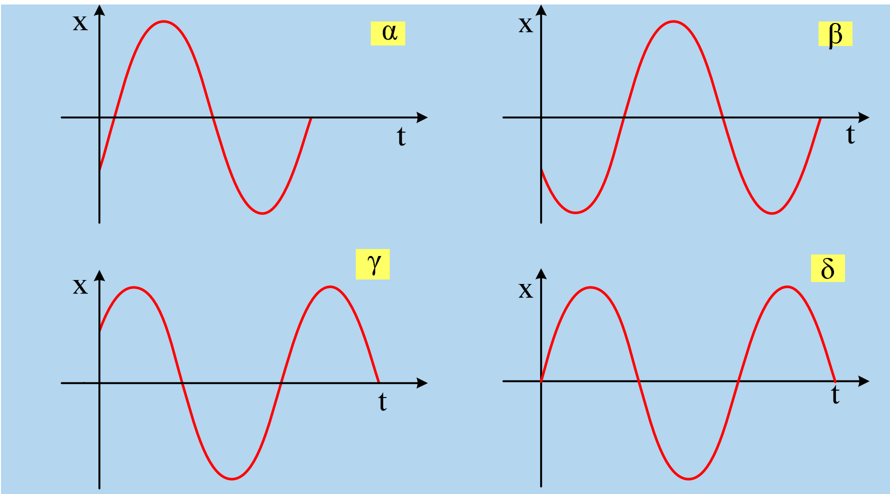
iv) Πόση θερμότητα έχει παραχθεί μέχρι τη στιγμή t_1 στο πλαίσιο και πόση θα παραχθεί συνολικά μέχρι να σταματήσει η ταλάντωση;

Δίνεται g=10m/s^2

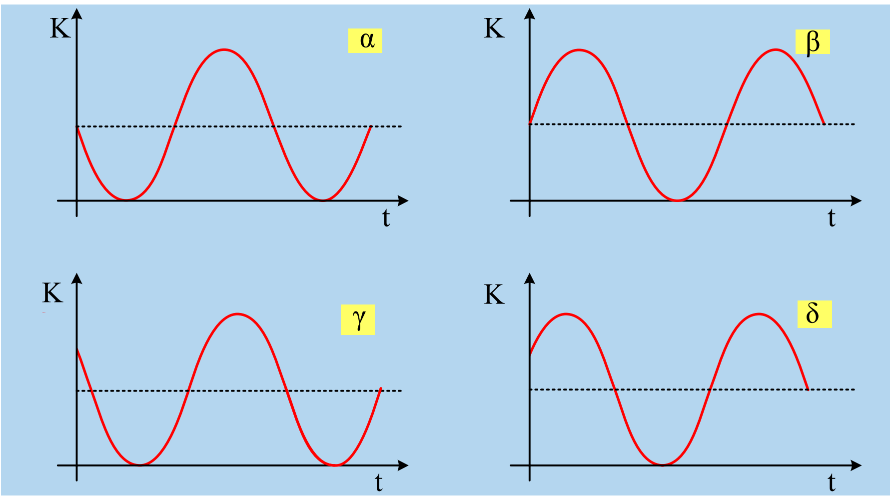
20) Μια αατ και μερικές γραφικές παραστάσεις.

Ένα υλικό σημείο εκτελεί αατ, μεταξύ των θέσεων Β και Γ του σχήματος και τη στιγμή t=0, περνά από το σημείο Δ, όπου (ΒΔ)= ¼ (ΒΓ), κινούμενο προς την αρνητική κατεύθυνση (προς τα αριστερά).

i) Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα, παριστά την απομάκρυνση του σώματος από την θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο;

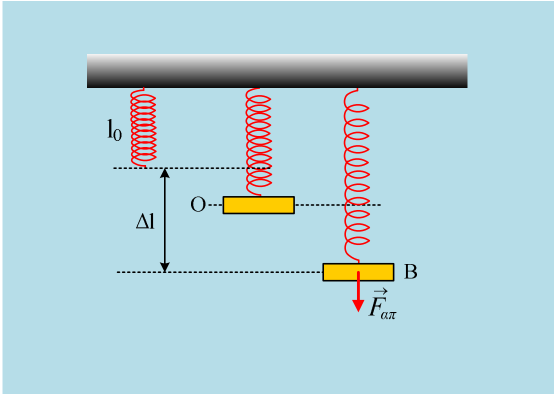


ii) Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστά την κινητική ενέργεια του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο;



21) Ακόμη μια φθίνουσα ταλάντωση

Μια πλάκα ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, στη θέση Ο. Εκτρέπουμε την πλάκα κατακόρυφα και την αφήνουμε να εκτελέσει φθίνουσα ταλάντωση. Σε μια στιγμή t_1 η πλάκα περνά από τη θέση Β, όπου το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί κατά Δl, και στο σχήμα έχει σχεδιαστεί η δύναμη απόσβεσης που δέχεται τη στιγμή αυτή.



Να χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις:

i) Η θέση Β είναι ακραία θέση, θέση πλάτους.

ii) Η ταχύτητα του σώματος στη θέση Β έχει κατεύθυνση προς τα πάνω.

iii) Τη στιγμή που το σώμα περνά από τη θέση Ο έχει μηδενική επιτάχυνση.

iv) Η δύναμη επαναφοράς στη θέση Β έχει μέτρο $F=k\cdot\Delta l$.

v) Η ενέργεια ταλάντωσης τη στιγμή t_1 είναι ίση με το άθροισμα $\frac{1}{2}ky^2 + \frac{1}{2}mυ^2$, όπου y η απόσταση ΟΒ και υ η ταχύτητα της πλάκας.

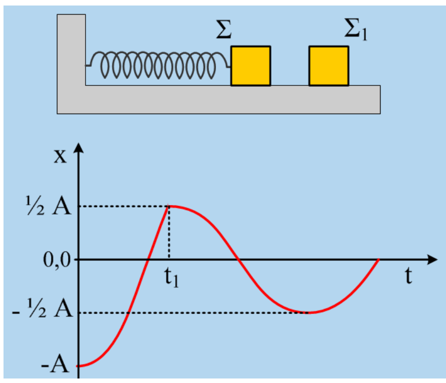
vi) Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης τη στιγμή t_1 μειώνεται με ρυθμό ανάλογο του γινομένου $|yυ|$.

vii) Η ενέργεια ταλάντωσης μειώνεται με ρυθμό ανάλογο της ταχύτητας υ.

Να δώσετε σύντομες δικαιολογήσεις.

22) Μια αατ και μια ελαστική κρούση.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Σ μάζας m, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου. Μετακινούμε το σώμα Σ προς τα αριστερά συμπιέζοντας το ελατήριο, προσφέροντάς του ενέργεια 4J και το αφήνουμε να κινηθεί, εκτελώντας αατ, με σταθερά επαναφοράς D=k. Μετά από λίγο, τη στιγμή t_1, το σώμα Σ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερο ακίνητο σώμα $Σ_1$. Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του Σ από τη θέση ισορροπίας του.



i) Η στιγμή t_1 συνδέεται με την περίοδο ταλάντωσης πριν την κρούση με τη σχέση:

α) t_1= ¼ Τ, β) t_1= 1/3 Τ, γ) t_1= 2/5 Τ, δ) t_1= ½ Τ

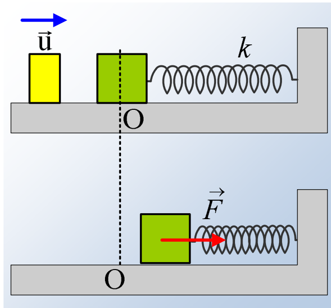
ii) Πόσο μεταβάλλεται η περίοδος ταλάντωσης λόγω κρούσης;

iii) Το σώμα $Σ_1$ έχει μάζα m_1, όπου:

α) $m_1 < m$, β) $m_1 = m$, γ) $m_1 > m$.

iv) Με ποια κινητική ενέργεια θα κινηθεί το σώμα $Σ_1$ μετά την κρούση;

23) Μια ΑΑΤ και μια σύνθετη ταλάντωση



Ένα σώμα μάζας 1kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου. Το σώμα συγκρούεται στιγμιαία με άλλο κινούμενο σώμα, με αποτέλεσμα να τίθεται σε ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης $x_1=0{,}4\cdot ημ(7t)$, (μονάδες στο S.I.).

i) Να βρεθεί η σταθερά του ελατηρίου, καθώς και η ενέργεια ταλάντωσης.

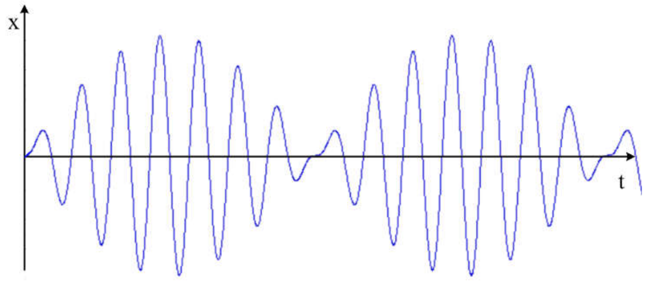
ii) Ακινητοποιούμε το σώμα στη θέση x=0 και κάποια στιγμή ($t_0=0$) ασκούμε πάνω του μια οριζόντια μεταβλητή δύναμη της μορφής $F=F_o\cdot ημ(8t)$, όπως στο κάτω σχήμα. Το σώμα τίθεται σε εξαναγκασμένη ταλάντωση με εξίσωση κίνησης:

$$x= 0{,}27\cdot ημ(7t) - 0{,}3\cdot ημ(8t)\ \ \text{(μονάδες στο S.I.)}$$

α) Να υπολογίσετε την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας (x=0) και την ταχύτητα του σώματος τις χρονικές στιγμές $t_1 =π/3$ s και $t_2= π$ s.

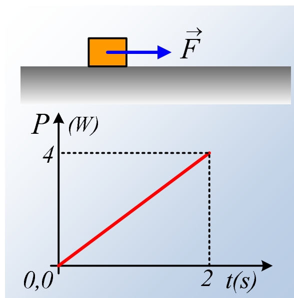
β) Να υπολογιστεί η κινητική και η δυναμική ενέργεια του σώματος τις παραπάνω στιγμές.

γ) Στο παρακάτω διάγραμμα δίνεται η απομάκρυνση του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.



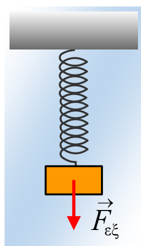
Παρατηρούμε ότι η κίνηση παρουσιάζει διακροτήματα. Ποια η περίοδος του διακροτήματος και πόσες ταλαντώσεις εκτελεί το σώμα σε χρόνο ίσο με την περίοδο του διακροτήματος;

24) Η ενέργεια σε μια περίοδο στην εξαναγκασμένη



i) Ένα σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή δέχεται μια δύναμη, η ισχύς της οποίας μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως στο διπλανό διάγραμμα. Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του σώματος τη στιγμή t=2s.

ii) Ένα σώμα μάζας m=0,5kg εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με την εξάσκηση αρμονικής εξωτερικής δύναμης, ενώ δέχεται και δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}=-0{,}25\cdot υ$ (S.I.). Μετά το πέρας των μεταβατικών φαινομένων, λαμβάνοντας κάποια στιγμή ως $t_0=0$, παίρνουμε ως εξίσωση απομάκρυνσης την $x=0{,}5\cdot ημ(4t)$ (S.I.).



α) Κάποια στιγμή t_1 το σώμα περνά από τη θέση $x_1=0{,}3$m με θετική ταχύτητα, ενώ η εξωτερική δύναμη έχει τιμή $F_1=1$ N. Να υπολογιστούν τη στιγμή t_1:

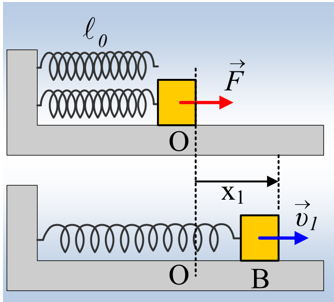
α₁) Η ισχύς της εξωτερικής δύναμης και ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της δύναμης απόσβεσης.

α₂) Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται στο σώμα.

$α_3$) Η κινητική και η δυναμική ενέργεια του σώματος.

β) Να υπολογιστούν στη διάρκεια μιας περιόδου, τα έργα: της δύναμης επαναφοράς, της δύναμης απόσβεσης και της διεγείρουσας εξωτερικής δύναμης.

25) Η ενέργεια σε μια Εξαναγκασμένη Ταλάντωση



Ένα σώμα μάζας 0,2kg είναι δεμένο στο άκρο ενός οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=16N/m και με την επίδραση μιας εξωτερικής αρμονικής δύναμης F, εκτελεί ταλάντωση, όπου (μετά το πέρας των μεταβατικών φαινομένων) η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας (θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου) έχει τη μορφή x=0,5·ημ(10t) (S.I.). Στη διάρκεια της ταλάντωσης το σώμα δέχεται αντίσταση από τον αέρα της μορφής $F_{απ}$=-0,2·υ (μονάδες στο S.I.).

i) Να υπολογιστούν η μέγιστη κινητική και η μέγιστη δυναμική ενέργεια του σώματος στη διάρκεια της εξαναγκασμένης αυτής ταλάντωσης.

ii) Για τη στιγμή που το σώμα περνά από τη θέση Β του σχήματος, με απομάκρυνση x_1=0,4m και με θετική (προς τα δεξιά) ταχύτητα, να βρεθούν:

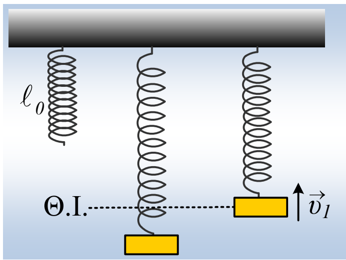
α) Η επιτάχυνση και η εξωτερική δύναμη F.

β) Η κινητική και η δυναμική ενέργεια. Πόσο είναι το άθροισμα K+U;

γ) Οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και δυναμικής ενέργειας.

δ) Η ισχύς της εξωτερικής δύναμης, καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της αντίστασης αέρα.

26) Η ενέργεια σε μια φθίνουσα ταλάντωση



Ένα σώμα Σ μάζας 2kg είναι δεμένο στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=20N/m και εκτελεί κατακόρυφη ταλάντωση, όπως στο σχήμα, ενώ δέχεται και δύναμη απόσβεσης τη μορφής $F_{απ}$=-b·υ. Σε μια στιγμή t_1 περνά από τη θέση ισορροπίας του (x=0) κινούμενο προς τα πάνω με ταχύτητα $υ_1$=5m/s, έχοντας ταυτόχρονα και επιτάχυνση με φορά προς τα κάτω και μέτρο $α_1$=1m/s^2.

i) Να υπολογιστεί η σταθερά απόσβεσης b.

ii) Να βρεθούν την παραπάνω στιγμή t_1:

α) Η ενέργεια ταλάντωσης.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας ταλάντωσης του σώματος Σ.

iii) Μετά από λίγο, τη στιγμή t_2 το σώμα Σ φτάνει στη θέση Ρ με απομάκρυνση y=1m (θετική φορά προς τα πάνω), με μηδενική ταχύτητα. Για τη στιγμή t_2, να βρεθούν η επιτάχυνση του σώματος Σ, καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο μειώνεται η ενέργεια ταλάντωσης εξαιτίας της δύναμης απόσβεσης.

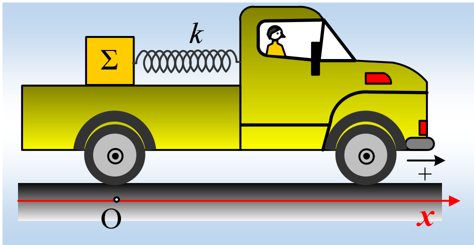
iv) Πόση είναι η μηχανική ενέργεια που εμφανίζεται ως θερμική από τη στιγμή t_1, μέχρι τη στιγμή t_2;

v) Μια άλλη χρονική στιγμή t_3 το σώμα περνά από τη θέση y_3=-0,5m κινούμενο προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου $υ_3$=3,2m/s. Για τις χρονικές στιγμές t_1, t_2, t_3 ισχύει:

α) $t_1 < t_2 < t_3$, β) $t_1 < t_3 < t_2$, γ) $t_3 < t_1 < t_2$.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

27) Η ταλάντωση στην καρότσα του φορτηγού.



Ένα σώμα Σ μάζας 2kg είναι δεμένο στο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=200N/m και βρίσκεται στην λεία καρότσα ενός φορτηγού, όπως στο σχήμα. Με το σύστημα αυτό, μελετάμε τρεις κινήσεις, η μελέτη των οποίων θα γίνει ως προς έναν προσανατολισμένο άξονα x με αρχή το σημείο Ο, σημείο από το οποίο περνά το σώμα Σ τη στιγμή t_0=0.

i) Το φορτηγό κινείται προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα v=2m/s, ενώ το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος του.

Να βρεθεί η θέση, η ταχύτητα και η κινητική ενέργεια του σώματος Σ τη στιγμή t_1=(7π/30)s≈0,7 s.

ii) Το φορτηγό παραμένει ακίνητο, ενώ το σώμα Σ εκτελεί ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=0,2·ημωt (S.I.):

α) Να βρεθεί η θέση, η ταχύτητα και η κινητική ενέργεια του σώματος τη στιγμή t_1.

β) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας τη χρονική στιγμή t_2=π/4 s;

iii) Το φορτηγό κινείται προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα v, ενώ το σώμα Σ πάνω στην καρότσα τίθεται σε ταλάντωση με την ίδια, εξίσωση x=0,2·ημωt (S.I.), ως προς την καρότσα του φορτηγού:

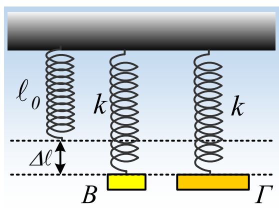
α) Τι τιμές θα πάρουν τώρα η θέση, η ταχύτητα και η κινητική ενέργεια του σώματος τη στιγμή t_1.

β) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του Σ σε συνάρτηση με το χρόνο και να υπολογίσετε τη μέγιστη και ελάχιστη κινητική του ενέργεια.

γ) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ τη χρονική στιγμή t_2;

Σημείωση: Όλα τα παραπάνω μεγέθη θα υπολογιστούν ως προς έναν ακίνητο παρατηρητή στο έδαφος.

28) Δυο ελατήρια αλλά φθίνουσες οι ταλαντώσεις



Δυο σώματα Β και Γ, ηρεμούν δεμένα στα κάτω άκρα δύο κατακόρυφων όμοιων ιδανικών ελατηρίων σταθεράς k, έχοντας προκαλέσει την ίδια επιμήκυνση στα ελατήρια, όπως στο σχήμα. Εκτρέπουμε τα σώματα κατακόρυφα προς τα πάνω, ώστε τα ελατήρια να αποκτήσουν το φυσικό μήκος τους και κάποια στιγμή t_0=0, τα αφήνουμε να ταλαντωθούν. Στη διάρκεια της ταλάντωσης, στα σώματα ασκούνται δυνάμεις απόσβεσης της μορφής F=-b·υ, όπου $b_B = b_1 < b_2 = b_Γ$, με αποτέλεσμα να εκτελούν φθίνουσα ταλάντωση.

i) Μεγαλύτερη αρχική επιτάχυνση θα αποκτήσει:

α) Το σώμα Β, β) Το σώμα Γ, γ) Τα δυο σώματα θα αποκτήσουν ίσες αρχικές επιταχύνσεις.

ii) Πρώτο θα φτάσει στη θέση ισορροπίας:

α) Το σώμα Β, β) Το σώμα Γ, γ) Τα δυο σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα.

iii) Μετά μια πλήρη ταλάντωση κάθε σώματος, τα σώματα:

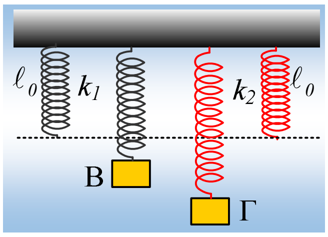
α) θα φτάσουν στο ίδιο ύψος.

β) ψηλότερα θα φτάσει το σώμα Β.

γ) ψηλότερα θα φτάσει το σώμα Γ.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

29) Δυο ελατήρια με το ίδιο μήκος



Δυο σώματα Β και Γ, της ίδιας μάζας, κρέμονται στα άκρα δύο κατακόρυφων ιδανικών ελατηρίων, με σταθερές k_1 και k_2, όπως στο σχήμα. Τα ελατήρια έχουν το ίδιο φυσικό μήκος l_0. Εκτρέπουμε τα σώματα κατακόρυφα προς τα πάνω, ώστε τα ελατήρια να αποκτήσουν το φυσικό μήκος τους και κάποια στιγμή $t_0=0$, τα αφήνουμε να ταλαντωθούν.

i) Μεγαλύτερη αρχική επιτάχυνση, τη στιγμή που αφήνονται να κινηθούν, θα αποκτήσει:

α) Το σώμα Β, β) Το σώμα Γ, γ) Τα δυο σώματα θα αποκτήσουν ίσες επιταχύνσεις.

ii) Πρώτο θα φτάσει στη χαμηλότερη θέση της τροχιάς του:

α) Το σώμα Β, β) Το σώμα Γ, γ) Τα δυο σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα.

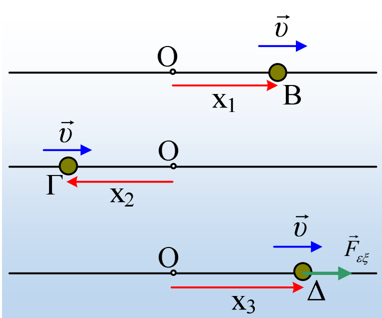
iii) Μεταξύ των μεγίστων κινητικών ενεργειών, που τα σώματα πρόκειται να αποκτήσουν, στη διάρκεια της ταλάντωσης, ισχύει:

$$α)\ K_1 < K_2, \quad β)\ K_1 = K_2, \quad γ)\ K_1 > K_2.$$

Όπου K_1 η μέγιστη κινητική ενέργεια του σώματος Β και K_2 η αντίστοιχη του σώματος Γ.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

30) Ενέργειες και ρυθμοί μεταβολής σε ταλαντώσεις



Μια σφαίρα μάζας m=2kg εκτελεί μια απλή αρμονική ταλάντωση, με $ω_1$=10rad/s και κάποια στιγμή περνά από μια θέση Β με απομάκρυνση x_1=0,4m έχοντας ταχύτητα υ=2m/s, όπως στο πρώτο από τα διπλανά σχήματα.

i) Να υπολογιστούν για τη θέση αυτή:

α) Η επιτάχυνση, η κινητική, η δυναμική ενέργεια και η ενέργεια ταλάντωσης.

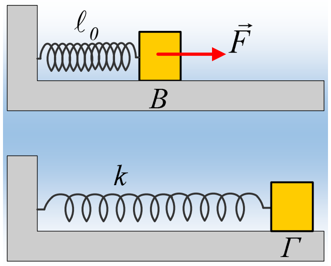
β) Οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής, της δυναμικής ενέργειας και της ενέργειας ταλάντωσης.

ii) Η παραπάνω σφαίρα ταλαντώνεται στο ίδιο περιβάλλον, αλλά τώρα δέχεται και δύναμη απόσβεσης της μορφής F=-0,2υ (μονάδες στο S.I.), με αποτέλεσμα να ταλαντώνεται με ω_2=9rad/s. Αν κάποια στιγμή περνά από τη θέση Γ (μεσαίο σχήμα) όπου x_2=-0,4m, με ταχύτητα υ=2m/s, ποιες θα ήταν οι αντίστοιχες απαντήσεις στα δυο προηγούμενα υποερωτήματα;

iii) Αν τώρα στη σφαίρα ασκηθεί επιπλέον και μια περιοδική εξωτερική δύναμη της μορφής $F_{εξ}=F_0$συν(9,92t) και κάποια στιγμή περνά από τη θέση Δ (κάτω σχήμα) όπου x_3=0,5m, με ταχύτητα υ=2m/s, ενώ το μέτρο της εξωτερικής δύναμης, τη στιγμή αυτή, είναι ίσο με 2Ν, ποιες θα ήταν οι αντίστοιχες απαντήσεις στα δυο προηγούμενα υποερωτήματα;

31) Η ενέργεια στη διάρκεια άσκησης της δύναμης

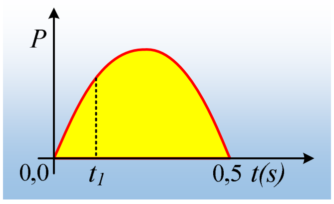
Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στη θέση Β, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, το άλλο άκρο του οποίου έχει προσδεθεί σε κατακόρυφο τοίχο, όπως στο σχήμα. Κάποια στιγμή t_0=0 ασκούμε στο σώμα μια σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου F=16N, μέχρι να φτάσει το σώμα σε μια θέση Γ με μηδενική ταχύτητα, τη στιγμή t_1=0,5s, οπότε και παύουμε να ασκούμε τη δύναμη.



i) Να αποδειχτεί ότι στη διάρκεια της εξάσκησης της δύναμης $\vec{F}$, το σώμα εκτελεί μια αρμονική ταλάντωση, της οποίας να υπολογίσετε το πλάτος A_1 και την περίοδο T_1.

ii) Να υπολογιστεί ο μέγιστος ρυθμός, με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στο σώμα, μέσω του έργου της ασκούμενης δύναμης F.

iii) Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η ισχύς της ασκούμενης δύναμης F, σε συνάρτηση με το χρόνο.



α) Να υπολογιστεί η ισχύς της δύναμης και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τη στιγμή t_1= 1/6 s, κατά την οποία περνά από μια θέση Δ.

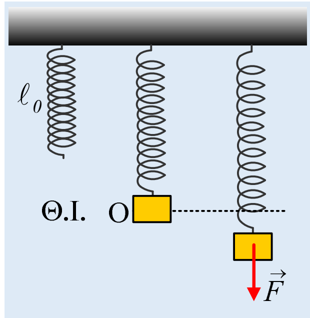
β) Να βρεθεί η ενέργεια που μεταφέρθηκε στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης F, από 0-t_1.

γ) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του κίτρινου χωρίου στο διπλανό διάγραμμα.

iv) Να βρείτε το πλάτος και την ενέργεια της ταλάντωσης που θα πραγματοποιήσει το σώμα, μόλις σταματήσει η δράση της δύναμης $\vec{F}$. Να υπολογιστεί επίσης η κινητική και η δυναμική ενέργεια τη στιγμή που το σώμα περνά ξανά από τη θέση Δ.

32) Μετά την άσκηση μεταβλητής δύναμης.

Ένα σώμα ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=200N/m, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή ασκούμε στο σώμα, μια κατακόρυφη μεταβλητή δύναμη $\vec{F}$, με φορά προς τα κάτω, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται σύμφωνα με την εξίσωση F=400y+20 (S.I.), όπου y η μετατόπιση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του. Η δύναμη ασκείται στο σώμα, μέχρι αυτό να μετατοπισθεί κατά y_1=0,1m, φτάνοντας σε σημείο Ρ, οπότε η δύναμη καταργείται και το σώμα μένει ελεύθερο να εκτελέσει μια απλή αρμονική ταλάντωση,



με σταθερά επαναφοράς D=k. Θεωρώντας την προς τα κάτω κατεύθυνση ως θετική και t=0 τη στιγμή που σταματά η εξάσκηση της δύναμης F, στη θέση P, ενώ $g=10m/s^2$, ζητούνται:

i) Να υπολογιστεί η ενέργεια της ταλάντωσης, καθώς και το πλάτος ταλάντωσης.

ii) Η δυναμική και η κινητική ενέργεια του σώματος, τη στιγμή που το σώμα περνά από το σημείο P, κινούμενο προς τα πάνω, για πρώτη φορά.

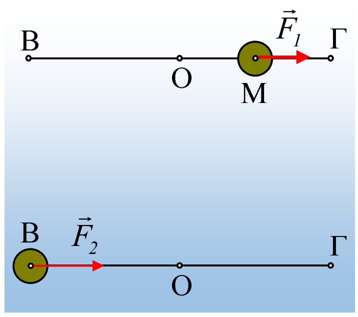
iii) Αν το σώμα επανέρχεται στο σημείο P, κινούμενο προς τα πάνω (για πρώτη φορά), τη χρονική στιγμή $t_1=\pi/15$ (s), να υπολογιστούν:

α) Η μάζα του σώματος

β) Η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_1.

iv) Να υπολογιστούν η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης, η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου καθώς και οι ρυθμοί μεταβολής τους, τη χρονική στιγμή $t_2=\pi/10$ (s).

33) Ας ενισχύσουμε την ταλάντωση



Μια σφαίρα μάζας m=2kg εκτελεί μια απλή αρμονική ταλάντωση, μεταξύ των θέσεων Β και Γ, γύρω από τη θέση ισορροπίας Ο, όπως στο σχήμα, με εξίσωση απομάκρυνσης:

$$x=0,2\cdot ημ(2\pi t) \quad \text{μονάδες στο S.I.}$$

i) Να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης, καθώς και η ταχύτητα της σφαίρας, τη στιγμή t_1 που περνά από το μέσον Μ της ΟΓ, κινούμενη προς τα δεξιά (θετική κατεύθυνση).

Τη στιγμή t_1 στη σφαίρα ασκείται μια σταθερή δύναμη F_1 μέτρου $F_1=21N$, με κατεύθυνση προς τα δεξιά, όπως στο πάνω σχήμα, μέχρι να φτάσει η σφαίρα στη θέση Ν, έχοντας μετατοπισθεί κατά Δx=0,4m, οπότε η δύναμη παύει να ασκείται. Να βρεθούν:

ii) Η επιτάχυνση της σφαίρας μόλις ασκηθεί η δύναμη F_1.

iii) Η τελική ενέργεια ταλάντωσης της σφαίρας, καθώς και η ταχύτητά της τη στιγμή που παύει να ασκείται πάνω της η δύναμη F_1.

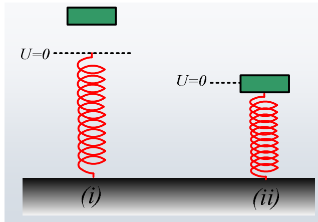
iv) Αν δεν ασκείτο στη σφαίρα η παραπάνω δύναμη F_1, αλλά μια άλλη δύναμη F_2, με μέτρο $F_2=8N$, τη στιγμή που βρίσκεται στην ακραία αρνητική θέση της Β (κάτω σχήμα) και για χρονικό διάστημα Δt=0,5s, ποια θα ήταν τελικά η ενέργεια ταλάντωσης, μετά την κατάργησή της;

Δίνεται $\pi^2\approx 10$

34) Η μηχανική ενέργεια και η ενέργεια ταλάντωσης

Στο σχήμα το ελατήριο είναι ιδανικό και στηρίζεται στο έδαφος σε κατακόρυφη θέση. Αφήνουμε μια πλάκα να πέσει από ορισμένο ύψος και να συμπιέσει το ελατήριο, οπότε στη διάρκεια της συμπίεσης, το σώμα εκτελεί

ΑΑΤ, με ενέργεια ταλάντωσης $E_τ$. Θεωρώντας το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το άνω άκρο του ελατηρίου, ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας, το σύστημα σώμα-Γη-ελατήριο έχει μηχανική ενέργεια E_M.



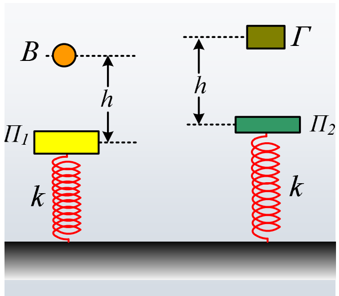
i) Για τις παραπάνω δύο ενέργειες ισχύει:

α) $E_T < E_M$, β) $E_T = E_M$, γ) $E_T > E_M$.

ii) Ποια θα ήταν η απάντηση στο παραπάνω ερώτημα, αν θεωρούσαμε ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας (U=0), το οριζόντιο επίπεδο που περνά από την θέση ισορροπίας του σώματος, στη διάρκεια της ταλάντωσής του;

35) Δυο κρούσεις και στη συνέχεια δυο ΑΑΤ

Στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k, το άλλο άκρο του οποίου έχει στερεωθεί στο έδαφος, ηρεμεί μια πλάκα $Π_1$ μάζας m_1=3m (αριστερό σχήμα). Από ορισμένο ύψος h, πάνω από την πλάκα αφήνεται μια σφαίρα Β μάζας m_2=m να πέσει και να συγκρουσθεί με την πλάκα κεντρικά και ελαστικά. Η σφαίρα Β απομακρύνεται μετά την κρούση, ενώ η πλάκα $Π_1$ εκτελεί ΑΑΤ με περίοδο T_1 και πλάτος A_1.



Στο δεξιό σχήμα, η πλάκα $Π_2$ έχει μάζα m_3=m, το ελατήριο την ίδια σταθερά k και από το ίδιο ύψος h αφήνεται ένα σώμα Γ, μάζας m_4=2m να πέσει και να συγκρουσθεί πλαστικά με την πλάκα. Μετά την κρούση ακολουθεί μια κατακόρυφη ΑΑΤ του συσσωματώματος με περίοδο T_2 και πλάτος A_2.

i) Για τις δύο παραπάνω περιόδους ισχύει:

α) $T_1 < T_2$, β) $T_1 = T_2$, γ) $T_1 > T_2$.

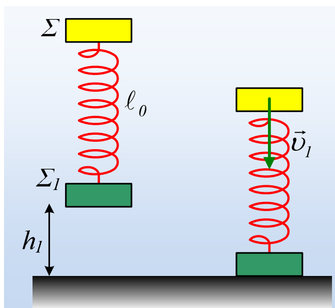
ii) Για τα αντίστοιχα πλάτη ταλάντωσης ισχύει:

α) $A_1 < A_2$, β) $A_1 = A_2$, γ) $A_1 > A_2$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

36) Μετά την πλαστική κρούση μια ααт.

Τα σώματα Σ και $Σ_1$ με μάζες m=4kg και m_1=2kg είναι δεμένα στα άκρα ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=400N/m και συγκρατούνται όπως στο αριστερό σχήμα, με τον άξονα του ελατηρίου, που έχει το φυσικό μήκος του l_0=0,4m, κατακόρυφο. Στη θέση αυτή το $Σ_1$ απέχει κατά h_1=0,15m, από το έδαφος. Κάποια στιγμή, την οποία θεωρούμε ως t_0=0, αφήνουμε ταυτόχρονα τα σώματα, να πέσουν, οπότε μετά από λίγο το $Σ_1$ προσκολλάται στο έδαφος, χωρίς να αναπηδήσει.



i) Να βρεθεί η επιτάχυνση κάθε σώματος, καθώς και η χρονική στιγμή που το $Σ_1$ θα συγκρουσθεί με το έδαφος.

ii) Να αποδειχτεί ότι το σώμα Σ θα εκτελέσει ΑΑΤ, μετά την προσκόλληση του $Σ_1$ με το έδαφος.

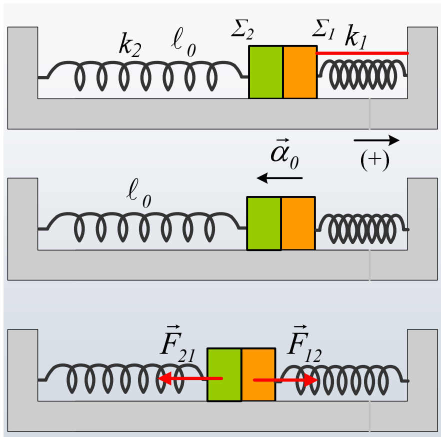
iii) Να υπολογιστεί το κλάσμα της αρχικής μηχανικής ενέργειας του συστήματος, το οποίο εμφανίζεται ως ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Σ. Για τον υπολογισμό της μηχανικής ενέργειας θεωρείστε το έδαφος ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

iv) Να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών θα μεταβάλλεται το μήκος του ελατηρίου, κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης και να κάνετε τη γραφική παράσταση της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα Σ, σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας, θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική.

v) Να βρείτε επίσης τη συνάρτηση h=h(t), του ύψους από το έδαφος του σώματος Σ, σε συνάρτηση με το χρόνο και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

37) Ένα σύστημα δύο σωμάτων σε ταλάντωση



Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες $m_1=1kg$ και $m_2=3kg$ ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, σε επαφή, δεμένα στα άκρα δύο οριζόντιων ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1=100N/m$ και $k_2=60N/m$ αντίστοιχα. Το $Σ_1$ διατηρεί το ελατήριο k_1 συσπειρωμένο κατά $Δl_1=0,4m$, με τη βοήθεια ενός νήματος που το συνδέει με κατακόρυφο τοίχο, ενώ το δεύτερο ελατήριο έχει το φυσικό μήκος του.

i) Να υπολογιστεί η τάση το νήματος, καθώς και η δύναμη F_{12} που ασκείται στο σώμα $Σ_1$ από το $Σ_2$.

Σε μια στιγμή $t_0=0$ κόβουμε το νήμα.

ii) Να υπολογίστε την αρχική επιτάχυνση $α_0$ που θα αποκτήσουν τα δυο σώματα, καθώς και το μέτρο της δύναμης F_{12}, αμέσως μόλις κοπεί το νήμα.

iii) Αφού αποδειχθεί ότι το σύστημα των δύο σωμάτων εκτελεί ΑΑΤ, να υπολογισθεί η περίοδος της ταλάντωσης, καθώς και η μέγιστη ταχύτητα του συστήματος των δύο σωμάτων.

iv) Υποστηρίζεται ότι τα δυο σώματα κάποια στιγμή της διάρκειας της ταλάντωσης αποχωρίζονται. Για να εξετάσουμε την υπόθεση αυτή, βρίσκουμε την δύναμη αλληλεπίδρασης μεταξύ των σωμάτων. Στη θέση που αυτή μηδενίζεται, τα σώματα θα αποχωρίζονται κινούμενα αυτόνομα. Να βρεθεί λοιπόν η δύναμη F_{21} σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας και να γίνει η γραφική της παράσταση. Τι συμπεραίνετε, αποχωρίζονται τα σώματα, εκτελώντας από κάποια θέση και μετά, το καθένα τη δική του ταλάντωση;

Δίνεται $π^2≈10$.

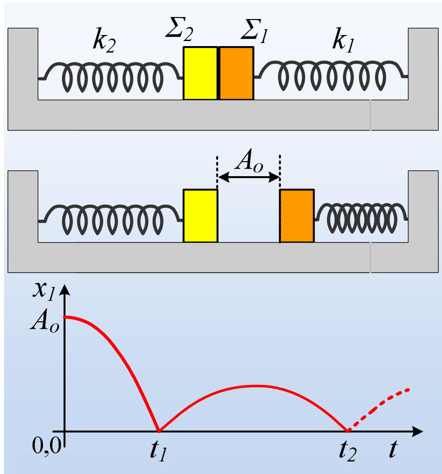
38) Οι ταλαντώσεις και ένα διάγραμμα

Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ του διπλανού σχήματος, είναι δεμένα στα άκρα δύο οριζόντιων ιδανικών ελατηρίων και ισορροπούν σε επαφή, πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο.

i) Αν το πρώτο ελατήριο σταθεράς k_1 έχει το φυσικό μήκος του, να αποδείξτε ότι και το δεύτερο ελατήριο

k_2, έχει επίσης το φυσικό του μήκος.

Εκτρέπουμε το σώμα $Σ_1$ προς τα δεξιά συμπιέζοντας το ελατήριο κατά A_0 και το αφήνουμε να ταλαντωθεί. Στο κάτω σχήμα δίνεται η απομάκρυνση του σώματος $Σ_1$ σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου τις στιγμές t_1 και t_2 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα $Σ_2$.



ii) Για τις παραπάνω χρονικές στιγμές ισχύει:

α) $t_2 < 3t_1$, β) $t_2 = 3t_1$, γ) $t_2 > 3t_1$.

iii) Για τις μάζες m_1 και m_2 των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ αντίστοιχα ισχύει:

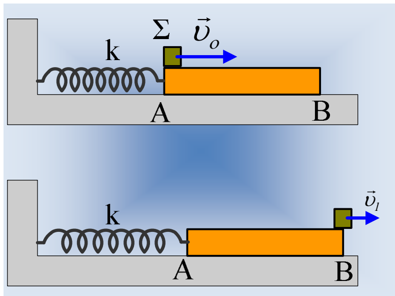
α) $m_1 < m_2$, β) $m_1 = m_2$, γ) $m_1 > m_2$.

iv) Αν $m_2=2m_1$ να υπολογίσετε τα πλάτη ταλάντωσης των δύο σωμάτων, μετά την πρώτη μεταξύ τους κρούση, σε συνάρτηση με το αρχικό πλάτος A_0 του $Σ_1$.

Δίνεται ότι οι κινήσεις των σωμάτων μεταξύ των δύο κρούσεων είναι τμήματα ΑΑΤ, ενώ ούτε και το σώμα $Σ_2$ έχει ολοκληρώσει μια πλήρη ταλάντωση μεταξύ πρώτης και δεύτερης κρούσης.

39) Τριβή ολίσθησης και αρμονική ταλάντωση

Μια ομογενής σανίδα ΑΒ μήκους l και μάζας M=4kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένη στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=40N/m. Τοποθετείται πάνω στη σανίδα, στο άκρο της Α, ένα σώμα Σ, μάζας m=2kg, το οποίο εμφανίζει με τη σανίδα συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,4. Σε μια στιγμή t=0, το σώμα Σ δέχεται στιγμιαίο κατάλληλο κτύπημα, με αποτέλεσμα να αποκτήσει ταχύτητα $υ_o$=6m/s και να κινηθεί κατά μήκος της σανίδας, εγκαταλείποντάς την, μετά από λίγο, από το άκρο της Β, με ταχύτητα $υ_1$=2m/s, όπως στο σχήμα.



i) Να υπολογιστεί το μήκος της σανίδας.

ii) Αν το άκρο της σανίδας Α βρίσκεται αρχικά στη θέση x=0, να γίνει η γραφική παράσταση x=x(t) της θέσης του σε συνάρτηση με το χρόνο

Δίνεται $π^2≈10$.

40) Πληροφορίες από ένα διάγραμμα ταχύτητας

Ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=1kg εκτελεί ΑΑΤ δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου, σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή t_1 το σώμα $Σ_1$ συγκρούεται μετωπικά με δεύτερο σώμα $Σ_2$, το οποίο κινείται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Στο σχήμα δίνεται το διάγραμμα της ταχύτητας του $Σ_1$ σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική. Αντλώντας στοιχεία από το διάγραμμα αυτό, να απαντήσετε στις ακόλουθες ερωτήσεις:

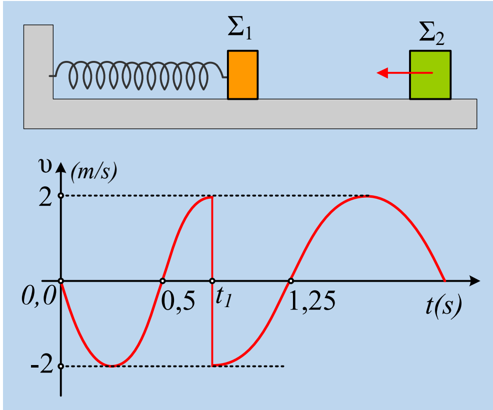
i) Ποια η τιμή της σταθεράς k του ελατηρίου και ποια η αρχική απομάκρυνση του σώματος $Σ_1$;

ii) Η κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων είναι ελαστική ή όχι; Να δικαιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας.

iii) Πόση είναι η μάζα του σώματος $Σ_2$ και ποια η ταχύτητά του ελάχιστα πριν την κρούση;

iv) Πόσο τοις εκατό μετεβλήθη το πλάτος ταλάντωσης, λόγω της κρούσης;

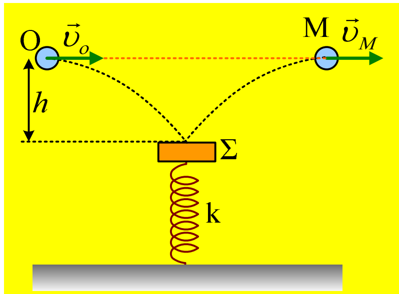
v) Να δώσετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο (x-t) για την νέα ταλάντωση που προκύπτει μετά την κρούση.



Δίνεται $π^2 ≈ 10$.

41) Μια κρούση στη διάρκεια μιας οριζόντιας βολής

Από μια θέση Ο, σε ορισμένο ύψος από το έδαφος, εκτοξεύεται οριζόντια μια σφαίρα μάζας m=1kg με ταχύτητα $υ_o$=1m/s. Η σφαίρα στην πορεία της και αφού μετατοπισθεί κατακόρυφα κατά h=0,2m, συναντά μια πλάκα Σ μάζας Μ=2kg. Η πλάκα πριν την κρούση ταλαντώνεται κατακόρυφα με πλάτος A_1=0,3m, στο πάνω άκρο ιδανικού ελατηρίου, με φυσικό μήκος l_o=1,2m και σταθερά k=25N/m. Η κρούση είναι ελαστική, χωρίς να εμφανιστούν τριβές στη διάρκειά της. Μετά από λίγο, η σφαίρα φτάνει στο σημείο Μ, στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το σημείο εκτόξευσης Ο, έχοντας οριζόντια ταχύτητα μέτρου $υ_M$.



i) Να υπολογίσετε την ταχύτητα $υ_M$.

ii) Να βρείτε την μεταβολή της ορμής της σφαίρας, εξαιτίας της κρούσης.

iii) Ποια η ταχύτητα της πλάκας ελάχιστα πριν και αμέσως μετά την κρούση της με τη σφαίρα;

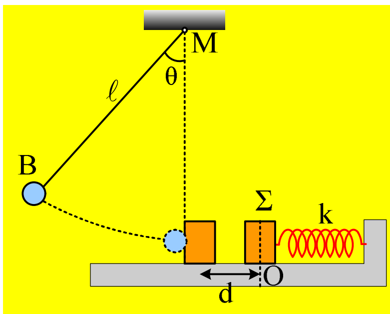
iv) Πόσο απέχει από το έδαφος η πλάκα της στιγμής της κρούσης;

v) Να βρεθεί το νέο πλάτος ταλάντωσης της πλάκας, μετά την κρούση.

Δίνεται g=10m/s^2.

42) Στη διάρκεια της ταλάντωσης έχουμε μια κρούση

Ένα σώμα Σ μάζας Μ=3kg ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου, σταθεράς k=375N/m, γύρω από μια θέση ισορροπίας Ο, όπως στο σχήμα, έχοντας ενέργεια ταλάντωσης E_1=7,5J. Μια σφαίρα μάζας m=1kg είναι δεμένη στο άκρο νήματος μήκους l=2m, το άλλο άκρο του οποίου είναι σταθερά δεμένο στο σημείο Μ. Η σφαίρα συγκρατείται στη θέση Β, με το νήμα να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία θ, όπου συνθ=0,6. Κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερη τη σφαίρα να κινηθεί και αυτή συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ, τη στιγμή που το νήμα



γίνεται κατακόρυφο και το Σ απέχει κατά d, από τη θέση ισορροπίας του. Μετά την κρούση η σφαίρα επιστρέφει μέχρι τη θέση που το νήμα να σχηματίσει με την κατακόρυφο γωνία φ, όπου συνφ=0,9.

Να υπολογιστούν:

i) Οι ταχύτητες της σφαίρας, ελάχιστα πριν την κρούση και αμέσως μετά από αυτήν.

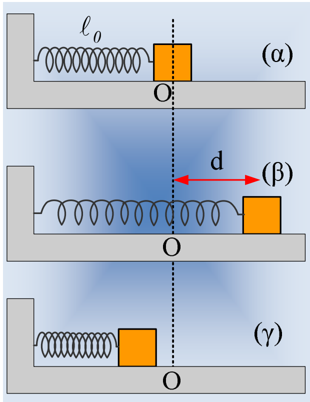
ii) Οι αντίστοιχες ταχύτητες του σώματος Σ.

iii) Η απόσταση d της θέσης κρούσης, από τη θέση ισορροπίας του σώματος Σ.

iv) Η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα Σ, μετά την κρούση.

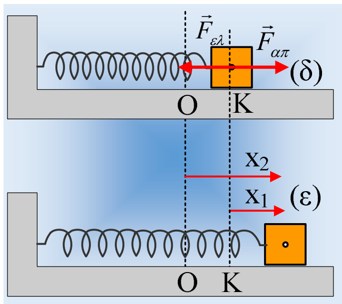
43) Η απομάκρυνση στις ταλαντώσεις

Ένα σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, στη θέση Ο, όπως στο (α) σχήμα.



i) Να εξηγήσετε γιατί το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος του.

ii) Εκτρέπουμε το σώμα προς τα δεξιά κατά d και αφήνοντάς το, αυτό εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Στο (γ) σχήμα φαίνεται το σώμα σε μια τυχαία θέση. Γράφοντας την εξίσωση της απομάκρυνσης $x=A\cdot ημ(ωt+φ_0)$, ποια ακριβώς είναι η απομάκρυνση x; Να σχεδιαστεί το διάνυσμά της πάνω στο σχήμα.



iii) Σε μια άλλη περίπτωση το σώμα εκτρέπεται κατά d προς τα δεξιά, αλλά αφήνοντάς το, αυτό εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, αφού δέχεται δύναμη απόσβεσης της μορφής F=-bυ. Στη θέση Κ (σχήμα (δ)) $F_{ελ}=F_{απ}$, όπου $F_{ελ}$ το μέτρο της δύναμης από το ελατήριο και $F_{απ}$ το μέτρο της δύναμης απόσβεσης. Μας δίνεται τώρα η εξίσωση της απομάκρυνσης, η οποία έχει τη μορφή:

$$x= A_0\cdot e^{-Λt}\cdot ημ(ωt+φ_0)$$

Ποια είναι τώρα η απομάκρυνση x, με βάση το διπλανό σχήμα (ε), το διάνυσμα x_1 ή το διάνυσμα x_2;

iv) Το ίδιο σώμα, τίθεται σε εξαναγκασμένη ταλάντωση, με την επίδραση οριζόντιας εξωτερικής δύναμης της μορφής $F_{εξ}=F_0\cdot ημ(ω_δ t)$, ενώ ταυτόχρονα δέχεται και δύναμη απόσβεσης $F_{απ}$=-bυ. Αν η απομάκρυνση του σώματος δίνεται από την εξίσωση $x=A\cdot ημ(ω_δ t+φ_0)$, τότε η απομάκρυνση x αντιστοιχεί:

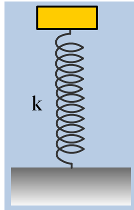
α) στο διάνυσμα x_1, β) στο διάνυσμα x_2, γ) σε άλλο διάνυσμα

του σχήματος (ε).

v) Ποια θα ήταν η απάντηση στο προηγούμενο ερώτημα, αν η εξωτερική δύναμη είχε τη μορφή:

$$F_{εξ}=F_0\cdot συν(ω_δ t);$$

44) Η δύναμη που ασκεί το σώμα στο ελατήριο



Ένα σώμα μάζας m αφήνεται στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k, το οποίο έχει το φυσικό μήκος του. Το σώμα εκτελεί μια κατακόρυφη ΑΑΤ.

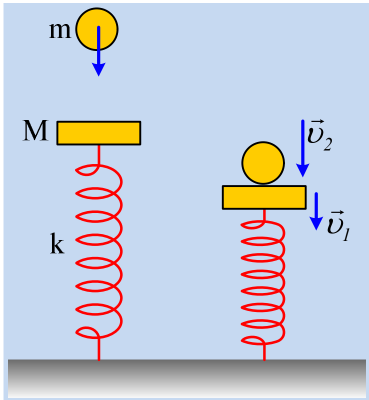
i) Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι αντιστρόφως ανάλογη της σταθεράς του ελατηρίου k.

ii) Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι τετραπλάσια της ενέργειας ταλάντωσης.

iii) Η μέγιστη δύναμη που ασκεί το σώμα στο ελατήριο, είναι ίση με το βάρος του.

Να χαρακτηρίσετε τις παραπάνω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες δικαιολογώντας την απάντησή σας.

45) Το πλάτος ταλάντωσης μετά από κρούση



Μια πλάκα μάζας Μ εκτελεί ΑΑΤ, με περίοδο T_1 και πλάτος A_1, δεμένη στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου. Μια σφαίρα μάζας m αφήνεται να πέσει από κάποιο ύψος και συγκρούεται (μη πλαστικά) με την πλάκα. Ελάχιστα πριν την κρούση τα δυο σώματα έχουν ταχύτητες με φορά προς τα κάτω, όπως στο σχήμα. Αμέσως μετά την κρούση, η σφαίρα απομακρύνεται, ενώ η πλάκα αρχίζει μια νέα ταλάντωση.

i) Για την περίοδο T_2 της νέας ταλάντωσης της πλάκας, ισχύει:

α) $T_2 < T_1$, β) $T_2 = T_1$, γ) $T_2 > T_1$.

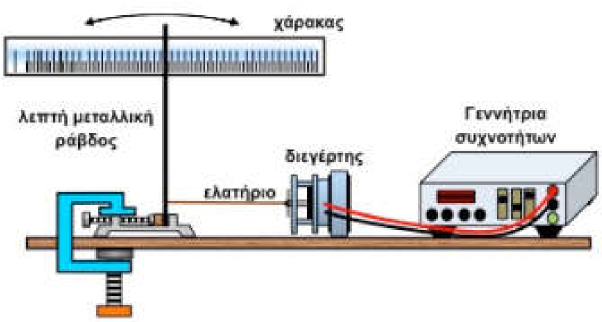
ii) Για το νέο πλάτος ταλάντωσης A_2 θα ισχύει:

α) $A_2 < A_1$, β) $A_2 = A_1$, α) $A_2 > A_1$.

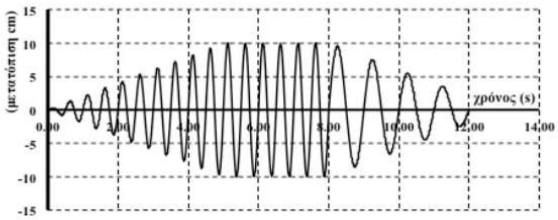
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

46) Εξαναγκασμένη ταλάντωση με διακροτήματα;

Έχουμε συναρμολογήσει την πιο κάτω πειραματική διάταξη για να μελετήσουμε το φαινόμενο του συντονισμού.



Η λεπτή μεταλλική ράβδος έχει τη δυνατότητα να εκτελεί ταλάντωση με τη βοήθεια του διεγέρτη και του ελατηρίου. Ο διεγέρτης ήταν σε λειτουργία για 8,0 δευτερόλεπτα. Στην πιο κάτω γραφική παράσταση φαίνεται η μετατόπιση του ελεύθερου άκρου της ράβδου από την κατακόρυφη θέση ως συνάρτηση του χρόνου.



Ποιες από τις παρακάτω απαντήσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;

i) Η συχνότητα ταλάντωσης του διεγέρτη είναι 4 Hz.

ii) Η ιδιοσυχνότητα της ράβδου είναι 1 Hz.

iii) Εμφανίζεται το φαινόμενο του συντονισμού.

iv) Το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης της ράβδου είναι 20 cm.

v) Με την επίδραση του διεγέρτη η ράβδος εκτελεί σύνθετη ταλάντωση, παρουσιάζοντας διακροτήματα.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας

47) Άλλη μια σύνθεση ταλαντώσεων.

Ένα σώμα μάζας 2kg κινείται με εξίσωση κίνησης:

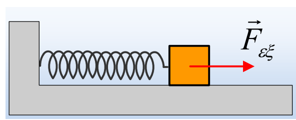
$$x = 0{,}3\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) + 0{,}4\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right) \quad \text{μονάδες στο S.I.}$$

i) Να αποδειχθεί ότι η κίνηση του σώματος είναι μια αρμονική ταλάντωση.

ii) Αν η παραπάνω ταλάντωση είναι όχι μόνο αρμονική αλλά και ΑΑΤ, να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης.

iii) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος, καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης τη στιγμή που το σώμα περνά από τη θέση x_1=0,2m.

48) Η διεγείρουσα δύναμη αφαιρεί ενέργεια;



Ένα σώμα μάζας m=0,1kg, δένεται στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=8N/m και με την επίδραση μιας αρμονικής εξωτερικής δύναμης, της μορφής:

$$F_{\varepsilon\xi} = F_0 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{4}\right)$$

εκτελεί ταλάντωση με απομάκρυνση x=0,5·ημ(10t) (S.I.), ενώ δέχεται και δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{\alpha\pi}$=-b·υ .

i) Να βρεθεί το πλάτος F_0 της εξωτερικής δύναμης και η σταθερά απόσβεσης b.

ii) Να υπολογιστεί η μέγιστη κινητική και η μέγιστη δυναμική ενέργεια στη διάρκεια της ταλάντωσης.

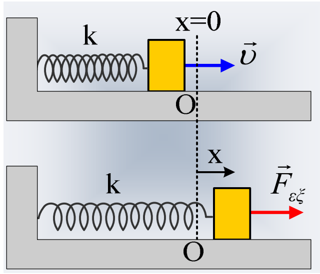
iii) Να υπολογιστούν η κινητική και η δυναμική ενέργεια τη χρονική στιγμή t_1=π/30s. Ποιοι οι αντίστοιχοι ρυθμοί μεταβολής, των δύο μορφών ενέργειας τη στιγμή αυτή;

iv) Για την παραπάνω χρονική στιγμή, να βρεθεί η ισχύς της εξωτερικής δύναμης και ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της δύναμης απόσβεσης.

Να σχολιαστούν τα αποτελέσματα.

Δίνεται ημ(π/12) ≈ 0,26 .

49) Μια απλή αρμονική ταλάντωση και μια εξαναγκασμένη



Ένα σώμα μάζας 0,5kg είναι δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=18N/m κι εκτελεί ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=0,2·ημ(ωt) (μονάδες στο S.I.) σε λείο οριζόντιο επίπεδο, γύρω από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου Ο.

i) Να βρεθούν οι εξισώσεις της κινητικής, της δυναμικής και της ενέργειας ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο και να παρασταθούν γραφικά στους ίδιους άξονες.

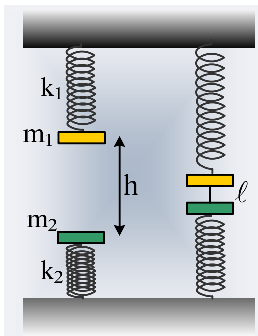
ii) Το ίδιο σύστημα τίθεται σε εξαναγκασμένη ταλάντωση με την επίδραση εξωτερικής περιοδικής δύναμης, ενώ ταυτόχρονα δέχεται από το περιβάλλον του και δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}$=-bυ. Μετά την αποκατάσταση σταθερού πλάτους ταλάντωσης, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας Ο, λαμβάνοντας κάποια στιγμή ως αρχή μέτρησης του χρόνου, έχουμε την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας Ο, να υπακούει στην εξίσωση x=0,2·ημ(5t) (S.I.).

α) Να βρεθούν οι εξισώσεις υ=υ(t) και α=α(t) της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

β) Να βρεθούν οι εξισώσεις της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας σε συνάρτηση με το χρόνο και να παρασταθούν γραφικά στους ίδιους άξονες.

γ) Το άθροισμα K+U των δύο παραπάνω ενεργειών παραμένει σταθερό στη διάρκεια της ταλάντωσης; Να σχολιάστε το συμπέρασμα που καταλήγετε παράλληλα με την πρόταση ότι «στη διάρκεια της εξαναγκασμένης ταλάντωσης η ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα (μέσω της εξωτερικής δύναμης) αντισταθμίζει τις απώλειες (που οφείλονται στις δυνάμεις απόσβεσης) και έτσι το πλάτος της ταλάντωσης διατηρείται σταθερό».

50) Τίποτα δεν πάει χαμένο…



Στην προηγούμενη ανάρτηση «Με την κρούση, κόβουμε και το νήμα» …με κατηγόρησε ο Βασίλης, ότι έκοψα το νήμα και …πήγε χαμένο!

Δεν ήξερε ότι το ένα κομμάτι μήκους l=20cm, θα το χρησιμοποιούσα στο επόμενο «πείραμα»!!! Το δίνω….

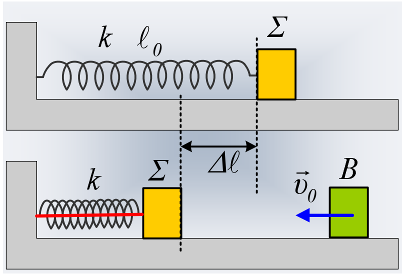
Δυο πλάκες με μάζες m_1=1kg και m_2=9kg ηρεμούν στην ίδια κατακόρυφη, στα άκρα δύο ελατηρίων με σταθερές k_1=40N/m και k_2=160N/m αντίστοιχα, απέχοντας κατά h=1,2m. Μετακινούμε τα σώματα κατακόρυφα και τα δένουμε με το νήμα μήκους l=20cm, όπως στο σχήμα.

Σε μια στιγμή κόβουμε (ξανά!!!) το νήμα, οπότε τα σώματα αρχίζουν να ταλαντώνονται.

i) Να βρεθεί το πλάτος ταλάντωσης κάθε σώματος.

ii) Σε πόσο χρόνο η απόσταση των δύο σωμάτων θα γίνει ξανά 20cm για πρώτη φορά;

51) Με την κρούση, κόβουμε και το νήμα



Ένα σώμα Σ μάζας m=4kg ηρεμεί δεμένο στο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=40N/m, σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μετακινούμε το σώμα προς τα αριστερά συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά Δl και στη θέση αυτή το δένουμε με το νήμα, όπως στο κάτω σχήμα.

Ένα δεύτερο σώμα Β της ίδιας μάζας m κινείται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με διεύθυνση τον άξονα του ελατηρίου, με σταθερή ταχύτητα υ_0=1m/s. Τα δυο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά τη στιγμή t_0=0. Τη στιγμή της κρούσης, με ένα ψαλίδι, κόβουμε ταυτόχρονα και το νήμα που συγκρατούσε το σώμα Σ. Μετά την κρούση το Σ κινείται προς τα αριστερά μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του τη στιγμή t_1=1/3s.

i) Να βρεθούν οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση τους.

ii) Να βρεθεί η μεταβολή της φάσης της απομάκρυνσης του σώματος Σ, από την στιγμή της κρούσης έως τη στιγμή t_1.

iii) Να βρεθεί η αρχική συσπείρωση Δl του ελατηρίου.

iv) Αν τα δυο σώματα συγκρούονται ξανά κεντρικά και ελαστικά τη στιγμή t_2, ζητούνται:

α) Η απόσταση των δύο σωμάτων, όταν το ελατήριο αποκτήσει το φυσικό μήκος του, για πρώτη φορά.

β) Πόσο καθυστέρησε η απόκτηση του φυσικού μήκους του ελατηρίου, εξαιτίας της δεύτερης κρούσης μεταξύ των σωμάτων;

γ) Θεωρώντας τη θέση φυσικού μήκος του ελατηρίου, ως αρχή ενός οριζόντιου άξονα x, με θετική φορά προς τα δεξιά, να γράψετε τις συναρτήσεις x=x(t), της θέσης κάθε σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις τους.

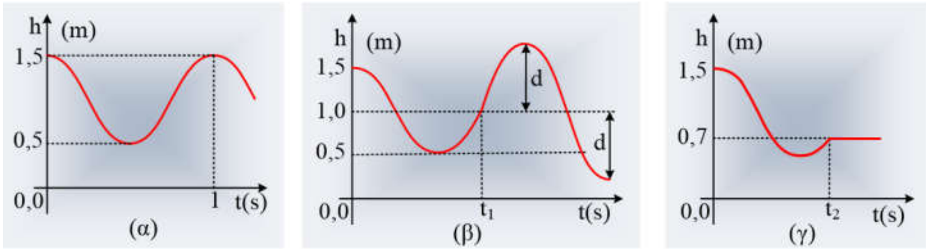
Δίνεται ότι η διάρκεια κάθε κρούσης είναι αμελητέα, τα σώματα θεωρούνται υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων και $\pi^2 \approx 10$.

52) Μια ταλάντωση και το ύψος

Ένα σώμα Σ μάζας 1kg, εκτελεί αατ στο άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου.

i) Να αποδείξετε ότι το ύψος h του σώματος από το έδαφος, είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

ii) Αν η γραφική παράσταση του ύψους του σώματος από το έδαφος είναι της μορφής του (α) σχήματος, να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική.



iii) Σε μια επανάληψη του πειράματος, το σώμα Σ κάποια στιγμή t_1 συγκρούεται με δεύτερο σώμα Β, το οποίο κινείται κατακόρυφα, με αποτέλεσμα η γραφική παράσταση του ύψους σε συνάρτηση με το χρόνο, να είναι της μορφής του (β) σχήματος.

α) Η κρούση αυτή είναι πλαστική ή όχι και γιατί;

β) Το σώμα Β πριν την κρούση είχε ταχύτητα προς τα πάνω ή προς τα κάτω;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

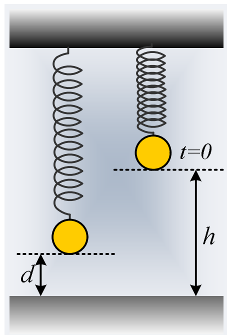
iv) Σε ένα άλλο πείραμα το σώμα Σ συγκρούεται με σώμα Γ, με αποτέλεσμα η αντίστοιχη γραφική παράσταση να είναι η (γ) στο παραπάνω σχήμα.

α) Πόση είναι η μάζα του σώματος Γ;

β) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος Γ ελάχιστα πριν την κρούση.

Δίνεται $g=10m/s^2$ και $\pi^2 \approx 10$.

53) Ταλάντωση και ανελαστική κρούση



Μια μικρή σφαίρα ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, το πάνω άκρο του οποίου έχει στερεωθεί στο ταβάνι ενός δωματίου. Στην θέση ηρεμίας η σφαίρα απέχει κατά d, από το δάπεδο του δωματίου. Μετακινούμε κατακόρυφα προς τα πάνω την σφαίρα, μέχρι να έρθει σε ύψος h=3d, από το δάπεδο και σε μια στιγμή t=0, την αφήνουμε να εκτελέσει ααт.

i) Η σφαίρα θα συγκρουσθεί με το δάπεδο τη χρονική στιγμή:

$$\alpha)\ t_1 = \frac{2T}{5},\quad \beta)\ t_1 = \frac{T}{3},\quad \gamma)\ t_1 = \frac{3T}{5}.$$

ii) Αν κατά την κρούση της σφαίρας με το δάπεδο, η κινητική της ενέργεια μειώνεται κατά 20%, τότε η νέα ταλάντωση (μετά την κρούση), θα έχει μικρότερη ενέργεια ταλάντωσης, σε σχέση με την αρχική, κατά:

α) 10%, β) 15%, γ) 20%, δ) 25%.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

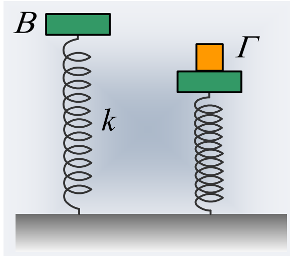
54) Ενέργεια ταλάντωσης vs Μηχανικής Ενέργειας

Μια πλάκα Β εκτελεί κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση στο πάνω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m με πλάτος A_1=0,2m.

i) Να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης.

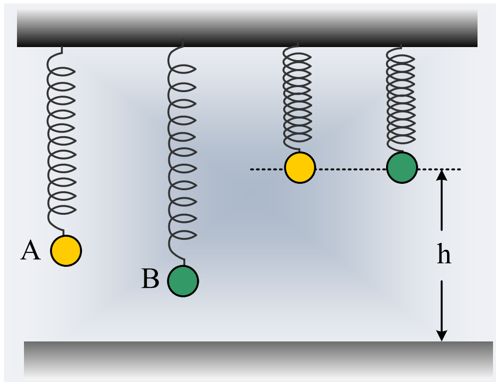
ii) Πόση είναι η μηχανική ενέργεια του συστήματος πλάκα-ελατήριο; Θεωρείστε το οριζόντιο επίπεδο που περνά από τη θέση ισορροπίας, ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας.

iii) Τη στιγμή που η πλάκα φτάνει στην κάτω ακραία θέση της, τοποθετείται πάνω της (χωρίς ταχύτητα) ένα σώμα Γ μάζας 2kg. Να βρεθεί η ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος πλάκα-σώμα Γ.



55) Μετά από δυο ελαστικές κρούσεις!

Δυο μικρές σφαίρες A και B με ίσες (μικρές) ακτίνες ηρεμούν όπως στο σχήμα (αριστερά στο σχήμα), στα κάτω άκρα δύο όμοιων ιδανικών ελατηρίων, τα πάνω άκρα των οποίων έχουν στερεωθεί στο ταβάνι ενός δωματίου. Μετακινούμε κατακόρυφα προς τα πάνω τις δυο σφαίρες, μέχρι να φτάσουν σε ύψος h, από το δάπεδο και σε μια στιγμή t=0, τις αφήνουμε ταυτόχρονα να κινηθούν, εκτελώντας αατ.



i) Ποια σφαίρα έχει μεγαλύτερη ενέργεια ταλάντωσης;

ii) Ποια σφαίρα θα έχει μεγαλύτερη περίοδο ταλάντωσης;

iii) Αν οι σφαίρες συγκρούονται ελαστικά με το δάπεδο, ποια σφαίρα θα έχει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια, αμέσως μετά την κρούση;

56) Μέγιστη ενέργεια ταλάντωσης

Το σώμα Σ μάζας m=1kg εκτελεί ΑΑΤ σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=100N/m, με πλάτος A=0,5m.

i) Μεταξύ ποιων τιμών κυμαίνεται η ταχύτητα του σώματος Σ;

Ένα δεύτερο σώμα $Σ_1$ μάζας M=4kg κινείται κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου, όπως στο σχήμα με ταχύτητα μέτρου $υ_2$=2m/s. Τα δυο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά σε μια θέση, με αποτέλεσμα το σώμα Σ να εκτελέσει μια νέα ταλάντωση με μέγιστο πλάτος.

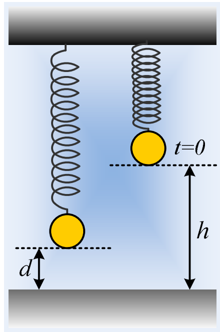
ii) Να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης του Σ μετά την κρούση.

iii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του Σ ελάχιστα πριν και αμέσως μετά την κρούση.

iv) Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος Σ αμέσως μετά την κρούση.

57) Δυο ταλαντώσεις και δύο κρούσεις

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένα στα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων, ηρεμούν δυο σώματα A και B, με μάζες m_1=0,5kg και m_2=2kg, απέχοντας κατά d=0,4m, όπως στο σχήμα.



Εκτρέπουμε το μεν Α σώμα προς τα αριστερά, το δε Β προς τα δεξιά, κατά την ίδια απόσταση d και τη στιγμή t=0, τα αφήνουμε να κινηθούν. Τα σώματα, χωρίς να αλλάξουν διεύθυνση κίνησης, συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, στη θέση ισορροπίας του σώματος Β.

i) Αν η σταθερά του δεύτερου ελατηρίου είναι k_2=50N/m, να βρεθεί η σταθερά k_1 του πρώτου.

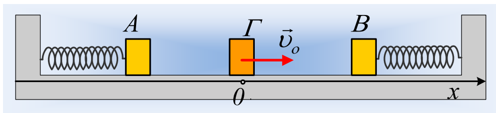
ii) Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των δύο σωμάτων ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση τους.

iii) Να βρεθούν τα πλάτη ταλάντωσης κάθε σώματος μετά την μεταξύ τους κρούση.

iv) Τα δυο σώματα μετά από λίγο θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά. Μήπως οι δυο κρούσεις έγιναν στην ίδια θέση; Αν όχι να εξετάσετε αν η $2^η$ αυτή κρούση θα πραγματοποιηθεί, δεξιά ή αριστερά της θέσης που έγινε η πρώτη κρούση.

Θεωρείται δεδομένο ότι η κίνηση ενός σώματος στο άκρο ελατηρίου είναι ΑΑΤ.

58) Τέσσερες κρούσεις σε μια περίοδο



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένα στα άκρα δύο όμοιων ελατηρίων, ηρεμούν δυο σώματα Α και Β, της ίδιας μάζας m=1kg, σε απόσταση 2m. Στο μέσον της απόστασής του, την οποία θεωρούμε ως αρχή ενός άξονα x, τοποθετούμε ένα τρίτο σώμα Γ, της ίδιας μάζας, το οποίο εκτοξεύουμε στη διεύθυνση x με ταχύτητα $υ_o$=2m/s, όπως στο σχήμα τη στιγμή t_0=0. Το σώμα Γ φτάνει στη θέση x=0, κινούμενο ξανά προς τα δεξιά με ταχύτητα $υ_1$ τη στιγμή t΄=3s, αφού προηγουμένως έχει συγκρουσθεί κεντρικά και ελαστικά πρώτα με το Β και μετά με το Α σώμα.

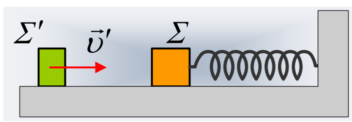
i) Να βρεθεί η ταχύτητα $υ_1$, καθώς και η σταθερά k των ελατηρίων.

ii) Να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης κάθε σώματος τις χρονικές στιγμές t_1=0,25s, t_2=0,6s, t_3=2,3s και t_4=2,7s.

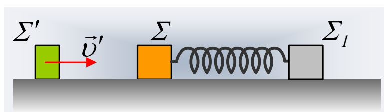
iii) Να γράψετε τις εξισώσεις x=f(t) για τις θέσεις κάθε σώματος (πάνω στον καθορισμένο άξονα x) σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή t΄.

iv) Να παραστήσετε γραφικά τις παραπάνω εξισώσεις (συναρτήσεις) x=f(t).

59) Μια κρούση και τα έργα της δύναμης του ελατηρίου



Ένα σώμα Σ μάζας m=1kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m, το άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί σε κατακόρυφο τοίχο, όπως στο πρώτο σχήμα.



Σε μια στιγμή (t=0) ένα δεύτερο σώμα Σ΄ μάζας 0,5kg κινούμενο κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, με ταχύτητα υ΄=3m/s συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το Σ. Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

i) Ποια χρονική στιγμή t_1 θα μηδενιστεί για πρώτη φορά η ταχύτητα του Σ και σε πόση απόσταση από την αρχική του θέση θα συμβεί αυτό; Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης του ελατηρίου στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

Επαναλαμβάνουμε την ίδια κρούση, αλλά τώρα το δεξιό άκρο του ελατηρίου δεν έχει δεθεί σε τοίχο, αλλά σε ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m, όπως στο $2^ο$ σχήμα. Αν κάποια στιγμή t_2 τα σώματα Σ και $Σ_1$ έχουν ίσες ταχύτητες:

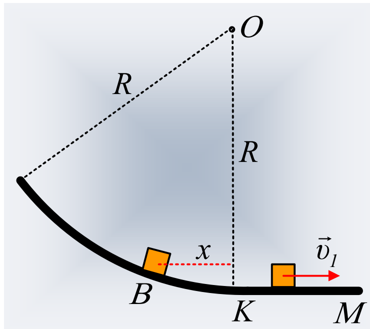
ii) Ποιο το μέτρο της ταχύτητας των Σ και $Σ_1$ τη στιγμή t_2; Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης του ελατηρίου που ασκείται σε κάθε σώμα, στο χρονικό διάστημα 0-t_2, όπως και η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου τη στιγμή t_2. Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου τη στιγμή αυτή;

iii)* Ποια χρονική στιγμή θα μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητα του σώματος Σ; Να γίνει η γραφική παράσταση υ=υ(t) της ταχύτητας του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, μετά την κρούση.

* Το iii) ερώτημα δεν απευθύνεται σε μαθητές.

60) Η κίνηση σε κυλινδρική επιφάνεια

Ένα μικρό σώμα $Σ_1$ μάζας m_1= 0,1kg αφήνεται τη στιγμή t_0=0 να κινηθεί στο σημείο Β, στο εσωτερικό μιας λείας κυλινδρικής επιφάνειας, κέντρου Ο και ακτίνας R=4m. Μετά από λίγο, το σώμα φτάνει στο λείο οριζόντιο επίπεδο ΚΜ, με ταχύτητα $υ_1$, όπως στο σχήμα. Το σημείο Β απέχει κατά x_1=0,2m από την κατακόρυφο ΟΚ, που περνά από το κέντρο Ο της κυλινδρικής επιφάνειας.



i) Να αποδείξτε ότι η κίνηση του σώματος από τη θέση Β μέχρι να φτάσει στο οριζόντιο επίπεδο (θέση Κ) μπορεί να θεωρηθεί απλή αρμονική ταλάντωση.

ii) Να υπολογίσετε την τελική ταχύτητα $υ_1$ του σώματος στο οριζόντιο επίπεδο.

iii) Πόσο απέχει το σώμα από το σημείο Κ τη χρονική στιγμή t_1=2s;

iii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα αφήνοντας τώρα ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=0,2kg, σε σημείο Γ της κυλινδρικής επιφάνειας, το οποίο απέχει κατά x_2=0,4m από την κατακόρυφο ΟΚ. Να εξετάσετε την ορθότητα ή μη των προτάσεων:

α) Το σώμα $Σ_2$ θα χρειαστεί περισσότερο χρόνο (από το $Σ_1$) για να φτάσει στο σημείο Κ.

β) Για την τελική ταχύτητα του $Σ_2$ ισχύει $υ_2=2υ_1$.

Δίνεται $π^2≈10$ και $g=10m/s^2$,

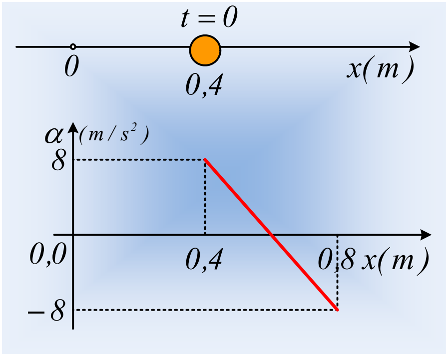
61) Η θέση και η απομάκρυνση σε μια ΑΑΤ.

Ένα σώμα μάζας m=0,1kg κινείται κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα x, εκτελώντας ΑΑΤ, ενώ η επιτάχυνσή του σε συνάρτηση με τη θέση του, δίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

i) Γύρω από ποια θέση ταλαντώνεται το σώμα και με ποιο πλάτος;

ii) Να βρεθούν οι εξισώσεις:

α) της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας και



β) της θέσης του σώματος

σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνουν οι γραφικές τους παραστάσεις, αν το σώμα τη στιγμή $t_0=0$ βρίσκεται στη θέση $x_0=0,4m$.

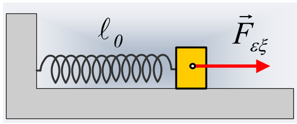
iii) Να παρασταθεί επίσης γραφικά η δυναμική ενέργεια του σώματος, σε συνάρτηση:

α) με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας

β) με την θέση του σώματος.

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

62) Μια διέγερση σε ταλάντωση.



Ένα σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή $t_0=0$ ασκείται στο σώμα μια σταθερή οριζόντια δύναμη $F_{εξ}$ με αποτέλεσμα να αρχίσει να κινείται προς τα δεξιά. Στη διάρκεια της κίνησής του, ασκείται στο σώμα δύναμη απόσβεσης της μορφής $F=-bυ$.

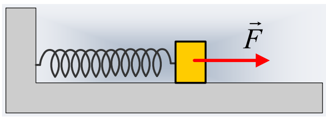
Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.

i) Το σώμα θα εκτελέσει εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα ταλάντωσης, την ιδιοσυχνότητά του.

ii) Η ταλάντωση του σώματος θα είναι φθίνουσα με συχνότητα μικρότερη από την ιδιοσυχνότητά του.

iii) Το σώμα τελικά θα ισορροπήσει στην αρχική του θέση.

63) Στοιχεία από δύο ταλαντώσεις.



Ένα σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή $t_0=0$ ασκείται στο σώμα μια σταθερή οριζόντια δύναμη F με αποτέλεσμα να αρχίσει να κινείται προς τα δεξιά. Τη στιγμή t_1 το σώμα έχει μέγιστη ταχύτητα ενώ τη στιγμή t_2 η ταχύτητα μηδενίζεται για πρώτη φορά. Τη στιγμή αυτή η δύναμη F παύει να ασκείται στο σώμα, με αποτέλεσμα τη στιγμή t_3 το σώμα να φτάνει ξανά στην αρχική του θέση.

i) Αν K_1 η κινητική ενέργεια του σώματος τη στιγμή t_1 και K_3 η αντίστοιχη κινητική ενέργεια τη στιγμή t_3 ισχύει:

α) $K_3=K_1$, β) $K_3=2K_1$, γ) $K_3=3K_1$, δ) $K_3=4K_1$.

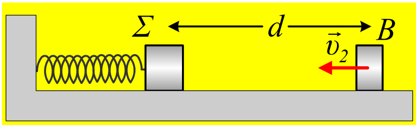
ii) Για τη χρονική στιγμή t_3 ισχύει:

α) $t_3=2t_2$, β) $t_3=3t_1$, γ) $t_3=3t_2$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Ασκήσεις μέχρι 31/12/2016

64) Ενέργειες ταλάντωσης, μετά από κρούσεις.



Το σώμα Σ, μάζας M=1kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=40N/m. Το σώμα Β, μάζας m=0,5kg κινείται με ταχύτητα υ_2=3m/s, πάνω στον άξονα του ελατηρίου, με κατεύθυνση προς το Σ. Εκτρέπουμε το Σ προς τα αριστερά, συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά Δℓ=0,2m και σε μια στιγμή t_0=0, όπου η απόσταση των δύο σωμάτων είναι d, το αφήνουμε να ταλαντωθεί. Τα δυο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά τη χρονική στιγμή t_1=0,5s.

i) Να υπολογιστεί η αρχική απόσταση d μεταξύ των δύο σωμάτων.

ii) Να βρεθεί η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Σ, μετά την κρούση.

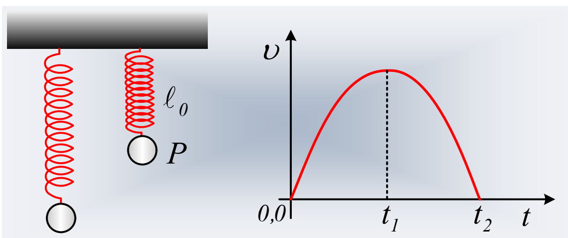
iii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα αφήνουμε άλλη στιγμή το σώμα Σ να ταλαντωθεί, με αποτέλεσμα ελάχιστα πριν την κρούση, να έχει ταχύτητα υ_1=0,6m/s, με φορά προς τα δεξιά. Πόση θα είναι τώρα η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Σ, μετά την κρούση;

vi) Ποιες οι δυνατές τιμές (αλγεβρικές) της ταχύτητας του σώματος Β, μετά την κρούση για διαφορετικές θέσεις κρούσης;

v) Να υπολογιστούν η μέγιστη και η ελάχιστη ενέργεια ταλάντωσης, την οποία μπορεί να αποκτήσει το Σ, μετά από ανάλογες κρούσεις με το σώμα Β, θεωρώντας πάντα σταθερή την ταχύτητα υ_2 του σώματος Β, πριν την κρούση.

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

65) Μια ταλάντωση και ένα διάγραμμα ταχύτητας.



Ένα σώμα Σ ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου. Ανεβάζουμε το σώμα κατακόρυφα κατά 0,4m, μέχρι τη θέση Ρ που το ελατήριο αποκτά το φυσικό μήκος του και το αφήνουμε να κινηθεί, ξαναπιάνοντάς το τη στιγμή που μηδενίζεται ξανά η ταχύτητά του. Στο διάγραμμα δίνεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα κάτω κατεύθυνση ως θετική.

Να δικαιολογήσετε τις παρακάτω προτάσεις.

i) Η αρχική επιτάχυνση του σώματος είναι ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας g.

ii) Τη χρονική στιγμή t_2 το σώμα έχει επιτάχυνση -g.

iii) Η αρχική φάση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης είναι $\varphi_0 = 3\pi/2$.

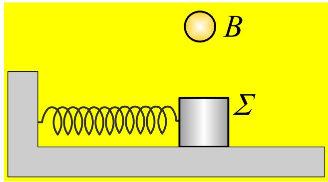
iv) Ισχύει $t_2 - t_1 = 0{,}1\pi$ (s), όπου τη στιγμή t_1 η ταχύτητα είναι μέγιστη.

v) Η μέγιστη δύναμη που ασκεί το σώμα Σ στο ελατήριο είναι διπλάσια του βάρους του.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

66) Η ορμή και η ενέργεια ταλάντωσης σε μια πλαστική κρούση.

Το σώμα Σ ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου με πλάτος Α και περίοδο Τ. Το σώμα Β πέφτει ελεύθερα και σε μια στιγμή συγκρούεται πλαστικά με το Σ. Το σύστημα συνεχίζει να ταλαντώνεται και μετά την κρούση.



Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες:

i) Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης παρέμεινε η ίδια.

ii) Η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή στη διάρκεια της κρούσης.

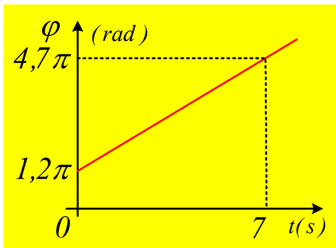
iii) Η ορμή του συστήματος στην οριζόντια διεύθυνση, ελάχιστα πριν την κρούση, είναι ίση με την ορμή ελάχιστα μετά την κρούση.

iv) Η περίοδος της ταλάντωσης αυξήθηκε μετά την κρούση.

v) Γενικά η ενέργεια της ταλάντωσης μειώνεται, αλλά υπάρχει περίπτωση και να παραμείνει σταθερή.

67) Η φάση και η αρχική φάση της απομάκρυνσης σε μια ΑΑΤ.

Στο διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της φάσης της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



i) Πόση είναι η αρχική φάση και ποιος ο ρυθμός μεταβολής της φάσης της απομάκρυνσης;

ii) Να βρεθεί η περίοδος ταλάντωσης του σώματος.

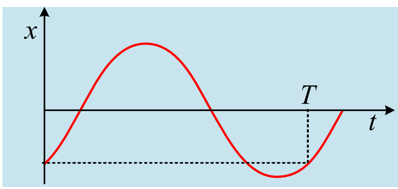
iii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της φάσης της ταχύτητας σε χρονικό διάστημα Δt=6s.

iv) Αν κάποια στιγμή t_1 το σώμα έχει ταχύτητα $\upsilon_1=2m/s$, να βρεθεί η ταχύτητά του τη στιγμή $t_2=t_1+10s$.

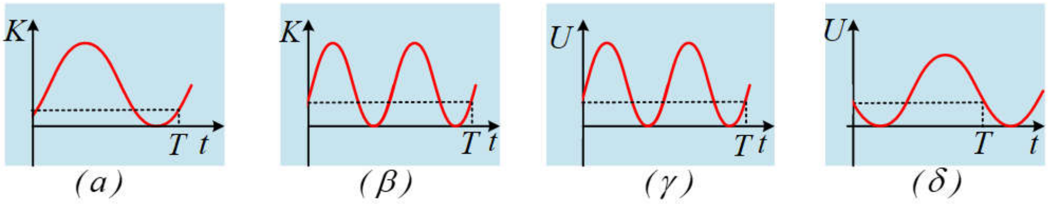
Δίνεται ότι για την απομάκρυνση ισχύει η γνωστή εξίσωση του σχολικού βιβλίου.

68) Επιλέγοντας διαγράμματα.

i) Στο πρώτο από τα παρακάτω σχήματα, δίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης ενός σώματος που εκτελεί ΑΑΤ, σε συνάρτηση με το χρόνο.



i)



Ποιες από τις επόμενες γραφικές παραστάσεις (για την κινητική και δυναμική ενέργεια ταλάντωσης) είναι σωστές και ποιες λανθασμένες.

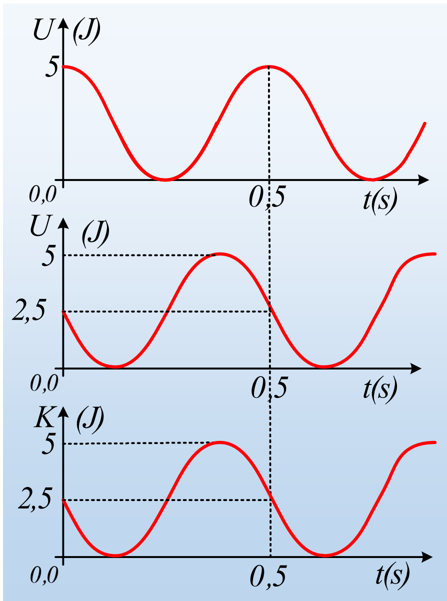
Να δικαιολογήσετε αναλυτικά τις επιλογές σας (θετικές και αρνητικές).

ii) Αν το σώμα ξεκινά τη στιγμή t=0 την ταλάντωσή του από τη θέση x=-A, να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις της δυναμικής και της κινητικής του ενέργειας, μέχρι να φτάσει στην θέση x=+A, σε συνάρτηση με:

α) την απομάκρυνση

β) το χρόνο.

69) Διαγράμματα δυναμικής ενέργειας.



Ένα υλικό σημείο μάζας 1kg εκτελεί ΑΑΤ και στο πρώτο διάγραμμα δίνεται η δυναμική του ενέργεια σε συνάρτηση με το χρόνο.

i) Να βρεθούν η περίοδος και το πλάτος ταλάντωσης.

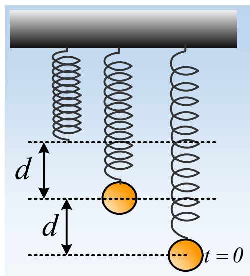
ii) Να γίνει η γραφική παράσταση x=x(t) της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

iii) Αν το διάγραμμα είχε τη μορφή του δεύτερου σχήματος, ποια μορφή θα είχε η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης, αν τη στιγμή t=0, το σώμα κινείται προς την θετική κατεύθυνση;

iv) Τη στιγμή t=0, το σώμα κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση, ενώ το αντίστοιχο διάγραμμα κινητικής ενέργειας, έχει τη μορφή του τρίτου διαγράμματος. Να γίνει ξανά η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας, σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

70) Οι δυναμικές ενέργειες μεταβάλλονται.



Ένα σώμα ηρεμεί στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου, έχοντας επιμηκύνει το ελατήριο κατά d. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω επίσης κατά d και τη χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο, οπότε εκτελεί ΑΑΤ. Τη στιγμή t_1=T/3, όπου T η περίοδος ταλάντωσης, το σώμα περνά από μια θέση Γ. Για τη θέση αυτή και θεωρώντας θετική την προς τα πάνω κατεύθυνση, να βρεθούν:

i) Η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του.

ii) Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος.

iii) Το ποσοστό της ενέργειας ταλάντωσης, το οποίο εμφανίζεται με τη μορφή της κινητικής ενέργειας του σώματος.

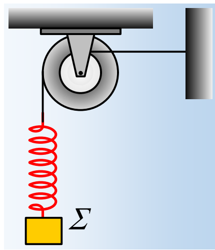
iv) Αν η κινητική ενέργεια του σώματος, στη θέση Γ, μειώνεται κατά 10J/s, να υπολογιστούν οι ρυθμοί μεταβολής:

α) της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης.

β) της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g.

71) Μια ταλάντωση και μια διπλή τροχαλία



Μια διπλή τροχαλία, αποτελείται από δύο ομόκεντρους ομογενείς δίσκους με ακτίνες r=0,1m και R=0,2m και μπορεί να στρέφεται γύρω από τον σταθερό οριζόντιο άξονά της. Στην μεγάλη τροχαλία έχουμε τυλίξει ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα, στο άκρο του οποίου μέσω ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m κρέμεται ένα σώμα Σ μάζας m=4kg. Γύρω από την μικρή τροχαλία, έχει τυλιχθεί ένα δεύτερο αβαρές και μη ελαστικό νήμα, το άλλο άκρο του οποίου δένεται σε σταθερό σημείο ενός τοίχου, ώστε το νήμα να είναι οριζόντιο, όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα το σύστημα να ισορροπεί.

i) Να υπολογίσετε την τάση του οριζόντιου νήματος

Εκτρέπουμε το σώμα Σ κατακόρυφα προς τα κάτω κατά y_1 και για t=0, το αφήνουμε να κινηθεί.

ii) Τι τιμές μπορεί να πάρει η αρχική εκτροπή y_1, ώστε στη συνέχεια να μην μηδενιστεί η τάση του οριζόντιου νήματος.

iii) Αν y_1=0,2m, να αποδείξετε ότι το Σ θα εκτελέσει ΑΑΤ και στη συνέχεια να βρείτε πώς μεταβάλλεται η τάση του οριζόντιου νήματος, σε συνάρτηση με το χρόνο, κάνοντας και τη γραφική της παράσταση.

iv) Κάποια στιγμή t_1 κόβουμε το οριζόντιο νήμα. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας, του συστήματος τροχαλία-σώμα Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, κάνοντας και τη γραφική της παράσταση, για $t>t_1$.

v) Αν t_1=14π/15 s, ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας, ως προς τον άξονα περιστροφής της, αμέσως μόλις κόψουμε το νήμα;

Δίνεται g=10m/s^2.

72) Ενέργεια και επιτάχυνση σε μια σύνθετη ταλάντωση.

Ένα σώμα μάζας Μ κινείται ευθύγραμμα γύρω από μια θέση y=0, με εξίσωση κίνησης:

$$y = A \cdot \eta\mu\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) + A \cdot \eta\mu(\omega t)$$

i) Η μέγιστη κινητική ενέργεια του σώματος είναι ίση:

$$α)\ K=\frac{1}{4}M\omega^2A^2,\quad β)\ K=\frac{1}{2}M\omega^2A^2,\quad γ)\ K=2M\omega^2A^2,\quad δ)\ K=\frac{9}{2}M\omega^2A^2.$$

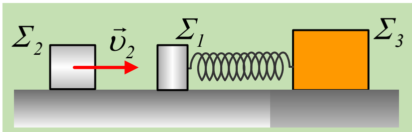
ii) Τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{\pi}{2\omega}$, η επιτάχυνση του σώματος έχει τιμή:

$$α)\ a_1=-\frac{1}{4}\omega^2A,\quad β)\ a_1=\frac{1}{4}\omega^2A,\quad γ)\ a_1=-\frac{1}{2}\omega^2A,\quad δ)\ a_1=\frac{1}{2}\omega^2A$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Υπενθυμίζεται ότι ημ(π-θ)=ημθ, συν(π-θ)=-συνθ, ημ30°=συν60°= ½ και συν30°=ημ60°=√3/2

73) Θα υπάρξει ολίσθηση μετά την κρούση;



Ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=1kg εκτελεί ΑΑΤ σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με πλάτος 0,4m, στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακίνητο σώμα $Σ_3$, μάζας M=15kg. Το $Σ_3$ ισορροπεί σε πιο τραχύ οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή οριακής στατικής τριβής $μ_s$=0,4. Το σώμα $Σ_2$, μάζας m_2=0,5kg, κινείται κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα $υ_2$=4,5m/s, όπως στο σχήμα και σε μια στιγμή t_0=0, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το $Σ_1$, με αποτέλεσμα αμέσως μετά την κρούση, να κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου $υ_2΄$=1,5m/s.

i) Να βρεθούν, για το χρονικό διάστημα πριν την κρούση, η μέγιστη ταχύτητα (κατά μέτρο) ταλάντωσης του $Σ_1$ και το μέγιστο μέτρο της στατικής τριβής που ασκείται στο $Σ_3$.

ii) Ποια η ταχύτητα του $Σ_1$ αμέσως μετά την κρούση;

iii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής κάθε σώματος η οποία οφείλεται στην κρούση.

iv) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σώματος, τη στιγμή που η στατική τριβή που ασκείται στο σώμα $Σ_3$ έχει μέτρο T_s=45N.

v) Να εξετάσετε αν θα ολισθήσει το σώμα $Σ_3$ κατά τη διάρκεια της νέας ταλάντωσης που θα πραγματοποιήσει το σώμα $Σ_1$ μετά την κρούση.

74) Μια σύνθετη ταλάντωση και φάσεις.

Ένα σώμα μάζας 0,2kg έχει εξίσωση κίνησης, γύρω από μια θέση y=0:

$$y=0{,}1\cdot ημ\left(2\pi t+\frac{5\pi}{6}\right)+0{,}1\cdot ημ(3\pi t)\quad \text{(μονάδες στο S.I.)}.$$

i) Υπολογίστε το «πλάτος» και την απομάκρυνση της κίνησης για t=0. Ποια είναι η αρχική φάση της απομάκρυνσης;

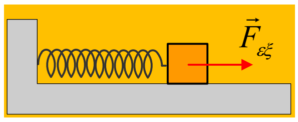
ii) Ποια είναι η μέγιστη τιμή του «πλάτους» και ποια χρονική στιγμή t_1 το πλάτος μεγιστοποιείται για πρώτη φορά;

iii) Να βρεθεί η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος τη στιγμή t_2=2s.

iv) Να βρεθούν η κινητική ενέργεια και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος την παραπάνω στιγμή.

Δίνεται $2\eta\mu\dfrac{\pi}{12}=\sqrt{2-\sqrt{3}}\approx 0,5$ και $\pi^2\approx 10$.

75) Από τη σύνθεση σε μια εξαναγκασμένη!



Ένα σώμα μάζας m=0,1kg έχει εξίσωση κίνησης x=2συν(20t) – 2·ημ(20t) (μονάδες στο S.I.).

i) Να υπολογίστε την κινητική ενέργεια του σώματος τη στιγμή $t_1=\pi/40$s. Έχει δυναμική ενέργεια το σώμα τη στιγμή αυτή και αν ναι, πόση είναι αυτή;

ii) Το ίδιο σώμα, δένεται στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=8N/m και με την επίδραση μιας αρμονικής εξωτερικής δύναμης, εκτελεί ταλάντωση με απομάκρυνση x=0,5·ημ(10t) (S.I.), ενώ δέχεται και δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{\alpha\pi}=-0,2\cdot\upsilon$ (S.I.).

α) Να βρεθούν οι εξισώσεις της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο.

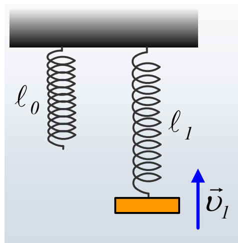
β) Ποιες οι αντίστοιχες εξισώσεις της δύναμης επαναφοράς και της δύναμης απόσβεσης, σε συνάρτηση με το χρόνο;

γ) Να βρεθεί η εξίσωσης της εξωτερικής δύναμης, σε συνάρτηση με το χρόνο ($F_{\varepsilon\xi}$-t).

δ) Για τη χρονική στιγμή $t_1=\pi/30$s, να βρεθεί η ισχύς της εξωτερικής δύναμης, καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της δύναμης απόσβεσης.

Δίνεται ημ(π/12) ≈ 0,26 .

76) Μια πλάκα σε φθίνουσα ταλάντωση.



Στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m και φυσικού μήκους l_0=0,4m, δένουμε μια πλάκα μάζας m=1kg και την αφήνουμε να κινηθεί τη στιγμή t=0. Στη διάρκεια της κίνησης, στην πλάκα ασκείται από τον αέρα δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{\alpha\pi}=-2,5\cdot 10^{-3}\upsilon$ (μονάδες στο S.I.). Κάποια στιγμή t_1 η πλάκα κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου υ_1=0,8m/s, ενώ το μήκος του ελατηρίου είναι l_1=0,5m. Για τη στιγμή αυτή t_1 να βρεθούν:

i) Οι δυνάμεις που ασκούνται στην πλάκα, καθώς και η επιτάχυνσή της.

ii) Η ενέργεια ταλάντωσης καθώς και η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

iii) Η ισχύς της δύναμης απόσβεσης. Τι εκφράζει η ισχύς αυτή;

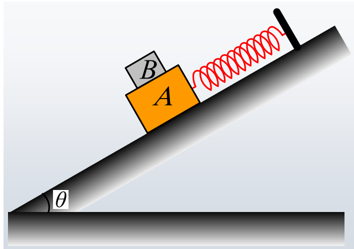
iv) Οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης.

v) Πόση μηχανική ενέργεια έχει μετατραπεί σε θερμική στο χρονικό διάστημα 0-t_1 και πόση θα μετατραπεί μέχρι η πλάκα να ηρεμήσει;

Δίνεται g=10m/s^2.

77) Μια ταλάντωση και η τριβή.

Ένα σώμα Α μάζας M=3kg ηρεμεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m. Τη στιγμή $t_0=0$, αφήνουμε πάνω στο σώμα Α, ένα δεύτερο σώμα Β, μάζας m=1kg, το οποίο εμφανίζει με το σώμα Α συντελεστή οριακής στατικής τριβής $μ_s=1$.



i) Τι θα συμβεί μόλις αφήσουμε ελεύθερο το Β σώμα;

α) Θα ισορροπήσει.

β) Θα κινηθεί προς τα κάτω, γλιστρώντας πάνω στο Α σώμα, το οποίο παραμένει στη θέση του.

γ) Θα κινηθεί προς τα κάτω, συμπαρασύροντας στην κίνησή του και το Α σώμα.

ii) Να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα Β.

iii) Να αποδείξτε ότι το σύστημα των δύο σωμάτων Α και Β, θα εκτελέσει ΑΑΤ, υπολογίζοντας και το πλάτος ταλάντωσής του.

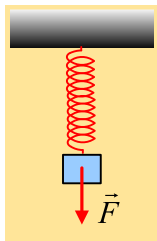
iv) Θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική, να βρεθεί η εξίσωση της επιτάχυνσης του συστήματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

v) Να γίνει η γραφική παράσταση της τριβής που ασκείται στο Β σώμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνεται $g=10m/s^2$, ημθ=0,6 και συνθ=0,8.

78) Ταλαντώσεις με άσκηση παροδικής δύναμης.

Ένα σώμα μάζας m=1kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=40N/m^2$. Σε μια στιγμή, έστω t=0, δέχεται την επίδραση μιας σταθερής κατακόρυφης δύναμης μέτρου F=20N, μέχρι τη στιγμή $t_1=1{,}75s$, όπου η δύναμη παύει να ασκείται.



i) Να αποδείξετε ότι στο παραπάνω χρονικό διάστημα $0\text{-}t_1$, το σώμα εκτελεί ΑΑΤ, υπολογίζοντας το πλάτος και την ενέργεια ταλάντωσης.

ii) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_1.

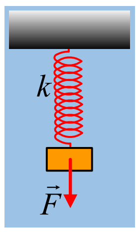
iii) Να υπολογίσετε το έργο της ασκούμενης δύναμης F.

iv) Να βρεθεί το πλάτος και η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος, μετά την κατάργηση της δύναμης F.

Δίνεται $g=10m/s^2$ και $π^2≈10$.

79) Ανεβάζοντας το επίπεδο αφαίρεσης.

Ένα σώμα μάζας 1kg, ηρεμεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=30N/m. Κάποια στιγμή (t=0) ασκείται στο σώμα μια κατακόρυφη μεταβλητή δύναμης, της μορφής F=-10s+8 (S.I.), όπου s η μετατόπιση από την αρχική θέση ισορροπίας του σώματος.



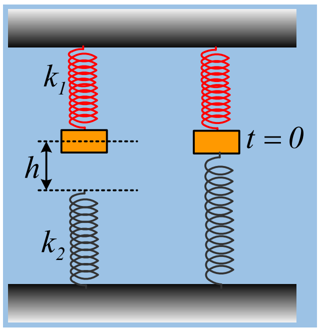
i) Να αποδείξτε ότι το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ, υπολογίζοντας το πλάτος και την ενέργεια ταλάντωσης.

ii) Τη χρονική στιγμή $t_1=16/3$ s η δύναμη F παύει να ασκείται. Να βρείτε το πλάτος και την ενέργεια της νέας ταλάντωσης του σώματος.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

80) Δυο ταλαντώσεις με δύο κατακόρυφα ελατήρια.

Ένα σώμα μάζας 1kg, ηρεμεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k_1=30N/m$, απέχοντας απόσταση $h=0,8m$ από το άνω άκρο ενός δεύτερου κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k_2=10N/m$. Οι άξονες των δύο ελατηρίων ταυτίζονται. Τραβάμε το κάτω ελατήριο και δένουμε το άκρο του με το σώμα και σε μια στιγμή (t=0) αφήνουμε το σώμα ελεύθερο να κινηθεί.



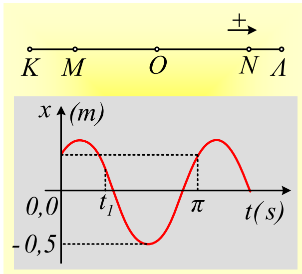
i) Να αποδείξτε ότι το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ, υπολογίζοντας το πλάτος και την ενέργεια ταλάντωσης.

ii) Τη χρονική στιγμή $t_1=16/3$ s το κάτω ελατήριο λύνεται. Να βρείτε το πλάτος και την ενέργεια της νέας ταλάντωσης του σώματος.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

81) Πληροφορίες από ένα διάγραμμα απομάκρυνσης.

Ένα σώμα εκτελεί μια ΑΑΤ μεταξύ των ακραίων θέσεων ΚΛ, γύρω από τη θέση ισορροπίας Ο και στο διάγραμμα δίνεται η απομάκρυνσή του σε συνάρτηση με το χρόνο.



i) Τη στιγμή t=0, το σώμα βρίσκεται στο σημείο:

α) Κ, β) Μ, γ) Ο, δ) Ν, ε) Λ.

ii) Η απόσταση των σημείων ΚΛ είναι ίση με ……m.

iii) Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος στη διάρκεια της ταλάντωσής του έχει μέτρο…..m/s.

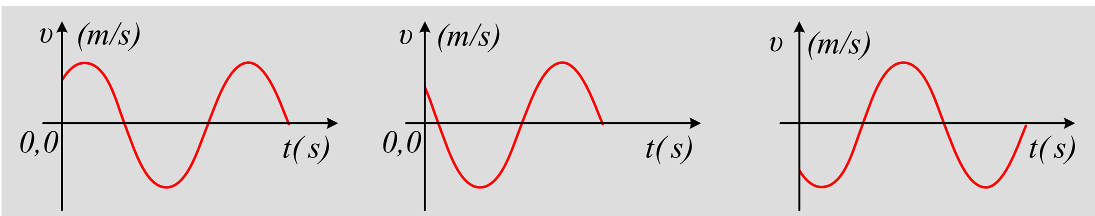
iv) Τη στιγμή t_1 η ταχύτητα του σώματος είναι:

α) Θετική, β) αρνητική, γ) μηδενική.

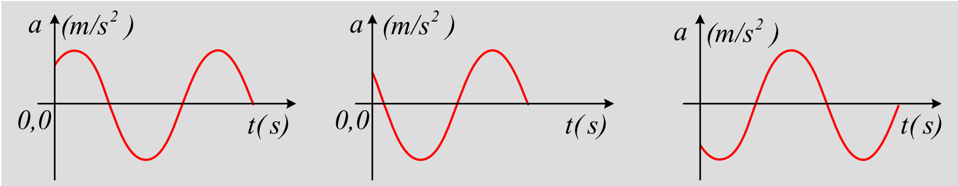
v) Τη στιγμή t_1 η επιτάχυνση του σώματος είναι:

α) Θετική, β) αρνητική, γ) μηδενική.

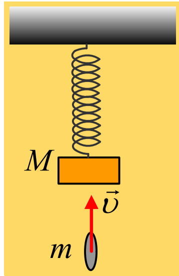
vi) Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστά την ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο;



vii) Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστά την επιτάχυνση του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο;



82) Μια πλαστική κρούση και η ενέργεια της ταλάντωσης.



Μια ξύλινη πλάκα μάζας M ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου. Ένα βλήμα μάζας m κινείται κατακόρυφα και σφηνώνεται στην πλάκα. Η κινητική ενέργεια του βλήματος ελάχιστα πριν την κρούση είναι K_o.

i) Αν η απώλεια της κινητικής ενέργειας που οφείλεται στην κρούση είναι ΔΚ, ισχύει:

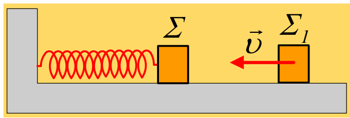
$$α)\ \Delta K < K_o\frac{M}{M+2m},\quad β)\ \Delta K = K_o\frac{M}{M+2m},\quad γ)\ \Delta K > K_o\frac{M}{M+2m}.$$

ii) Αν $E_τ$ η ενέργεια ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση, ισχύει:

$$α)\ E_τ < K_o\frac{m}{M+m},\quad β)\ E_τ = K_o\frac{m}{M+m},\quad γ)\ E_τ > K_o\frac{m}{M+m}.$$

Να δικαιολογήστε τις επιλογές σας.

83) Η περίοδος και η ενέργεια μετά την κρούση.



Ένα σώμα Σ εκτελεί ΑΑΤ, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου με ενέργεια ταλάντωσης Ε. Σε μια στιγμή συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ένα δεύτερο σώμα $Σ_1$, ίσης μάζας, το οποίο κινείται όπως στο σχήμα, πάνω στον άξονα του ελατηρίου, με ταχύτητα υ=Αω, όπου Α το πλάτος και ω η γωνιακή συχνότητα του ταλαντούμενου σώματος Σ. Μετά την κρούση το σώμα $Σ_1$ παραμένει ακίνητο.

i) Αν Τ η αρχική περίοδος ταλάντωσης του σώματος Σ και T_1 η περίοδός του μετά την κρούση, θα ισχύει:

α) $T_1 < T$, β) $T_1 = T$, γ) $T_1 > T$.

ii) Τα δυο σώματα θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά μετά από χρόνο t_1, όπου:

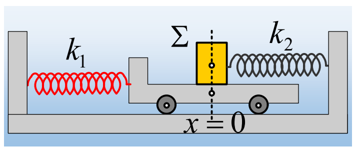
α) $t_1 < T_1$, β) $t_1=T_1$, γ) $t_1 > T_1$.

όπου T_1 η περίοδος ταλάντωσης μετά την πρώτη κρούση.

iii) Η ενέργεια ταλάντωσης E_1 του σώματος Σ μετά την πρώτη κρούση, θα είναι:

α) $E_1 < 2E$, β) $E_1=2E$, γ) $E_1 > 2E$.

84) Αμαξίδιο και σώμα σε ταλαντώσεις.



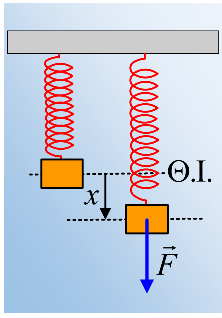
Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα αμαξίδιο μάζας M=3kg, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k_1=120N/m. Πάνω στο αμαξίδιο ηρεμεί ένα σώμα Σ μάζας m=1kg, δεμένο και αυτό στο άκρο δεύτερου οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k_2=130N/m, όπως στο σχήμα, χωρίς να αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων . Θεωρούμε ότι τα κέντρα μάζας των δύο σωμάτων βρίσκονται στη θέση x=0. Τραβάμε αργά-αργά το αμαξίδιο προς τα αριστερά μετακινώντας το κατά d=0,2m και τη στιγμή t=0, το αφήνουμε να κινηθεί.

i) Αν δεν υπάρχουν τριβές μεταξύ αμαξιδίου και σώματος Σ, θεωρώντας την προς τα αριστερά κατεύθυνση ως θετική να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις x=x(t) της θέσης κάθε σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, σε βαθμολογημένους άξονες.

ii) Αν υπάρχουν τριβές μεταξύ σώματος και αμαξιδίου, με αποτέλεσμα να μην παρατηρείται ολίσθηση μεταξύ τους, να γίνει το διάγραμμα x=x(t) της θέσης του συστήματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να υπολογιστεί ο ελάχιστος συντελεστής οριακής τριβής, μεταξύ των δύο σωμάτων για την παραπάνω κίνηση.

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

85) Μια ταλάντωση μετά τη δράση μεταβλητής δύναμης.



Ένα σώμα ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=200N/m, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω του μια μεταβλητή κατακόρυφη δύναμη **F**, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται σύμφωνα με την σχέση F=90-450x (μονάδες στο S.I.), όπου x η απόσταση από την αρχική θέση ισορροπίας του σώματος. Η δύναμη παύει να ασκείται στη θέση μηδενισμού της.

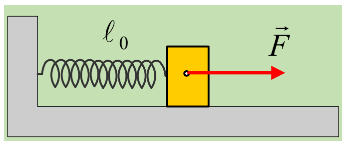
i) Σε ποια θέση βρίσκεται το σώμα τη στιγμή που μηδενίζεται η ασκούμενη δύναμη;

ii) Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης F;

iii) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του σώματος τη στιγμή μηδενισμού της δύναμης F.

iv) Να αποδείξετε ότι στη συνέχεια το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ και να υπολογίστε το πλάτος ταλάντωσής του.

86) Ασκώντας μια δύναμη για λίγο.



Ένα σώμα, ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m. Σε μια στιγμή t=0, στο σώμα ασκείται μια σταθερή οριζόντια δύναμη F=20N, όπως στο σχήμα, μέχρι τη στιγμή που θα μηδενιστεί για πρώτη φορά η ταχύτητα του σώματος, οπότε και η δύναμη καταργείται.

i) Να αποδείξετε ότι για όσο χρόνο ασκείται η δύναμη F, το σώμα εκτελεί ΑΑΤ, της οποίας να υπολογίσετε το πλάτος και την ενέργεια ταλάντωσης.

ii) Πόση είναι η ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμη F;

iii) Να βρεθεί το πλάτος και η ενέργεια της νέας ταλάντωσης του σώματος, μετά την κατάργηση της δύναμης F.

iv) Ποια από τις δύο ταλαντώσεις έχει μεγαλύτερη περίοδο και γιατί;

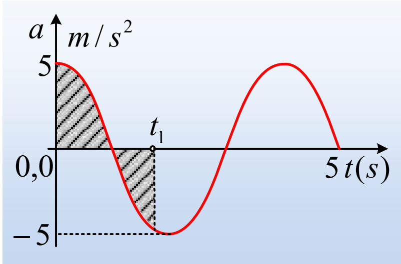
87) Αν δίνεται το διάγραμμα της επιτάχυνσης.

Ένα σώμα μάζας 0,2kg, εκτελεί ΑΑΤ και στο διπλανό σχήμα δίνεται η επιτάχυνσή του σε συνάρτηση με το χρόνο.

i) Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο.

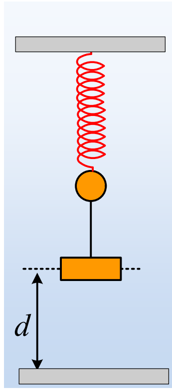
ii) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου, στο διάγραμμα α-t, μέχρι τη στιγμή t_1=5/3s.

iii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας την παραπάνω χρονική στιγμή t_1.



88) Αν κρεμάσουμε και μια πλάκα;

Μια μικρή σφαίρα μάζας m=0,5kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, έχοντάς το επιμηκύνει κατά 10cm. Δένουμε τη σφαίρα με μια πλάκα, μάζας Μ=1,5kg, μέσω αβαρούς νήματος και την συγκρατούμε σε τέτοια θέση, ώστε το νήμα να είναι κατακόρυφο και τεντωμένο, χωρίς να προκαλείται μετακίνηση της σφαίρας. Στη θέση αυτή, η πλάκα απέχει κατά d=0,45m από το έδαφος, όπως στο διπλανό σχήμα.



Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερη την πλάκα, η οποία μετά από λίγο φτάνει στο έδαφος όπου και προσκολλάται, ενώ αμέσως κόβουμε και το νήμα. Να υπολογιστούν:

i) Η αρχική επιτάχυνση της σφαίρας, καθώς και η επιτάχυνσή της:

α) ελάχιστα πριν και

β) ελάχιστα μετά

την κρούση της πλάκας.

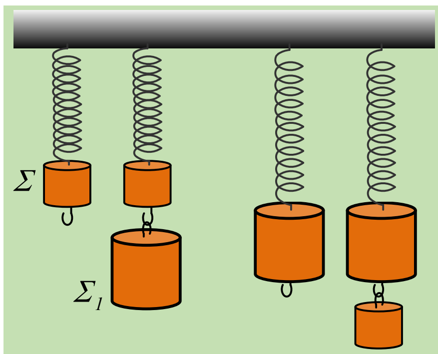
ii) Η μέγιστη ταχύτητα της πλάκας.

iii) Η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική, κατά την κρούση της πλάκας με το έδαφος.

iv) Πόση είναι η ενέργεια ταλάντωσης της σφαίρας, μετά και την αφαίρεση του νήματος;

89) Το πλάτος και η περίοδος με μια αλλαγή.

Στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, ηρεμεί ένα σώμα Σ μάζας m. Όταν κρεμάσουμε κάτω από το σώμα Σ, ένα δεύτερο σώμα $Σ_1$, μάζας Μ=2m και αφεθεί το σύστημα ελεύθερο, εκτελεί ΑΑΤ πλάτους Α και περιόδου Τ.



Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα στο κάτω άκρο του ελατηρίου έχει δεθεί το σώμα $Σ_1$ το οποίο ηρεμεί, κάτω από το οποίο κρεμάμε το σώμα Σ. Αφήνουμε το σύστημα ξανά να ταλαντωθεί.

i) Το νέο πλάτος ταλάντωσης είναι:

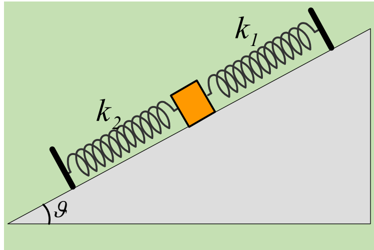
α) Α/2 β) Α, γ) 2Α.

ii) Η νέα περίοδος ταλάντωσης είναι:

α) T/2 β) T, γ) 2T.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

90) Δυο ΑΑΤ και μία Ταλάντωση.



Ένα σώμα μάζας 1kg ηρεμεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ=30°, δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k_1=40N/m, ενώ εφάπτεται στο ελεύθερο άκρο ενός δεύτερου ελατηρίου σταθεράς k_2=120N/m (χωρίς να έχει δεθεί), το οποίο έχει το φυσικό μήκος του, όπως στο διπλανό σχήμα.

Εκτρέπουμε το σώμα, παράλληλα στο επίπεδο, προς τα πάνω κατά 0,4m και τη στιγμή t=0 αφήνεται να κινηθεί.

i) Να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει μια ταλάντωση, αποτελούμενη από τμήματα δυο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, της οποίας να υπολογιστεί η περίοδος.

ii) Να βρεθεί η εξίσωσης της απομάκρυνσης x=f(t) από την αρχική θέση ισορροπίας του και να γίνει η γραφική της παράσταση, σε βαθμολογημένους άξονες, μέχρι να ολοκληρωθεί μια ταλάντωση, παίρνοντας την αρχική απομάκρυνση ως θετική.

iii) Για τη στιγμή που το σώμα έχει διανύσει διάστημα s=0,5m, να υπολογιστούν:

α) Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης και

β) Ο ρυθμός μεταβολής της.

Δίνονται g=10m/s^2 και π^2≈10.

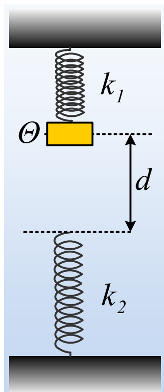
91) Ποια λύση είναι επιστημονικά σωστή;

Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα με εξίσωση κίνησης:

$$x=0{,}2\cdot ημ(6\pi t) +0{,}2\cdot ημ(4\pi t) \quad \text{(S.I.)}$$

Να βρεθεί η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος τη χρονική στιγμή t_1=1/6 s.

92) Και μια και δύο ΑΑΤ.



Ένα σώμα μάζας 2kg, είναι δεμένο στο άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k_1=200N/m. Ανεβάζουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω φέρνοντάς το σε μια θέση Θ, όπου το ελατήριο έχει συσπειρωθεί κατά Δℓ=0,1m. Κάτω ακριβώς από το σώμα υπάρχει ένα δεύτερο ιδανικό ελατήριο, το πάνω άκρο του οποίου απέχει κατά d=0,2m από το σώμα, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή t_o=0, αφήνουμε το σώμα ελεύθερο να κινηθεί και παρατηρούμε ότι σταματά την προς τα κάτω κίνησή του, αφού μετατοπισθεί κατά 0,3m .

i) Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ, μέχρι να έρθει σε επαφή με το κάτω ελατήριο, υπολογίζοντας το πλάτος και την περίοδο ταλάντωσης.

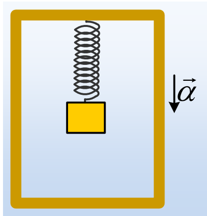
ii) Να αποδείξτε ότι η κίνηση του σώματος, όταν βρίσκεται σε επαφή με το κάτω ελατήριο είναι μια νέα ΑΑΤ, υπολογίζοντας επίσης το πλάτος και την περίοδο ταλάντωσης.

iii) Ποια χρονική στιγμή το σώμα θα επανέρθει για πρώτη φορά στη θέση Θ;

iv) Να υπολογιστούν οι ρυθμοί μεταβολής της ορμής του σώματος στην ανώτερη και στην κατώτερη θέση της τροχιάς του.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

93) Μια ταλάντωση σε ανελκυστήρα.



Ένα σώμα Σ μάζας 1kg, βρίσκεται δεμένο στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, το οποίο κρέμεται μέσα σε έναν ανελκυστήρα (ασανσέρ) το οποίο κατέρχεται με σταθερή επιτάχυνση $α=2m/s^2$. Στη διάρκεια της κίνησης το σώμα παραμένει «ακίνητο» ως προς το θάλαμο του ανελκυστήρα, απέχοντας 1m από τη βάση του. Σε μια στιγμή και ενώ η ταχύτητά του είναι $υ=4m/s$, ο θάλαμος συγκρούεται με το έδαφος, όπου και ακινητοποιείται ακαριαία.

Δίνεται η σταθερά του ελατηρίου $k=20N/m$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

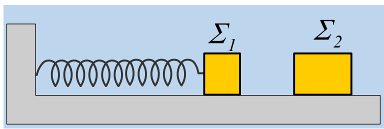
i) Στη διάρκεια της πτώσης του θαλάμου, το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος ή όχι;

ii) Να περιγράψετε την κίνηση που θα κάνει το σώμα Σ, μετά την ακινητοποίηση του ανελκυστήρα.

iii) Να αποδειχτεί ότι η κίνηση αυτή θα είναι ΑΑΤ.

iv) Να εξετάσετε αν το σώμα Σ θα φτάσει στο δάπεδο του θαλάμου.

94) Μια ελαστική κρούση και δύο ταλαντώσεις.



Ένα σώμα $Σ_1$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου, απέχοντας κατά d από ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$, διπλάσιας μάζας, όπως στο σχήμα. Εκτρέπουμε το σώμα $Σ_1$ προς τα αριστερά κατά 2d, συμπιέζοντας το ελατήριο και στη συνέχεια το αφήνουμε να ταλαντωθεί. Η κρούση των σωμάτων είναι κεντρική και ελαστική.

i) Μετά την κρούση το σώμα $Σ_1$:

α) θα αποκτήσει μηδενική ταχύτητα,

β) θα κινηθεί προς τα δεξιά,

γ) θα κινηθεί προς τα αριστερά.

ii) Το σώμα $Σ_2$ θα αποκτήσει κινητική ενέργεια:

α) $K_2 < ½ kd^2$, β) $K_2 = ½ kd^2$, γ) $K_2 > ½ kd^2$.

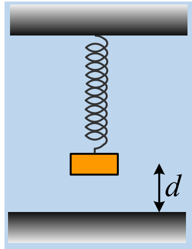
iii) Για το νέο πλάτος ταλάντωσης του $Σ_1$ μετά την κρούση θα ισχύει:

α) $A_1 < d$, β) $A_1 = d$, γ) $A_1 > d$.

Να δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

95) Ταλάντωση και κρούση.

Το σώμα μάζας M ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, απέχοντας κατά d από το έδαφος,



όπως στο σχήμα. Εκτρέπουμε το σώμα προς τα πάνω κατά 2d, φέρνοντάς το στη θέση Ρ και τη στιγμή t=0, το αφήνουμε να κινηθεί, οπότε εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά D=k, όπου k η σταθερά του ελατηρίου.

i) Η ταχύτητα του σώματος ελάχιστα πριν την ελαστική κρούση του με το έδαφος, έχει μέτρο:

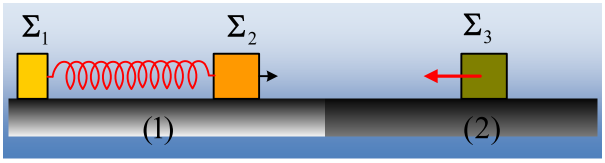
$$\alpha)\ \upsilon = d\sqrt{\frac{k}{M}},\quad \beta)\ \upsilon = d\sqrt{\frac{2k}{M}},\quad \gamma)\ \upsilon = d\sqrt{\frac{3k}{M}}$$

ii) Το σώμα θα συγκρουσθεί 2^{η} φορά με το έδαφος τη χρονική στιγμή:

$$\alpha)\ t_1 = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{M}{k}},\quad \beta)\ t_2 = \pi\sqrt{\frac{M}{k}},\quad \gamma)\ t_3 = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}.$$

Να δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας, θεωρώντας αμελητέα τη διάρκεια της κρούσης.

96) Ένα μονωμένο σύστημα και ολίγον από ΑΑΤ.



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο (1) ηρεμούν δυο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, με μάζες m_1=1kg και m_2=2kg αντίστοιχα, δεμένα στα άκρα ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=50N/m και φυσικού μήκους ℓ_0=0,7m. Μετακινούμε το $Σ_1$, μέχρι το ελατήριο να αποκτήσει μήκος ℓ_1=0,3m και σε μια στιγμή αφήνουμε τα σώματα να κινηθούν. Στο σώμα $Σ_2$ έχει προσαρμοστεί ένα καρφάκι και μόλις περάσει στο οριζόντιο επίπεδο (2), όπου δεν είναι λείο, συγκρούεται με ένα ξύλινο σώμα $Σ_3$, μάζας m_3=4kg, το οποίο κινείται αντίθετα και το οποίο, τη στιγμή της κρούσης έχει ταχύτητα μέτρου υ_3=0,5m/s. Κατά τη διάρκεια της κρούσης το καρφάκι καρφώνεται στο ξύλο, οπότε δημιουργείται συσσωμάτωμα, το οποίο έχει μηδενική ταχύτητα, αμέσως μετά την κρούση.

Δίνονται οι συντελεστές τριβής μεταξύ του επιπέδου (2) και του συσσωματώματος μ=$μ_s$=0,2, τα σώματα θεωρούνται υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων και g=10m/s^2.

i) Να υπολογιστούν τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ ελάχιστα πριν την κρούση (να μην ληφθεί υπόψη η ανάπτυξη τριβής στο $Σ_2$ κατά την είσοδό του στο (2) επίπεδο).

ii) Ποια η απόσταση των σωμάτων $Σ_1$-$Σ_2$ τη στιγμή της κρούσης;

iii) Να υπολογιστεί η τριβή που θα ασκηθεί στο συσσωμάτωμα, αμέσως μετά την κρούση.

iii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του $Σ_1$, τη στιγμή που θα αρχίσει η ολίσθηση του συσσωματώματος.

97) Η ταλάντωση μιας μεμβράνης.

Όταν μπροστά από ένα μικρόφωνο πάλλεται μια ηχητική πηγή $Π_1$, η μεμβράνη του μικροφώνου, μάζας 2g, εκτελεί ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης x_1=3·ημ(20πt) (mm). Αν ταυτόχρονα φέρουμε δίπλα και μια δεύτερη ηχητική πηγή $Π_2$ και θέσουμε ταυτόχρονα σε λειτουργία και τις δύο πηγές, τότε η μεμβράνη εκτελεί ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης x=4·ημ$\left(20\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)$ (mm).

i) Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της μεμβράνης, αν αντί να πάλλονται και οι δύο, σιγήσει η πρώτη πηγή.

ii) Να υπολογιστεί η μέγιστη κινητική ενέργεια της μεμβράνης, όταν:

α) πάλλεται μόνο η πηγή $Π_1$.

β) πάλλεται μόνο η πηγή $Π_2$.

γ) πάλλονται και οι δύο πηγές.

iii) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της μεμβράνης, στην περίπτωση που πάλλονται και οι δύο πηγές, τη χρονική στιγμή t_1=1/30s.

98) Μια περίεργη περιοδική κίνηση σαν σύνθεση ταλαντώσεων.

Ένα σώμα μάζας 0,5kg κινείται με εξίσωση κίνησης:

$$x = 0,1\cdot ημ\left(20\pi t+\frac{5\pi}{3}\right) + 0,1\cdot ημ(22\pi t) \quad \text{(S.I.)}$$

i) Να αποδείξετε ότι το σώμα εκτελεί μια περιοδική αλλά όχι αρμονική κίνηση, της οποίας να βρείτε τη συχνότητα.

ii) Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1 που το «πλάτος» μηδενίζεται για πρώτη φορά, καθώς και η στιγμή t_2 που μεγιστοποιείται επίσης για πρώτη φορά.

iii) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{4}{3}$ s.

iv) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος την παραπάνω χρονική στιγμή;

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

99) Μια κίνηση και η μελέτη της σαν σύνθετη Ταλάντωση.

Ένα σώμα μάζας 0,2kg κινείται παλινδρομικά γύρω από μια θέση Ο και η εξίσωση κίνησής του είναι:

$$x = 0,5\cdot συν(20t) + 0,5\sqrt{3}\cdot ημ(20t) \quad \text{μονάδες στο S.I.}$$

όπου x η απομάκρυνση από το σημείο Ο.

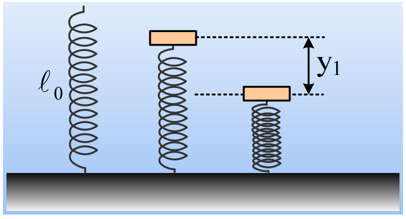
i) Ν' αποδειχθεί ότι η κίνηση του σώματος είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{\pi}{12}$ s.

iii) Αν επιπλέον η κίνηση του σώματος είναι ΑΑΤ, να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσής του. Μπορεί η παραπάνω κίνηση να μην είναι ΑΑΤ, αλλά κάποια άλλη κίνηση; Εξηγείστε.

100) Μια ΑΑΤ…. τμήμα μιας ταλάντωσης.

Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k=200N/m, στηρίζεται στο έδαφος με το κάτω άκρο του, ενώ στο πάνω άκρο του ηρεμεί ένα σώμα μάζας m=8kg, χωρίς να είναι δεμένο με το ελατήριο. Ασκώντας κατάλληλη κατακόρυφη δύναμη, εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά y_1=0,8m και για t=0 το αφήνουμε να κινηθεί.



i) Ν' αποδειχθεί ότι, για όσο χρόνο το σώμα βρίσκεται σε επαφή με το ελατήριο, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

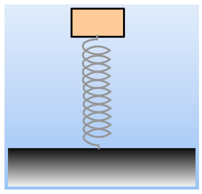
ii) Ποια χρονική στιγμή το σώμα εγκαταλείπει το ελατήριο; Τι κίνηση θα πραγματοποιήσει από κει και πέρα;

iii) Πόσο θα απέχει το σώμα από το πάνω άκρο του ελατηρίου, τη στιγμή που θα μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του;

iv) Ποια χρονική στιγμή το σώμα θα επιστρέψει ξανά στην αρχική του θέση, για πρώτη φορά;

Δίνεται $g=10m/s^2$.

101) Μια κατακόρυφη ταλάντωση μετά κρούσεως!!!



Ένα σώμα Σ μάζας 4kg ηρεμεί στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται στο έδαφος. Η συσπείρωση που προκαλείται στο ελατήριο είναι ίση με 0,1m. Ανεβάζουμε το σώμα κατακόρυφα κατά d= 0,2m και για t=0 το αφήνουμε να κινηθεί.

i) Ν' αποδειχθεί ότι το σώμα Σ θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

ii) Να γράψετε της εξίσωση της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας, σε συνάρτηση με το χρόνο, αν η θετική φορά είναι προς τα πάνω.

iii) Να βρεθεί η εξίσωση της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

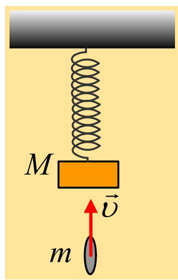
iv) Μόλις το σώμα Σ μετακινηθεί κατά 0,3m, από την θέση που το αφήσαμε, συγκρούεται (όχι πλαστικά) με ένα άλλο σώμα $Σ_1$ που κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω. Το νέο πλάτος ταλάντωσης του σώματος Σ μετά την κρούση είναι ίσο με 0,3m.

α) Πόση ενέργεια πήρε το σώμα Σ, από το $Σ_1$ κατά την κρούση;

β)Πόση ήταν η Κινητική ενέργεια του σώματος Σ αμέσως μετά την κρούση;

Δίνεται $g=10m/s^2$.

102) Μια πλαστική κρούση και η ενέργεια της ταλάντωσης.



Μια ξύλινη πλάκα μάζας Μ ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου. Ένα βλήμα μάζας m κινείται κατακόρυφα και σφηνώνεται στην πλάκα. Η κινητική ενέργεια του βλήματος ελάχιστα πριν την κρούση είναι K_o.

i) Αν η απώλεια της κινητικής ενέργειας που οφείλεται στην κρούση είναι ΔΚ, ισχύει:

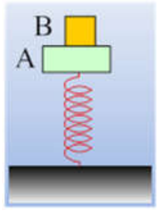
$$α)\ ΔK < K_o \frac{M}{M+2m},\quad β)\ ΔK = K_o \frac{M}{M+2m},\quad γ)\ ΔK > K_o \frac{M}{M+2m}.$$

ii) Αν $E_τ$ η ενέργεια ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση, ισχύει:

$$\alpha)\ E_\tau < K_o \frac{m}{M+m},\quad \beta)\ E_\tau = K_o \frac{m}{M+m},\quad \gamma)\ E_\tau > K_o \frac{m}{M+m}.$$

Να δικαιολογήστε τις επιλογές σας.

103) Πώς βρίσκουμε τη δύναμη;



Στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=400N/m, το κάτω άκρο του οποίου στηρίζεται στο έδαφος, ηρεμούν δύο σώματα Α και Β, με μάζες M=3kg και m=1kg αντίστοιχα, τα οποία είναι κολλημένα μεταξύ τους. Εκτρέπουμε το σύστημα των σωμάτων κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d=0,2m και το αφήνουμε να ταλαντωθεί.

i) Να αποδείξτε ότι το σύστημα θα εκτελέσει ΑΑΤ, θεωρώντας θετική την φορά:

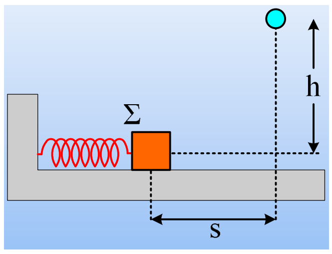
α) προς τα κάτω.

β) προς τα πάνω.

ii) Να βρεθεί η δύναμη που ασκεί το σώμα Α στο σώμα Β, σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας και να γίνει η γραφική της παράστασης και με τις δύο παραπάνω υποθέσεις.

iii) Αν τα σώματα δεν είναι κολλημένα, απλά το σώμα Β στηρίζεται στο Α, να βρεθεί η θέση που τα σώματα αποχωρίζονται. Η απάντηση να δοθεί και με τις δύο παραπάνω υποθέσεις για την θετική φορά.

104) Μια κρούση στη διάρκεια της ταλάντωσης.



Το σώμα Σ μάζας M=3kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k=300N/m. Μετακινούμε το σώμα Σ προς τα αριστερά κατά 0,2m και σε μια στιγμή το αφήνουμε να ταλαντωθεί, ενώ ταυτόχρονα αφήνουμε από ορισμένο ύψος h μια μικρή σφαίρα, μάζας m=1kg, να πέσει. Τα σώματα συγκρούονται πλαστικά, αφού το Σ μετακινηθεί κατά s=0,3m. Τα σώματα θεωρούνται υλικά σημεία, αμελητέων διαστάσεων, ενώ $g=10m/s^2$.

i) Να υπολογιστεί το ύψος h.

ii) Πόση είναι η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση;

iii) Να βρεθεί η μείωση της ενέργειας ταλάντωσης που οφείλεται στην κρούση.

iv) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά η σφαίρα αφήνεται από μεγαλύτερο ύψος. Πόση είναι η ελάχιστη απόσταση y, κατά την οποία πρέπει να ανυψώσουμε τη σφαίρα, σε σχέση με την αρχική της θέση, ώστε τα δυο σώματα να ξανασυγκρουσθούν στην ίδια θέση, με πριν;

v) Για την παραπάνω περίπτωση να υπολογιστούν:

α) Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας και

β) Η μείωση της ενέργειας ταλάντωσης.

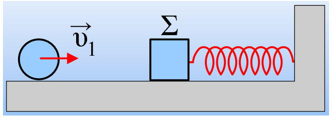
105) Ποια μπορεί να είναι η κίνηση μετά την κρούση;

ή

Η επιτάχυνση και ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας.

Ένα σώμα Σ ηρεμεί, δεμένο στο άκρο ενός ελατηρίου. Σε μια στιγμή συγκρούεται με ένα άλλο κινούμενο σώμα, αποκτώντας ορισμένη ταχύτητα. Τι κίνηση θα εκτελέσει μετά την κρούση το σώμα Σ; Τι ακριβώς σημαίνει ότι κάποια στιγμή έχει ορισμένη επιτάχυνση και πώς αυτή συνδέεται με το ρυθμό μεταβολής του μέτρου της ταχύτητάς του; Παρακάτω ας δούμε μερικές περιπτώσεις

Παράδειγμα 1ο:



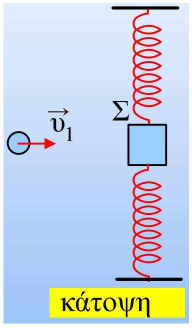
Ένα σώμα Σ μάζας M=1kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=100N/m. Μια μικρή σφαίρα, μάζας m=0,2kg, η οποία κινείται με ταχύτητα υ_1=15m/s, με διεύθυνση αυτή του άξονα του ελατηρίου, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το Σ.

i) Να βρεθεί η ταχύτητα του Σ αμέσως μετά την κρούση.

ii) Τη στιγμή που η ταχύτητα του Σ γίνεται για πρώτη φορά v=4m/s, να βρεθούν:

α) Η επιτάχυνση του σώματος Σ.
β) Ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητά του.

Παράδειγμα 2ο:



Ένα σώμα Σ, που θεωρείται υλικό σημείο, μάζας M=1kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στα άκρα δύο όμοιων οριζοντίων ελατηρίων σταθεράς k=50N/m, τα οποία έχουν το φυσικό μήκος τους ℓ_o=0,5m, όπως στο σχήμα. Μια μικρή σφαίρα, μάζας m=0,2kg, η οποία κινείται με ταχύτητα υ_1=15m/s, με διεύθυνση κάθετη στον κοινό άξονα των ελατηρίων, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το Σ.

i) Να βρεθεί η ταχύτητα του Σ αμέσως μετά την κρούση.

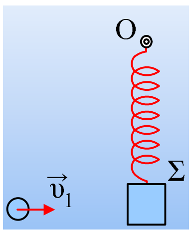
ii) Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ θα εκτελέσει γραμμική ταλάντωση, της οποίας να υπολογίστε το πλάτος.

iii) Να εξεταστεί, αν η παραπάνω ταλάντωση είναι ή όχι ΑΑΤ.

iv) Τη στιγμή που η ταχύτητα του Σ γίνεται για πρώτη φορά v=4m/s, να βρεθούν:

α) Η επιτάχυνση του σώματος Σ.
β) Ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητά του.

Παράδειγμα 3ο:



Ένα σώμα Σ, που θεωρείται υλικό σημείο, μάζας M=1kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=100N/m, το οποίο έχει το φυσικό μήκος του ℓ_o=0,5m, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε καρφί στο σημείο Ο, όπως στο σχήμα. Μια μικρή σφαίρα, μάζας m=0,2kg, η οποία κινείται με ταχύτητα υ_1=15m/s, με διεύθυνση κάθετη στον άξονα του ελατηρίου, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το Σ.

i) Να βρεθεί η ταχύτητα του Σ αμέσως μετά την κρούση.

ii) Τη στιγμή που η ταχύτητα του Σ γίνεται για πρώτη φορά v=4m/s, να βρεθούν:

α) Η επιτάχυνση του σώματος Σ.

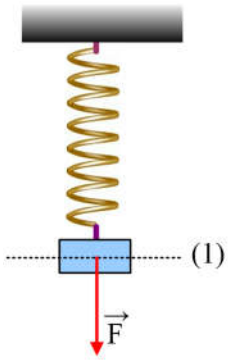
β) Ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητά του.

iii) Σε μια στιγμή η ταχύτητα του σώματος γίνεται ελάχιστη v_1=2,2m/s. Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:

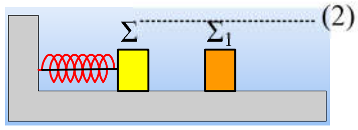
α) το μήκος του ελατηρίου.

β) η ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς του σώματος Σ.

Δίνεται ότι η ακτίνα καμπυλότητας μιας καμπύλης, ορίζεται ίση με την ακτίνα ενός κύκλου, ο οποίος στην συγκεκριμένη θέση προσεγγίζει ικανοποιητικά την καμπύλη μας.



106) Ποια η θέση της κρούσης;



Το σώμα Σ είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου, το οποίο έχει συμπιέσει κατά d, με τη βοήθεια νήματος, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή t_0=0, κόβουμε το νήμα, οπότε το σώμα Σ κινούμενο προς τα δεξιά συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ένα δεύτερο σώμα $Σ_1$, το οποίο ήταν αρχικά ακίνητο. Μετά την κρούση το σώμα Σ παραμένει ακίνητο στο σημείο της κρούσης. Το επίπεδο είναι λείο και τα σώματα θεωρούνται υλικά σημεία.

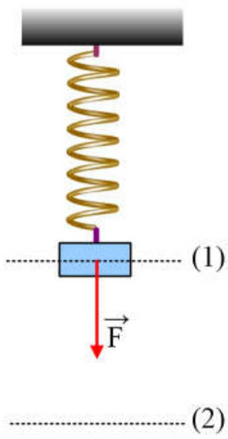
Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

i) Τα δυο σώματα έχουν ίσες μάζες.

ii) Η κρούση έγινε τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{T}{4}$, όπου Τ η περίοδος της ταλάντωσης του σώματος Σ.

iii) Η κινητική ενέργεια που αποκτά το σώμα $Σ_1$ είναι ίση με $\frac{m\pi^2 d^2}{8t_1^2}$, όπου m η μάζα του.

107) Ένα δεύτερο θέμα με δυο ταλαντώσεις.



Ένα σώμα ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, όπως στο σχήμα, θέση (1). Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω του μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη **F**, μέχρι τη θέση (2) που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος, όπου και η δύναμη παύει να ασκείται.

i) Αν η διάρκεια της κίνησης προς τα κάτω, από την θέση (1) μέχρι τη θέση (2), με την επίδραση της δύναμης F είναι t_1, ενώ η διάρκεια της επιστροφής, μέχρι την αρχική του θέση (1) είναι t_2, τότε για το λόγο t_1/t_2 ισχύει:

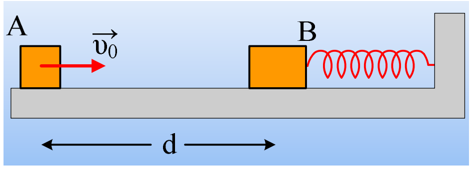
α) $\frac{t_1}{t_2}=\frac{1}{3}$ β) $\frac{t_1}{t_2}=\frac{1}{2}$ γ) $\frac{t_1}{t_2}=1$ δ) $\frac{t_1}{t_2}=2$

ii) Αν $υ_1$ το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος κατά την κάθοδο και $υ_2$ το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας κατά την άνοδο, τότε ισχύει:

α) $\frac{υ_1}{υ_2}=\frac{1}{2}$ β) $\frac{υ_1}{υ_2}=1$ γ) $\frac{υ_1}{υ_2}=2$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

108) Πόσο τελικά θα απέχουν τα δυο σώματα;



Σε ένα οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο σώματα Α και Β με μάζες m_1=1kg και m_2=2kg αντίστοιχα απέχοντας κατά d=1m. Το Β σώμα είναι δεμένο στο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς k=40N/m, το οποίο έχει το φυσικό μήκος του. Ο συντελεστής τριβής των σωμάτων με το επίπεδο είναι μ=0,8, ενώ $g=10m/s^2$. Σε μια στιγμή εκτοξεύεται το σώμα Α με αρχική ταχύτητα υ_0=5m/s, με κατεύθυνση προς το σώμα Β και κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου, όπως στο σχήμα.

i) Να υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος Α ελάχιστα πριν την κρούση.

ii) Ποιες οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την μετωπική ελαστική τους κρούση;

iii) Ποια θα είναι τελικά η απόσταση των δύο σωμάτων όταν ακινητοποιηθούν;

iv) Τι ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του Α σώματος μετατρέπεται συνολικά σε θερμική ενέργεια εξαιτίας της τριβής;

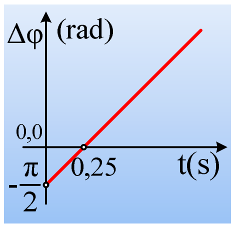
109) Διαφορά φάσης σε ήχους με διαφορετικές συχνότητες.

Διαθέτουμε δύο ηχητικές πηγές που παράγουν απλούς αρμονικούς ήχους με παραπλήσιες συχνότητες f_1 και f_2. Έστω ότι η ταλάντωση του τυμπάνου εξαιτίας του πρώτου ήχου έχει απομάκρυνση:

$$x_1 = 0{,}003 \cdot \eta\mu\left(2\pi f_1 t + \varphi_0\right) \text{ (S.I.) με } \varphi_0 \geq 0.$$

ενώ εξαιτίας του δεύτερου ήχου:

$$x_2 = 0{,}003 \cdot \eta\mu\left(2\pi f_2 t\right) \text{ (S.I.).}$$



Έστω ότι κάποια στιγμή ηχούν ταυτόχρονα και οι δύο ηχητικές πηγές, οπότε το τύμπανο εκτελεί σύνθετη ταλάντωση. Η διπλανή γραφική παράσταση εμφανίζει τη διαφορά φάσης μεταξύ των φάσεων της απομάκρυνσης των δύο ταλαντώσεων σε συνάρτηση με το χρόνο.

i) Ποιος ήχος έχει μεγαλύτερη συχνότητα;

ii) Να βρεθεί η συχνότητα του διακροτήματος.

iii) Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης του τυμπάνου τη χρονική στιγμή t_1=0,25s;

iv) Να υπολογιστεί επίσης το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t_2=3,75s.

v) Αν το τύμπανο του αυτιού μας εκτελέσει 410 ταλαντώσεις σε χρονικό διάστημα 4s, να βρεθεί η απομάκρυνση τη στιγμή t_1.

110) Άλλη μια σύνθεση ταλαντώσεων.

Ένα σώμα μάζας 2kg κινείται με εξίσωση κίνησης:

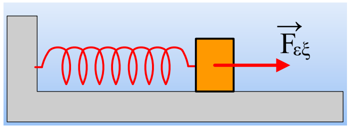
$$x = 0{,}3\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) + 0{,}4\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right) \text{ μονάδες στο S.I.}$$

i) Να αποδειχθεί ότι η κίνηση του σώματος είναι μια αρμονική ταλάντωση.

ii) Αν η παραπάνω ταλάντωση είναι όχι μόνο αρμονική αλλά και ΑΑΤ, να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης.

iii) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος, καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης τη στιγμή που το σώμα περνά από τη θέση x_1=0,2m.

111) Ας δούμε κάτι ακόμη σε μια εξαναγκασμένη…



Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς k=180N/m. Ασκούμε πάνω του μια περιοδική οριζόντια δύναμη, υποχρεώνοντάς το να εκτελέσει εξαναγκασμένη ταλάντωση, όπου η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής $F_{απ}$=-bυ. Μόλις σταματήσουν τα μεταβατικά φαινόμενα, το σώμα ταλαντώνεται με σταθερό πλάτος A=0,2m. Θεωρώντας t=0 κάποια στιγμή, που το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση, βρίσκουμε ότι η εξωτερική δύναμη παρέχεται από την εξίσωση:

$$F_{εξ} = F_{\max} \cdot ημ\left(10t + \frac{3\pi}{4}\right) \ (\text{S.I.})$$

Να βρεθούν:

i) το πλάτος της εξωτερικής δύναμης F_{max}

ii) η σταθερά απόσβεσης b.

112) Ρυθμοί μεταβολής ενέργειας σε ταλαντώσεις.

Σε μια ΑΑΤ συνηθίζουμε να λέμε ότι η μείωση της κινητικής ενέργειας είναι ίση με την αύξηση της κινητικής ενέργειας και αντίστροφα. Και αυτό προκύπτει από την διατήρηση της ενέργειας. Πράγματι σε οποιαδήποτε διάρκεια, η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας, είναι αντίθετη της μεταβολής της κινητικής ενέργειας αφού:

$$K+U=E \rightarrow ΔK+ΔU=0 \rightarrow ΔK=-ΔU$$

Οπότε και για τους ρυθμούς μεταβολής κάθε στιγμή έχουμε: $\frac{dK}{dt} + \frac{dU}{dt} = 0 \rightarrow \frac{dK}{dt} = -\frac{dU}{dt}$

Δηλαδή κάθε στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι αντίθετος του ρυθμού μεταβολής της δυναμικής ενέργειας.

Ας το δούμε πιο συγκεκριμένα με ένα παράδειγμα:

Παράδειγμα 1ο :

Ένα σώμα μάζας m=2kg εκτελεί ΑΑΤ με περίοδο 0,1π s και σε μια στιγμή βρίσκεται στη θέση x=0,2m έχοντας ταχύτητα υ= 4m/s. Ζητούνται:

i) Η δύναμη που ασκείται στο σώμα στην θέση αυτή.

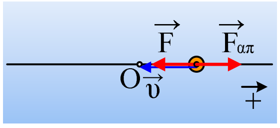
ii) Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του σώματος.

iii) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος.

Παράδειγμα 2ο :

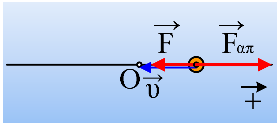
Στο παραπάνω παράδειγμα, έστω ότι εκτός της δύναμης επαναφοράς ασκείται και δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}=-2υ$ (S.I.). Να βρεθούν οι αντίστοιχοι ρυθμοί μεταβολής της δυναμικής και κινητικής ενέργειας του σώματος.

Παράδειγμα 3ο :



Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D=40N/m και κάποια στιγμή περνά από τη θέση x=0,1m κατευθυνόμενο προς τη θέση ισορροπίας με ταχύτητα μέτρου 2m/s, ενώ η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής $F_{απ}=-2υ$ (S.I.). Να υπολογιστούν οι ρυθμοί μεταβολής της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας του σώματος στη θέση αυτή.

Παράδειγμα 4ο :



Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D=40N/m και κάποια στιγμή περνά από τη θέση x=0,1m κατευθυνόμενο προς τη θέση ισορροπίας με ταχύτητα μέτρου 4m/s, ενώ η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής $F_{απ}=-2υ$ (S.I.). Να υπολογιστούν οι ρυθμοί μεταβολής της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας του σώματος στη θέση αυτή.

113) Σύνθεση Ταλαντώσεων και κρούση.

Σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=1kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την βοήθεια ενός συστήματος ελατηρίων με εξίσωση κίνησης:

$$x = 0{,}1 \cdot ημ20t + 0{,}1 \cdot \sqrt{3} \cdot ημ\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{(S.I.)}$$

α) Να αποδείξτε ότι το σώμα εκτελεί μια απλή αρμονική ταλάντωση, της οποίας να βρείτε τα στοιχεία.

β) Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{5} s$ το σώμα $Σ_1$ συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=0,5kg που κινείται ευθύγραμμα και ομαλά, προς την αντίθετη κατεύθυνση από το σώμα $Σ_1$ με ταχύτητα μέτρου $υ_2$=1m/s. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει, εκτελεί α.α.τ. της ίδιας διεύθυνσης γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας.

i) Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ ελάχιστα πριν την κρούση.

ii) Να βρείτε την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

iii) Η ενέργεια ταλάντωσης μετά την κρούση είναι:

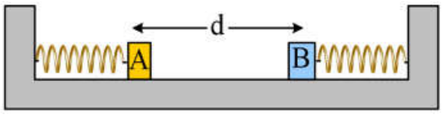
A) $E= ½\, m_1 \cdot υ_κ^2 + ½\, m_1 \cdot ω^2 \cdot x_1^2 = 6{,}5$J

B) $E= ½\, (m_1 + m_2) \cdot υ_κ^2 + ½\, m_1 \cdot ω^2 \cdot x_1^2 = 6{,}75$ J

Γ) $E = \frac{1}{2}(m_1+m_2)\cdot \upsilon_\kappa^2 + \frac{1}{2}(m_1+m_2)\cdot \omega^2 \cdot x_1^2 = 9{,}75\ J$

Επιλέξτε την σωστή απάντηση.

114) Μια ταλάντωση και η τάση του νήματος.

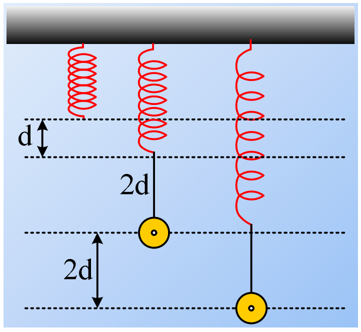


Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δύο σώματα Α και Β, με μάζες $m_1=1kg$ και $m_2=3kg$, δεμένα στα άκρα δύο οριζόντιων ελατηρίων με σταθερές $k_1=100N/m$ και $k_2=300N/m$. Τα σώματα θεωρούνται αμελητέων διαστάσεων και απέχουν d=1m. Σύρουμε το σώμα Α προς τα δεξιά, δένουμε τα σώματα με νήμα μήκους ℓ=0,2m και κατόπιν, κάποια στιγμή που θεωρούμε t=0, αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί.

i) Να αποδειχθεί ότι το σύστημα των σωμάτων εκτελεί ΑΑΤ και να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης.

ii) Θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική, να βρεθεί η εξίσωση της δύναμης που ασκεί το Α σώμα στο Β, μέσω του νήματος, σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

115) Δυο γραφικές παραστάσεις για σώμα στο άκρο νήματος.



Ένα σώμα Σ ηρεμεί όπως στο σχήμα, δεμένο στο άκρο νήματος μήκους ℓ=2d=20cm, έχοντας επιμηκύνει το ελατήριο κατά d=10cm, Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά 2d και τη στιγμή t=0 το αφήνουμε να ταλαντωθεί.

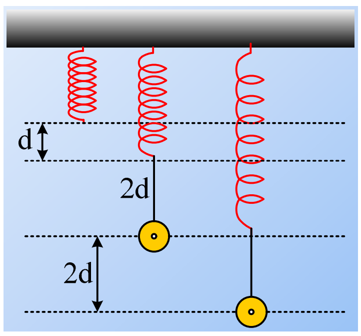
i) Σε ποια θέση μηδενίζεται η τάση του νήματος; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

ii) Να γίνει η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας του.

ii) Να βρεθεί η εξίσωση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

Θεωρείστε την προς τα πάνω κατεύθυνση σαν θετική, ενώ $g=10m/s^2$.

116) Στο άκρο ελατηρίου, μέσω νήματος.



Ένα σώμα Σ ηρεμεί όπως στο σχήμα, δεμένο στο άκρο νήματος μήκους 2d, έχοντας επιμηκύνει το ελατήριο κατά d. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά 2d και τη στιγμή t=0 το αφήνουμε να ταλαντωθεί.

i) Η απόσταση που θα διανύσει το σώμα κινούμενο προς τα πάνω είναι:

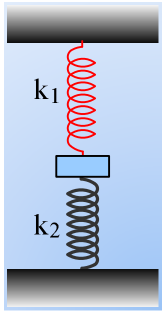
α) y<4d, β) y=4d, γ) y>4d.

ii) Η ταχύτητα του σώματος θα μηδενιστεί για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή t_1 όπου:

$$a)\ t_1 < \pi\sqrt{\frac{d}{g}} \qquad \beta)\ t_1 = \pi\sqrt{\frac{d}{g}} \qquad \gamma)\ t_1 > \pi\sqrt{\frac{d}{g}}$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

117) Εξασκούμαι με τη δυναμική της ταλάντωσης.



Ένα σώμα μάζας 2kg είναι δεμένο στα άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων, όπως στο σχήμα και ισορροπεί, έχοντας επιμηκύνει το πάνω ελατήριο κατά 10cm. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά 20cm και το αφήνουμε να κινηθεί, τη στιγμή t=0. Αν δίνονται οι σταθερές των ελατηρίων k_1=200N/m και k_2=600N/m, ενώ g=10m/s^2, ζητούνται;

i) Να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ και να υπολογιστεί η περίοδος ταλάντωσης.

ii) Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση θετική.

iii) Να υπολογιστεί ο ρυθμός με τον οποίο το κάτω ελατήριο προσφέρει ενέργεια στο σώμα τη χρονική στιγμή t_1=7π/80 s

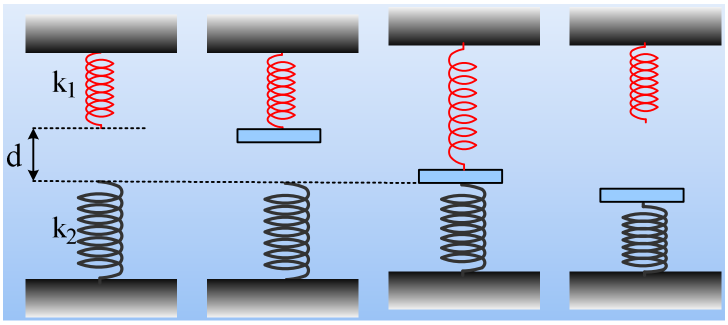
118) Ταλάντωση και ρυθμός μεταβολής της ορμής.

Ένα υλικό σημείο, μάζας m=0,2kg, εκτελεί ΑΑΤ και η εξίσωση της ταχύτητάς του είναι υ=2συν$\left(5t+\frac{\pi}{3}\right)$ (μονάδες στο S.I.).

i) Να βρεθεί ποιες χρονικές στιγμές το σώμα περνά για πρώτη και δεύτερη φορά από την θέση x= -0,2m.

ii) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος τις παραπάνω χρονικές στιγμές.

119) Σε πόση απόσταση και σε πόσο χρόνο;



Δυο κατακόρυφα ελατήρια σταθερών k_1=200/3N/m και k_2=200N/m, βρίσκονται όπως στο πρώτο σχήμα, με τον άξονά τους στην ίδια ευθεία και τα ελεύθερα άκρα τους να απέχουν κατά d=0,3m. Σε μια στιγμή δένουμε στο κάτω άκρο του πάνω ελατηρίου, μια λεπτή πλάκα μάζας Μ=2kg και την αφήνουμε να κινηθεί. Μόλις η πλάκα έρθει σε επαφή με το κάτω ελατήριο, το πάνω αποσυνδέεται, οπότε η πλάκα ταλαντώνεται πλέον στο πάνω άκρο του κάτω ελατηρίου.

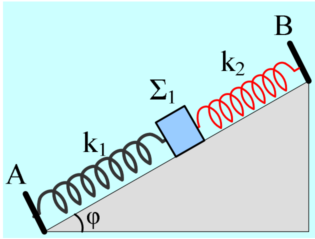
i) Πόση συνολικά απόσταση διανύει η πλάκα κινούμενη προς τα κάτω;

ii) Πόσο χρόνο διαρκεί η προς τα κάτω κίνηση της πλάκας;

Δίνεται ότι η κίνηση ενός σώματος στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου είναι ΑΑΤ και g=10m/s^2.

120) Μια παραλλαγή στο θέμα Δ4.

Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης φ=30°. Στα σημεία Α και Β στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές k_1=30N/m και k_2=70 N/m αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε σώμα $Σ_1$, και το κρατάμε στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα).



Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ αφήνουμε το σώμα $Σ_1$ ελεύθερο, οπότε διανύει απόσταση 0,1m μέχρι να σταματήσει την προς τα κάτω κίνησή του και να επιστρέψει, εκτελώντας ΑΑΤ.

i) Να βρεθεί η μάζα m_1 του σώματος $Σ_1$.

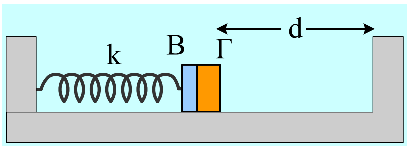
ii) α) Πάρτε το σώμα σε μια θέση Π, η οποία απέχει 3cm από την χαμηλότερη θέση της ταλάντωσης. Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογίσετε τα μέτρα τους.

β) Να αποδείξτε ότι η κίνηση του σώματος είναι ΑΑΤ, υπολογίζοντας και την περίοδο ταλάντωσης.

Κάποια χρονική στιγμή που το σώμα $Σ_1$ βρίσκεται στην αρχική του θέση, τοποθετούμε πάνω του (χωρίς αρχική ταχύτητα) ένα άλλο σώμα $Σ_2$ μικρών διαστάσεων μάζας m_2=0,4 kg. Το σώμα $Σ_2$ δεν ολισθαίνει πάνω στο σώμα $Σ_1$ λόγω της τριβής που δέχεται από αυτό. Το σύστημα των δύο σωμάτων κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.

iii) Έστω μια θέση Ρ, η οποία απέχει 3,5cm από την χαμηλότερη θέση της ταλάντωσης του συστήματος και στην οποία βρίσκεται κάποια στιγμή κινούμενο προς τα πάνω. Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο $Σ_2$ στην θέση Ρ και υπολογίστε τα μέτρα τους, την στιγμή αυτή.

121) Ταλάντωση και δυο ελαστικές κρούσεις.



Τα σώματα Β και Γ, τα οποία θεωρούμε υλικά σημεία, αμελητέων διαστάσεων, με μάζες m_1=1kg και m_2=3kg ηρεμούν σε επαφή σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ το Β είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=400N/m, όπως στο σχήμα. Μετακινούμε τα σώματα προς τα αριστερά, συμπιέζοντας το ελατήριο κατά 0,4m και τη στιγμή $t_0=0$, αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα να κινηθεί.

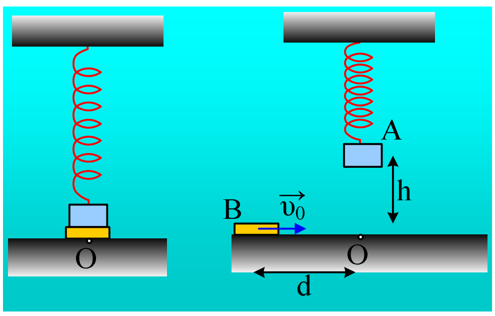
i) Ποια η αρχική επιτάχυνση που θα αποκτήσουν τα σώματα και ποιο το μέτρο της δύναμης που ασκεί το Β στο Γ σώμα;

ii) Ποια χρονική στιγμή τα δυο σώματα θα χάσουν την επαφή;

iii) Το σώμα Γ αφού συγκρουστεί ελαστικά με τον κατακόρυφο τοίχο, ξανασυγκρούεται ελαστικά με το σώμα Α τη στιγμή t_2= 3π/20s. Ποια η αρχική απόσταση d του σώματος Γ από τον τοίχο;

iv) Να παρασταθεί γραφικά η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Β σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη χρονική στιγμή t_3=π/5s.

122) Μη μετωπική πλαστική κρούση και ενέργειες.



Το σώμα Α, μάζας m_1=1kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σε επαφή με το σώμα Β, μάζας m_2=0,4kg που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στη θέση Ο. Στη θέση αυτή δεν ασκείται δύναμη μεταξύ των δύο σωμάτων, ενώ το ελατήριο, σταθεράς k=40N/m, έχει μήκος 0,8m. Ανεβάζουμε το Α σώμα, κατακόρυφα κατά h=1/2π m και μετακινούμε το σώμα Β, προς τα αριστερά, κατά d. Σε μια στιγμή αφήνουμε το σώμα Α ελεύθερο, ενώ ταυτόχρονα εκτοξεύουμε με κατάλληλη ταχύτητα $υ_0$, το Β σώμα, προς την αρχική του θέση Ο. Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά φτάνοντας στο Ο και κατόπιν το συσσωμάτωμα συνεχίζει οριζόντια, φτάνοντας μέχρι το σημείο Ρ, σε απόσταση (ΟΡ)=0,6m, όπου και σταματά στιγμιαία, πριν κινηθεί ξανά προς το Ο. Τα δύο σώματα θεωρούνται υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων, ενώ $π^2≈10$ και $g=10m/s^2$.

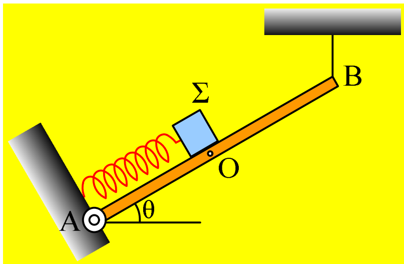
i) Να υπολογιστεί η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

ii) Ποια η αρχική ταχύτητα $υ_0$ του σώματος Β και από ποια απόσταση d είχε εκτοξευθεί το Β σώμα;

iii) Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής του σώματος Α που οφείλεται στην κρούση.

iv) Αν είχαμε ανεβάσει το Α σώμα κατά h΄=2h= 1/π, πόσο θα έπρεπε να γινόταν η αρχική ταχύτητα του Β σώματος, ώστε από την ίδια απόσταση d, να είχαμε ξανά παρόμοια κρούση;

123) Μια ταλάντωση σώματος σε πλάγια σανίδα.



Η σανίδα του σχήματος, μήκους 2m και μάζας Μ=4kg, έχει αρθρωθεί στο άκρο της Α, ενώ το άλλο της άκρο Β είναι δεμένο με κατακόρυφο νήμα και ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση, όπου ημθ=0,6. Πάνω στη σανίδα, δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k=20N/m, ο άξονας του οποίου είναι παράλληλος με τη ράβδο, ισορροπεί ένα σώμα Σ, αμελητέων διαστάσεων, μάζας m=2kg. Η θέση ισορροπίας του σώματος Σ είναι το μέσον Ο της σανίδας.

i) Να βρεθεί το μέτρο της τάσης του νήματος.

ii) Μετακινούμε το σώμα Σ, προς τα πάνω κατά μήκος της σανίδας, κατά 0,2m και σε μια στιγμή που θεωρούμε t=0, το αφήνουμε να κινηθεί.

  α) Να αποδείξτε ότι η κίνηση του σώματος είναι ΑΑΤ.

  β) Θεωρώντας θετική την αρχική απομάκρυνση, να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας του Σ σε συνάρτηση με το χρόνο.

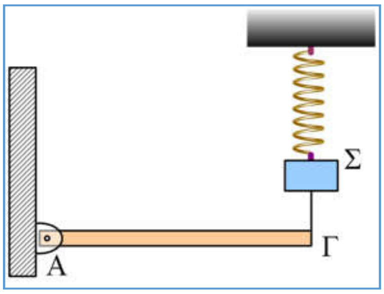
  γ) Να βρεθεί η εξίσωση της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

  δ) Να υπολογιστούν οι ρυθμοί μεταβολής της ορμής και της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ, τη χρονική στιγμή t_1=0,5s.

Δίνονται $π^2≈10$ και $g=10m/s^2$.

124) Μια περιστροφή και μια α.α.τ.

Η ράβδος ΑΓ έχει μήκος 3m, μάζα Μ=10kg και μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, αρθρωμένη στο άκρο της Α. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια, με το άλλο της άκρο Γ, δεμένο μέσω κατακόρυφου νήματος, με σώμα Σ μάζας m=5kg, το οποίο ηρεμεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου. Το ελατήριο έχει φυσικό μήκος 1m και σταθερά 200N/m.



i) Πόση δύναμη δέχεται η ράβδος στο σημείο Α και πόσο είναι στην ισορροπία το μήκος του ελατηρίου;

ii) Σε μια στιγμή t=0, κόβουμε το νήμα που συνδέει το σώμα Σ με τη ράβδο, οπότε το Σ εκτελεί α.α.τ. ενώ η ράβδος στρέφεται γύρω από το άκρο της Α. Να βρείτε:

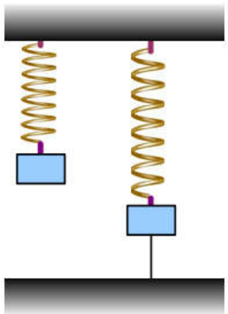
α) Την ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Σ,

β) Την αρχική επιτάχυνση (για t=0) τόσο του σώματος Σ, όσο και του σημείου Γ της ράβδου.

γ) Την μέγιστη ταχύτητα του σώματος Σ και την μέγιστη ταχύτητα του σημείου Γ.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της $\boldsymbol{I}_{cm} = ml^2/12$, $\pi^2 \approx 10$, $g=10m/s^2$ ενώ δεν αναπτύσσονται τριβές στην άρθρωση στο άκρο Α κατά την πτώση της ράβδου.

125) Δύναμη από ελατήριο και επιτάχυνση.



Ένα σώμα βάρους 40Ν (m=4kg) ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, προκαλώντας του επιμήκυνση x_1=0,1m. Δένουμε το σώμα με ένα νήμα και το τραβάμε, με αποτέλεσμα το σώμα να κατέβει χαμηλότερα κατά x_2= 0,2m.

i) Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στις δύο θέσεις του σχήματος.

ii) Υπολογίστε την σταθερά του ελατηρίου.

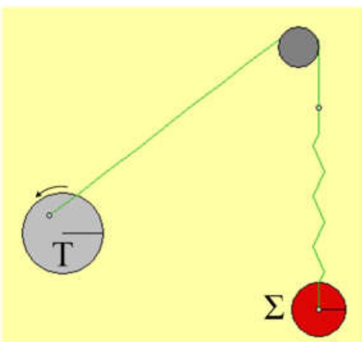
iii) Πόση είναι η τάση του νήματος στο δεύτερο σχήμα;

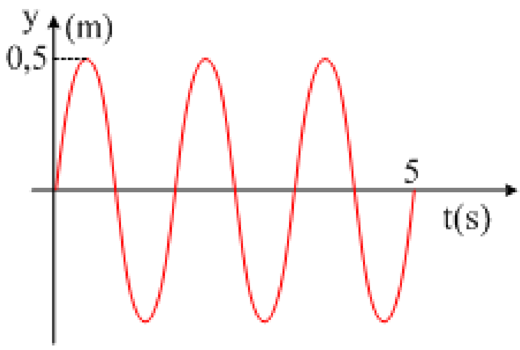
iv) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Να υπολογίστε την επιτάχυνση του σώματος αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος.

v) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας τη στιγμή που το σώμα έχει μετακινηθεί κατά 0,4m προς τα πάνω;

126) Συχνότητες και πλάτη στην εξαναγκασμένη ταλάντωση.

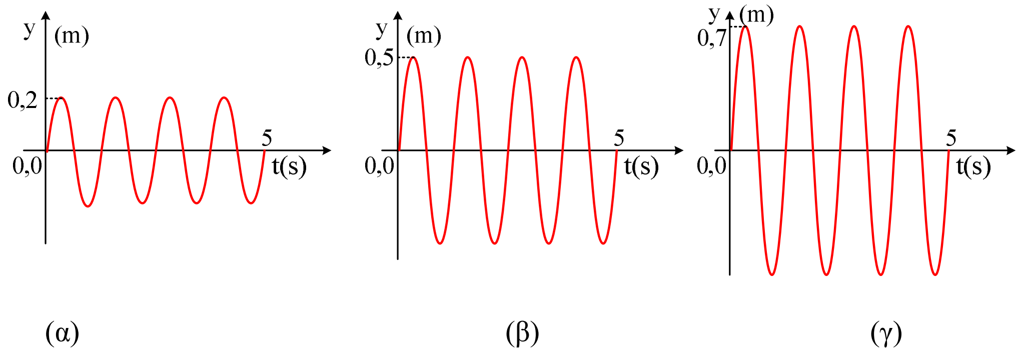
Το σώμα Σ του σχήματος μάζας 1kg, ηρεμεί στο κάτω άκρο ελατηρίου, σταθεράς k=10N/m. Θέτοντας σε περιστροφή τον τροχό Τ, το σώμα εκτελεί ταλάντωση και, μετά την αποκατάσταση σταθερής κατάστασης παίρνουμε το διάγραμμα της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, το οποίο είναι όπως στο διπλανό σχήμα.





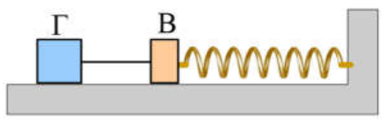
i) Το σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση και βρίσκεται σε συντονισμό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ii) Μεταβάλλουμε τη συχνότητα περιστροφής του τροχού. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα μπορεί να δείχνει τη νέα ταλάντωση του σώματος;



Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

127) Η τάση του νήματος πριν την κρούση.



Το σύστημα των σωμάτων Β και Γ, με μάζες m_1=1kg και m_2=3kg αντίστοιχα ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα, όπου το ελατήριο έχει σταθερά k=400N/m και το νήμα μήκος d. Τραβάμε το σώμα Γ προς τα αριστερά επιμηκύνοντας το ελατήριο κατά 0,4m και για t=0, αφήνουμε το σύστημα να εκτελέσει ΑΑΤ.

Α) Να βρεθεί η τάση του νήματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

Β) Αν τα δυο σώματα συγκρούονται πλαστικά και δημιουργείται συσσωμάτωμα τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{3\pi}{40}s$,

να βρεθούν:

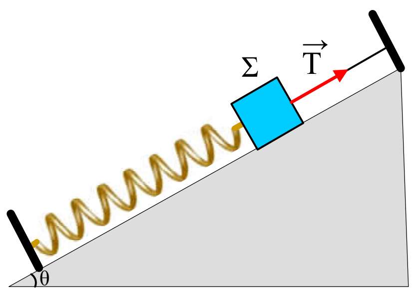
i) Το μήκος του νήματος που συνδέει τα δυο σώματα.

ii) Η ενέργεια ταλάντωσης τις χρονικές στιγμές:

α) $\frac{3\pi}{80}s$, β) $\frac{5\pi}{80}s$, γ) $\frac{7\pi}{80}s$

iii) Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας, τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση.

128) Μια ταλάντωση με κρούση σε κεκλιμένο επίπεδο.



Ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=2kg ισορροπεί όπως στο σχήμα, όπου η τάση του νήματος έχει μέτρο Τ=50Ν. Δίνονται ακόμη η σταθερά του ελατηρίου k=200N/m, το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο με κλίση θ=30°, το νήμα είναι παράλληλο προς το επίπεδο και g=10m/s^2.

Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα κινείται.

i) Να αποδείξτε ότι η κίνηση του σώματος είναι ΑΑΤ.

ii) Να βρεθεί το πλάτος και η ενέργεια ταλάντωσης.

iii) Αφού το σώμα συμπιέσει το ελατήριο, κινείται προς τα πάνω. Τη στιγμή που απέχει d=10cm από την αρχική του θέση, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ένα άλλο σώμα $Σ_2$, μάζας m_2=3kg, το οποίο κατέρχεται κατά μήκος του επιπέδου. Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση έχει μηδενική ταχύτητα.

α) Ποια η ταχύτητα του $Σ_2$, ελάχιστα πριν την κρούση;

β) Να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης που θα πραγματοποιήσει το συσσωμάτωμα.

129) Σύνθεση Ταλαντώσεων. Προσοχή στην φάση.

Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο ταλαντώσεις της ίδιας διεύθυνσης, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις:

$$y_1=0{,}2\cdot συν10t \quad (S.I.) \quad και$$

$$y_2= 0{,}2\cdot\sqrt{3}\, ημ10t \quad (S.I.)$$

i) Να βρεθεί η εξίσωση της κίνησης που εκτελεί το σώμα.

ii) Ποια η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{\pi}{12}s$.

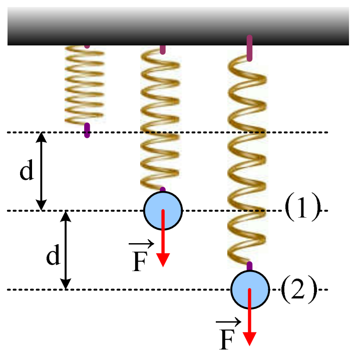
130) Σκληρός ή μαλακός προφυλακτήρας;

Ο προφυλακτήρας ενός αυτοκινήτου συμπεριφέρεται σαν ιδανικό ελατήριο σταθεράς k. Το αυτοκίνητο κινούμενο με ταχύτητα υ, προσπίπτει σε κατακόρυφο τοίχο. Τι είναι προτιμότερο, για την ασφάλεια του οδηγού, η σταθερά k να έχει τιμή:

α) k_1=30.000N/m β) k_2= 60.000N/m

Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

131) Μέγιστη Κινητική Ενέργεια.



Ένα σώμα ηρεμεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k, επιμηκύνοντάς το κατά d (θέση (1) στο σχήμα). Ασκώντας πάνω του μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη F μέτρου ίσου με το μισό του βάρους, κατεβάζουμε το σώμα ξανά κατά d, φέρνοντάς το στη θέση (2), όπου και σταματά να ασκείται πάνω του η δύναμη F.

i) Η μέγιστη κινητική ενέργεια που απέκτησε το σώμα κατά την κίνησή του από τη θέση (1) μέχρι την θέση (2) είναι ίση με:

α) $\frac{1}{8}kd^2$ β) $\frac{1}{4}kd^2$ γ) $\frac{1}{2}kd^2$ δ) kd^2

ii) Η μέγιστη κινητική ενέργεια που θα αποκτήσει στη συνέχεια το σώμα κατά την ταλάντωσή του είναι ίση με:

α) $\frac{1}{8}kd^2$ β) $\frac{1}{4}kd^2$ γ) $\frac{1}{2}kd^2$ δ) kd^2

132) Σύνθεση ταλαντώσεων. Ποια η διαφορά φάσης;

Δύο αρμονικές ταλαντώσεις έχουν την ίδια διεύθυνση και εξισώσεις

$$y_1=8\sqrt{3}\ \eta\mu 3\pi t \quad (cm) \quad \kappa\alpha\iota$$
$$y_2=16\ \sigma\upsilon\nu\left(3\pi t+\frac{\pi}{3}\right) \quad (cm)$$

i) Ποια τα πλάτη και οι συχνότητες των δύο ταλαντώσεων και ποια η διαφορά φάσεως μεταξύ τους;

ii) Ποια η εξίσωση της κίνησης που προκύπτει από τη σύνθεση των δύο παραπάνω ταλαντώσεων;

iii) Να βρείτε την απομάκρυνση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σημείου που κάνει τη συνισταμένη ταλάντωση κατά τη χρονική στιγμή t_1=2s.

133) Η εξίσωση κίνησης

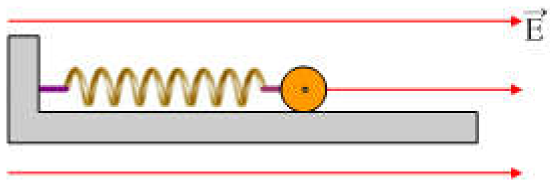
Υλικό σημείο μάζας 0,2kg κινείται ευθύγραμμα. Η εξίσωση της κίνησης δίνεται από τη σχέση:

$$y=3\eta\mu 2\pi t + 3\sigma\upsilon\nu 2\pi t \ \ (S.I.)$$

i) Να δειχτεί ότι το υλικό σημείο εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση και να βρεθούν τα χαρακτηριστικά της.

ii) Να υπολογιστεί η μέγιστη δύναμη που ασκείται στο σώμα και η ενέργεια ταλάντωσης, αν η ταλάντωση αυτή είναι ΑΑΤ.

134) Πόσο είναι το πλάτος της ταλάντωσης;



Μικρή μεταλλική σφαίρα μάζας m=0,1kg φέρει ηλεκτρικό φορτίο q= 10^{-3}C. Η σφαίρα είναι δεμένη με μονωτικό σύνδεσμο στο ελεύθερο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=10^3 N/m το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα βρίσκεται σε οριζόντιο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης μέτρου E=2.10^5 N/C, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες προς τον άξονα του ελατηρίου. Η σφαίρα ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο από μονωτικό υλικό και το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί. Εκτρέπουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου κατά x_0=0,1m και την αφήνουμε να κινηθεί.

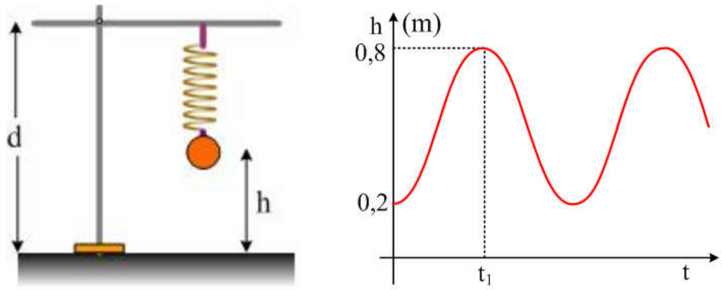
i) Ν' αποδειχθεί ότι η σφαίρα θα εκτελέσει ΑΑΤ.

ii) Να γράψετε την εξίσωση του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με το χρόνο, αν ως αρχή του χρόνου t=0, θεωρήσουμε τη στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της και κινείται κατά τη θετική φορά.

iii) Αν κατά τη στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της και κινείται κατά τη θετική φορά, καταργηθεί ακαριαία το ηλεκτρικό πεδίο, για το νέο πλάτος ταλάντωσης της σφαίρας, υποστηρίζεται ότι ισχύει A=Δl+x_0. Να εξετάσετε αν αυτό είναι σωστό.

135) Ταλάντωση και γραφικές παραστάσεις.

Στο σχήμα φαίνεται μια σφαίρα, μάζας 2kg, να εκτελεί γ.α.τ κρεμασμένη στο άκρο ελατηρίου με φυσικό μήκος l_0=0,4m, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε απόσταση d=1m από το έδαφος. Μετρήσαμε το ύψος h της σφαίρας από το έδαφος και σχεδιάσαμε την γραφική του παράσταση σε συνάρτηση με το χρόνο, παίρνοντας την καμπύλη του διπλανού σχήματος.

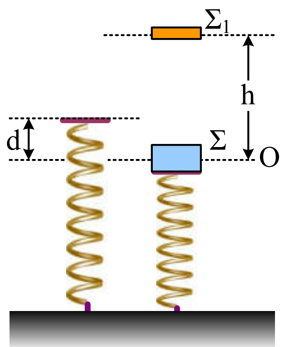


i) Γύρω από ποια θέση ταλαντώνεται η σφαίρα;
ii) Να βρεθεί η σταθερά του ελατηρίου.
iii) Να σχεδιάστε την γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα κάτω κατεύθυνση σαν θετική.
iv) Ποια χρονική στιγμή t_1 το σώμα απέχει 0,8m από το έδαφος για πρώτη φορά;

Δίνεται $g=10m/s^2$.

136) Πλαστική κρούση και πλάτος ταλάντωσης.

Ένα σώμα Σ μάζας m_1 ηρεμεί στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται στο έδαφος, έχοντας προκαλέσει συσπείρωση του ελατηρίου κατά d. Μετακινούμε το σώμα Σ προς τα κάτω κατά x και το αφήνουμε να ταλαντωθεί, ενώ ταυτόχρονα από ύψος h πάνω από τη θέση ισορροπίας αφήνουμε ένα δεύτερο σώμα $Σ_1$ να κινηθεί και παρατηρούμε ότι τα δυο σώματα συγκρούονται στην θέση ισορροπίας Ο.



i) Αν επαναλαμβάναμε το πείραμα συμπιέζοντας το ελατήριο κατά 2x, η σύγκρουση των δύο σωμάτων θα γινόταν:

α) πάνω από τη θέση ισορροπίας Ο.

β) Στη θέση ισορροπίας Ο.

γ) κάτω από τη θέση ισορροπίας Ο.

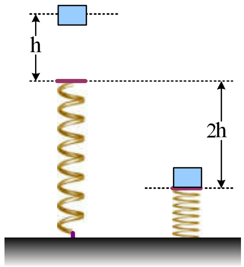
ii) Αν η αρχική εκτροπή του σώματος Σ είναι x= 0,1π (m) και η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική, ενώ το συσσωμάτωμα έχει μηδενική ταχύτητα αμέσως μετά την κρούση, τότε το πλάτος της ταλάντωσης μετά την κρούση θα είναι:

α) A=0,02, β) A= 0,1, γ) A= 0,2, δ) άλλη τιμή.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

137) Πόσο χρόνο διαρκεί η επαφή με το ελατήριο;

Αφήνεται ένα σώμα να πέσει από ύψος h=6cm, πάνω στο ελεύθερο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται στο έδαφος. Παρατηρούμε δε, ότι προκαλεί συσπείρωση του ελατηρίου κατά 2h=12cm πριν κινηθεί ξανά προς τα πάνω.



i) Να αποδείξτε ότι για όσον χρόνο το σώμα βρίσκεται σε επαφή με το ελατήριο, η κίνησή του είναι ΑΑΤ.

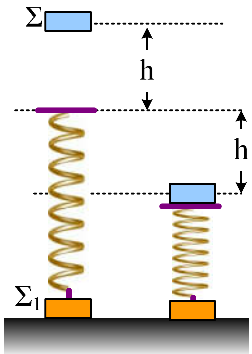
ii) Να βρεθεί το πλάτος ταλάντωσης.

ii) Να υπολογιστεί ο χρόνος που το σώμα θα βρίσκεται σε επαφή, (μέχρι τη στιγμή που κινούμενο προς τα πάνω εγκαταλείπει το ελατήριο).

Δίνεται $g=10m/s^2$ και $\pi^2 \approx 10$.

138) Θα ανυψωθεί το σώμα και θα εγκαταλείψει το έδαφος;

Αφήνουμε ένα σώμα Σ μάζας m να πέσει από ύψος h πάνω σε ένα κατακόρυφο ελατήριο, το άλλο άκρο του οποίου είναι συνδεδεμένο με δεύτερο σώμα $Σ_1$ ίσης μάζας που ηρεμεί στο έδαφος, όπως στο σχήμα. Στο πάνω άκρο του ελατηρίου υπάρχει ένας αβαρής δίσκος στον οποίο το σώμα Σ προσκολλάται κατά την πρόσκρουση. Παρατηρούμε ότι η μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου είναι επίσης h.



i) Η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα Σ είναι:

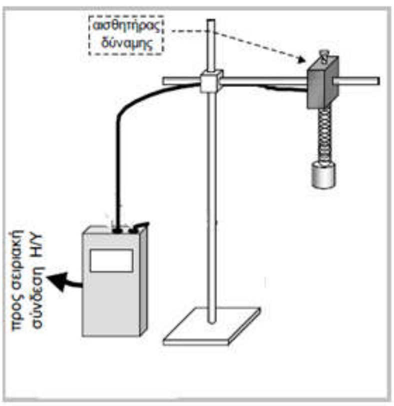
$$α)\ \sqrt{2gh} \quad β)\ 1{,}5\sqrt{gh} \quad γ)\ \sqrt{3gh} \quad δ)\ 2\sqrt{gh}$$

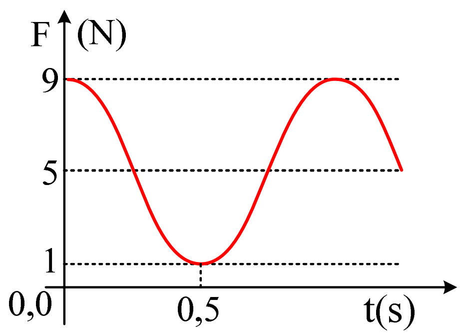
ii) Κατά την κίνησή του προς τα πάνω, το σώμα Σ, θα παρασύρει και το $Σ_1$ ώστε να εγκαταλείψει το έδαφος;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας, λαμβάνοντας σαν δεδομένο ότι η κίνηση του σώματος Σ όταν βρίσκεται πάνω στο δίσκο είναι ΑΑΤ..

139) Η δύναμη του ελατηρίου σε μια ΑΑΤ.

Με τη βοήθεια του MultiLog πήραμε τη γραφική παράσταση της δύναμης του ελατηρίου στην περίπτωση ενός σώματος που ταλαντώνεται κατακόρυφα, στο άκρο ελατηρίου, η οποία είναι αυτή του παρακάτω σχήματος.





i) Με βάση πληροφορίες που μπορείτε να αντλήσετε από τη γραφική παράσταση, χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.

α) Το ελατήριο είναι σε όλη τη διάρκεια της ταλάντωσης τεντωμένο.

β) Τη στιγμή t=0 το σώμα βρίσκεται στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσής του.

γ) Τη στιγμή t΄=0,25s το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του.

δ) Τη στιγμή t_1=0,5s το σώμα έχει επιτάχυνση με φορά προς τα κάτω.

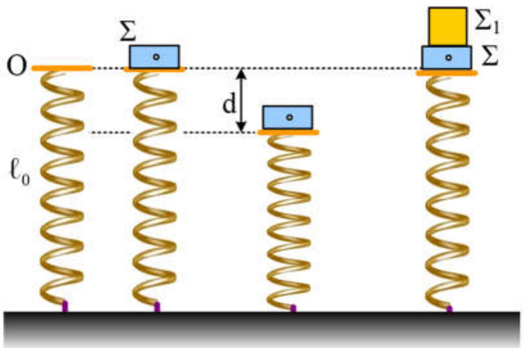
ii) Να βρεθεί η μάζα του σώματος που ταλαντώνεται, καθώς και η περίοδος ταλάντωσης.

iii) Να βρεθεί η σταθερά του ελατηρίου.

iv) Ποια η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t_1=0,25s και ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του τη στιγμή που το σώμα βρίσκεται στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του;

140) Συσπείρωση ελατηρίου και χρόνοι.

Ένα κατακόρυφο ελατήριο στηρίζεται στο έδαφος, όπως στο σχήμα. Για t=0 τοποθετούμε στο πάνω ελεύθερο άκρο του Ο, ένα σώμα Σ. Το σώμα συμπιέζει το ελατήριο κατά d, πριν κινηθεί ξανά προς τα πάνω και επιστρέψει στην αρχική θέση Ο τη στιγμή t_1. Τη στιγμή αυτή αφήνουμε πάνω στο σώμα Σ, ένα δεύτερο σώμα $Σ_1$ (χωρίς ταχύτητα).



i) Το σύστημα των δύο σωμάτων θα συμπιέσει κατά d_1 το ελατήριο και:

α) Θα επιστρέψει και θα σταματήσει την προς τα πάνω κίνησή του, σε σημείο χαμηλότερα του Ο.

β) Θα ξαναφτάσει μέχρι το σημείο Ο.

γ) Θα κινηθεί μέχρι ένα σημείο ψηλότερα του Ο.

ii) Αν το σύστημα των δύο σωμάτων φτάνει ξανά στη θέση Ο τη χρονική στιγμή $t_2=3t_1$, τότε η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου d_1 θα είναι ίση με:

α) d β) 2d γ) 3d δ) 4d.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας, δεχόμενοι ότι οι κινήσεις είναι ΑΑΤ.

141) Ενέργειες στην εξαναγκασμένη ταλάντωση.

Ένα σώμα μάζα 1kg ταλαντώνεται κατά την διεύθυνση του άξονα x με την επίδραση μιας δύναμης επαναφοράς της μορφής F_1= - 80x, όπου x η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας, της δύναμης απόσβεσης της μορφής F_2= - 5υ, όπου υ η ταχύτητά του και μιας εξωτερικής δύναμης της μορφής $F=F_0\cdot ημ(10t+φ_0)$. Μόλις σταθεροποιηθεί η κατάσταση, κάποια στιγμή που το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση, θέτουμε t=0 και μετράμε το πλάτος της ταλάντωσης το οποίο βρίσκουμε A=0,1m.

i) Να βρεθούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

ii) Κάποια στιγμή t_1 το σώμα κατευθύνεται προς τη θέση ισορροπίας του, ευρισκόμενο σε απομάκρυνση x_1=+6cm. Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:

α) Η κινητική και η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.

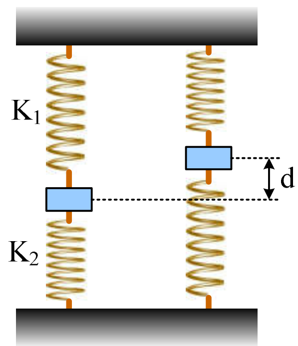
β) Οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και δυναμικής ενέργειας.

γ) Η ισχύς της δύναμης απόσβεσης και ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στο σώμα μέσω της εξωτερικής δύναμης F.

iii) Αν αυξήσουμε την συχνότητα της εξωτερικής δύναμης στην τιμή f_1=2Hz το πλάτος ταλάντωσης θα αυξηθεί, θα μειωθεί ή θα παραμείνει σταθερό;

142) Δυο ελατήρια και ενέργεια ταλάντωσης

Ένα σώμα μάζας 4kg ηρεμεί δεμένο στα άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων με σταθερές K_1=100N/m και K_2=200N/m, όπως στο διπλανό σχήμα, όπου το κάτω ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω κατά d=0,5m και το αφήνουμε να κινηθεί.



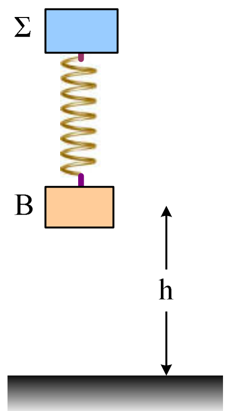
i) Να αποδείξετε ότι η κίνηση του σώματος είναι απλή αρμονική ταλάντωση.

ii) Πόση ενέργεια προσφέραμε στο σώμα για την παραπάνω εκτροπή;

iii) Μόλις μηδενισθεί για πρώτη φορά η ταχύτητα του σώματος, το πάνω ελατήριο λύνεται με αποτέλεσμα το σώμα να ταλαντώνεται στο άκρο μόνο του κάτω ελατηρίου. Να υπολογιστεί η ενέργεια της νέας ταλάντωσης του σώματος.

143) Πτώση και ΑΑΤ.

Τα σώματα Σ και Β αφήνονται να πέσουν ελεύθερα δεμένα στα άκρα ενός ελατηρίου που έχει το φυσικό του μήκος l_0=0,8m και σταθερά K=100N/m. Το Β απέχει αρχικά κατά h= 15cm από το έδαφος. Η κρούση του σώματος Β με το έδαφος είναι πλαστική, ενώ το σώμα Σ που έχει μάζα m=1kg, αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να βρείτε:



i) Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ.

ii) Την ελάχιστη απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων.

iii) Τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος Σ τη στιγμή της ελάχιστης απόστασης.

Δίνεται g=10m/s^2.

144) Νόμος Hooke. Νόμοι Νεύτωνα.

Ένα σώμα Σ ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου. Ανεβάζουμε το σώμα κατακόρυφα, μέχρι τη θέση Α που το ελατήριο αποκτά το φυσικό μήκος του και το αφήνουμε να κινηθεί, ξαναπιάνοντάς το τη στιγμή που μηδενίζεται ξανά η ταχύτητά του. Στο διάγραμμα δίνεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα κάτω κατεύθυνση σαν θετική.

Χαρακτηρίστε ως σωστές ή λαθεμένες τις παρακάτω προτάσεις.

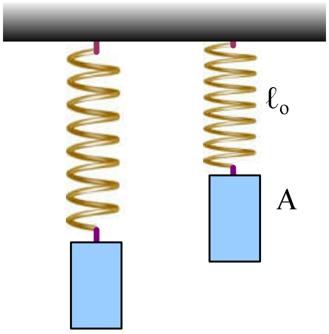
i) Η δύναμη που ασκεί το σώμα Σ στο ελατήριο είναι το βάρος του.

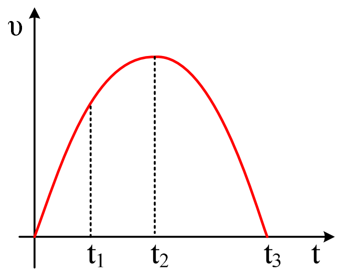
ii) Η αρχική επιτάχυνση του σώματος είναι ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας g.

iii) Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα επιταχύνεται προς τα κάτω.

iv) Η επιτάχυνση του σώματος από 0- t_2 είναι σταθερή.

v) Τη χρονική στιγμή t_1 το βάρος του σώματος είναι μεγαλύτερο από την δύναμη $F_{ελ}$ που ασκεί το ελατήριο στο σώμα Σ.





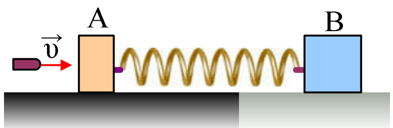
vi) Τη στιγμή t_1 το σώμα Σ ασκεί στο ελατήριο δύναμη μικρότερη του βάρους του.

vii) Τη στιγμή t_2 το μέτρο της $F_{ελ}$ είναι ίσο με το βάρος του σώματος.

viii) Στο χρονικό διάστημα $t_2 – t_3$ το σώμα ασκεί στο ελατήριο δύναμη μεγαλύτερη του βάρους του.

ix) Τη χρονική στιγμή t_3 που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος, μηδενίζεται και η επιτάχυνση του σώματος.

145) Θα μετακινηθεί το σώμα μετά την κρούση;



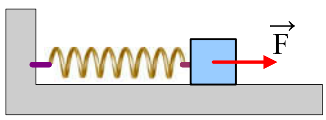
Ένα βλήμα μάζας 0,1kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ=60m/s και σφηνώνεται σε σώμα Α, μάζας m=0,9kg, το οποίο ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=400N/m, όπως στο σχήμα. Στο άλλο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο δεύτερο σώμα Β, μάζας Μ= 20kg, το οποίο παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστή οριακής στατικής τριβής $μ_s$=0,8.

i) Να βρεθεί η μέγιστη τιμή της δύναμης τριβής που ασκείται στο σώμα Β.

ii) Θεωρώντας την κρούση στιγμιαία και t=0 τη στιγμή της κρούσης, να κάνετε τη γραφική παράσταση της τριβής που ασκείται στο σώμα Β, σε συνάρτηση με το χρόνο, λαμβάνοντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική.

iii) Ποια μπορεί να είναι η μέγιστη τιμή της ταχύτητας του βλήματος, ώστε να μην προκληθεί μετακίνηση του σώματος Β;

146) Μια εξαναγκασμένη ταλάντωση και ρυθμοί μεταβολής.



Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=648N/m. Σε μια στιγμή δέχεται περιοδική οριζόντια δύναμη F, με αποτέλεσμα να αρχίσει να ταλαντώνεται. Μόλις αποκατασταθεί σταθερή κατάσταση, λαμβάνοντας κάποια στιγμή σαν t=0, βρίσκουμε ότι το σώμα εκτελεί ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης

x=0,4·ημ20t (μονάδες στο S.I.)

γύρω από την αρχική θέση ισορροπίας του. Στη διάρκεια της ταλάντωσης το σώμα δέχεται δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}$= - 4υ (S.I.), όπου υ η ταχύτητα του σώματος.

i) Να βρεθούν η ιδιοσυχνότητα και η συχνότητα ταλάντωσης του σώματος.

ii) Για την χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{4} s$ ζητούνται:

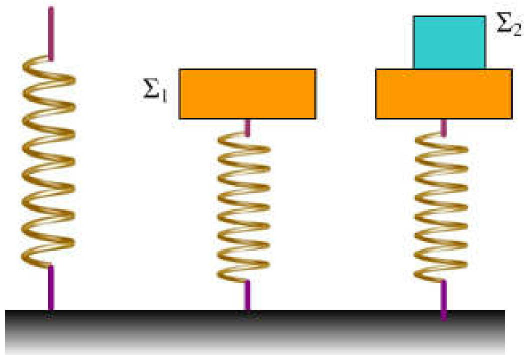
α) Η κινητική και η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.

β) Οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας.

γ) Ο ρυθμός με τον οποίο αφαιρείται ενέργεια από το σώμα, μέσω του έργου της δύναμης απόσβεσης.

δ) Ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρεται ενέργεια στο σώμα μέσω της εξωτερικής δύναμης F.

147) Ταλάντωση συστήματος σωμάτων.



Το σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=5kg ηρεμεί στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται στο έδαφος, προκαλώντας του συσπείρωση κατά 0,25m. Για t=0 αφήνουμε πάνω στο σώμα $Σ_1$ ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=3kg.

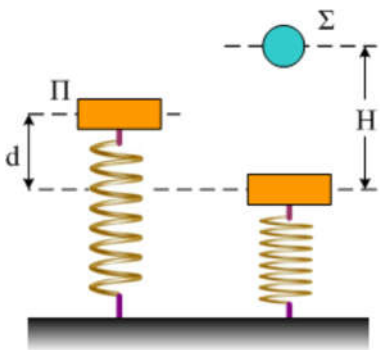
i) Ν' αποδειχθεί ότι το σύστημα των δύο σωμάτων θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

ii) Να βρεθεί η περίοδος και το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος.

iii) Να γίνει η γραφική παράσταση σε συνάρτηση με το χρόνο, της δύναμης που δέχεται το σώμα $Σ_2$ από το $Σ_1$, αν η προς τα πάνω κατεύθυνση θεωρηθεί θετική.

Δίνεται g=10m/s^2.

148) Ταλάντωση και κρούση.



Μια πλάκα μάζας m_1= 2kg ηρεμεί στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται στο έδαφος. Εκτρέπουμε την πλάκα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d=0,2m και σε μια στιγμή την αφήνουμε να κινηθεί, ενώ ταυτόχρονα από ύψος H=32,5cm (πάνω από την πλάκα) αφήνουμε μια σφαίρα ίσης μάζας να πέσει. Τα δύο σώματα συγκρούονται μετά από χρόνο t_1 = π/20 s και κατά την κρούση ανταλλάσσουν ταχύτητες.

i) Σε ποια θέση έγινε η κρούση των δύο σωμάτων;

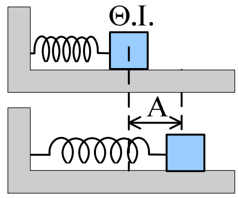
ii) Ποιες οι ταχύτητες των δύο σωμάτων ελάχιστα πριν την κρούση;

iii) Να βρεθεί η ενέργεια ταλάντωσης, πριν και μετά την κρούση.

Δίνεται g=10m/s^2 και $π^2$ ≈10.

149) Ερωτήσεις σωστού λάθους στην ΑΑΤ

1) Το σώμα του διπλανού σχήματος ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου. Εκτρέπουμε το σώμα προς τα δεξιά κατά Α και το αφήνουμε να εκτελέσει α.α.τ.



Χαρακτηρίστε σαν σωστές ή λαθεμένες τις παρακάτω προτάσεις:

i) Στην αρχική του θέση το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

ii) Η δύναμη επαναφοράς είναι η δύναμη του ελατηρίου.

iii) Η δύναμη επαναφοράς είναι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.

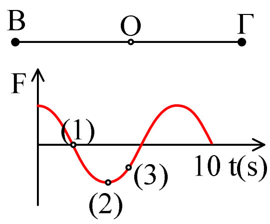
iv) Η δύναμη του ελατηρίου δίνεται από τη σχέση F= - Kx, όπου x η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας.

v) Η δύναμη του ελατηρίου δίνεται από την εξίσωση F = - K$\simeq$, όπου $\simeq$ το μήκος του ελατηρίου.

vi) Το πλάτος ταλάντωσης είναι ίσο με Α.

vii) Αν αυξήσουμε την αρχική απομάκρυνση του σώματος θα αυξηθεί και η περίοδος ταλάντωσης.

2) Δύναμη επαναφοράς για ένα υλικό σημείο που εκτελεί α.α.τ μεταξύ των σημείων Β και Γ του διπλανού σχήματος, φαίνεται στο διάγραμμα.



i) Για t=0 το σώμα βρίσκεται στη θέση Ο.

ii) Το σημείο (1) της γραφικής παράστασης αντιστοιχεί στη θέση Ο και το σώμα κινείται προς τα δεξιά.

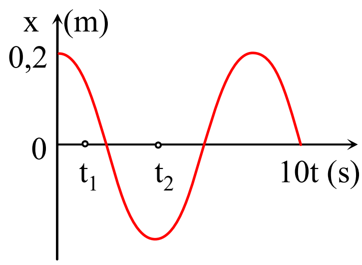
iii) Το σημείο (2) αντιστοιχεί στη θέση στην θέση Γ.

iv) Το σημείο (3) αντιστοιχεί σε ένα σημείο δεξιότερα του σημείου Ο.

v) Η περίοδος ταλάντωσης είναι ίση με 10s.

vi) Τα σημεία (1) και (3) αντιστοιχούν σε δύο σημεία που απέχουν μεταξύ τους απόσταση μεγαλύτερη από το πλάτος ταλάντωσης Α.

3) Ένα σώμα μάζας 1kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, η απομάκρυνση του οποίου, σε συνάρτηση με το χρόνο, μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα. Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:



i) Η περίοδος ταλάντωσης είναι ίση με 10s.

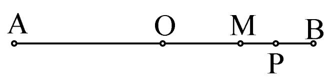
ii) Τη χρονική στιγμή t_1=T/8 το σώμα έχει αρνητική ταχύτητα.

iii) Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα έχει αρνητική επιτάχυνση.

iv) Τη χρονική στιγμή t_2 το σώμα έχει μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα.

v) Το χρονικό διάστημα t_2- t_1 είναι ίσο με 4s.

4) Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους x_0 μεταξύ των σημείων Α και Β. Ο είναι το μέσο της ΑΒ, Μ το μέσο της ΟΒ και ΜΡ=ΡΒ.



Αν Κ η κινητική ενέργεια, U η δυναμική ενέργεια και $E_{ολ}$ η ολική ενέργεια ταλάντωσης, ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές:

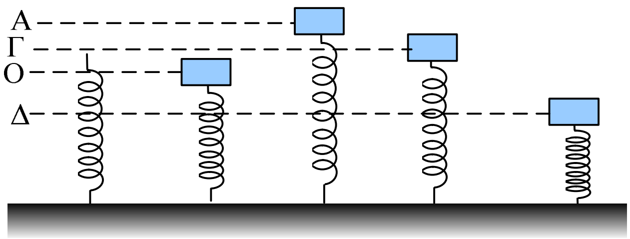
i) Στο σημείο Ο ισχύει Κ=$E_{ολ}$.

ii) Στα σημεία Α και Β ισχύει $U=E_{ολ}$.

iii) Στο σημείο Μ ισχύει K=U.

iv) Στο σημείο Ρ ισχύει K<U.

5) Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, όπως στο σχήμα, στη θέση Ο. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα φέρνοντάς το στη θέση Α και το αφήνουμε να κινηθεί, οπότε εκτελεί α.α.τ.



Χαρακτηρίστε σαν σωστές ή λαθεμένες τις παρακάτω προτάσεις:

i) Στη θέση Ο η δύναμη του ελατηρίου έχει φορά προς τα πάνω και μέτρο ίσο με 20Ν.

ii) Στη θέση Α η δύναμη του ελατηρίου είναι κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω.

iii) Στη θέση Γ ισχύει $W= - m\cdot\omega^2\cdot y$ όπου W το βάρος του σώματος και y η απόσταση (ΟΓ).

iv) Στη θέση Δ η δύναμη του ελατηρίου έχει φορά προς τα πάνω και έχει μέτρο μεγαλύτερο από 20Ν.

v) Η ενέργεια ταλάντωσης είναι μεγαλύτερη από ½ mg(ΟΓ).

vi) Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης στη θέση Γ είναι μηδέν.

vii) Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη θέση Γ είναι ίση με μηδέν.

viii) Μεταξύ των παραπάνω θέσεων μέγιστη είναι η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης στη θέση Α.

ix) Μεταξύ των παραπάνω θέσεων μέγιστη είναι η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη θέση Δ.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

150) Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1) Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι κίνηση

i) ευθύγραμμη ομαλή.

ii) ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη.

iii) ομαλή κυκλική.

iv) ευθύγραμμη περιοδική.

2) Η ταχύτητα υ σημειακού αντικειμένου το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση

i) Είναι μέγιστη, κατά μέτρο, στη θέση x = 0.

ii) έχει την ίδια φάση με την απομάκρυνση x.

iii) είναι μέγιστη στις θέσεις x = ± A.

iv) έχει την ίδια φάση με τη δύναμη επαναφοράς.

3) Η φάση της απλής αρμονικής ταλάντωσης

i) αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο.

ii) είναι σταθερή.

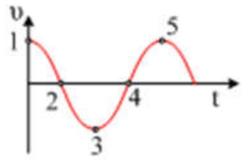
iii) ελαττώνεται γραμμικά με το χρόνο.

iv) είναι ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου.

4) Η διαφορά φάσης $\Delta\varphi = \varphi_\upsilon - \varphi_x$ μεταξύ ταχύτητας υ και απομάκρυνσης xστην απλή αρμονική ταλάντωση είναι:

α. - π/2, β. π/2, γ. 0, δ. - π

5) Το διάγραμμα του σχήματος παριστάνει την ταχύτητα ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε συνάρτηση με το χρόνο. Στην περίπτωση αυτή



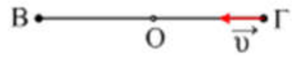
i) στα σημεία 1 και 5 το σώμα βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση.

ii) στα σημεία 2 και 4 το σώμα βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση.

iii) στα σημεία 4 και 5 το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας.

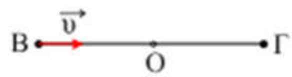
iv) στα σημεία 3 και 4 το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας.

6) Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και για t=0 βρίσκεται στο σημείο Γ, όπως στο σχήμα. Για την απομάκρυνσή του ισχύει:



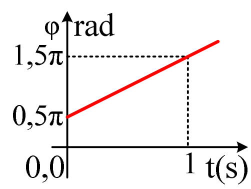
i) x=Αημωt
ii) x= Αημ(ωt+π/2)
iii) x= Α ημ(ωt+π)
iv) x= Α ημ(ωt+3π/2)

7) Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και για t=0 βρίσκεται στο σημείο Β, όπως στο σχήμα. Για την απομάκρυνσή του ισχύει:



i) x=Αημωt
ii) x= Αημ(ωt+π/2)
iii) x= Α ημ(ωt+π)
iv) x= Α ημ(ωt+3π/2)

8) Δίνεται η γραφική παράσταση φ = f(t) απλής αρμονικής ταλάντωσης, που έχε ι πλάτος απομάκρυνσης Α = 2 cm.



i) Για t=0 η ταχύτητα του σώματος είναι μέγιστη.
ii) Η περίοδος ταλάντωσης είναι 1s.
iii) Για t=0,5s το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας.
iv) Για t=0,5s το σώμα έχει μέγιστη επιτάχυνση.

9) Η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργεί σε σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση

i) είναι σταθερή
ii) είναι συμφασική με την απομάκρυνση

iii) είναι ανάλογη και αντίθετη με την απομάκρυνση

iv) είναι ανάλογη με την ταχύτητα

10) Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή η ολική του ενέργεια

i) μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο.

ii) είναι πάντοτε μικρότερη από τη δυναμική του ενέργεια.

iii) είναι πάντοτε μεγαλύτερη από την κινητική του ενέργεια.

iv) καθορίζει το πλάτος της ταλάντωσης x_0 και τη μέγιστη ταχύτητα $υ_0$.

11) Ένα σώμα ταλαντώνεται με πλάτος Α. Αν διπλασιάσουμε το πλάτος ταλάντωσης:

i) Θα διπλασιαστεί και η περίοδος

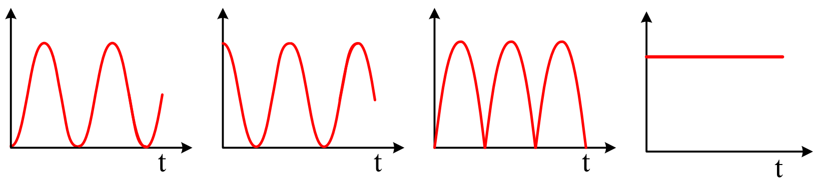
ii) Θα διπλασιαστεί και η ενέργεια ταλάντωσης.

iii) Θα τετραπλασιαστεί η περίοδος ταλάντωσης

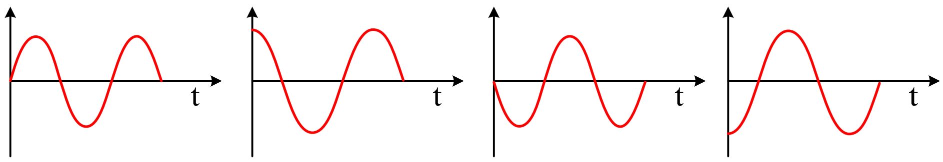
iv) Θα τετραπλασιαστεί η ενέργεια ταλάντωσης.

12) Ένα σώμα εκτελεί α.α.τ ξεκινώντας από τη θέση x=+A για t=0.

i) Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστά, την Κινητική, Δυναμική και την Ενέργεια ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο;



ii) Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστά την απομάκρυνση, τη ταχύτητα και την συνισταμένη δύναμη σε συνάρτηση με το χρόνο;



13) Κατά την α.α.τ. η Δυναμική Ενέργεια είναι ίση με την Κινητική Ενέργεια.

i) Αυτό συμβαίνει σε:

α) Μία θέση, β) δύο θέσεις γ) τρεις θέσεις δ) τέσσερις θέσεις.

ii) Ενώ στη διάρκεια μιας περιόδου συμβαίνει:

α) Μία φορά, β) δύο φορές γ) τρεις φορές δ) τέσσερις φορές.

14) Στο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου ταλαντώνεται ένα σώμα $Σ_1$ μάζας 1kg με πλάτος Α και ενέργεια ταλάντωσης 10J. Αν στο άκρο του ίδιου ελατηρίου συνδέσουμε σώμα $Σ_2$ μάζας 4kg το οποίο ταλαντώνεται με το ίδιο πλάτος Α, τότε:

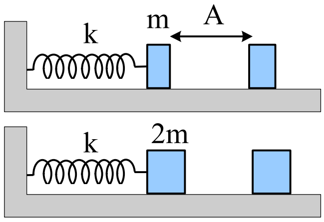
i) Η περίοδος ταλάντωσης του $Σ_2$ θα ήταν τετραπλάσια αυτής του $Σ_1$.

ii) Η ενέργεια ταλάντωσης θα τετραπλασιαζόταν.

iii) Η ενέργεια ταλάντωσης θα ήταν διπλάσια.

iv) Η ενέργεια ταλάντωσης παραμένει σταθερή.

14) Τα σώματα του διπλανού σχήματος έχουν μάζες m και 2m, ενώ τα δύο ελατήρια είναι όμοια. Εκτρέπουμε κατά Α και τα δύο σώματα και την ίδια στιγμή τα αφήνουμε ελεύθερα να ταλαντωθούν.



i) Πρώτο στη θέση ισορροπίας θα φτάσει:

α) το πρώτο σώμα β) το δεύτερο σώμα γ) θα φτάσουν ταυτόχρονα.

ii) Μεγαλύτερη ταχύτητα θα αποκτήσει:

α) το πρώτο σώμα β) το δεύτερο σώμα γ) θα αποκτήσουν την ίδια μέγιστη ταχύτητα

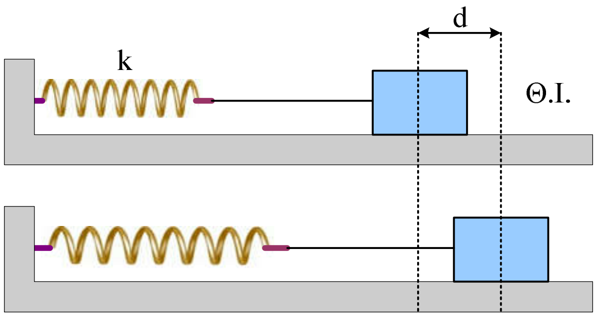
iii) Μεγαλύτερη ενέργεια ταλάντωσης έχει:

α) το πρώτο σώμα β) το δεύτερο σώμα γ) έχουν ίσες ενέργειες ταλάντωσης.

151) Ταλάντωση σώματος στο άκρο νήματος

ΘΕΜΑ 2^{o}:

Ένα σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο νήματος μήκους ℓ, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου. Εκτρέπουμε το σώμα προς τα δεξιά κατά d, επιμηκύνοντας επίσης κατά d το ελατήριο, όπως στο σχήμα και το αφήνουμε να κινηθεί για t=0.



i) Η ταχύτητα του σώματος θα μηδενιστεί για πρώτη φορά τη στιγμή t_1 όπου:

α) $t_1 < \pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ β) $t_1 = \pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ γ) $t_1 > \pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

ii) Η απόσταση που θα διανύσει το σώμα μέχρι τη στιγμή t_1 θα είναι:

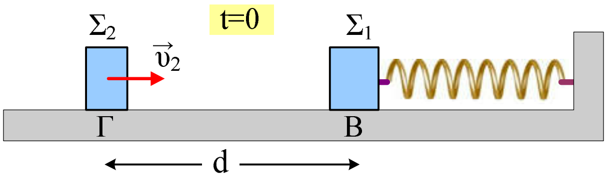
α) s<2d β) s= 2d s> 2d

iii) Να κάνετε ένα ποιοτικό διάγραμμα που να εμφανίζεται η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο από 0-t_1. Θεωρείστε την προς τα αριστερά κατεύθυνση θετική.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

152) Μια κρούση σε ταλάντωση.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=2kg δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=80N/m. Εκτρέπουμε το $Σ_1$ προς τ' αριστερά φέρνοντάς το σε σημείο Β, που απέχει κατά d=0,9m από ένα σημείο Γ, στο οποίο βρίσκεται ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$. Τη στιγμή t=0 εκτοξεύουμε το σώμα $Σ_2$ με ταχύτητα $υ_2$=3m/s που έχει την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, αφήνοντας ταυτόχρονα το $Σ_1$ να ταλαντωθεί. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά τη στιγμή t_1=0,5s, ενώ το $Σ_2$ φτάνει ξανά στο σημείο Γ τη στιγμή t_2=2s.



i) Να βρεθεί το αρχικό πλάτος ταλάντωσης του σώματος $Σ_1$.

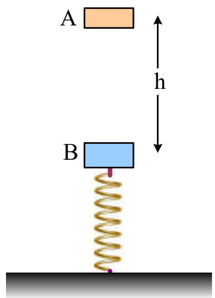
ii) Πόση είναι η μάζα του σώματος $Σ_2$;

iii) Να βρεθεί το έργο της δύναμης που ασκήθηκε στο $Σ_2$ κατά τη διάρκεια της κρούσης.

iv) Να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης του $Σ_1$ μετά την κρούση.

Δίνεται $π^2$≈10

153) Ελαστική κρούση και ΑΑΤ.



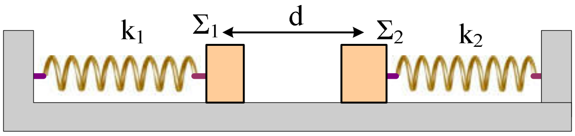
Ένα σώμα Α μάζας 1,2kg για t=0 αφήνεται να πέσει από ύψος h=5m πάνω σε δεύτερο σώμα Β μάζας 2kg, που ηρεμεί στο ανώτερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=8π^2$= 80N/m. Αν η κρούση είναι μετωπική και ελαστική και διαρκεί απειροελάχιστα, ενώ $g=10m/s^2$:

i) Ποιο ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος Α, μεταφέρεται στο σώμα Β κατά την κρούση.

ii) Αποδείξτε ότι τα δύο σώματα θα ξανασυγκρουστούν την χρονική στιγμή t_1 =0,5s, δεχόμενοι ότι το σώμα Β θα εκτελέσει ΑΑΤ.

154) Δυο ταλαντώσεις και δυο ελατήρια.

Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, που θεωρούνται υλικά σημεία, με μάζες m_1=1kg και m_2=2kg ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένα στα άκρα δύο οριζοντίων ελατηρίων με σταθερές k_1=100N/m και k_2=300N/m αντίστοιχα, όπως στο σχήμα, απέχοντας μεταξύ τους κατά d=0,4m.



Εκτρέπουμε το σώμα $Σ_1$ προς τ' αριστερά κατά 0,5m και για t=0, το αφήνουμε να εκτελέσει ΑΑΤ.

iv) Ποια χρονική στιγμή το σώμα $Σ_1$ θα αποκτήσει για πρώτη φορά μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα; Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας αυτής.

v) Πόση ταχύτητα θα έχει το σώμα $Σ_1$ πριν τη πλαστική κρούση του με το σώμα $Σ_2$;

vi) Να βρεθεί η θέση, ως προς το φυσικό μήκος του ελατηρίου σταθεράς k_1, γύρω από την οποία θα ταλαντωθεί το συσσωμάτωμα μετά την κρούση.

vii)Να βρεθεί η μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης επαναφοράς που ασκείται στο συσσωμάτωμα.

155) Σύνθεση ταλαντώσεων και περιστρεφόμενα διανύσματα.

Ένα σώμα μάζας 2kg ταλαντώνεται με εξίσωση:

$$y = (2 + 2\sqrt{3}) \cdot \sigma\upsilon\nu(4\pi t) + 2\sqrt{6}\eta\mu(4\pi t - \frac{\pi}{4})\ \ (\text{cm})$$

i) Να αποδείξετε ότι η κίνηση του σώματος είναι γραμμική αρμονική συνάρτηση του χρόνου (ΓΑΤ) και να υπολογίστε το πλάτος και την αρχική της φάση.

ii) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή t_1=0,5s.

156) Δύο ήχοι και μια σύνθεση.

Διαθέτουμε δύο ηχητικές πηγές που παράγουν απλούς αρμονικούς ήχους της ίδιας συχνότητας.

Οι δυο πηγές παράγουν ήχους ίδιας έντασης, πράγμα που σημαίνει ότι, όταν ο κάθε ήχος πέσει στο τύμπανο του αυτιού μας, το εξαναγκάζει να ταλαντωθεί με το ίδιο πλάτος. Έστω ότι η ταλάντωση του τυμπάνου εξαιτίας του πρώτου ήχου έχει απομάκρυνση:

$$x_1=0{,}002\ \eta\mu(1000\pi t)\ (\text{S.I.}).$$

ενώ εξαιτίας του δεύτερου ήχου:

$$x_2=0{,}002\cdot\eta\mu(1000\pi t+2\pi/3)\ (\text{S.I.}).$$

i) Ποια η συχνότητα του ήχου που ακούμε;

ii) Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του τυμπάνου του αυτιού μας σε συνάρτηση με το χρόνο.

iii) Να βρείτε την ταχύτητα ταλάντωσης του τυμπάνου τη χρονική στιγμή t_1=1ms.

157) Δύο ήχοι και ένα διακρότημα.

Διαθέτουμε δύο ηχητικές πηγές που παράγουν απλούς αρμονικούς ήχους με συχνότητες f_1 και f_2. Οι δυο πηγές παράγουν ήχους ίδιας έντασης, πράγμα που σημαίνει ότι, όταν ο κάθε ήχος πέσει στο τύμπανο του αυτιού μας, το εξαναγκάζει να ταλαντωθεί με το ίδιο πλάτος. Έστω ότι η ταλάντωση του τυμπάνου εξαιτίας του πρώτου ήχου έχει απομάκρυνση:

$$x_1=0{,}002\ \eta\mu(20.000\pi t+\pi)\ (\text{S.I.}).$$

ενώ εξαιτίας του δεύτερου ήχου:

$$x_2=0{,}002\cdot\eta\mu(20.004\pi t)\ \ (\text{S.I.}).$$

i) Να βρεθούν οι συχνότητες των δύο ήχων.

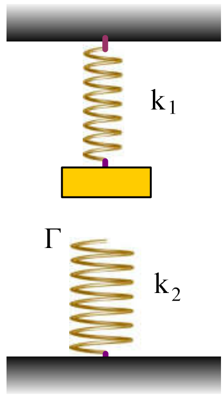
ii) Να βρεθεί η διαφορά φάσης $\Delta\varphi_{21}= \varphi_2-\varphi_1$ μεταξύ των δύο απομακρύνσεων σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

iii) Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του τυμπάνου του αυτιού μας σε συνάρτηση με το χρόνο.

iv) Ποια η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβανόμαστε;

v) Πόσα μέγιστα της έντασης του ήχου αντιλαμβανόμαστε σε κάθε δευτερόλεπτο;

158) Ένα σώμα δύο ταλαντώσεις.



Ένα σώμα, μάζας 2kg, ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k_1=200N/m, όπως στο σχήμα, απέχοντας κατά 10cm, από ένα δεύτερο κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k_2=200N/m που στηρίζεται στο έδαφος.

Μετακινούμε το σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω, μέχρι να συσπειρωθεί το ελατήριο κατά d=0,2m και σε μια στιγμή, το αφήνουμε να ταλαντωθεί.

i) Με ποια ταχύτητα φτάνει το σώμα στη θέση Γ;

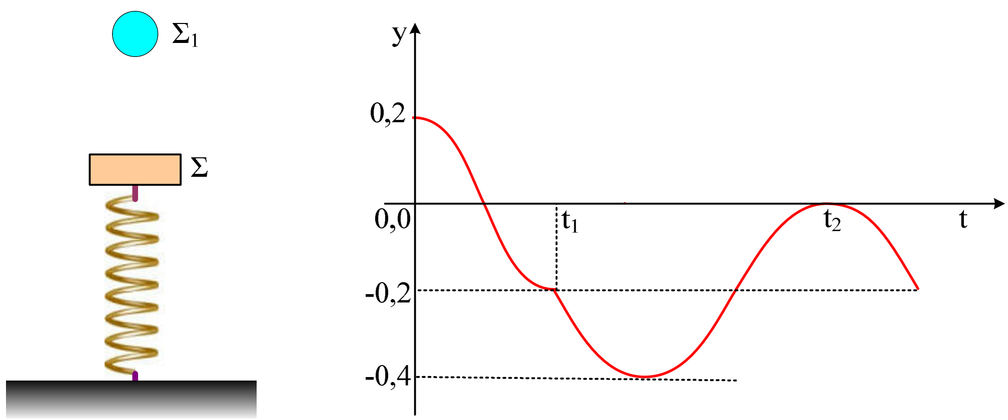
ii) Μόλις το σώμα φτάσει στο Γ, το πάνω ελατήριο λύνεται, οπότε το σώμα ταλαντώνεται στο πάνω άκρο του ελατηρίου σταθεράς k_2. Να υπολογιστεί το πλάτος ταλάντωσης.

iii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της δύναμης που δέχεται το σώμα από το πάνω ελατήριο, σε συνάρτηση με την απομάκρυνση, θεωρώντας θετική, την προς τα κάτω φορά.

Θεωρείστε ότι και στις δύο περιπτώσεις το σώμα εκτελεί α.α.τ. με σταθερά επαναφοράς, ίση με την εκάστοτε σταθερά του ελατηρίου και g=10m/s^2.

159) Μια κρούση και δυο ταλαντώσεις. Ερώτηση.

Ένα σώμα Σ ισορροπεί στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή εκτρέπουμε το σώμα προς τα πάνω, μέχρι τη θέση που το ελατήριο αποκτά το φυσικό μήκος του και το αφήνουμε να εκτελέσει α.α.τ. ενώ ταυτόχρονα ένα δεύτερο σώμα $Σ_1$ αφήνεται να πέσει από ορισμένο ύψος. Δίνεται ότι η θέση του σώματος Σ μεταβάλλεται όπως στο παρακάτω διάγραμμα, όπου για την αρχική θέση y=0.



Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

i) Η κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων είναι πλαστική.

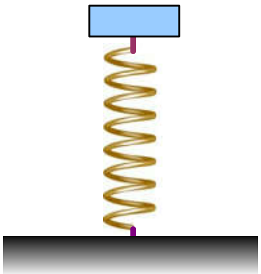
ii) Τα δύο σώματα έχουν ίσες μάζες.

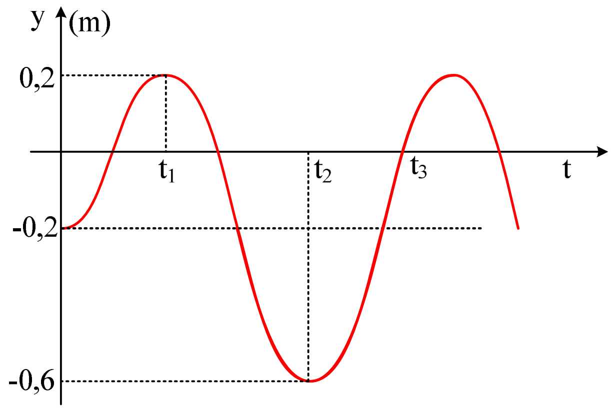
iii) Η ενέργεια ταλάντωσης πριν την κρούση, είναι ίση με την ενέργεια μετά την κρούση.

iv) Για τις τιμές του χρόνου που έχουν σημειωθεί στο διάγραμμα ισχύει $t_2=2{,}5t_1$.

160) Ταλάντωση ενός συστήματος σωμάτων.

Ένα σώμα Σ ηρεμεί στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα και για t=0 το αφήνουμε να ταλαντωθεί (με σταθερά επαναφοράς D=k). Τη χρονική στιγμή t_1 πάνω στο σώμα αφήνουμε ένα δεύτερο σώμα Γ μάζας 2kg, οπότε η ταλάντωση συνεχίζεται με το σύστημα των σωμάτων. Στο διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης από την αρχική θέση ισορροπίας (y=0) του σώματος Σ, σε συνάρτηση με το χρόνο.





Δίνεται ότι $t_2=t_1+1s$, $\pi^2\approx 10$ και $g=10m/s^2$.

Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις.

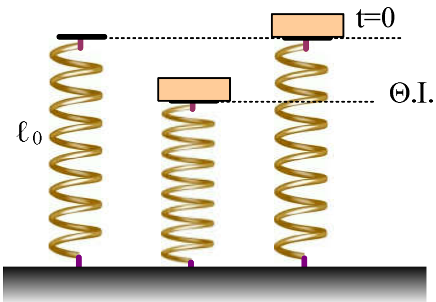
i) Η ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος είναι τετραπλάσια της αρχικής ενέργειας ταλάντωσης του σώματος Σ.

ii) Η δύναμη Ν (δύναμη στήριξης) που δέχεται το σώμα Γ από το σώμα Σ τη χρονική στιγμή t_2 έχει φορά προς τα πάνω και μέτρο 28Ν.

iii) Η δύναμη που ασκεί το σώμα Γ στο σώμα Σ τη στιγμή t_3 έχει φορά προς τα κάτω και μέτρο 16Ν.

161) Ενέργειες δύο ταλαντώσεων.

Ένα σώμα μάζας 1kg ηρεμεί στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται στο έδαφος. Προσφέροντας ενέργεια 2J στο σώμα, το μετακινούμε κατακόρυφα, μέχρι τη θέση που το ελατήριο αποκτά το φυσικό μήκος του και σε μια στιγμή που θεωρούμε t=0 το αφήνουμε να κινηθεί. Το σώμα κινείται προς τα κάτω (εκτελώντας α.α.τ.) μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 πριν σταματήσει στιγμιαία.



Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

i) Τη στιγμή t_1 το ελατήριο έχει δυναμική ενέργεια 2J.

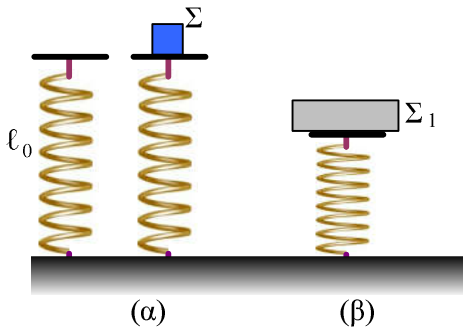
Το ίδιο σώμα αφήνεται να πέσει πάνω στο ελατήριο από ύψος h=0,5m, οπότε για όσο χρόνο το σώμα βρίσκεται σε επαφή με το ελατήριο, εκτελεί α.α.τ.

ii) Η ενέργεια της ταλάντωσης αυτής είναι 7J.

iii) Ο χρόνος που το σώμα κινείται προς τα κάτω συμπιέζοντας το ελατήριο είναι ίσο με t_1.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

162) Δυο κατακόρυφες ταλαντώσεις.



Ένα ιδανικό κατακόρυφο ελατήριο, έχει σταθερά k=400N/m και στηρίζεται με το ένα του άκρο στο έδαφος, έχοντας το φυσικό του μήκος

i) Σε μια στιγμή αφήνουμε πάνω του ένα σώμα Σ, μάζας m=1kg (σχήμα α). Να αποδείξετε ότι θα εκτελέσει α.α.τ. και να βρείτε το πλάτος και την περίοδο της ταλάντωσής του.

ii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της δύναμης που δέχεται από το ελατήριο σε συνάρτηση με το χρόνο, αφού θεωρείστε την προς τα πάνω κατεύθυνση θετική.

iii) Πάνω στο ίδιο ελατήριο ηρεμεί ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=3kg (σχήμα β). Τοποθετούμε τώρα για t=0 το σώμα Σ, πάνω στο $Σ_1$ και τα αφήνουμε να ταλαντωθούν. Πόσο είναι τώρα το πλάτος και η περίοδος ταλάντωσης; Να κάνετε τη γραφική παράσταση της δύναμης που δέχεται το σώμα Σ, από το $Σ_1$ σε συνάρτηση:

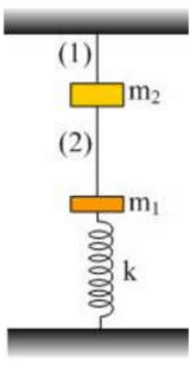
α) με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας και

β) με το χρόνο.

Δεχτείτε ξανά την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

163) Ταλάντωση και πλαστική κρούση



Τα δύο σώματα του παρακάτω σχήματος έχουν μάζες m_1=1kg και m_2=1,5kg και το ελατήριο έχει σταθερά k=40N/m.

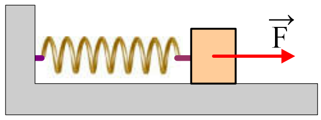
i) Αν η τάση του νήματος (1) είναι 25N, πόση είναι η τάση του νήματος (2);

ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα (1). Αν τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά την στιγμή που μηδενίζεται για πρώτη φορά η ταχύτητα του σώματος m_1, να βρεθεί το μήκος του νήματος (2).

iii) Πόση είναι η ενέργεια ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση;

Θεωρείται ότι η κίνηση του συσσωματώματος είναι απλή αρμονική ταλάντωση και $g=10m/s^2$, $π^2=10$.

164) Μια οριζόντια ταλάντωση.



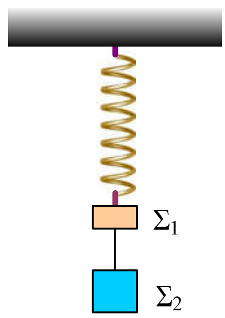
Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=200N/m. Σε μια στιγμή που θεωρούμε t=0, ασκούμε στο σώμα μια σταθερή οριζόντια δύναμη, όπως στο σχήμα, μέτρου F=40N.

i) Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει α.α.τ. και να υπολογίστε το πλάτος της ταλάντωσης.

ii) Θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, να βρείτε την εξίσωση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

165) Ταλάντωση και τάση νήματος.

Στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=200N/m ηρεμούν δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες 1kg και 4kg αντίστοιχα, όπως στο παρακάτω σχήμα. Το νήμα που συνδέει τα δυο σώματα έχει μήκος 20cm.



Τραβάμε το σώμα $Σ_2$ κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d=20cm και για t=0 το αφήνουμε, οπότε το σύστημα εκτελεί ΓΑΤ.

i) Να βρεθεί το πλάτος και η περίοδος ταλάντωσης.

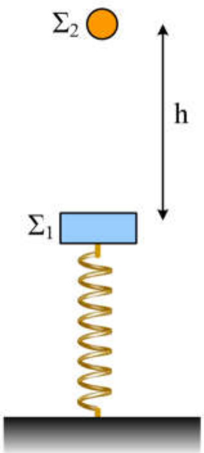
ii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της τάσης του νήματος που ασκείται στο σώμα $Σ_2$, σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του συστήματος.

iii) Τη χρονική στιγμή t_1=1,5s το νήμα που συνδέει τα δυο σώματα κόβεται. Να βρεθεί η απόσταση των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή t_2=2s.

Δίνονται g=10m/s^2 και $π^2$≈10.

166) Μια ΑΑΤ και μια Ελαστική Κρούση.

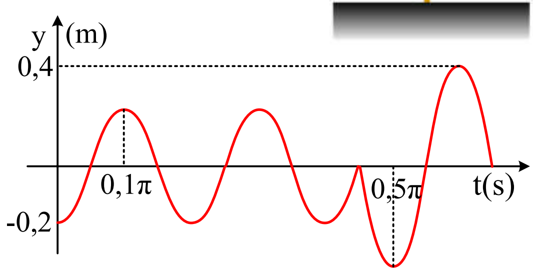
Ένα σώμα $Σ_1$ μάζας 1kg ηρεμεί στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται στο έδαφος. Πάνω από το σώμα $Σ_1$ και σε απόσταση h βρίσκεται ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$ μάζας 1/3kg.



Εκτρέπουμε κατακόρυφα το $Σ_1$ κατά 0,2m και κάποια στιγμή που θεωρούμε t=0, το αφήνουμε να εκτελέσει ΑΑΤ. Μετά από λίγο αφήνουμε και το $Σ_2$ να πέσει και να συγκρουσθεί κεντρικά και ελαστικά με το $Σ_1$. Πήραμε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, για το $Σ_1$, η οποία είχε τη μορφή του παρακάτω σχήματος.

i) Να βρεθεί η ενέργεια ταλάντωσης, πριν και μετά την κρούση.

ii) Ποια χρονική στιγμή για πρώτη φορά το σώμα $Σ_1$ θα αποκτήσει επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας g;



iii) Να βρεθεί η τιμή της ταχύτητας του σώματος $Σ_1$ πριν και μετά την κρούση.

iv) Να βρεθεί η απόσταση h.

Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα ενώ g=10m/s^2.

167) Στοιχεία γραμμικής αρμονικής ταλάντωσης.

Στο παραπάνω σχήμα βλέπετε ένα σώμα μάζας 2kg το οποίο ταλαντώνεται μεταξύ των σημείων ΑΓ ενώ για τις θέσεις του σχήματος δίνεται (ΑΜ)=(ΜΟ) =(ΟΝ)=(ΝΓ)=0,2m. Ο χρόνος για να πάει από το Α στο Γ είναι ίσος με 1s. Αν π^2=10, χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις σαν σωστές ή λαθεμένες.

i) Το πλάτος της ταλάντωσης είναι ίσο με 0,8m.

ii) Η περίοδος της ταλάντωσης είναι ίση με 0,5s.

iii) Ο χρόνος μετάβασης του σώματος από το Α στο Ο είναι 0,5s.

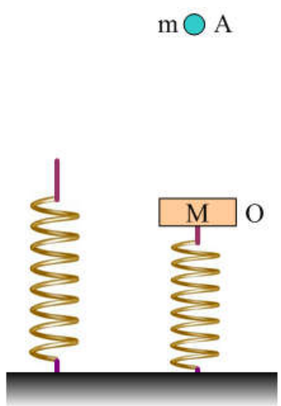
iv) Ο χρόνος μετάβασης του σώματος από το Α στο Μ είναι 0,25s.

v) Η δύναμη που δέχεται το σώμα στο σημείο Μ έχει μέτρο 4Ν και φορά προς τα δεξιά.

vi) Η δύναμη που δέχεται το σώμα στο σημείο Ν έχει μέτρο 4Ν και φορά προς τα δεξιά.

vii) Η μέγιστη τιμή της δύναμης που δέχεται είναι 8Ν.

168) Πλαστική κρούση και α.α.τ. Ερώτηση.



Ένας δίσκος μάζας Μ ηρεμεί στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, θέση Ο, όπως στο σχήμα. Από ορισμένο ύψος h αφήνεται να πέσει μια σφαίρα Α μάζας m και να συγκρουσθεί πλαστικά με το δίσκο. Αντίσταση αέρα δεν υπάρχει.

Χαρακτηρίστε σαν σωστές ή λαθεμένες τις παρακάτω προτάσεις:

i) Το σύστημα θα εκτελέσει α.α.τ. γύρω από τη θέση Ο.

ii) Η μέγιστη ταχύτητα του συστήματος θα είναι στη θέση Ο.

iii) Αμέσως μετά την κρούση η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με μηδέν.

iv) Η ενέργεια ταλάντωσης θα είναι μεγαλύτερη από $\frac{1}{2}\frac{m^2g^2}{k}$.

v) Αν Μ=3m, τότε η ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος θα είναι ίση με $\frac{1}{4}mgh$.

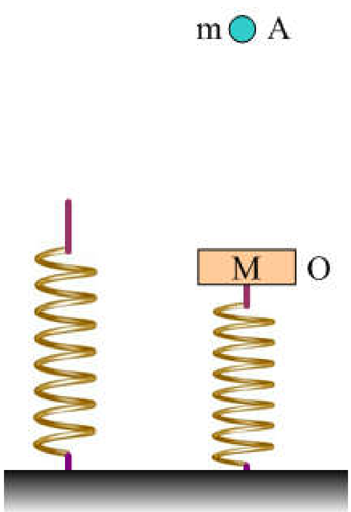
169) Ελαστική κρούση και α.α.τ. Ερώτηση.

Ένας δίσκος μάζας Μ ηρεμεί στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, θέση Ο, όπως στο σχήμα. Από ορισμένο ύψος h αφήνεται να πέσει μια σφαίρα Α μάζας m και να συγκρουσθεί μετωπικά με το δίσκο. Αντίσταση αέρα δεν υπάρχει και Μ > m.

Χαρακτηρίστε σαν σωστές ή λαθεμένες τις παρακάτω προτάσεις:

i) Κατά την πτώση της σφαίρας Α η Μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή.

ii)Αν η κρούση είναι ελαστική, τότε:



α) Ο δίσκος θα εκτελέσει α.α.τ. γύρω από τη θέση Ο.

β) Η μέγιστη ταχύτητα του δίσκου θα είναι στη θέση Ο.

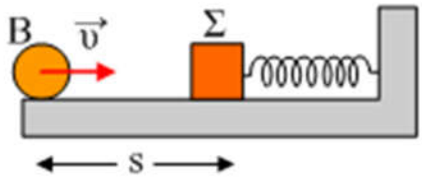
γ) Η σφαίρα μετά την κρούση θα κινηθεί προς τα πάνω.

δ) Η ενέργεια ταλάντωσης θα είναι ίση με mgh.

ε) Αν Μ=3m, τότε η ενέργεια ταλάντωσης του δίσκου θα είναι ίση με $\frac{3}{4}mgh$.

170) Μια Κρούση και μια Ταλάντωση

Μια σφαίρα μάζας m=1kg εκτοξεύεται για t=0 με ταχύτητα $υ_1$ από το σημείο Β, το οποίο απέχει απόσταση s=3m από ακίνητο σώμα Σ, το οποίο ηρεμεί δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=20N/m.



Μετά από λίγο η σφαίρα συγκρούεται μετωπικά με το σώμα Σ, το οποίο μετά την κρούση εκτελεί α.α.τ. με εξίσωση:

$$x=(2/π)\ ημ(πt-π)\ \text{(μονάδες S.I.)}.$$

Αν το επίπεδο είναι λείο και η διάρκεια της κρούσεως αμελητέα, η προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική, ενώ $π^2≈10$, ζητούνται:

i) Η ταχύτητα $υ_1$ της σφαίρας.

ii) Ποια χρονική στιγμή η σφαίρα θα ξαναπεράσει από το σημείο Β.

iii) Πόσο θα απέχουν μεταξύ τους τη στιγμή αυτή τα δύο σώματα;

171) Σύνθετη ταλάντωση, φάσεις και διαφορές φάσεων.

Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο α.α.τ στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις:

$$y_1= 0{,}2\cdot ημ(20πt+5π/6)\ \text{και}$$

$$y_2= 0{,}2\cdot ημ(21πt)\quad \text{(S.I.)}$$

i) Ποια η αρχική φάση και η αρχική απομάκρυνση του σώματος εξαιτίας της σύνθετης ταλάντωσης;

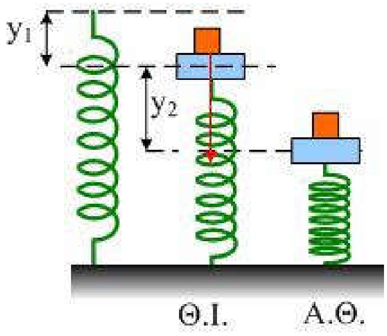
ii) Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο για την σύνθετη ταλάντωση.

iii) Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1 που το πλάτος μηδενίζεται για πρώτη φορά, καθώς και η στιγμή t_2 που μεγιστοποιείται επίσης για πρώτη φορά.

iv) Να βρεθούν οι φάσεις των δύο ταλαντώσεων και η διαφορά φάσης μεταξύ τους τις παραπάνω χρονικές στιγμές.

v) Να σχεδιάστε τα περιστρεφόμενα διανύσματα τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2.

172) Πότε το σώμα χάνει την επαφή, κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης;



Το ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου είναι στερεωμένο σε οριζόντιο επίπεδο. Στο άλλο άκρο του συνδέεται σταθερά σώμα Α μάζας M=3kg. Πάνω στο σώμα Α είναι τοποθετημένο σώμα Β μάζας m=1kg και το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο από το φυσικό του μήκος κατά y_1=0,4m. Στη συνέχεια εκτρέπουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά y_2=0,8m από τη θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή t=0.

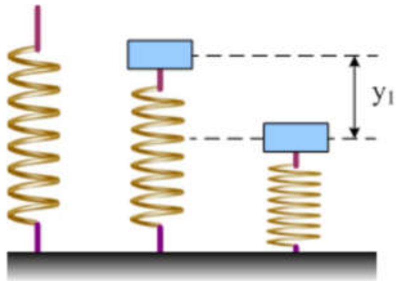
α. Να υπολογίσετε την κυκλική συχνότητα ω της ταλάντωσης του συστήματος και τη σταθερά επαναφοράς D κάθε μιας μάζας ξεχωριστά.

β. Να δείξετε ότι το σώμα Β θα εγκαταλείψει το σώμα Α και να βρείτε τη θέση και την ταχύτητα του τότε.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

Υ.Γ. Η άσκηση αυτή είναι το 4ο θέμα των εξετάσεων με το σύστημα των δεσμών, που μπήκε την τελευταία χρονιά(το 2001) για τους παλιούς απόφοιτους. Είχε και ένα ερώτημα για ώθηση το οποίο έχω αφαιρέσει.

173) Απλή Αρμονική Ταλάντωση και εγκατάλειψη του ελατηρίου.



Ένα κατακόρυφο ελατήριο, σταθεράς k=200N/m, στηρίζεται στο έδαφος με το κάτω άκρο του, ενώ στο πάνω άκρο του ηρεμεί ένα σώμα μάζας m=8kg, χωρίς να είναι δεμένο με το ελατήριο. Ασκώντας κατάλληλη κατακόρυφη δύναμη, εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά y_1=0,8m και για t=0 το αφήνουμε να κινηθεί.

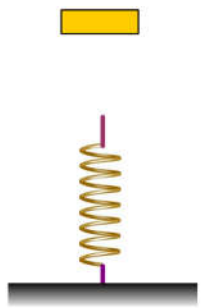
i) Ν' αποδειχθεί ότι για όσο χρόνο το σώμα βρίσκεται σε επαφή με το ελατήριο, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

ii) Ποια χρονική στιγμή το σώμα εγκαταλείπει το ελατήριο; Τι κίνηση θα πραγματοποιήσει από κει και πέρα;

iii) Πόσο θα απέχει το σώμα από το πάνω άκρο του ελατηρίου, τη στιγμή που θα μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του;

Δίνεται $g=10m/s^2$.

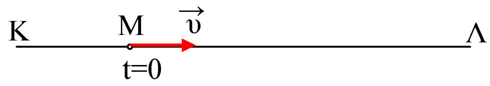
174) Χρόνος επαφής και κύκλος αναφοράς Ταλάντωσης.



Ένα σώμα μάζας 2kg αφήνεται από ορισμένο ύψος να πέσει στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς 200N/m, όπως στο σχήμα.

Το σώμα συσπειρώνει το ελατήριο κατά 0,3m, πριν κινηθεί ξανά προς τα πάνω επιστρέφοντας στην αρχική του θέση. Για πόσο χρόνο το σώμα βρίσκεται σε επαφή με το ελατήριο;

175) Μερικές γραφικές παραστάσεις στην απλή αρμονική ταλάντωση.



Ένα σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλά αρμονική ταλάντωση, μεταξύ δύο ακραίων θέσεων Κ και Λ, όπου (ΚΛ)=0,4m και τη χρονική στιγμή $t_0=0$, περνά από το σημείο Μ, το οποίο απέχει κατά 0,3m από το Λ, κατευθυνόμενο προς τα δεξιά, όπου παίρνουμε την θετική κατεύθυνση.

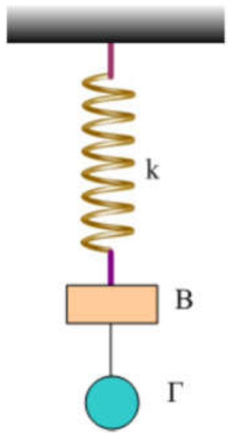
Τη στιγμή αυτή δέχεται δύναμη επαναφοράς μέτρου F=10N. Τη χρονική στιγμή $t_1=π/30s$ η ταχύτητα του σώματος γίνεται μέγιστη για πρώτη φορά.

i) Να κάνετε το διάγραμμα της φάσης ταλάντωσης, σε συνάρτηση με το χρόνο σε βαθμολογημένους άξονες.

ii) Να κάνετε επίσης τη γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης σε συνάρτηση με την ταχύτητα του σώματος σε βαθμολογημένους άξονες.

iii) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης που ασκείται στο σώμα, από τη στιγμή $t_0=0$, έως τη στιγμή $t_1=π/15s$.

176) Ταλάντωση δύο σωμάτων και τάση του νήματος



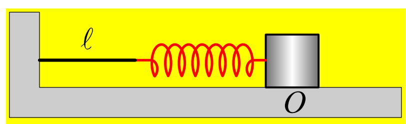
Τα σώματα Β και Γ με ίσες μάζες $m_1=m_2=2kg$ ηρεμούν στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=100N/m, όπως στο σχήμα. Τραβάμε το σώμα Γ προς τα κάτω απομακρύνοντάς το κατά d=0,2m και το αφήνουμε να εκτελέσει α.α.τ.

i) Ποια η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της τάσης του νήματος που συνδέει τα δύο σώματα;

ii) Σε μια στιγμή που η τάση του νήματος είναι ελάχιστη το νήμα κόβεται. Ποια η απόσταση των δύο σωμάτων μετά από χρόνο 1s, αν το μήκος του νήματος ήταν 0,3m;

Δίνεται $g=10m/s^2$.

177) Μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος.



Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο στη θέση Ο, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=20N/m, όπως στο σχήμα, όπου το ελατήριο συνδέεται με κατακόρυφο τοίχο με νήμα μήκους l=1m, το οποίο είναι τεντωμένο. Εκτρέπουμε το σώμα προς τα δεξιά κατά (π/5)m και τη στιγμή $t_0=0$, το αφήνουμε να κινηθεί. Λαμβάνοντας τη θέση Ο ως αρχή του άξονα (x=0) και θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση, να βρεθούν:

i) Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος.

ii) Η χρονική στιγμή t_1 όπου θα σταματήσει η προς τα αριστερά κίνηση του σώματος.

iii) Η εξίσωση της θέσης του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο ($x_1=f(t)$) , μέχρι τη στιγμή t_1. Να γίνει και η αντίστοιχη γραφική.

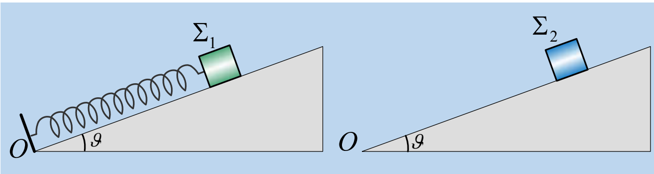
iv) Αν σε μια άλλη περίπτωση, το σώμα εκτελούσε κίνηση με εξίσωση:

$$x=x_1+2\cdot συν(\pi t)$$

όπου x_1 η θέση του σώματος κατά την παραπάνω κίνηση, να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2=0{,}75s$.

Δίνεται $\pi^2\approx 10$.

178) Δυο σώματα αφήνονται να κινηθούν.



Δυο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, ίδιας μάζας m=2kg, συγκρατιόνται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο απέχοντας κατά D=1,5m από την κορυφή του O. Το $Σ_1$ είναι δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=20N/m με φυσικό μήκος $l_0=1{,}2m$, το άλλο άκρο του οποίου δένεται σε στήριγμα στη βάση του επιπέδου, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή ($t_0=0$) αφήνουμε ταυτόχρονα τα σώματα να κινηθούν.

i) Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση κάθε σώματος.

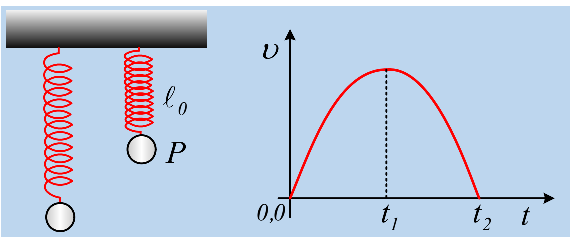
ii) Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των σωμάτων, τη στιγμή t_1 που αποκτούν ίσες επιταχύνσεις για πρώτη φορά.

iii) Πόσο απέχει κάθε σώμα από την κορυφή O του επιπέδου τη στιγμή t_2 που μηδενίζεται για πρώτη φορά η ταχύτητα του σώματος $Σ_1$;

iv) Να παρασταθεί γραφικά η ταχύτητα κάθε σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή t_2, στο ίδιο διάγραμμα.

Το κεκλιμένο επίπεδο έχει κλίση θ, με ημθ=0,3, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$ και $\pi^2\approx 10$.

179) Μια ταλάντωση και ένα διάγραμμα ταχύτητας.



Ένα σώμα Σ ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου. Ανεβάζουμε το σώμα κατακόρυφα κατά 0,4m, μέχρι τη θέση P που το ελατήριο αποκτά το φυσικό μήκος του και το αφήνουμε να κινηθεί, ξαναπιάνοντάς το τη στιγμή που μηδενίζεται ξανά η ταχύτητά του. Στο διάγραμμα δίνεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα κάτω κατεύθυνση ως θετική.

Να δικαιολογήσετε τις παρακάτω προτάσεις.

i) Η αρχική επιτάχυνση του σώματος είναι ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας g.

ii) Τη χρονική στιγμή t_2 το σώμα έχει επιτάχυνση -g.

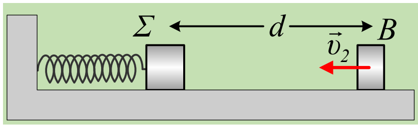
iii) Η αρχική φάση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης είναι $\varphi_0 = 3\pi/2$.

iv) Ισχύει $t_2 - t_1 = 0{,}1\pi$ (s), όπου τη στιγμή t_1 η ταχύτητα είναι μέγιστη.

v) Η μέγιστη δύναμη που ασκεί το σώμα Σ στο ελατήριο είναι διπλάσια του βάρους του.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

180) Ενέργειες ταλάντωσης, μετά από κρούσεις.



Το σώμα Σ, μάζας M=1kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=40N/m. Το σώμα Β, μάζας m=0,5kg κινείται με ταχύτητα υ_2=3m/s, πάνω στον άξονα του ελατηρίου, με κατεύθυνση προς το Σ. Εκτρέπουμε το Σ προς τα αριστερά, συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά $\Delta\ell$=0,2m και σε μια στιγμή t_0=0, όπου η απόσταση των δύο σωμάτων είναι d, το αφήνουμε να ταλαντωθεί. Τα δυο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά τη χρονική στιγμή t_1=0,5s.

i) Να υπολογιστεί η αρχική απόσταση d μεταξύ των δύο σωμάτων.

ii) Να βρεθεί η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Σ, μετά την κρούση.

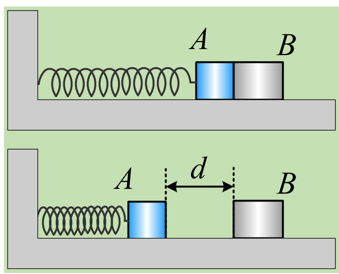
iii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα αφήνουμε άλλη στιγμή το σώμα Σ να ταλαντωθεί, με αποτέλεσμα ελάχιστα πριν την κρούση, να έχει ταχύτητα υ_1=0,6m/s, με φορά προς τα δεξιά. Πόση θα είναι τώρα η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Σ, μετά την κρούση;

vi) Ποιες οι δυνατές τιμές (αλγεβρικές) της ταχύτητας του σώματος Β, μετά την κρούση για διαφορετικές θέσεις κρούσης;

v) Να υπολογιστούν η μέγιστη και η ελάχιστη ενέργεια ταλάντωσης, την οποία μπορεί να αποκτήσει το Σ, μετά από ανάλογες κρούσεις με το σώμα Β, θεωρώντας πάντα σταθερή την ταχύτητα υ_2 του σώματος Β, πριν την κρούση.

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

181) Ταλαντώσεις και κρούσεις…



Το σώμα Α μάζας m=0,2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=50N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Το σώμα Α βρίσκεται σε επαφή με δεύτερο σώμα Β, μάζας Μ.

Εκτρέπουμε το σώμα Α προς τα αριστερά, συμπιέζοντας το ελατήριο κατά d=0,4m και το αφήνουμε να ταλαντωθεί, οπότε μετά από λίγο, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Β.

i) Αν το σώμα Β έχει μάζα Μ=0,6kg, να υπολογιστούν:

α) Η ταχύτητα του σώματος Α πριν και μετά την κρούση.

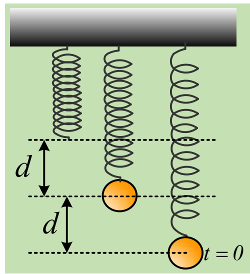
β) Η απόσταση των δύο σωμάτων, τη στιγμή που θα μηδενιστεί για δεύτερη φορά (μετά την κρούση) η ταχύτητα του Α σώματος, καθώς και το διάστημα που θα έχει διανύσει μέχρι τη στιγμή αυτή, κάθε σώμα.

ii) Αν M=3kg, ζητούνται:

α) Η μεταβολή της ορμής και της κινητικής ενέργειας του σώματος Α, στη διάρκεια της κρούσης του με το σώμα Β.

β) Να αποδειχθεί ότι τα δυο σώματα θα συγκρουσθούν ξανά για δεύτερη φορά.

182) Οι δυναμικές ενέργειες μεταβάλλονται.



Ένα σώμα ηρεμεί στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου, έχοντας επιμηκύνει το ελατήριο κατά d. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω επίσης κατά d και τη χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο, οπότε εκτελεί ΑΑΤ. Τη στιγμή $t_1=T/3$, όπου T η περίοδος ταλάντωσης, το σώμα περνά από μια θέση Γ. Για τη θέση αυτή και θεωρώντας θετική την προς τα πάνω κατεύθυνση, να βρεθούν:

i) Η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του.

ii) Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος.

iii) Το ποσοστό της ενέργειας ταλάντωσης, το οποίο εμφανίζεται με τη μορφή της κινητικής ενέργειας του σώματος.

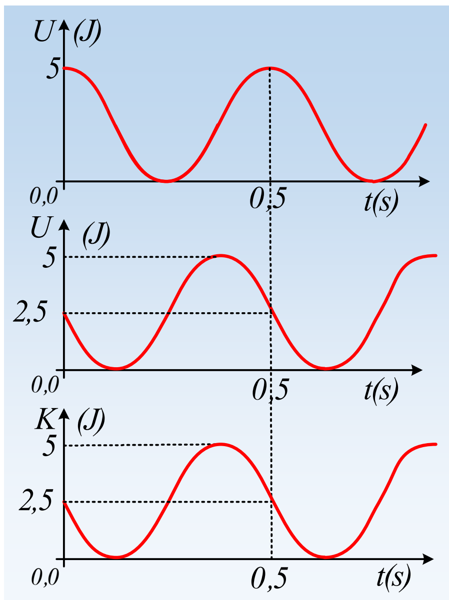
iv) Αν η κινητική ενέργεια του σώματος, στη θέση Γ, μειώνεται κατά 10J/s, να υπολογιστούν οι ρυθμοί μεταβολής:

α) της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης.

β) της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g.

183) Διαγράμματα δυναμικής ενέργειας.



Ένα υλικό σημείο μάζας 1kg εκτελεί ΑΑΤ και στο πρώτο διάγραμμα δίνεται η δυναμική του ενέργεια σε συνάρτηση με το χρόνο.

i) Να βρεθούν η περίοδος και το πλάτος ταλάντωσης.

ii) Να γίνει η γραφική παράσταση x=x(t) της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

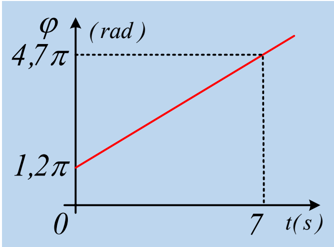
iii) Αν το διάγραμμα είχε τη μορφή του δεύτερου σχήματος, ποια μορφή θα είχε η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης, αν τη στιγμή t=0, το σώμα κινείται προς την θετική κατεύθυνση;

iv) Τη στιγμή t=0, το σώμα κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση, ενώ το αντίστοιχο διάγραμμα κινητικής ενέργειας, έχει τη μορφή του τρίτου διαγράμματος. Να γίνει ξανά η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας, σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

184) Η φάση και η αρχική φάση της απομάκρυνσης σε μια ΑΑΤ.

Στο διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της φάσης της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



i) Πόση είναι η αρχική φάση και ποιος ο ρυθμός μεταβολής της φάσης της απομάκρυνσης;

ii) Να βρεθεί η περίοδος ταλάντωσης του σώματος.

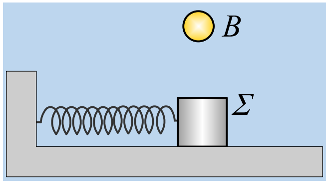
iii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της φάσης της ταχύτητας σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 6s$.

iv) Αν κάποια στιγμή t_1 το σώμα έχει ταχύτητα $\upsilon_1 = 2m/s$, να βρεθεί η ταχύτητά του τη στιγμή $t_2 = t_1 + 10s$.

Δίνεται ότι για την απομάκρυνση ισχύει η γνωστή εξίσωση του σχολικού βιβλίου.

185) Η ορμή και η ενέργεια ταλάντωσης σε μια πλαστική κρούση.

Το σώμα Σ ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου με πλάτος Α και περίοδο Τ. Το σώμα Β πέφτει ελεύθερα και σε μια στιγμή συγκρούεται πλαστικά με το Σ. Το σύστημα συνεχίζει να ταλαντώνεται και μετά την κρούση.



Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες:

i) Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης παρέμεινε η ίδια.

ii) Η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή στη διάρκεια της κρούσης.

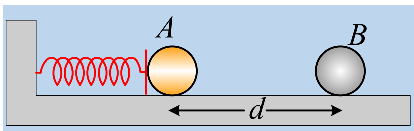
iii) Η ορμή του συστήματος στην οριζόντια διεύθυνση, ελάχιστα πριν την κρούση, είναι ίση με την ορμή ελάχιστα μετά την κρούση.

iv) Η περίοδος της ταλάντωσης αυξήθηκε μετά την κρούση.

v) Γενικά η ενέργεια της ταλάντωσης μειώνεται, αλλά υπάρχει περίπτωση και να παραμείνει σταθερή.

186) Η πρώτη και η δεύτερη κρούση.

Δυο σφαίρες Α και Β με ίσες ακτίνες και μάζες $m_1 = 1kg$ και $m_2 = 4kg$, ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο απέχοντας ορισμένη απόσταση d. Η σφαίρα Α εφάπτεται στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς



$k = 40N/m$, χωρίς να είναι δεμένη σε αυτό. Ασκώντας κατάλληλη οριζόντια δύναμη στη σφαίρα Α την μετατοπίζουμε, συμπιέζοντας το ελατήριο κατά $\Delta\ell = (2/\pi)m$ και κάποια στιγμή $t_0 = 0$, την αφήνουμε να κινηθεί. Η σφαίρα αφού εγκαταλείψει το ελατήριο συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά τη στιγμή $t_1 = 0,55$ s με τη Β σφαίρα.

i) Να υπολογιστούν οι ταχύτητες της Α σφαίρας πριν και μετά την κρούση.

ii) Να εξηγήσετε (ποιοτικά) γιατί θα υπάρξει και δεύτερη σύγκρουση μεταξύ των δύο σφαιρών.

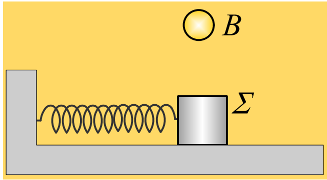
iii) Θεωρώντας αμελητέα τη διάρκεια της κρούσης, πόση θα είναι η απόσταση των δύο σφαιρών τη στιγμή t_2=1,3 s;

iv) Να βρεθούν οι ταχύτητες των σφαιρών μετά την δεύτερη μεταξύ τους κρούση.

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

187) Η ορμή και η ενέργεια ταλάντωσης σε μια πλαστική κρούση.

Το σώμα Σ ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου με πλάτος Α και περίοδο Τ. Το σώμα Β πέφτει ελεύθερα και σε μια στιγμή συγκρούεται πλαστικά με το Σ. Το σύστημα συνεχίζει να ταλαντώνεται και μετά την κρούση.



Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες:

i) Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης παρέμεινε η ίδια.

ii) Η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή στη διάρκεια της κρούσης.

iii) Η ορμή του συστήματος στην οριζόντια διεύθυνση, ελάχιστα πριν την κρούση, είναι ίση με την ορμή ελάχιστα μετά την κρούση.

iv) Η περίοδος της ταλάντωσης αυξήθηκε μετά την κρούση.

v) Γενικά η ενέργεια της ταλάντωσης μειώνεται, αλλά υπάρχει περίπτωση και να παραμείνει σταθερή.

188) Μια ταχύτητα και η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης.

Ένα σώμα μάζας 1kg εκτελεί ΑΑΤ και σε μια στιγμή (t_0=0) περνάει από μια θέση Β, κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση, με ταχύτητα μέτρου $υ_1$=0,4m/s. Μετά από λίγο αποκτά την μέγιστη ταχύτητά του 0,5m/s, ενώ στη συνέχεια επιβραδύνεται και μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητά του στη θέση Γ, αφού διανύσει απόσταση (ΒΓ)=0,8m.

i) Να βρεθεί το πλάτος ταλάντωσης και η απομάκρυνσή του στη θέση Β.

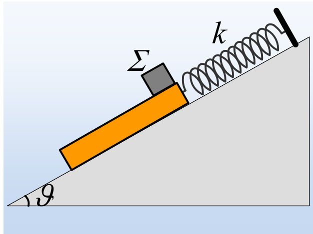
ii) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος στις θέσεις Β και Γ.

iii) Να βρεθεί η θέση του σώματος, τη στιγμή t΄=5π/2 s.

iv) Να κάνετε το διάγραμμα της (συνισταμένης) δύναμης που ασκείται στο σώμα, από το Β στο Γ, σε συνάρτηση με την μετατόπιση από την αρχική θέση Β. Στη συνέχεια να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα της μετατόπισης. Τι μετράει το παραπάνω εμβαδόν;

189) Η ταλάντωση της σανίδας λόγω τριβής.

Μια σανίδα μάζας Μ=2kg και μήκους ℓ, ηρεμεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ, δεμένη στο ένα άκρο της με το άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=20N/m, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή (t_0=0) αφήνουμε στο πάνω άκρο της, ένα σώμα Σ, μάζας m=1kg, αμελητέων διαστάσεων, το οποίο παρουσιάζει με τη σανίδα συντελεστής τριβής $\mu=\mu_s$=3/8.



i) Να δείξετε ότι το σώμα Σ θα ολισθήσει πάνω στη σανίδα, υπολογίζοντας στη συνέχεια και την επιτάχυνση που θα αποκτήσει.

ii) Να αποδείξτε ότι και η σανίδα θα κινηθεί, υπολογίζοντας την αρχική επιτάχυνση που θα αποκτήσει.

iii) Να αποδειχθεί ότι, για όσο χρόνο το σώμα Σ κινείται σε επαφή με τη σανίδα, αυτή εκτελεί αρμονική ταλάντωση, υπολογίζοντας την περίοδο και το πλάτος ταλάντωσης.

iv) Αν το Σ εγκαταλείπει τη σανίδα τη στιγμή t_1=1s, να βρεθούν:

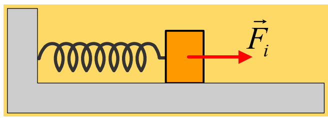
α) Το μήκος ℓ της σανίδας.

β) Η ενέργεια της νέας ταλάντωσης που θα πραγματοποιήσει η σανίδα, μετά την απομάκρυνση του σώματος Σ.

γ) Η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική κατά την κίνηση του σώματος Σ πάνω στη σανίδα.

Δίνονται ημθ=0,6, συνθ=0,8, $\pi^2 \approx 10$ και g=10m/s^2.

190) Μια σύνθεση ταλαντώσεων και οι φάσεις.



Ένα σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου. Το σώμα μπορεί να εκτελέσει εξαναγκασμένη ταλάντωση με την επίδραση αρμονικής δύναμης F_1, όπως στο σχήμα. Μετά την λήξη των μεταβατικών φαινομένων και τη σταθεροποίηση του πλάτους, παίρνοντας κάποια στιγμή t_0=0, η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι $x_1 = 0{,}1 \cdot \eta\mu\left(8\pi t + \pi/2\right)$ (S.I.). Αν αντικαταστήσουμε τη δύναμη F_1 με άλλη F_2, η αντίστοιχη εξίσωση είναι $x_2 = 0{,}1 \cdot \eta\mu\left(10\pi t + \pi/2\right)$ (S.I.). Αν στο σώμα ασκηθούν ταυτόχρονα και οι δύο παραπάνω δυνάμεις, η αντίστοιχη εξίσωση της κίνησης είναι:

$$x = 0{,}1 \cdot \eta\mu\left(8\pi t + \pi/2\right) + 0{,}1 \cdot \eta\mu\left(10\pi t + \pi/2\right) \quad \text{(S.I.)}$$

i) Να αποδείξτε ότι η κίνηση του σώματος ΔΕΝ είναι αρμονική, αλλά παρουσιάζει διακροτήματα.

ii) Να βρεθεί η περίοδος του διακροτήματος.

iii) Να βρεθεί το πλάτος και η απομάκρυνση του σώματος τις χρονικές στιγμές:

α) t_0=0s, β) t_1=0,5s, γ) t_2=1s.

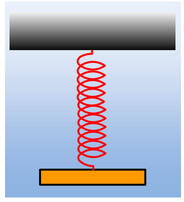
iv) Τις παραπάνω χρονικές στιγμές να υπολογιστούν οι φάσεις των δύο παραπάνω ταλαντώσεων και η διαφορά φάσης μεταξύ τους. Να σχολιάστε το αποτέλεσμα.

v) Να υπολογιστεί η απομάκρυνση και η ταχύτητα του σώματος, τη χρονική στιγμή t_3=0,25s.

vi) Να βρεθεί το πλάτος και η απομάκρυνση του σώματος τις χρονικές στιγμές t_0, t_1, t_2 αν η εξίσωση κίνησης του σώματος ήταν:

$$x = 0{,}1 \cdot \eta\mu(8\pi t) + 0{,}1 \cdot \eta\mu(10\pi t) \quad \text{(S.I.)}$$

191) Ενέργειες σε μια φθίνουσα ταλάντωση.



Ένα σώμα μάζας 0,1kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=10N/m. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά A_0=0,3m και το αφήνουμε να ταλαντωθεί τη στιγμή t_0=0. Το σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, εξαιτίας της δράσης δύναμης απόσβεσης της μορφής $F_{απ}$=-0,1υ (μονάδες στο S.I.), όπου υ η ταχύτητα του σώματος. Σε μια στιγμή t_1 το σώμα κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα $υ_1$=2m/s, πλησιάζοντας την αρχική θέση ισορροπίας του σώματος και απέχοντας κατά 2cm από αυτήν.

Να υπολογιστούν:

i) Η αρχική ενέργεια ταλάντωσης καθώς και η ενέργεια τη στιγμή t_1.

ii) Το έργο της δύναμης απόσβεσης από t=0, μέχρι την στιγμή t_1.

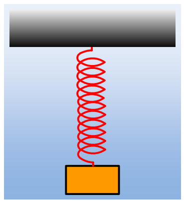
iii) Η επιτάχυνση του σώματος την παραπάνω στιγμή.

iv) Οι ρυθμοί μεταβολής:

α) Της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης, β) Της κινητικής ενέργειας καθώς και η ισχύς της δύναμης απόσβεσης τη στιγμή t_1.

Δίνεται g=10m/s^2.

192) Μερικά ερωτήματα σε μια φθίνουσα ταλάντωση.



Ένα σώμα μάζας 0,1kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=10N/m. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά 20cm και σε μια στιγμή t=0, το αφήνουμε να ταλαντωθεί. Παρατηρούμε ότι τη στιγμή t_1=0,63s το σώμα σταματά την προς τα κάτω κίνησή του, για πρώτη φορά, αλλά τη στιγμή αυτή απέχει κατά 10,1cm από την αρχική θέση ισορροπίας του. Με δεδομένο ότι το σώμα δέχεται δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}$=-bυ, ενώ η προς τα κάτω κατεύθυνση θεωρείται θετική:

i) Να βρεθεί η ταχύτητα και η θέση του σώματος τη στιγμή t_2=1,26s.

ii) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης απόσβεσης από t=0, μέχρι την στιγμή t_2.

iii) Σε μια στιγμή t_3 το σώμα έχει απομάκρυνση 4cm και ταχύτητα -0,3m/s.

α) Να υπολογιστεί η απώλεια της ενέργειας ταλάντωσης από τη στιγμή t=0, έως τη στιγμή t_3.

β) Για τη χρονική στιγμή t_3 ισχύει:

a) $t_3 < t_1$, b) $t_1 < t_3 < t_2$, c) $t_3 > t_2$.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

iv) Αν η σχέση μεταξύ των σταθερών Λ και b είναι Λ=b/2m:

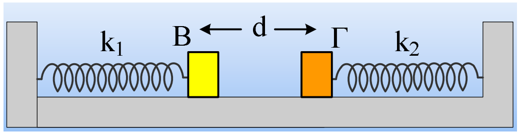
α) Να υπολογιστούν οι τιμές των δύο σταθερών.

β) Ποια η επιτάχυνση του σώματος τη στιγμή t_3;

γ) Να βρεθεί ο ρυθμός μείωσης της ενέργειας ταλάντωσης τη στιγμή t_3.

Δίνεται ℓn0,5=-0,69.

193) Άλλη μια κρούση κατά τη διάρκεια ταλάντωσης.



Τα σώμα Β και Γ με μάζες m_1=0,1kg και m_2=$2m_1$=0,2kg ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένα στα άκρα οριζόντιων ελατηρίων με σταθερές k_1=30N/m και k_2=$2k_1$= 60N/m αντίστοιχα, όπως στο σχήμα, όπου οι άξονες των δύο ελατηρίων συμπίπτουν. Τα σώματα που θεωρούνται υλικά σημεία, αμελητέων διαστάσεων απέχουν κατά d=0,3m. Ασκώντας κατάλληλες δυνάμεις στα σώματα, συσπειρώνουμε κάθε ελατήριο κατά 0,3m και αφήνουμε ταυτόχρονα τα σώματα να εκτελέσουν ΑΑΤ. Μετά από λίγο τα σώματα συγκρούονται πλαστικά, οπότε το συσσωμάτωμα εκτελεί μια νέα ΑΑΤ με σταθερά D=k_1+k_2.

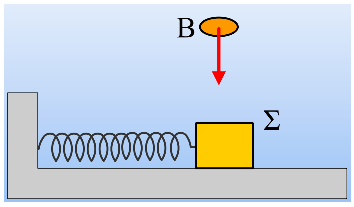
Ζητούνται:

i) Η ενέργεια ταλάντωσης κάθε σώματος πριν την κρούση.

ii) Η ενέργεια ταλάντωσης του συσσωματώματος.

iii) Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας (η ενέργεια που εμφανίζεται ως αύξηση της θερμικής ενέργειας των σωμάτων, συν ενέργεια μόνιμης παραμόρφωσης των σωμάτων, συν ενέργεια ήχου…), που οφείλεται στην κρούση.

194) Μια ταλάντωση με κρούση. Ορμή και ενέργειες.



Το σώμα Σ μάζας m_1 ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, με πλάτος Α και περίοδο Τ. Όταν το σώμα μάζας Σ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Β, μάζας m_2 που έπεφτε ελεύθερα από ύψος h, και το σύστημα συνεχίζει να ταλαντώνεται.

i) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες:

α) Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης έμεινε η ίδια.

β) Κατά τη διάρκεια της κρούσης ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.

γ) Η ορμή του συστήματος στην οριζόντια διεύθυνση, ελάχιστα πριν την κρούση, είναι ίση με την ορμή του ελάχιστα μετά την κρούση.

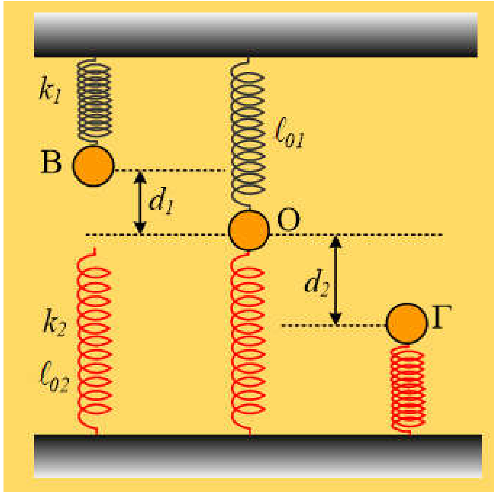
δ) Η περίοδος της ταλάντωσης αυξήθηκε.

ε) Η ενέργεια της ταλάντωσης μειώθηκε.

ii) Να υπολογίσετε την απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση, σε συνάρτηση με το ύψος h. Πότε η απώλεια αυτή είναι ελάχιστη;

iii) Αν η κρούση δεν πραγματοποιηθεί στη θέση ισορροπίας, αλλά σε απομάκρυνση x, να βρεθεί η συνθήκη για την ελάχιστη μείωση της ενέργειας ταλάντωσης.

195) Μηχανική ενέργεια και ενέργεια ταλάντωσης



Ένα σώμα μάζας 2kg είναι δεμένο στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k_1=100N/m, το άλλο άκρο του οποίου έχει προσδεθεί στο ταβάνι και συγκρατείται στη θέση Β, έχοντας συσπειρώσει το ελατήριο κατά d_1=0,2m. Στην ίδια κατακόρυφο βρίσκεται ένα δεύτερο κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k_2, το οποίο στηρίζεται στο έδαφος και το οποίο έχει το φυσικό μήκος του ℓ_o=1m. Κάποια στιγμή αφήνουμε το σώμα να κινηθεί και τη στιγμή που έρχεται σε επαφή με το δεύτερο ελατήριο, αποδεσμεύεται από το πρώτο ελατήριο, το οποίο έχει το φυσικό μήκος του και συνεχίζει την κίνησή του, οπότε μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητά του στη θέση Γ, όπου έχει συσπειρώσει το ελατήριο κατά d_2=0,5m.

i) Να υπολογισθεί η κινητική ενέργεια του σώματος τη στιγμή που αποδεσμεύεται από το πάνω ελατήριο.

ii) Να βρεθεί η σταθερά k_2 του δεύτερου ελατηρίου καθώς και η μέγιστη δυναμική του ενέργεια.

iii) Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια του συστήματος (σώμα και δύο ελατήρια) στις θέσεις Β, Ο και Γ.

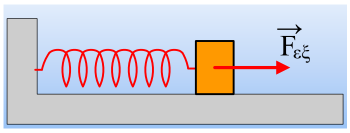
iv) Πόση είναι η ενέργεια ταλάντωσης:

α) Για την ταλάντωση από το Β στο Ο.

β) Για την ταλάντωση από το Ο στο Γ.

Θεωρείστε ως δεδομένο ότι η κίνηση του σώματος στο άκρο ενός ελατηρίου είναι ΑΑΤ, ενώ το δάπεδο λαμβάνεται ως επίπεδο μηδενικής ενέργειας και $g=10m/s^2$.

196) Ας δούμε και μια εξαναγκασμένη…



Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς k=180N/m. Ασκούμε πάνω του μια περιοδική οριζόντια δύναμη, υποχρεώνοντάς το να εκτελέσει εξαναγκασμένη ταλάντωση, όπου η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής $F_{απ}=-bυ$. Μόλις σταματήσουν τα μεταβατικά φαινόμενα, το σώμα ταλαντώνεται με σταθερό πλάτος Α=0,2m. Θεωρώντας t=0 κάποια στιγμή, που το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση, βρίσκουμε ότι η εξωτερική δύναμη παρέχεται από την εξίσωση:

$$F_{εξ} = 4\sqrt{2}\cdot ημ\left(10t+\frac{3\pi}{4}\right)\ (\text{S.I.})$$

i) Να βρεθούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο.

ii) Να βρεθεί η δύναμη απόσβεσης τη στιγμή t=0, καθώς και η σταθερά απόσβεσης b.

iii) Τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{7\pi}{40}s$ να βρεθούν:

α) Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας.

γ) Ο ρυθμός με τον οποίο αφαιρείται ενέργεια από το σώμα μέσω της δύναμης απόσβεσης.

δ) Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στο σώμα, μέσω του έργου της εξωτερικής δύναμης.

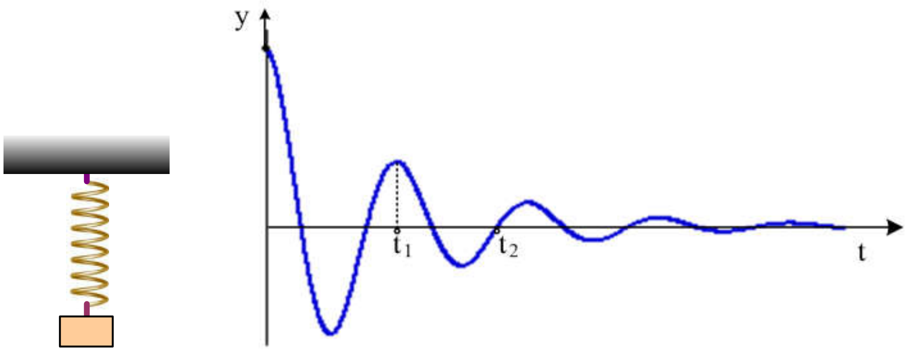
iv) Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις στα παραπάνω ερωτήματα, τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{\pi}{30} s$;

v) Αν μεταβάλουμε τη συχνότητα της εξωτερικής δύναμης στην τιμή $f_2=2Hz$, τι θα συμβεί με το πλάτος της ταλάντωσης (μετά το τέλος των μεταβατικών φαινομένων και την αποκατάσταση σταθερής κατάστασης);

Δίνεται $\eta\mu\left(\frac{\pi}{12}\right) \approx 0{,}26$

197) Φθίνουσα ταλάντωση και διαγράμματα

Ένα σώμα ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω κατά Α και το αφήνουμε να κινηθεί. Δίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης από την αρχική θέση ισορροπίας για το παραπάνω σώμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.



i) Η στιγμή t_1 υπολογίζεται από την εξίσωση $t_1=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

ii) Η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_1 είναι μηδενική.

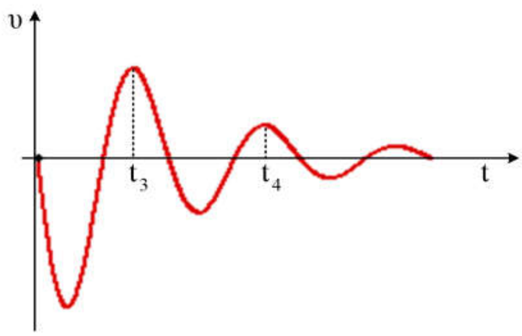
iii) Τη χρονική στιγμή t_2 το σώμα δεν έχει επιτάχυνση.

iv) Η δύναμη απόσβεσης τη χρονική στιγμή t_1 έχει φορά προς τα κάτω.

v) Η δύναμη απόσβεσης τη χρονική στιγμή t_2 έχει φορά προς τα κάτω.

vi) Αν αυξηθεί η σταθερά απόσβεσης b, θα αυξηθεί το χρονικό διάστημα t_2-t_1.

Το αντίστοιχο διάγραμμα της ταχύτητας είναι:

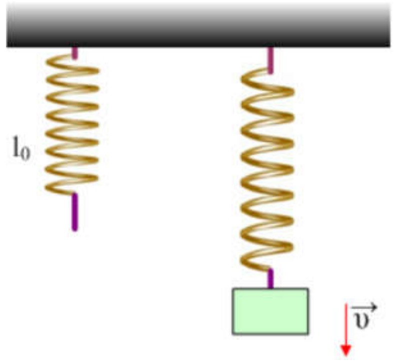


i) Σχεδιάστε ένα σχήμα, που να φαίνεται το σώμα τη χρονική στιγμή t_3 και σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του. Πόση είναι η συνισταμένη των δυνάμεων τη στιγμή αυτή;

ii) Τη χρονική στιγμή t_3 ή τη στιγμή t_4 το σώμα δέχεται μεγαλύτερη δύναμη επαναφοράς;

198) Φθίνουσα Ταλάντωση και απώλεια ενέργειας.

Ένα ελατήριο σταθεράς k=100N/m κρέμεται κατακόρυφα έχοντας φυσικό μήκος l_0=0,5m. Δένουμε στο κάτω άκρο του ένα σώμα μάζας 2kg και το αφήνουμε να κινηθεί, οπότε αυτό εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, εξαιτίας της αντίστασης του αέρα. Σε μια στιγμή t_1 το σώμα κινείται προς τα κάτω και το ελατήριο έχει μήκος l_1=0,8m. Στη θέση αυτή το σώμα έχει ταχύτητα $υ_1$= 0,8m/s ενώ επιβραδύνεται με ρυθμό 5,2m/s^2.



Να βρείτε:

i) Την μηχανική ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμική από 0-t_1.

ii) Τη μείωση της ενέργειας ταλάντωσης

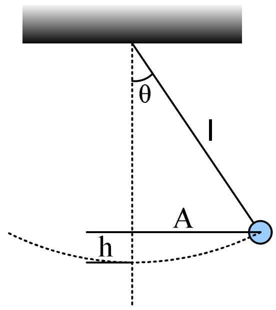
iii) Τη σταθερά απόσβεσης b.

iv) Τον ρυθμό με τον οποίο μειώνεται η ενέργεια ταλάντωσης τη στιγμή t_1.

Δίνεται g=10m/s^2.

199) Ενέργεια του απλού εκκρεμούς.

Ένα απλό εκκρεμές εκτρέπεται κατά μικρή γωνία θ και αφήνοντάς το εκτελεί (κατά προσέγγιση) α.α.τ. πλάτους Α.

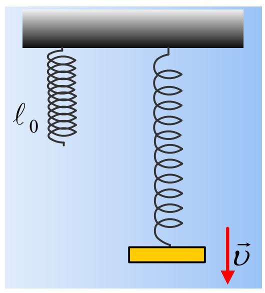


i) Πόση είναι η ενέργεια που προσφέραμε για την εκτροπή; Τι έχει απογίνει η ενέργεια αυτή πριν αφεθεί να κινηθεί;

ii) Πόση είναι η ενέργεια ταλάντωσης;

200) Απώλεια ενέργειας σε μια φθίνουσα ταλάντωση.

Ένα ελατήριο σταθεράς k=40N/m κρέμεται κατακόρυφα έχοντας φυσικό μήκος l_0=0,5m. Δένουμε στο κάτω άκρο του ένα σώμα μάζας 2kg και το αφήνουμε να κινηθεί, οπότε αυτό εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, εξαιτίας της αντίστασης του αέρα. Σε μια στιγμή t_1 το σώμα κινείται προς τα κάτω και το ελατήριο έχει μήκος l_1=1,2m. Στη θέση αυτή το σώμα έχει ταχύτητα $υ_1$= 2m/s ενώ επιβραδύνεται με ρυθμό 4,1m/s^2.



Να βρείτε:

i) Την μηχανική ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμική από 0-t_1.

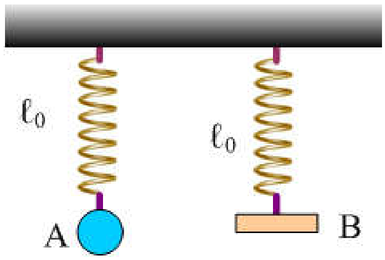
ii) Τη σταθερά απόσβεσης b.

iii) Την ενέργεια ταλάντωσης τη στιγμή t_1.

iv) Τον ρυθμό με τον οποίο μειώνεται η ενέργεια ταλάντωσης τη στιγμή t_1.

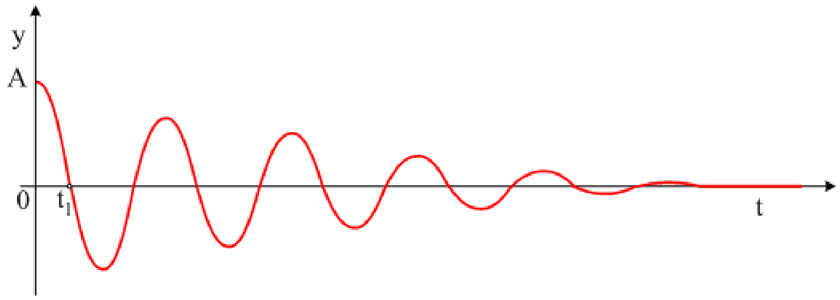
Θεωρείται γνωστό ότι για την ταλάντωση που θα επακολουθήσει D=k και g=10m/s^2.

201) Φθίνουσα ταλάντωση και σταθερά απόσβεσης.



Στα κάτω άκρα δύο όμοιων κατακόρυφων ελατηρίων δένουμε δύο σώματα Α και Β της ίδιας μάζας και τα αφήνουμε να κινηθούν από τις θέσεις φυσικού μήκους των ελατηρίων, όπως στο παρακάτω σχήμα. Τα σώματα εκτελούν φθίνουσα ταλάντωση εξαιτίας του αέρα.

Στο παρακάτω διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του Α σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.



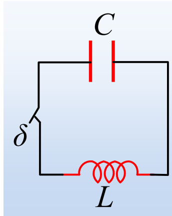
i) Τη χρονική στιγμή t_1 το Α σώμα έχει επιτάχυνση ή όχι; Αν ναι ποια η κατεύθυνσή της;

ii) Την παραπάνω στιγμή το Β βρίσκεται στη θέση x=0 ή όχι;

iii) Πάνω στο παραπάνω διάγραμμα να σχεδιάστε την απομάκρυνση του σώματος Β σε συνάρτηση με το χρόνο (ποιοτικό διάγραμμα).

Ηλεκτρικές ταλαντώσεις

1) Οπλισμός πυκνωτή με αρνητικό φορτίο.



Σαν συνέχεια της ανάρτησης «Τα θετικά και τα αρνητικά στην Ηλεκτρική Ταλάντωση», ας δούμε και την περίπτωση που το αρχικό φορτίο του πυκνωτή είναι αρνητικό.

Στο ιδανικό κύκλωμα LC του σχήματος, δίνονται ότι C=10μF και L=4mH. Ο πυκνωτής είχε φορτιστεί με φορτίο Q=40μC και εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση. Δεχόμαστε t=0 τη στιγμή που q=-20μC και i>0. Να βρεθούν:

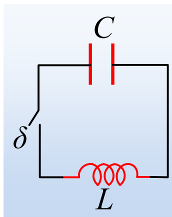
i) Οι εξισώσεις του φορτίου του πυκνωτή και της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

ii) Η τάση του πυκνωτή V_c και η τάση του πηνίου V_L, όπως και η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο τη στιγμή t=0.

iii) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος την παραπάνω χρονική στιγμή.

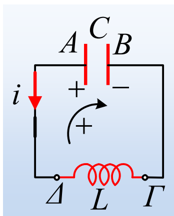
iv) Η ισχύς του πυκνωτή και η ισχύς του πηνίου.

2) Τα θετικά και τα αρνητικά στην Ηλεκτρική Ταλάντωση. Σαν θεωρία.



Ας έρθουμε σε ένα κύκλωμα LC, όπως στο διπλανό σχήμα, για το οποίο μας δίνεται ότι ο πυκνωτής έχει φορτισθεί με τάση V=10V και τη στιγμή t=0 κλείνουμε το διακόπτη. Αμέσως μετά, ποιο είναι το πρόσημο για τα μεγέθη: φορτίο πυκνωτή, ένταση ρεύματος, τάση πυκνωτή, τάση του πηνίου και ΗΕΔ από αυτεπαγωγή του πηνίου;

Δεν μπορούν να απαντηθούν τα παραπάνω ερωτήματα, αν προηγουμένως δεν ορίσουμε ποιος οπλισμός του πυκνωτή φέρει το θετικό φορτίο. Ο ορισμός αυτός είναι αυθαίρετος, όπως αυθαίρετα ορίζουμε την θετική κατεύθυνση στις μηχανικές ταλαντώσεις. Έχουμε το δικαίωμα να ορίσουμε αυθαίρετα τον θετικό οπλισμό, αλλά αυτός ο ορισμός θα συμπαρασύρει και τα πρόσημα όλων των άλλων μεγεθών που αναφέρθηκαν.



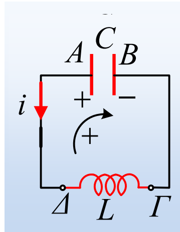
Έστω λοιπόν, ότι δεχόμαστε ότι ο οπλισμός Α φέρει θετικό φορτίο τη στιγμή t=0. Ο οπλισμός αυτός θα είναι ο οπλισμός αναφοράς μας και στο φορτίο του θα αναφερόμαστε, από δω και πέρα, ονομάζοντάς το «φορτίο πυκνωτή». Αλλά αν λάβουμε υπόψη ότι q=CV, σε θετικό φορτίο αντιστοιχεί και θετική τάση. Αν λοιπόν το q>0 και η αντίστοιχη τάση του πυκνωτή $V_c>0$. Συνεπώς μιλώντας για θετική τάση, εννοούμε την τάση $V_c=V_{AB}=+10V$ και η θετική φορά διαγραφής θα είναι όπως στο σχήμα (ωρολογιακή φορά), αφού η ένταση του ρεύματος με φορά προς τον οπλισμό Α, θα επιφέρει αύξηση του φορτίου του πυκνωτή. Όμως εδώ ο πυκνωτής εκφορτίζεται και η ένταση του ρεύματος θα είναι όπως στο σχήμα, αλλά τότε i<0, αφού είναι αντίθετης φοράς, από αυτήν που πήραμε ως θετική.

Από τον δεύτερο κανόνα του Kirchhoff θα πάρουμε (με τη φορά διαγραφής):

$$V_{AB}+V_{\Gamma\Delta}=0 \text{ ή}$$

$$V_{\Gamma\Delta}=-V_{AB} < 0 \text{ ή}$$

$$V_L<0$$

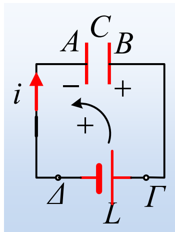


Δηλαδή μιλώντας για τάση στο πηνίο αυτή θα είναι αρνητική και μάλιστα V_L= -10V. Τι σημαίνει αρνητική τάση; Σημαίνει ότι το δυναμικό στο Γ είναι μικρότερο από το δυναμικό στο Δ. Να το πούμε αλλιώς;

Το πηνίο λειτουργεί ως μια ηλεκτρεγερτική δύναμη με τον θετικό πόλο στο άκρο του Δ.

Πόση είναι τώρα δηλαδή η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή; Με βάση τη φορά διαγραφής:

$$E_{αυτ}=+10V.$$

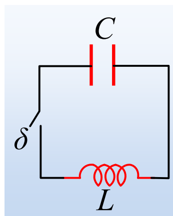


Τι σημαίνει η θετική τιμή της ΗΕΔ; Ότι τείνει να δημιουργήσει στο κύκλωμα μια θετική ένταση ρεύματος!!!

Προφανώς θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε τον οπλισμό Β να έχει το θετικό φορτίο. Η κατάσταση θα μπορούσε να μελετηθεί εξίσου σωστά, αλλά τώρα θα είχαμε τα πρόσημα με βάση τη νέα φορά διαγραφής, δηλαδή $V_{BA}>0$, $i<0$, $q>0$, $V_L<0$ και $E_{αυτ}>0$. Ας προσέξουμε ότι η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή τώρα έχει αντίθετη πολικότητα από πριν, αλλά και πάλι με βάση την νέα φορά διαγραφής θεωρείται θετική.

Σε όλα τα παραπάνω δεν εφαρμόσαμε καθόλου τον κανόνα του Lenz, με την βοήθεια του οποίου θα μπορούσαμε να καταλήξουμε ευκολότερα στην πολικότητα της ΗΕΔ από αυτεπαγωγή.

Παράδειγμα 1ο:



Στο ιδανικό κύκλωμα LC του σχήματος, δίνονται ότι C=20μF και L=4mH. Ο πυκνωτής είναι φορτισμένος με φορτίο Q=40μC. Τη στιγμή t=0 κλείνουμε το διακόπτη. Για τη χρονική στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή γίνεται ίσο με q=20μC, για πρώτη φορά, να βρεθούν:

i) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
ii) Η τάση του πυκνωτή V_c και η τάση του πηνίου V_L, όπως και η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο.
iii) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος.
iv) Η ισχύς του πυκνωτή και η ισχύς του πηνίου.

Απάντηση:

Πριν προχωρήσουμε να απαντήσουμε στα ερωτήματα, θα πρέπει να αποφασίσουμε ποιος είναι ο οπλισμός αναφοράς μας, δηλαδή ποιος οπλισμός θεωρούμε ότι φέρει το θετικό φορτίο. Έστω ότι ο οπλισμός Α φέρει το θετικό φορτίο. Τότε η θετική φορά διαγραφής του κυκλώματος είναι η ωρολογιακή όπως στο σχήμα.

i) Μόλις κλείσουμε το διακόπτη ο πυκνωτής αρχίζει να εκφορτίζεται. Με βάση τη διατήρηση της ενέργειας ταλάντωσης θα έχουμε:

$$\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}+\frac{1}{2}Li^2=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\rightarrow$$

$$i=\pm\sqrt{\frac{1}{LC}\left(Q^2-q^2\right)}=\pm\sqrt{\frac{1}{4\cdot 10^{-3}\cdot 20\cdot 10^{-6}}\left(\left(4\cdot 10^{-5}\right)^2-\left(2\cdot 10^{-5}\right)^2\right)}A\approx\pm 0{,}12A$$

Αλλά τη στιγμή αυτή ο πυκνωτής εκφορτίζεται και το ρεύμα έχει τη φορά του σχήματος, συνεπώς:

$$i=-0{,}12A$$

iv) Για την τάση του πυκνωτή $V_{AB}=V_c=\frac{q}{C}=\frac{20\cdot 10^{-6}}{20\cdot 10^{-6}}V=+1V$

Η τάση του πηνίου $V_{ΓΔ}=V_L=-1V$, όπως προκύπτει από τον 2ο κανόνα του Kirchhoff.

Η παραπάνω τιμή τάσης, μας δείχνει ότι στο πηνίο αναπτύσσεται ΗΕΔ από αυτεπαγωγή με θετικό πόλο το άκρο Δ. Αλλά τότε με βάση τη φορά διαγραφής $E_{αυτ}$=+1V.

v) Από τον νόμο της αυτεπαγωγής:

$$E_{αυτ}=-L\frac{di}{dt}\rightarrow$$

$$\frac{di}{dt}=-\frac{E_{αυτ}}{L}=-\frac{1}{4\cdot 10^{-3}}A/s=-250A/s$$

vi) Και ερχόμαστε τώρα στην ισχύ.

Σε ποια ισχύ; Έχουμε δυο διαφορετικούς ορισμούς.

Μιλάμε για την ισχύ του ρεύματος (δηλαδή το ρυθμό με τον οποίο το ρεύμα αποδίδει ενέργεια σε κάποιο στοιχείο) ή για την ισχύ με την οποία μια πηγή προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα; Στην περίπτωσή μας οι ρόλοι πηγή-αποδέκτης, αλλάζουν περιοδικά.

Ας πάρουμε λοιπόν την πρώτη εκδοχή και ας βρούμε τους ρυθμούς με τους οποίους το ηλεκτρικό ρεύμα μεταφέρει ενέργεια σε κάθε ένα στοιχείο:

Για τον πυκνωτή: $P_c=V_c\cdot i=1V\cdot(-0{,}12A)=-0{,}12W$

Για το πηνίο: $P_L=V_L\cdot i=(-1V)\cdot(-0{,}12A)=0{,}12W$.

Τι σημαίνουν οι παραπάνω τιμές;

Το ηλεκτρικό ρεύμα δεν προσφέρει ενέργεια στον πυκνωτή, αλλά αντίθετα παίρνει ενέργεια από αυτόν 0,12J/s, ή με άλλα λόγια ο πυκνωτής λειτουργεί σαν πηγή δίνοντας ενέργεια στο κύκλωμα, με αποτέλεσμα η ενέργειά του να μεταβάλλεται (μειώνεται) με ρυθμό $\frac{dU_E}{dt}=-0{,}12J/s$.

Αντίθετα το πηνίο απορροφά ενέργεια από το ρεύμα (από το κύκλωμα) με ρυθμό 0,12J/s, με αποτέλεσμα η ενέργειά του να αυξάνεται και ο ρυθμός μεταβολής της να είναι $\frac{dU_B}{dt}=+0{,}12J/s$.

Ας πάρουμε τη δεύτερη εκδοχή για την ενέργεια που κάθε στοιχείο προσφέρει στο κύκλωμα:

Ο πυκνωτής εκφορτίζεται συνεπώς παρέχει ενέργεια στο κύκλωμα με ρυθμό $P_c=V_c\cdot|i|=0{,}12W$, αλλά τότε η ενέργεια του ηλεκτρικού του πεδίου μειώνεται κατά 0,12J/s και συνεπώς $\frac{dU_E}{dt}=-0{,}12J/s$.

Το πηνίο ισοδυναμεί με πηγή ΗΕΔ $E_{αυτ}=1V$, συνεπώς ο ρυθμός με τον οποίο **παρέχει** ενέργεια στο κύκλωμα είναι $P_L=E_{αυτ}\cdot i=1V\cdot(-0{,}12A)=-0{,}12W$, πράγμα που σημαίνει ότι τελικά δεν παρέχει, αλλά **απορροφά** ενέργεια, με αποτέλεσμα η ενέργεια του μαγνητικού του πεδίου να αυξάνεται και ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής του είναι $\frac{dU_B}{dt}=+0{,}12J/s$.

Συμπέρασμα; Και με τους δυο τρόπους μπορούμε να καταλήξουμε στα ίδια ουσιαστικά αποτελέσματα, απλά:

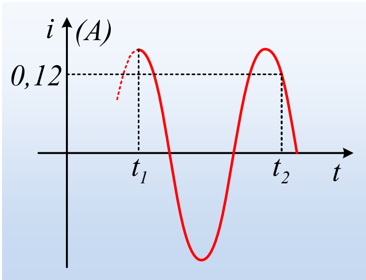
1) δεν πρέπει να συγχέουμε τις δύο διαφορετικές οπτικές γωνίες.

2) Αρκεί να μην ζητηθεί απλά μια ισχύς, χωρίς να είναι ξεκάθαρο σε τι αναφέρεται.

Ας μείνουμε λίγο ακόμη στο παραπάνω κύκλωμα.

Παράδειγμα 2ο:

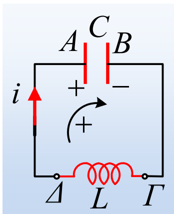
Στο παραπάνω κύκλωμα, πήραμε τη γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο, μετά από κάποια χρονική στιγμή t_1, λαμβάνοντας το διάγραμμα του διπλανού σχήματος. Για τη χρονική στιγμή t_2 να βρεθούν:



i) Το φορτίο του πυκνωτή.
ii) Ο ρυθμός μεταβολής του φορτίου του πυκνωτή.
iii) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος.
iv) Οι ρυθμοί μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή και του πηνίου.

Απάντηση:

i) Τη χρονική στιγμή t_2 η ένταση του ρεύματος είναι θετική $i=0{,}12A$, ενώ το πηνίο λειτουργεί ως πηγή, αφού η ενέργεια του μαγνητικού του πεδίου μειώνεται (μειώνεται η ένταση του ρεύματος). Δηλαδή η κατάσταση είναι αυτή που εμφανίζεται στο διπλανό σχήμα. Από τη διατήρηση της ενέργειας προκύπτει (δες προηγούμενο παράδειγμα) ότι $q=+20μC$.



ii) Για το ρυθμό μεταβολής του φορτίου του πυκνωτή έχουμε:

$$\frac{dq}{dt}=i=+0{,}12C/s$$

Το φορτίο του πυκνωτή αυξάνεται, αφού ο πυκνωτής φορτίζεται.

vii) Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο με θετικό πόλο το άκρο Δ είναι ίση με:

$$E_{αυτ} = V_{AB} = \frac{q}{C} = \frac{20 \cdot 10^{-6}}{20 \cdot 10^{-6}} V = 1V$$

Αλλά $E_{αυτ} = -L\frac{di}{dt} \rightarrow$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{E_{αυτ}}{L} = -\frac{1}{4 \cdot 10^{-3}} A/s = -250 A/s$$

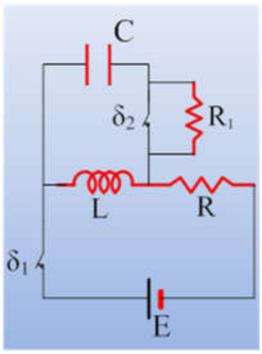
Ας σημειωθεί ότι ο παραπάνω ρυθμός είναι ίσος με την κλίση τη στιγμή t_2 του διαγράμματος i-t.

viii) Με βάση τις ιδέες που αναφέρθηκαν παραπάνω:

$$\frac{dU_E}{dt} = V_{AB} i = +0,12 J/s$$

$$\frac{dU_B}{dt} = V_{ΓΔ} i = (-1) \cdot +0,12 = -0,12 J/s$$

3) Αμείωτη και φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση.



Για το κύκλωμα του διπλανού σχήματος δίνονται ότι E=100V, C=80μF, το ιδανικό πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L=0,2H, ενώ R=5Ω, και οι διακόπτες $δ_1$, $δ_2$ είναι κλειστοί για μεγάλο χρονικό διάστημα. Υπενθυμίζεται ότι κλειστός διακόπτης $δ_2$ σημαίνει βραχυκυκλωμένη αντίσταση, άρα σαν να μην υπάρχει στο κύκλωμα.

i) Πόση ενέργεια είναι αποθηκευμένη στο πηνίο και πόση στον πυκνωτή;

ii) Σε μια στιγμή που θεωρούμε $t_0=0$, ανοίγουμε τον διακόπτη $δ_1$.

α) Εξηγείστε γιατί θα φορτιστεί ο πυκνωτής. Ποιος από τους οπλισμούς του πυκνωτή θα αποκτήσει πρώτος θετικό φορτίο;

β) Βρείτε την εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας θετική την αρχική ένταση.

iii) Τη χρονική στιγμή $t_1=134π/3$ ms ανοίγουμε και το διακόπτη $δ_2$. Για αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη, να βρεθούν:

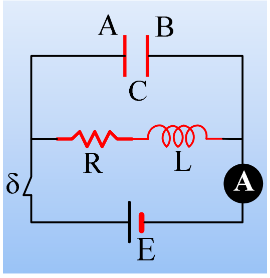
α) Το φορτίο του πυκνωτή και η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη με αντίσταση $R_1=10\sqrt{3}$ Ω.

γ) Οι ρυθμοί μεταβολής των ενεργειών του πηνίου και του πυκνωτή.

4) Μια Φθίνουσα Ηλεκτρική Ταλάντωση.

Δίνεται το κύκλωμα, όπου το αμπερόμετρο δείχνει σταθερή ένδειξη I=10A, ενώ ο αντιστάτης έχει αντίσταση



R=5Ω. Το πηνίο είναι ιδανικό με αυτεπαγωγή L=2mH, ενώ ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα C=20μF. Σε μια στιγμή την οποία θεωρούμε t=0, ανοίγουμε το διακόπτη δ.

Α) Για αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη, να βρεθούν:

i) Η ενέργεια ταλάντωσης.

ii) Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο.

Β) Μετά από λίγο, τη χρονική στιγμή t_1 το φορτίο του πυκνωτή (του οπλισμού αναφοράς μας Α) είναι q_1=0,5mC, ενώ η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα i_1=-2A. Για τη στιγμή αυτή ζητούνται:

iii) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

iv) Οι ρυθμοί μεταβολής της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή και της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

Γ) Μια άλλη χρονική στιγμή t_2 το φορτίο του πυκνωτή είναι μηδενικό, ενώ η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα έχει αντίθετη φορά και τιμή $|i_2|$=4,6 A . Να βρεθούν για τη στιγμή αυτή:

v) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

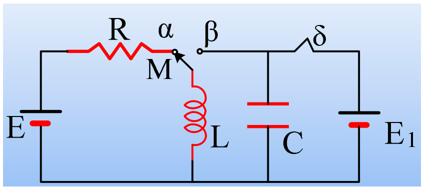
vi) Οι ρυθμοί μεταβολής της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή και της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

Δ) Κάποια στιγμή t_3 ο πυκνωτής έχει φορτίο q_3=-0,4mC ενώ η ένταση του ρεύματος είναι i_3=-2 A.

vii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

viii) Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή και της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

5) Μια ηλεκτρική ταλάντωση με αρχική φάση.



Στο παρακάτω κύκλωμα ο διακόπτης δ είναι κλειστός, ενώ ο μεταγωγός Μ στη θέση α, για μεγάλο χρονικό διάστημα, ενώ δίνονται Ε=10V και C=20μF.

Ανοίγουμε τον διακόπτη δ και στη συνέχεια τη στιγμή t_0=0, μεταφέρουμε ακαριαία τον μεταγωγό Μ στη θέση β, χωρίς να ξεσπάσει σπινθήρας, οπότε το κύκλωμα LC πραγματοποιεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση.

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα δίνεται από την εξίσωση:

$$i=2\cdot ημ\left(5.000t+\frac{7\pi}{6}\right) \quad (S.I.).$$

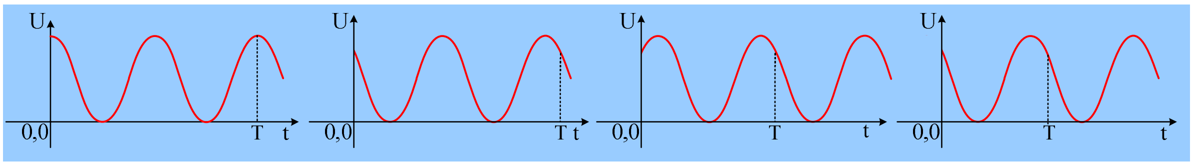
Ζητούνται:

i) Η τιμή της αντίστασης του αντιστάτη R και η αυτεπαγωγή του πηνίου.

ii) Η ΗΕΔ της πηγής E_1.

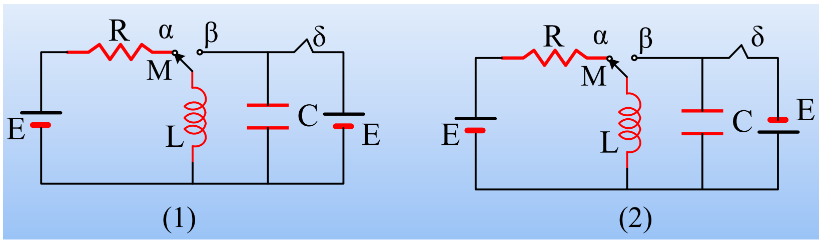
iii) Να γίνει η γραφική παράσταση του φορτίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο.

iv) Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις περιγράφει την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο;



6) Δύο κυκλώματα ηλεκτρικών ταλαντώσεων.

Δίνονται τα παρακάτω κυκλώματα όπου οι διακόπτες δ είναι κλειστοί, ενώ οι μεταγωγοί Μ στη θέση α, για μεγάλα χρονικά διαστήματα.



Ανοίγουμε τους δύο διακόπτες δ και στη συνέχεια τη στιγμή $t_0=0$, μεταφέρουμε τους δύο μεταγωγούς Μ στη θέση β, χωρίς να ξεσπάσει σπινθήρας, οπότε πραγματοποιούνται αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

Να χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις σαν σωστές ή λανθασμένες

i) Η ενέργεια ταλάντωσης στο (1) κύκλωμα είναι ίση με ½ LE^2/R.

ii) Η αρχική ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο (1) κύκλωμα, για $t=0^+$ είναι ίση με μηδέν.

iii) Η αρχική ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο (1) κύκλωμα, για $t=0^+$ είναι ίση με Ε.

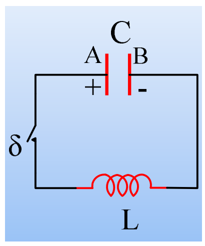
iv) Και οι δύο πυκνωτές θα αρχίζουν να φορτίζονται.

v) Οι ενέργειες ταλάντωσης των δύο κυκλωμάτων είναι ίσες.

vi) Η ένταση του ρεύματος θα μηδενιστεί πρώτα στο (1) κύκλωμα.

vii) Ο αρχικός ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου (η ισχύς του πηνίου), στο πρώτο κύκλωμα είναι ίσος με E^2/R.

7) Ερωτήματα σε ένα κύκλωμα LC.



Ένας πυκνωτής χωρητικότητας 20μF φορτίζεται από πηγή τάσης 50V και αφού απομακρύνουμε την πηγή, τον συνδέουμε στα άκρα ιδανικού πηνίου με συντελεστή αυτεπαγωγής L=2mH, μέσω διακόπτη, όπως στο σχήμα. Τη στιγμή t=0 κλείνουμε το διακόπτη δ.

i) Να βρεθούν οι εξισώσεις του φορτίου του πυκνωτή (του φορτίου του οπλισμού αναφοράς μας Α, ο οποίος φέρει αρχικά θετικό φορτίο) και της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο και να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις τους.

ii) Για τις χρονικές στιγμές $t_1=\pi/30$ *ms* και $t_2=\pi/6$ *ms* να υπολογιστούν:

α) Το φορτίο του πυκνωτή και ο ρυθμός μεταβολής του φορτίου του.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

γ) Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή (η ισχύς του πυκνωτή) και ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου (η ισχύς του πηνίου).

iii) Κάποια στιγμή t_3 το φορτίο του πυκνωτή έχει τιμή q_3=- ½ √3 mC, ενώ η ένταση του ρεύματος είναι i=2,5 A. Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:

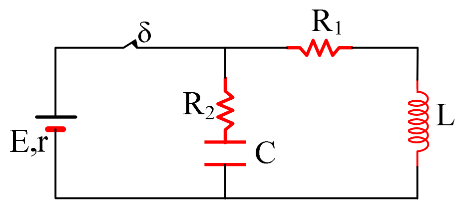
α) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή (η ισχύς του πυκνωτή) και ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου (η ισχύς του πηνίου).

iv) Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις για τη στιγμή t_4 που q_4= ½ √3 mC, ενώ η ένταση του ρεύματος είναι i=2,5 A.

8) Ρυθμοί σε μια Φθίνουσα Ηλεκτρική Ταλάντωση.

Για το κύκλωμα του σχήματος δίνονται E=40V, r=1Ω, C=20μF, το ιδανικό πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L=0,2mH και R_1=4Ω, ενώ ο διακόπτης είναι κλειστός για μεγάλο χρονικό διάστημα.



i) Πόση ενέργεια είναι αποθηκευμένη στο πηνίο και πόση στον πυκνωτή;

ii) Σε μια στιγμή, έστω t_0=0, ανοίγουμε το διακόπτη δ. Αμέσως μετά (την στιγμή t_0^+), να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής:

α) Της ενέργειας του πυκνωτή και της ενέργειας του πηνίου

β) Του φορτίου του πυκνωτή και της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.

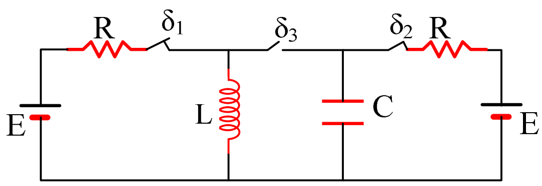
Να εξετασθούν οι περιπτώσεις:

A) R_2=0 και

B) R_2= 6Ω

9) Μια ηλεκτρική ταλάντωση και η ενέργειά της.

Στο παρακάτω κύκλωμα, οι διακόπτες $δ_1$ και $δ_2$ είναι κλειστοί για μεγάλο χρονικό διάστημα. Σε μια στιγμή t_0=0 ανοίγουμε τους δύο διακόπτες και ταυτόχρονα κλείνουμε τον διακόπτη $δ_3$.



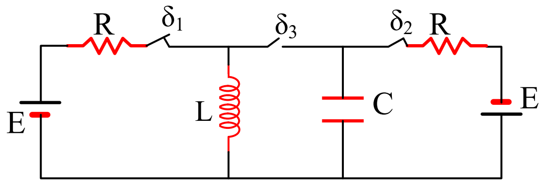
Να χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

i) Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη $δ_3$, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο αυξάνεται.

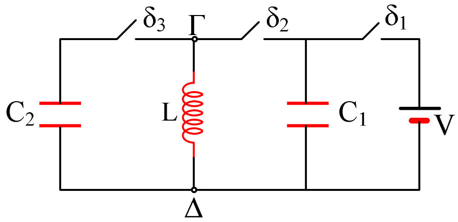
ii) Το πλάτος του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα LC είναι ίσο με E/R.

iii) Η ενέργεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης είναι ίση με $\frac{1}{2}E^2\left(\frac{L}{R^2}+C\right)$

iv) Ποιες θα ήταν οι αντίστοιχες απαντήσεις αν το κύκλωμα ήταν όπως στο παρακάτω σχήμα;



10) Δυο διαδοχικές ηλεκτρικές Ταλαντώσεις.



Για το ηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος, δίνονται C_1=4μF, C_2=1μF, ενώ το ιδανικό πηνίο έχει αυτεπαγωγή L=0,09Η. Φορτίζουμε τον πρώτο πυκνωτή, κλείνοντας το διακόπτη $δ_1$ από πηγή τάσης V=30V και κατόπιν ανοίγουμε το διακόπτη.

Τη χρονική στιγμή t_0=0 κλείνουμε τον διακόπτη $δ_2$.

Α) Για την χρονική στιγμή $t_1=5π\cdot 10^{-4}$s, να βρεθούν:

v) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και η τάση $V_{ΓΔ}$.

vi) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος.

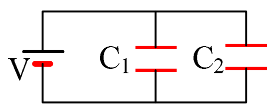
vii) Οι ρυθμοί μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή και του πηνίου.

Β) Την χρονική στιγμή t_1, μέσω ενός αυτόματου ηλεκτρονικού συστήματος, ανοίγει ο διακόπτης $δ_2$ και ταυτόχρονα κλείνει ο διακόπτης $δ_3$.

viii) Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη $δ_3$, να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.

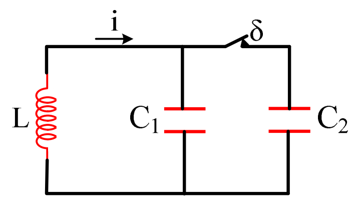
ix) Να γίνει το διάγραμμα i=f(t) της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο σε συνάρτηση με το χρόνο από t_0, μέχρι τη στιγμή $t_2=11π\cdot 10^{-4}$s.

11) Ενέργειες ηλεκτρικών ταλαντώσεων.



Όταν σε ένα κύκλωμα έχουμε δύο πυκνωτές συνδεδεμένους όπως στο διπλανό σχήμα, το σύστημα αυτό ισοδυναμεί με ένα πυκνωτή χωρητικότητας $C=C_1+C_2$ και συνολικό φορτίο $q_{ολ}=q_1+q_2$ (παράλληλη σύνδεση πυκνωτών).

Το παρακάτω κύκλωμα, όπου $C_2=3C_1$, εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση με ενέργεια Ε και περίοδο Τ οπότε διαρρέεται από ρεύμα έντασης της μορφής $i=I\cdot συνωt$, με το διακόπτη δ κλειστό.



Τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{1}{3}T$, όπου Τ η περίοδος της ταλάντωσης ανοίγουμε το διακόπτη δ.

i) Το πηνίο θα συνεχίσει να διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα με περίοδο:

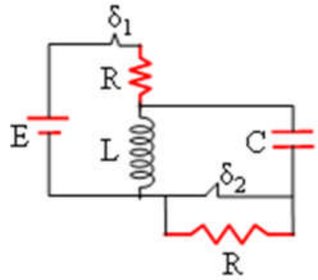
α) T_1= Τ, β) $T_1=\frac{1}{2}T$, γ) $T_1=\frac{1}{3}T$.

ii) Η ενέργεια της νέας ηλεκτρικής ταλάντωσης είναι ίση με:

α) $E_1 = E$, β) $E_1 = \frac{9}{16}E$, γ) $E_1 = \frac{7}{16}E$, δ) $E_1 = \frac{4}{16}E$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

12) Ηλεκτρική Ταλάντωση.



Για το κύκλωμα του διπλανού σχήματος δίνονται ότι E=100V, C=80μF, το ιδανικό πηνίο έχει L=0,2H, ενώ R=5Ω, και οι διακόπτες $δ_1$, $δ_2$ είναι κλειστοί για μεγάλο χρονικό διάστημα. Υπενθυμίζεται ότι κλειστός διακόπτης $δ_2$ σημαίνει βραχυκυκλωμένη αντίσταση, άρα σαν να μην υπάρχει στο κύκλωμα.

i) Πόση ενέργεια είναι αποθηκευμένη στο πηνίο και πόση στον πυκνωτή;

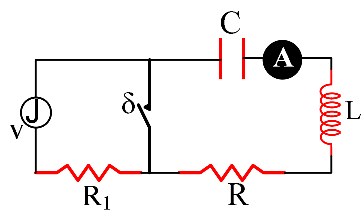
ii) Σε μια στιγμή που θεωρούμε $t_0=0$, ανοίγουμε τον διακόπτη $δ_1$.

α) Εξηγείστε γιατί θα φορτιστεί ο πυκνωτής. Ο πάνω ή ο κάτω οπλισμός του πυκνωτή θα αποκτήσει πρώτος θετικό φορτίο;

β) Βρείτε την εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας θετική την αρχική ένταση.

iii) Τη χρονική στιγμή $t_1=6π·10^{-3}$s ανοίγουμε και το διακόπτη $δ_2$. Πόσο είναι το φορτίο του πυκνωτή τη στιγμή t_1; Να γίνει το διάγραμμα του φορτίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο (ποιοτικό διάγραμμα) για $t>t_1$.

13) Μια εξαναγκασμένη αλλά απεριοδική…



Για το κύκλωμα του σχήματος δίνονται L=0,02H και C=2μF. Η γεννήτρια έχει τάση v=20·ημ4000t (S.I.) και ο διακόπτης δ είναι ανοικτός.
Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις σαν σωστές ή λαθεμένες.

i) Το κύκλωμα διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα με γωνιακή συχνότητα 5000rad/s.

ii) Αν αφαιρεθεί ο αντιστάτης με αντίσταση R_1, θα αυξηθεί η ένδειξη του αμπερομέτρου.

iii) Αν η γωνιακή συχνότητα της γεννήτριας γίνει ίση με 5000rad/s η ένδειξη του αμπερομέτρου γίνεται μέγιστη.

iv) Σε μια στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή είναι μέγιστο, έστω t=0, κλείνουμε το διακόπτη δ.

α) Να κάνετε τα διαγράμματα q=f(t) και i=f(t) (ποιοτικά διαγράμματα), όπου i η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το αμπερόμετρο.

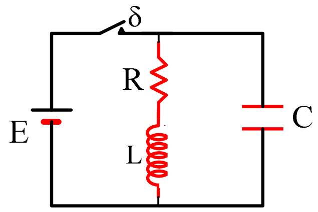
β) Η γωνιακή συχνότητα ταλάντωσης θα είναι ίση, μεγαλύτερη ή μικρότερη από 5000rad/s;

v) Η κυκλική συχνότητα μιας φθίνουσας ηλεκτρικής ταλάντωσης σε κύκλωμα RLC δίνεται από τη σχέση:

$$ω = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

Για ποια τιμή της αντίστασης το κύκλωμα σταματά να εκτελεί ηλεκτρομαγνητικές ταλαντώσεις;

14) Πόση είναι η αρχική ενέργεια ταλάντωσης;



Δίνεται το κύκλωμα του σχήματος, όπου ο διακόπτης είναι κλειστός για μεγάλο χρονικό διάστημα και η πηγή διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης. Δίνεται E=20V, R=4Ω και C=5μF, ενώ το ιδανικό πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L= 4 \cdot 10^{-3}$ H

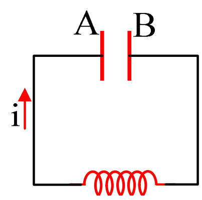
Σε μια στιγμή, την οποία θεωρούμε t=0 ανοίγουμε το διακόπτη δ.

i) Αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη (για $t=0^+$), να βρεθούν:
   α) Η ενέργεια της ταλάντωσης
   β) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.
   γ) Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή και του πηνίου.

ii) Μετά από λίγο, τη στιγμή t_1, το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα, η ένταση του οποίου παίρνει στιγμιαία τη μέγιστη τιμή της I_1= 4 A. Πόση θερμότητα έχει παραχθεί πάνω στον αντιστάτη από το άνοιγμα του διακόπτη, μέχρι τη στιγμή t_1;

iii) Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις παριστά το φορτίο του πυκνωτή (το φορτίο του πάνω οπλισμού, τον οποίο λαμβάνουμε σαν οπλισμό αναφοράς) σε συνάρτηση με το χρόνο;

15) Ρυθμός μεταβολής της έντασης.



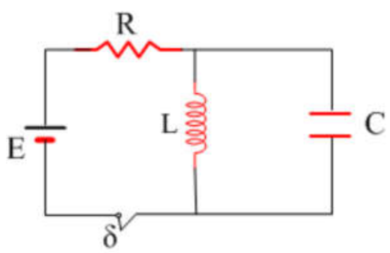
Φορτίζουμε έναν πυκνωτή χωρητικότητας 10μF από μια τάση 20V και αφού απομακρύνουμε την πηγή, συνδέουμε τους οπλισμούς του με ένα ιδανικό πηνίο, οπότε πραγματοποιείται μια αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση. Θεωρούμε t=0 κάποια στιγμή που ο οπλισμός αναφοράς Α του πυκνωτή έχει φορτίο $q=10^{-4}$C, ενώ το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης $i=\frac{\sqrt{3}}{2}$ A, με φορά όπως στο σχήμα.

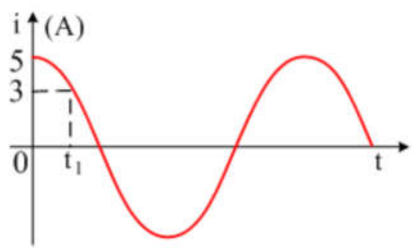
i) Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής:
   α) του φορτίου του οπλισμού αναφοράς Α
   β) της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

ii) Να βρεθούν οι εξισώσεις του φορτίου του οπλισμού Α και της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.

iii) Πόση ενέργεια έχει για t=0 το πηνίο και ποιος ο ρυθμός μεταβολής της;

16) Άνοιγμα διακόπτη και Ρυθμοί μεταβολής στην Ηλεκτρική ταλάντωση.





Ο διακόπτης του παραπάνω κυκλώματος είναι κλειστός για μεγάλο χρονικό διάστημα. Σε μια στιγμή ανοίγουμε τον διακόπτη, οπότε το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα το οποίο μεταβάλλεται όπως στο παρακάτω διάγραμμα.

Αν L= 0,01 Η και C= 4μF, ζητούνται για τη χρονική στιγμή t_1 όπου i=3 A:

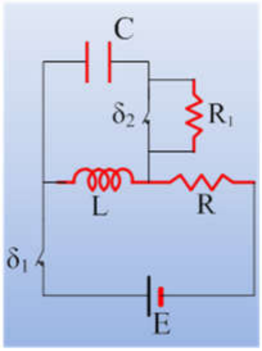
i) Το φορτίο του πυκνωτή.

ii) Ο ρυθμός με τον οποίο αυξάνεται το φορτίο του πυκνωτή.

iii) Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στον πυκνωτή.

iv) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος.

17) Αμείωτη και φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση.



Για το κύκλωμα του διπλανού σχήματος δίνονται ότι E=100V, C=80μF, το ιδανικό πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L=0,2H, ενώ R=5Ω, και οι διακόπτες δ_1, δ_2 είναι κλειστοί για μεγάλο χρονικό διάστημα. Υπενθυμίζεται ότι κλειστός διακόπτης δ_2 σημαίνει βραχυκυκλωμένη αντίσταση, άρα σαν να μην υπάρχει στο κύκλωμα.

i) Πόση ενέργεια είναι αποθηκευμένη στο πηνίο και πόση στον πυκνωτή;

ii)Σε μια στιγμή που θεωρούμε t_0=0, ανοίγουμε τον διακόπτη δ_1.

α) Εξηγείστε γιατί θα φορτιστεί ο πυκνωτής. Ποιος από τους οπλισμούς του πυκνωτή θα αποκτήσει πρώτος θετικό φορτίο;

β) Βρείτε την εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας θετική την αρχική ένταση.

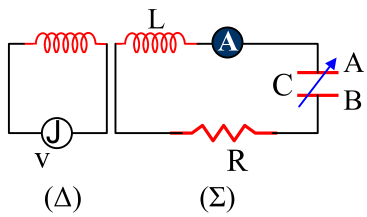
iii) Τη χρονική στιγμή t_1=134π/3 ms ανοίγουμε και το διακόπτη δ_2. Για αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη, να βρεθούν:

α) Το φορτίο του πυκνωτή και η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη με αντίσταση $R_1=10\sqrt{3}$ Ω.

γ) Οι ρυθμοί μεταβολής των ενεργειών του πηνίου και του πυκνωτή.

18) Εξαναγκασμένη Ηλεκτρική Ταλάντωση.



Η τάση της πηγής στο αριστερό κύκλωμα (Δ) δίνεται από την εξίσωση V=20·ημ(5.000t+φ_o) (S.I.), ενώ στο δεξιό κύκλωμα (Σ), το πηνίο έχει αυτεπαγωγή L=2mH και ο μεταβλητός πυκνωτής χωρητικότητα έχει αρχικά C_1=5μF. Το φορτίο του οπλισμού Α του πυκνωτή δίνεται από την εξίσωσηΑ

$$q= 2\cdot 10^{-6}\cdot ημωt \ \ (S.I.).$$

i) Να βρεθεί η κυκλική ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος (Σ).

ii) Πόσο είναι το φορτίο του οπλισμού Α του πυκνωτή τη χρονική στιγμή $t_1=\pi\cdot 10^{-4}$s;

iii) Ποια είναι η εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα (Σ).

iv) Να υπολογιστούν οι μέγιστες τιμές της ενέργειας του πυκνωτή και του πηνίου.

v) Αν αυξήσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή στην τιμή C_2=6μF, η ένδειξη του αμπερομέτρου:

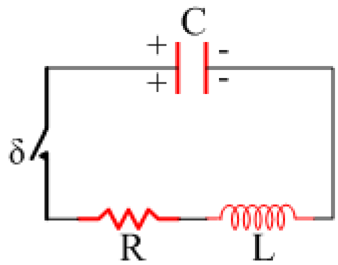
α) θα αυξηθεί,β) θα παραμείνει σταθερή γ) θα μειωθεί.

vi) Ποια τιμή πρέπει να πάρει η χωρητικότητα του πυκνωτή, ώστε το αμπερόμετρο να δείξει μέγιστη ένδειξη; Για την παραπάνω τιμή της χωρητικότητας, τι θα συμβεί με την ένδειξη του αμπερομέτρου, αν μειώσουμε την αντίσταση του αντιστάτη;

Δεχόμαστε ότι το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται στο δεύτερο κύκλωμα, δεν δημιουργεί φαινόμενα αμοιβαίας επαγωγής στο πρώτο κύκλωμα.

19) Φθίνουσα Ηλεκτρική ταλάντωση και ενέργεια.

Στο κύκλωμα του σχήματος ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα C=1μF και έχει φορτισθεί με φορτίο Q, και ο αντιστάτης έχει αντίσταση R=50Ω. Σε μια στιγμή t=0 κλείνουμε τον διακόπτη και ο πυκνωτής αρχίζει να εκφορτίζεται. Σε μια στιγμή t_1, μικρότερη από T/4 το φορτίο του πυκνωτή είναι q_1=1μC και η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο είναι i=0,02 A.



i) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος τη στιγμή t_1;

ii) Ποια είναι η μέγιστη τιμή του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο;

iii) Να σχολιάστε την παρακάτω πρόταση: «κατά τη φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση τη στιγμή που μηδενίζεται το φορτίο του πυκνωτή η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο είναι μέγιστη».