

Διονύσης Μάργαρης

Φυσική

Γ' Λυκείου

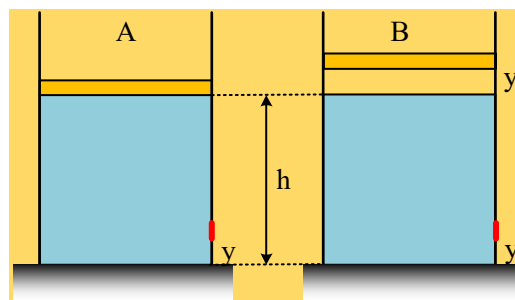


Ρευστά.

Ασκήσεις 2017- 2020

1) Το κλείσιμο με έμβολο, με αέρα και χωρίς αέρα.

Έστω δύο μεγάλα δοχεία A και B τα οποία περιέχουν νερό μέχρι ύψος h . Το πρώτο δοχείο κλείνεται με βαρύ έμβολο σε επαφή με την πάνω επιφάνεια του νερού, ενώ στο δεύτερο με ένα όμοιο έμβολο, αλλά σε αυτό έχει εγκλωβιστεί μια ποσότητα αέρα μεταξύ νερού και εμβόλου, ύψους y , όπως στο σχήμα. Σε ύψος y , από τους πυθμένες των δοχείων, υπάρχουν δυο τάπες ίδιου εμβαδού.



i) Μεγαλύτερη δύναμη από το νερό ασκείται στην τάπα:

- α) του A δοχείου,
- β) του B δοχείου,
- γ) Στις δύο τάπες ασκούνται ίσες δυνάμεις.

ii) Σε μια στιγμή ανοίγουμε τις τάπες, οπότε μετά από λίγο έχουμε δύο μόνιμες ροές με ταχύτητες εκροής v_1 και v_2 για τα δοχεία A και B αντίστοιχα. Για τις ταχύτητες αυτές ισχύει:

$$\alpha) v_1 < v_2, \quad \beta) v_1 = v_2, \quad \gamma) v_1 > v_2.$$

Δίνεται ότι το εμβαδόν των δύο εμβόλων, είναι πολύ μεγαλύτερο από το εμβαδόν των δύο οπών από τις οποίες χύνεται το νερό, το οποίο θεωρούμε ιδανικό ρευστό.

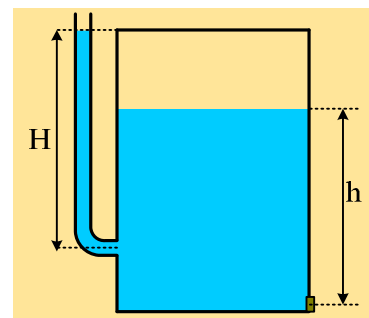
2) Αν και συγκοινωνούντα δοχεία...

Το κλειστό δοχείο του σχήματος περιέχει νερό σε ύψος h , πάνω από το οποίο έχει εγκλωβιστεί μια ποσότητα αέρα, ενώ πολύ κοντά στον πυθμένα του υπάρχει μια μικρή οπή που κλείνεται με τάπα. Το δοχείο έχει συνδεθεί με ανοικτό κατακόρυφο σωλήνα, στον οποίο το νερό έχει ανέβει μέχρι ύψος H .

i) Η πίεση του εγκλωβισμένου αέρα στο πάνω μέρος του δοχείου, έχει τιμή:

$$\alpha) p_1 < p_{\text{ατμ}}, \quad \beta) p_1 = p_{\text{ατμ}}, \quad \gamma) p_1 > p_{\text{ατμ}},$$

όπου $p_{\text{ατμ}}$ η ατμοσφαιρική πίεση, στο εξωτερικό του δοχείου.



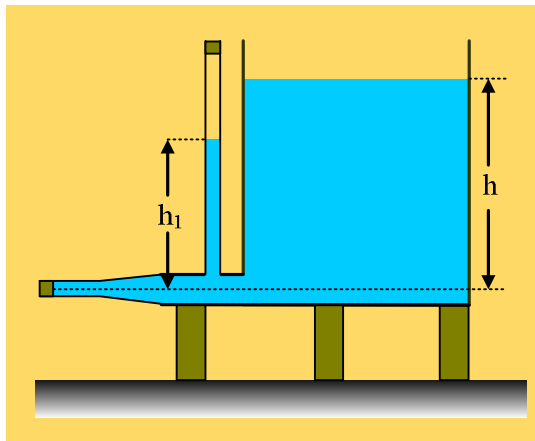
ii) Ανοίγουμε την τάπα και αποκαθίσταται μια μόνιμη ροή. Η ταχύτητα εκροής του νερού είναι ίση:

$$\alpha) v = \sqrt{2gH}, \quad \beta) v < \sqrt{2gh}, \quad \gamma) v = \sqrt{2gh}, \quad \delta) v > \sqrt{2gh}$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας θεωρώντας το νερό ασυμπίεστο ιδανικό ρευστό, ενώ η βάση του δοχείου έχει πολύ μεγαλύτερο εμβαδόν από το αντίστοιχο της οπής.

3) Υπολογίζουμε ταχύτητα ροής μετρώντας ύψος

Μια μεγάλη κυλινδρική δεξαμενή περιέχει νερό σε ύψος h , ενώ κοντά στον πυθμένα της έχει συνδεθεί ένας οριζόντιος σωλήνας, με αρχική διατομή $A_1=2,5\text{cm}^2$, ο οποίος στενεύει σε τελική διατομή $A_2=1\text{cm}^2$, όπου στο άκρο του φράσσεται με τάπα. Ένας δεύτερος κατακόρυφος σωλήνας Β, συνδέεται όπως στο σχήμα, περιέχει νερό μέχρι ύψος h_1 , ενώ κλείνεται στην κορυφή του επίσης με τάπα, έχοντας εγκλωβίσει κάποια ποσότητα αέρα.

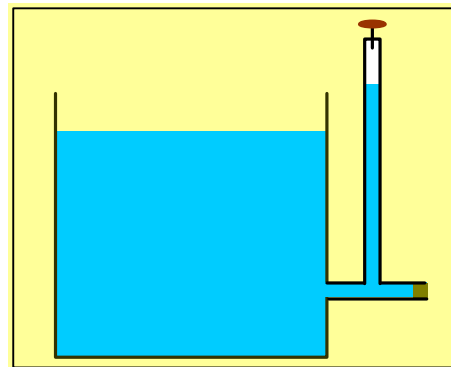


- i) Να υπολογιστεί η πίεση του εγκλωβισμένου αέρα στο κατακόρυφο σωλήνα, αν $h-h_1=\Delta h=40\text{cm}$.
- ii) Ανοίγουμε ταυτόχρονα και τις δύο τάπες. Μετά την αποκατάσταση μόνιμης ροής, παρατηρούμε ότι το νερό στον κατακόρυφο σωλήνα βρίσκεται σε ύψος $h_2=105\text{cm}$.
 - α) Να υπολογιστεί η πίεση στον άξονα του οριζόντιου σωλήνα, κάτω ακριβώς από τον κατακόρυφο σωλήνα.
 - β) Να βρεθεί η ταχύτητα εκροής του νερού από το άκρο του οριζόντιου σωλήνα.
 - γ) Ποιο το ύψος h του νερού της δεξαμενής;

Δίνονται $p_{\text{ατμ}}=10^5\text{N/m}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, $g=10\text{m/s}^2$, ενώ κατά την ροή που αποκαθίσταται δεν μεταβάλλεται πρακτικά το ύψος του νερού της δεξαμενής.

4) Ανοίγοντας την τάπα ή την στρόφιγγα

Σε μια μεγάλη δεξαμενή η οποία περιέχει νερό, έχει συνδεθεί ένας οριζόντιος σωλήνας, ο οποίος φράσσεται στο άκρο του με τάπα. Ένας δεύτερος κατακόρυφος σωλήνας συνδέεται όπως στο σχήμα και κλείνεται στο πάνω μέρος του με στρόφιγγα, έχοντας εγκλωβισμένη κάποια ποσότητα αέρα.



- i) Αν ανοίξουμε την στρόφιγγα, τότε:
 - α) θα εξέλθει αέρας από το σωλήνα στην ατμόσφαιρα.
 - β) θα εισέλθει αέρας στον σωλήνα.
 - γ) Δεν θα συμβεί κανένα από τα δύο παραπάνω ενδεχόμενα.
- ii) Με κλειστή την στρόφιγγα, ανοίγουμε την τάπα και αποκαθίσταται μια μόνιμη και στρωτή ροή. Τότε το

νερό στον κατακόρυφο σωλήνα:

α) Θα ανέβει

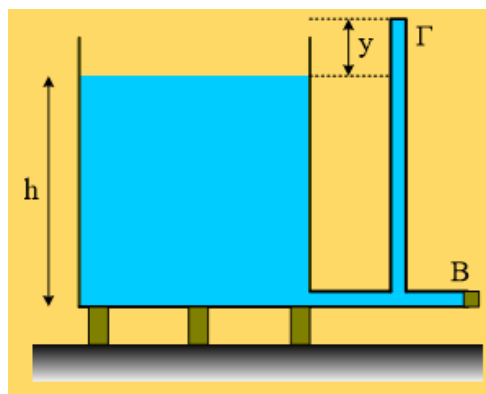
β) Θα κατέβει

γ) Η ελεύθερη επιφάνειά του θα παραμείνει στο αρχικό της ύψος.

Κατά τη ροή, η επιφάνεια της δεξαμενής πρακτικά παραμένει στο ίδιο ύψος.

5) Με κλειστή και ανοικτή τάπα.

Μια μεγάλη κυλινδρική δεξαμενή περιέχει νερό σε ύψος h , ενώ κοντά στον πυθμένα της έχει συνδεθεί ένας οριζόντιος σωλήνας B, διατομής $A=1\text{cm}^2$, ο οποίος φράσσεται στο άκρο του με τάπα. Ένας δεύτερος όμοιος σωλήνας Γ, της ίδιας διατομής, συνδέεται με τον B, είναι κλειστός και γεμάτος με νερό, όπως στο σχήμα, σε κατακόρυφη θέση.



i) Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκεί το νερό στην πάνω επιφάνεια του σωλήνα Γ, αν αυτή βρίσκεται κατά $y=0,25\text{m}$ ψηλότερα της ελεύθερης επιφάνειας του νερού της δεξαμενής.

ii) Ανοίγουμε την τάπα και αποκαθίσταται μόνιμη και στρωτή ροή, οπότε το νερό εξέρχεται με ταχύτητα $v=5\text{m/s}$ από το άκρο του B σωλήνα.

α) Σε πόσο χρόνο θα γεμίσουμε ένα δοχείο όγκου 20L με νερό που εκρέει από το σωλήνα B, θεωρώντας σταθερή τη στάθμη του νερού της δεξαμενής;

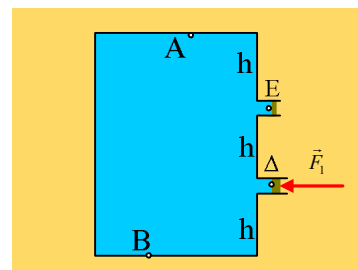
β) Να υπολογιστεί ο όγκος του νερού της δεξαμενής, αν αυτή έχει βάση εμβαδού $A_1=4\text{m}^2$.

γ) Πόση δύναμη ασκεί τώρα το νερό στην πάνω επιφάνεια του σωλήνα Γ;

Δίνονται $p_{\text{ατμ}}=10^5\text{N/m}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και $g=10\text{m/s}^2$.

6) Κλειστό δοχείο με δύο έμβολα.

Το κυλινδρικό δοχείο του σχήματος είναι γεμάτο με νερό, το οποίο θεωρούμε ασυμπίεστο ιδανικό ρευστό με πυκνότητα $\rho=1.000\text{kg/m}^3$. Το δοχείο έχει ύψος $3h=3\text{m}$, είναι κλειστό, ενώ στην δεξιά του πλευρά έχουν προσαρμοσθεί δύο έμβολα, τα οποία μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές, στις θέσεις του σχήματος (το πρώτο απέχει κατά h από την πάνω βάση και το δεύτερο h από την κάτω). Το πάνω έμβολο είναι ελεύθερο να κινηθεί ενώ στο κάτω ασκούμε οριζόντια δύναμη F_1 , με αποτέλεσμα το νερό να ισορροπεί, χωρίς να χύνεται. Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{ατ}}=10^5\text{Pa}$, τα εμβαδά των εμβόλων $A=5\text{cm}^2$ και $g=10\text{m/s}^2$.



i) Να υπολογιστεί η πίεση στα σημεία A και B, στην πάνω και κάτω βάση του δοχείου.

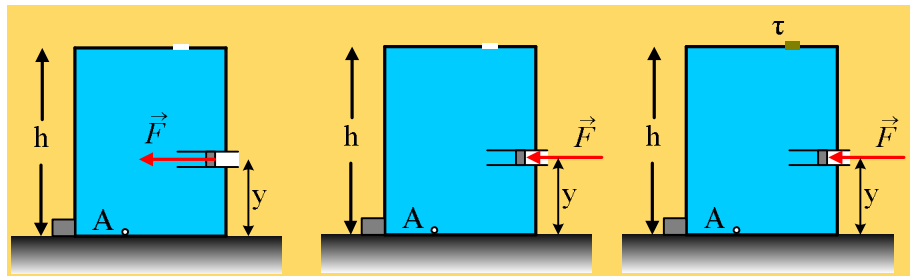
ii) Αν η βάση του δοχείου έχει εμβαδόν $A_1=0,4\text{m}^2$, να υπολογιστούν οι δυνάμεις που το νερό ασκεί σε κάθε

βάση του και η διαφορά τους. Τι μετράει η διαφορά αυτή;

- iii) Να υπολογιστεί η απαραίτητη δύναμη που πρέπει να ασκούμε στο κάτω έμβολο για την παραπάνω ισορροπία.
- iv) Αν αυξήσουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F_1 στην τιμή $F_1' = 8\text{N}$, να βρεθεί η απαραίτητη δύναμη F που πρέπει να ασκηθεί στο πάνω έμβολο για να διατηρηθεί η ισορροπία των εμβόλων.

7) Μεταβάλλοντας την δύναμη στο έμβολο

Ένα κυλινδρικό δοχείο είναι γεμάτο με νερό, ενώ στην άνω βάση του υπάρχει μια μικρή τρύπα με άνοιγμα $A_1=5\text{cm}^2$. Το ύψος του δοχείου είναι $h=1\text{m}$, ενώ σε απόσταση $y=0,4\text{m}$ από την βάση του, υπάρχει άνοιγμα στο οποίο έχει συνδεθεί ένα έμβολο εμβαδού $A_2=10\text{cm}^2$. Το έμβολο, μπορεί να κινείται χωρίς τριβές και για να παραμένει ακίνητο, του ασκούμε μια οριζόντια δύναμη F , όπως στο πρώτο σχήμα (πολλές φορές σχεδιάζουμε τη δύναμη όπως στο μεσαίο σχήμα...),



- i) Θεωρώντας το νερό ασυμπίεστο ιδανικό ρευστό και το ύψος του εμβόλου αμελητέο σε σχέση με το ύψος του δοχείου, να βρείτε το μέτρο της ασκούμενης στο έμβολο δύναμης F , καθώς και την πίεση στο σημείο A του πυθμένα του δοχείου.
- ii) Ένας συμμαθητής σας υποστηρίζει ότι αν αυξήσουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης, στην σταθερή τιμή $F_1=8\text{N}$, μπορούμε να φέρουμε το έμβολο σε μια νέα θέση αριστερότερα της αρχικής, όπου να ισορροπεί. Να εξετάσετε αν αυτό είναι σωστό ή όχι.
- iii) Κλείνουμε την τρύπα με μια τάπα (αμελητέου βάρους), προσέχοντας να μην παραμείνει αέρας μέσα στο δοχείο, ενώ ασκούμε διαρκώς τη δύναμη F στο έμβολο. Στη συνέχεια αφήνουμε ελεύθερο το έμβολο, παύοντας να του ασκούμε δύναμη.
- α) Θα μετακινηθεί ή όχι το έμβολο από την αρχική του θέση;
- β) Να υπολογιστεί η πίεση στον πυθμένα (σημείο A) καθώς και η δύναμη που το νερό ασκεί στην τάπα.
- iv) Αν η μέγιστη δύναμη στατικής τριβής μεταξύ τάπας και τοιχώματος (η οποία διατηρεί την τάπα στη θέση της) έχει μέτρο 10N , πόση δύναμη πρέπει να ασκήσουμε στο έμβολο, ώστε να βγάλουμε την τάπα;
- Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{at}=10^5\text{Pa}$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.

8) Δύο υγρά που δεν αναμιγνύονται

Σε ένα ανοικτό κυλινδρικό δοχείο περιέχονται δύο υγρά A και B, τα οποία δεν αναμιγνύονται, με πυκνότητες ρ_1 και ρ_2 αντίστοιχα, όπου $\rho_1 > \rho_2$. Στο σχήμα βλέπετε τα ύψη y_1 και y_2 των δύο υγρών στο δοχείο.

i) Για το ύψος h του υγρού A στον λεπτό ανοικτό κατακόρυφο σωλήνα (το πέτασμα μας κρύβει το ύψος) ισχύει:

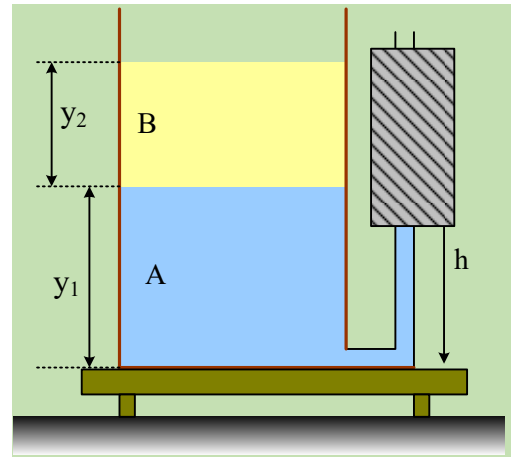
α) $h < y_1$, β) $h = y_1$, γ) $y_1 < h < y_1 + y_2$, δ) $h = y_1 + y_2$.

ii) Τοποθετούμε στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού B, ένα έμβολο το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές, με βάρος $w = w_1 - w_2$, όπου w_1 το βάρος του υγρού A και w_2 το βάρος του B. Τότε το ύψος του υγρού στον σωλήνα γίνεται:

α) $h = 2y_1$, β) $h = 2y_2$, γ) $h = y_1 + y_2$, δ) $h = 2y_1 - y_2$.

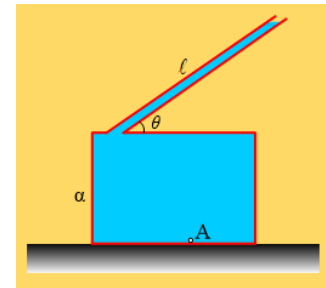
Δίνεται ότι η μετακίνηση του υγρού στον λεπτό σωλήνα δεν μεταβάλλει τα ύψη των υγρών στο δοχείο.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



9) Η πίεση και η δύναμη σε δοχείο με νερό

Το κυλινδρικό κλειστό δοχείο του σχήματος, ύψους a , είναι γεμάτο με νερό και συνδέεται με λεπτό σωλήνα, ο οποίος περιέχει επίσης νερό σε μήκος $\ell = 2a$ και ο οποίος σχηματίζει γωνία $\theta = 30^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση.



i) Η πίεση στη βάση του δοχείου (σημείο A) έχει τιμή:

α) $p_A = p_{at} + 3\rho g a$, β) $p_A = p_{at} + 2\rho g a$,

γ) $p_A = p_{at} + \rho g a$, δ) $p_A = 2\rho g a$,

ii) Η δύναμη που το νερό ασκεί στην άνω βάση του δοχείου, η οποία έχει εμβαδόν A, έχει μέτρο:

α) $F = (p_{at} + 2\rho g a) \cdot A$, β) $F = (p_{at} - 2\rho g a) \cdot A$, γ) $F = (p_{at} + \rho g a) \cdot A$, δ) $F = \rho g a \cdot A$.

iii) Αν F_1 η δύναμη που ασκεί στο νερό η άνω βάση του δοχείου και F_2 η αντίστοιχη που ασκεί η κάτω βάση, να αποδείξετε ότι $F_2 - F_1 = w$, όπου w το βάρος του νερού που περιέχεται στο δοχείο.

Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας.

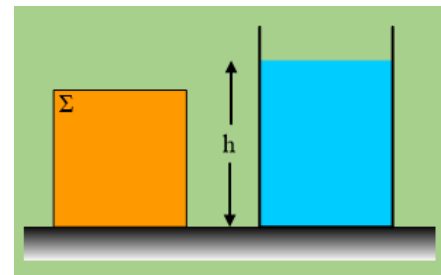
10) Από την δύναμη στο δάπεδο, στην δύναμη στον πυθμένα

Σε οριζόντιο επίπεδο ισορροπεί ένα σώμα Σ, σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, βάρους 1.000N και εμβαδού βάσης $A = 0,5\text{m}^2$.

i) Να βρεθεί η δύναμη που το σώμα Σ ασκεί στο δάπεδο στις εξής περιπτώσεις:

α) Έχει παραμείνει αέρας μεταξύ του σώματος και επιπέδου.

β) Έχει αφαιρεθεί ο αέρας (χρησιμοποιούμε το σώμα Σ σαν μια βεντούζα) μεταξύ σώματος και δαπέδου.



ii) Το ανοικτό κυλινδρικό δοχείο του σχήματος έχει εμβαδόν βάσης επίσης A και περιέχει νερό μέχρι ύψος $h=1\text{m}$.

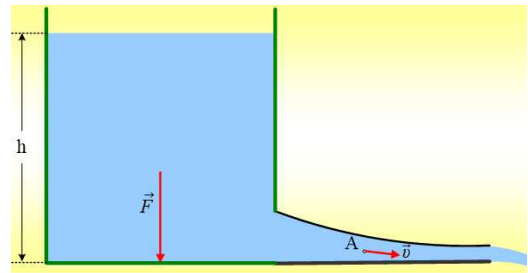
α) Να βρεθεί η δύναμη που το νερό ασκεί στον πυθμένα του δοχείου.

β) Να συγκριθεί η παραπάνω δύναμη με το βάρος του νερού που περιέχεται στο δοχείο.

Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{ατ}}=10^5\text{Pa}$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.

11) Η δύναμη στον πυθμένα και η πίεση...

Στο παραπάνω σχήμα, ένα μεγάλο κυλινδρικό δοχείο περιέχει νερό, ενώ κοντά στην βάση του υπάρχει ένας οριζόντιος σωλήνας, μεταβλητής διατομής, μέσω του οποίου εκρέει το νερό σε μια μόνιμη και στρωτή ροή. Στο σημείο A του σχήματος η ταχύτητα ροής είναι v και η πίεση p_1 .



i) Η δύναμη \vec{F} που ασκεί το νερό στον πυθμένα του δοχείου εμβαδού A , έχει με μέτρο:

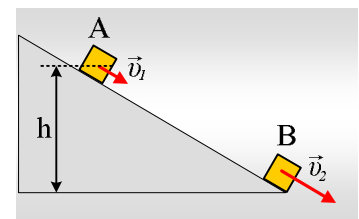
$$\alpha) F < (p_{\text{ατμ}} + \rho gh)A, \quad \beta) F = (p_{\text{ατμ}} + \rho gh)A, \quad \gamma) F > (p_{\text{ατμ}} + \rho gh)A$$

ii) Κλείνουμε με τάπα το δεξιό άκρο του σωλήνα και η ροή σταματά. Τότε η πίεση p_2 στο σημείο A θα αποκτήσει τιμή:

$$\alpha) p_2 < p_1 + \frac{1}{2}\rho v^2, \quad \beta) p_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho v^2, \quad \gamma) p_2 > p_1 + \frac{1}{2}\rho v^2$$

12) Πού οφείλεται η κίνηση σώματος και πού η ροή;

1) Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$, κατέρχεται κατά μήκος ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου κλίσεως $\theta=30^\circ$. Σε μια στιγμή περνά από τη θέση A με ταχύτητα \vec{v}_1 , ενώ μετά από λίγο φτάνει στη βάση του επιπέδου με ταχύτητα μέτρου $v_2=4\text{m/s}$, όπως στο σχήμα. Η κατακόρυφη απόσταση των σημείων A και B είναι $h=0,6\text{m}$.

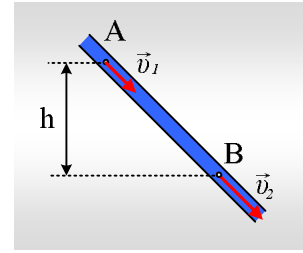


i) Να υπολογιστεί η απαραίτητη σταθερή δύναμη F , παράλληλη στο επίπεδο, που πρέπει να ασκηθεί στο σώμα, αν η ταχύτητα \vec{v}_1 έχει μέτρο:

$$\alpha) v_1=4\text{m/s}, \quad \beta) v_1=2\text{m/s}, \quad \gamma) v_1=1\text{m/s}.$$

ii) Πού οφείλεται η κίνηση του σώματος σε κάθε περίπτωση;

2) Στο διπλανό σχήμα δίνεται ένας πλάγιος σωλήνας, τμήμα ενός δικτύου ύδρευσης, όπου το νερό στο σημείο B ρέει με ταχύτητα μέτρου $v_2=4\text{m/s}$. Στο σημείο A το οποίο απέχει κατακόρυφη απόσταση $h=0,6\text{m}$ από το σημείο B, η ταχύτητα ροής είναι v_1 . Το νερό θεωρείται ιδανικό ρευστό πυκνότητας $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, η ροή μόνιμη και στρωτή, ενώ $p_B=20.000\text{Pa}$ και $g=10\text{m/s}^2$.

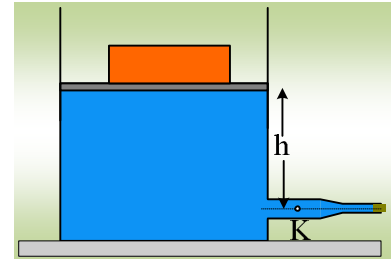


α) Να υπολογιστεί η πίεση στο σημείο A, όταν:

- i) Ο σωλήνας έχει σταθερή διατομή, όπως στο σχήμα.
 - ii) Η ταχύτητα στο σημείο A είναι $v_1=2\text{m/s}$. Ποια μορφή πρέπει να έχει ο σωλήνας στην περίπτωση αυτή;
 - iii) Η ταχύτητα στο σημείο A είναι $v_1=6\text{m/s}$. Ποια η αντίστοιχη μορφή του σωλήνα;
- β) Πού οφείλεται η ροή του νερού από το σημείο A στο B σε κάθε περίπτωση;

13) Ένα έμβολο κλείνει το δοχείο.

Στο σχήμα βλέπετε ένα μεγάλο δοχείο, το οποίο περιέχει νερό και το οποίο κλείνεται με βαρύ έμβολο, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές και πάνω στο οποίο έχουμε τοποθετήσει ένα βαρύ σώμα. Σε βάθος h από την πάνω επιφάνεια του νερού υπάρχει ένας οριζόντιος σωλήνας μεταβλητής διατομής, το δεξιό άκρο του οποίου κλείνεται με τάπα. Αν p_{at} η ατμοσφαιρική πίεση, ενώ το νερό θεωρείται ιδανικό ρευστό, με πυκνότητα ρ , τότε:



i) Η πίεση στο σημείο K έχει τιμή:

$$\alpha) p_K = p_{\text{at}}, \quad \beta) p_K = p_{\text{at}} + \rho gh, \quad \gamma) p_K > p_{\text{at}} + \rho gh, \quad \delta) p_K < p_{\text{at}} + \rho gh$$

Βγάζουμε την τάπα και αποκαθίσταται μια μόνιμη ροή με ταχύτητα εκροής στο άκρο του σωλήνα v .

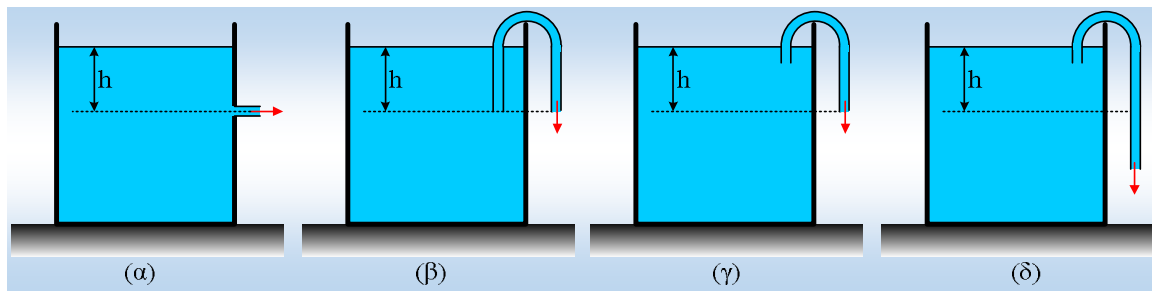
ii) Για την ταχύτητα εκροής v ισχύει:

$$\alpha) v < \sqrt{2gh}, \quad \beta) v = \sqrt{2gh}, \quad \gamma) v > \sqrt{2gh}.$$

iii) Για την πίεση τώρα στο σημείο K:

- α) Παρέμεινε σταθερή και ίση με αυτήν του i) ερωτήματος.
- β) Είναι μικρότερη της ατμοσφαιρικής πίεσης
- γ) Είναι ίση με την ατμοσφαιρική πίεση.
- δ) Είναι μεγαλύτερη της ατμοσφαιρικής πίεσης.
- ε) Έχει τιμή $p_K = \rho gh$.

14) Τέσσερις τρόποι άντλησης νερού.



Στα παραπάνω σχήματα βλέπουμε 4 τρόπους για εκροή νερού από μια μεγάλη δεξαμενή, όπου ο οριζόντιος σωλήνας στο σχήμα (α) και οι τρεις άλλοι σωλήνες (σιφόνια), όπου η άντληση γίνεται με αναρρόφηση, έχουν ίσες διατομές.

i) Για τις ταχύτητες εκροής στα σχήματα (α) και (β) ισχύει:

$$1) v_{\alpha} < v_{\beta}, \quad 2) v_{\alpha} = v_{\beta}, \quad 3) v_{\alpha} > v_{\beta}.$$

ii) Για τις παροχές στα δοχεία (β) και (γ) ισχύει:

$$1) \Pi_{\beta} < \Pi_{\gamma}, \quad 2) \Pi_{\beta} = \Pi_{\gamma}, \quad 3) \Pi_{\beta} > \Pi_{\gamma}.$$

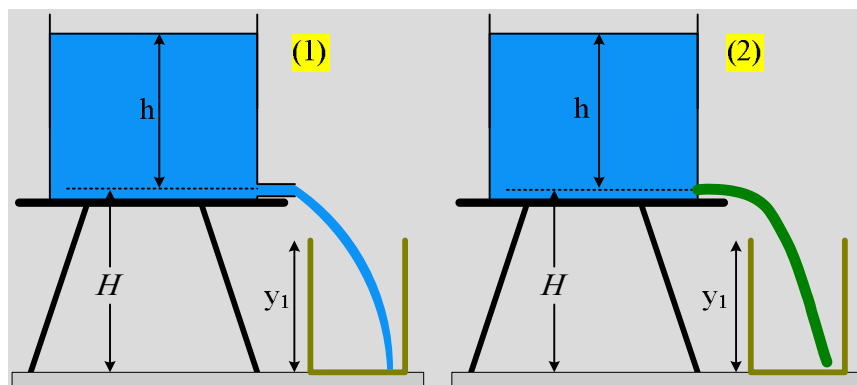
iii) Η σύγκριση των ταχυτήτων εκροής μεταξύ των δοχείων (γ) και (δ) μας δίνει:

$$1) v_{\gamma} < v_{\delta}, \quad 2) v_{\gamma} = v_{\delta}, \quad 3) v_{\gamma} > v_{\delta}.$$

iv) Να συγκριθούν οι συνολικοί χρόνοι εκροής νερού από τα δοχεία (γ) και (δ).

Να δικαιολογήσετε αναλυτικά τις απαντήσεις σας, θεωρώντας τις ροές ως μόνιμες και στρωτές ροές, ενός ιδανικού ρευστού.

15) Δύο εναλλακτικοί τρόποι άντλησης νερού



Από ένα υπερυψωμένο μεγάλο ντεπόζιτο, το οποίο περιέχει νερό σε ύψος h , πρόκειται να αντλήσουμε νερό για να γεμίσουμε ένα άδειο δοχείο όγκου V . Στο σχήμα βλέπουμε δύο ενδεχόμενα, όπου στο (1) στο κάτω μέρος του δοχείου υπάρχει ένας μικρός οριζόντιος σωλήνας διατομής A . Στο (2) έχουμε συνδέσει, στην ίδια θέση ένα λάστιχο εσωτερικής διατομής A , το οποίο καταλήγει στον πυθμένα του δοχείου.

i) Μόλις αρχίσει η ροή, το νερό θα φτάσει με μεγαλύτερη ταχύτητα στον πυθμένα:

α) του πρώτου δοχείου, β) του δεύτερου δοχείου, γ) θα φτάσει με την ίδια ταχύτητα και στα δυο δοχεία.

ii) Η αρχική παροχή θα είναι ίση και στις δυο περιπτώσεις ή όχι;

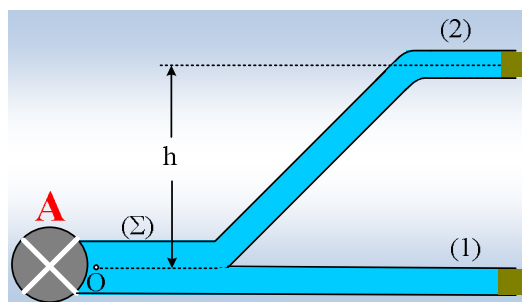
- iii) Η ταχύτητα ανόδου της επιφάνειας του νερού στο πρώτο δοχείο παραμένει σταθερή ή όχι;
- iv) Ποιο δοχείο θα γεμίσει πρώτο;

Να δικαιολογήσετε αναλυτικά τις απαντήσεις σας, θεωρώντας τις ροές μόνιμες και στρωτές ροές ενός ιδανικού ρευστού.

16) Η τροφοδοσία μιας κατοικίας.

Μια διώροφη κατοικία τροφοδοτείται με νερό μέσω μιας αντλίας, ο ρόλος της οποίας είναι να δημιουργεί σταθερή πίεση p_0 , στην αριστερή άκρη του οριζώντιου σωλήνα (Σ), με διατομή $A=10\text{cm}^2$.

Ο σωλήνας (Σ) διαχωρίζεται σε δύο άλλους σωλήνες (1) και (2), όπου ο πρώτος συνεχίζει σε οριζόντια διεύθυνση μεταφέροντας το νερό στο ισόγειο, ενώ ο δεύτερος ανεβάζει νερό στον πρώτο όροφο σε ύψος $h=3\text{m}$. Οι σωλήνες αυτοί, με διατομή $A_1=5\text{cm}^2$, κλείνονται στα άκρα τους με τάπες. Ανοίγουμε την τάπα στο άκρο του σωλήνα (1), οπότε το νερό εκρέει με ταχύτητα $v_1=4\sqrt{6}\text{ m/s}$.



- i) Να υπολογιστεί η πίεση που δημιουργεί η αντλία στο σημείο O.
- ii) Κλείνουμε την τάπα στο σωλήνα (1) και ανοίγουμε την τάπα στο άκρο του σωλήνα του πρώτου ορόφου. Ποια είναι η παροχή μέσω του σωλήνα (2), αν η πίεση στο σημείο O παραμένει όση στο προηγούμενο ερώτημα;

Ανοίγουμε ταυτόχρονα και τις δύο τάπες και ρυθμίζουμε έτσι την αντλία, ώστε η παροχή του πρώτου ορόφου να γίνει ίση με 1L/s .

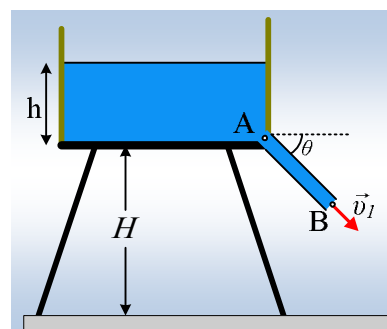
- iii) Να βρεθεί η παροχή από το σωλήνα του ισογείου.
- iv) Πόση είναι τώρα η πίεση που δημιουργεί η αντλία στην έξοδο της (σημείο O);

Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{at}=10^5\text{N/m}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$, ενώ όλες οι ροές να θεωρηθούν μόνιμες και στρωτές ροές ιδανικού ρευστού.

17) Η πίεση στο σωλήνα και η σπηλαιώση.

Στο σχήμα βλέπετε ένα υπερυψωμένο μεγάλο ντεπόζιτο, σε ύψος $H=10,8\text{m}$ από το έδαφος, το οποίο περιέχει νερό σε ύψος $h=2\text{m}$, στη βάση του οποίου έχει συνδεθεί ένας σωλήνας AB, μήκους $l=6\text{m}$ και διατομής $A=21\text{cm}^2$, ο οποίος σχηματίζει γωνία $\theta=30^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση.

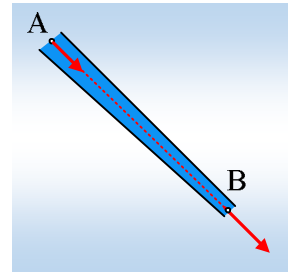
- i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα εκροής του νερού από το άκρο B του σωλήνα, καθώς και η παροχή του σωλήνα.
- ii) Πόση είναι η πίεση στην είσοδο A του σωλήνα;



Αν η πίεση σε κάποια περιοχή στο εσωτερικό του σωλήνα μηδενιστεί, τότε στην περιοχή αυτή εμφανίζονται

φυσαλίδες και το φαινόμενο ονομάζεται σπηλαιώση.

- iii) Ποιο είναι το μέγιστο μήκος του σωλήνα, ώστε να μην εμφανιστούν φαινόμενα σπηλαιώσης στο εσωτερικό του;
- iv) Θέλουμε ο σωλήνας να φτάσει στο έδαφος. Για να μην εμφανιστούν φαινόμενα σπηλαιώσης προτείνεται να αλλάξουμε τη διατομή του σωλήνα, ώστε στο άκρο A να έχουμε εμβαδόν διατομής $A_1=24\text{cm}^2$.
- α) Πώς θα μεταβάλλει αυτό την παροχή του σωλήνα;
- β) Ποια θα είναι τώρα η τιμή της πίεσης στο άκρο A του σωλήνα;

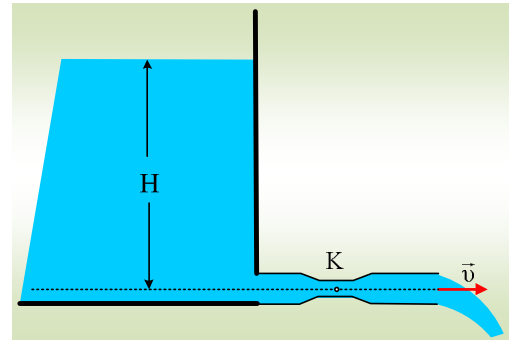


Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{ατ}}=10^5\text{Pa}$, $g=10\text{m/s}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, ενώ οι ροές να θεωρηθούν μόνιμες και στρωτές ροές ιδανικού ρευστού.

18) Μια στένωση σε σωλήνα

Στο διπλανό σχήμα, κοντά στον πυθμένα μιας μεγάλης δεξαμενής, σε βάθος H, έχει συνδεθεί ένας οριζόντιος σωλήνας, από το άκρο του οποίου εκρέει νερό με ορισμένη ταχύτητα. Ο σωλήνας παρουσιάζει μια περιοχή με στένωση.

Έστω ένα σημείο K στον άξονα του σωλήνα, στην περιοχή του στενώματος.



- i) Για την πίεση στο σημείο K ισχύει:

$$\alpha) p_K = p_{\text{ατμ}} + \rho g H, \quad \beta) p_K > p_{\text{ατμ}} + \rho g H, \quad \gamma) p_K = p_{\text{ατμ}}, \quad \delta) p_K < p_{\text{ατμ}}.$$

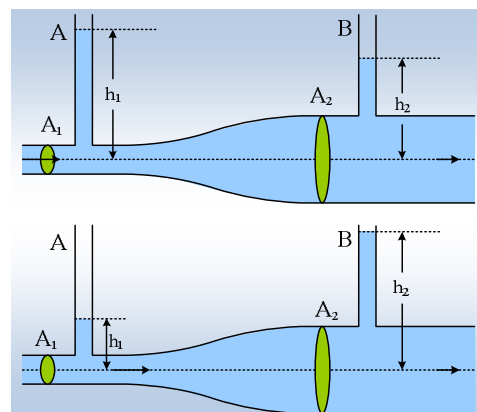
- ii) Αν $p_{\text{ατμ}} = 6\rho g H$, ενώ το εμβαδόν της διατομής στο στένωμα (A_1) είναι το μισό της υπόλοιπης διατομής του οριζόντιου σωλήνα (A), τότε η πίεση στο σημείο K, έχει τιμή:

$$\alpha) p_K = \frac{1}{3} p_{\text{ατμ}}, \quad \beta) p_K = \frac{1}{2} p_{\text{ατμ}}, \quad \gamma) p_K = \frac{3}{4} p_{\text{ατμ}}, \quad \delta) p_K = \frac{4}{3} p_{\text{ατμ}}.$$

Η παραπάνω ροή να θεωρηθεί μόνιμη και στρωτή ροή ενός ιδανικού ρευστού.

19) Οι ταχύτητες και οι πιέσεις σε ένα δίκτυο ύδρευσης

Σε ένα δίκτυο ύδρευσης ο κεντρικός οριζόντιος σωλήνας δεν έχει σταθερή διατομή. Θέλοντας να υπολογίσουμε την παροχή μέσω του δικτύου αυτού, επιλέγουμε μια περιοχή όπου ο σωλήνας με διατομή A_1 , ενώνεται με δεύτερο σωλήνα μεγαλύτερης διατομής A_2 . Στους δυο σωλήνες συνδέουμε δυο κατακόρυφους σωληνίσκους A και B, εντός των οποίων το νερό ανέρχεται σε κάποιο ύψος. Θεωρούμε τη ροή του νερού σαν μόνιμη και στρωτή ροή ενός ιδανικού ρευστού.



- i) Ποια είναι η εικόνα που θα πάρουμε, αυτή του πάνω ή αυτή

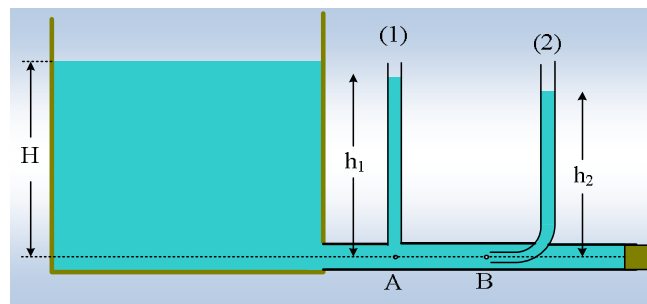
του κάτω σχήματος; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ii) Αν $A_2=3A_1$ και $|h_1-h_2|=h=0,4\text{m}$ να υπολογιστεί η ταχύτητα του νερού στο φαρδύ σωλήνα.

iii) Να υπολογιστεί η παροχή μέσω του δικτύου αν $A_1=200\text{cm}^2$.

20) Συγκοινωνούντα δοχεία και αποκοπή

Στο παραπάνω σχήμα, βλέπετε μια μεγάλη δεξαμενή με νερό σε ύψος $H=0,8\text{m}$, κοντά στη βάση της οποίας συνδέεται οριζόντιος σωλήνας διατομής $A=3\text{cm}^2$, ο οποίος κλείνεται στο άκρο του με τάπα. Στον οριζόντιο σωλήνα έχουν συνδεθεί οι σωλήνες (1) και (2), όπου το νερό έχει ανέλθει σε ύψη h_1 και h_2 αντίστοιχα.



- Να υπολογιστούν τα ύψη h_1 και h_2 του νερού στους δυο κατακόρυφους σωλήνες (ο σωλήνας (2) στο κάτω άκρο του έχει μια καμπυλότητα, όπως εμφανίζεται στο σχήμα), καθώς και η δύναμη που ασκείται από το νερό στην τάπα.
- Σε μια στιγμή ανοίγουμε την τάπα, οπότε αποκαθίσταται μια μόνιμη και στρωτή ροή του νερού.
 - Σε πόσο χρόνο μπορούμε να γεμίσουμε ένα κενό δοχείο όγκου 48L , με νερό που εξέρχεται από το δεξιά άκρο του οριζόντιου σωλήνα;
 - Να υπολογιστεί η πίεση στα σημεία A και B πάνω στον άξονα του οριζόντιου σωλήνα, βρίσκοντας και τα αντίστοιχα ύψη του νερού στους δυο σωλήνες.

Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{at}=10^5\text{Pa}$, το νερό θεωρείται ιδανικό ρευστό πυκνότητας $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και $g=10\text{m/s}^2$.

21) Μια «ιδιόμορφη ζυγαριά».

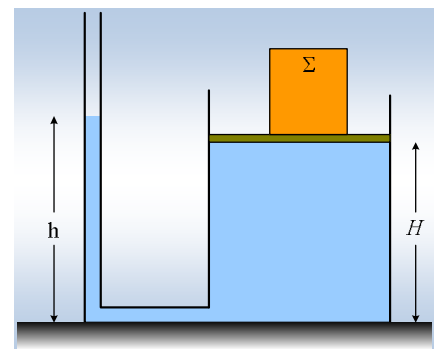
Το δεξιό κυλινδρικό δοχείο του σχήματος κλείνεται με έμβολο, εμβαδού $A=0,6\text{m}^2$ και αμελητέου βάρους και περιέχει νερό μέχρι ύψος $H=50\text{cm}$. Το δοχείο συνδέεται με λεπτό κατακόρυφο σωλήνα, όπως στο σχήμα, στον οποίο το νερό φτάνει μέχρι ύψος h .

- Για το ύψος h του νερού (χωρίς το σώμα Σ στο έμβολο) στον λεπτό σωλήνα, ισχύει:

$$\alpha) h < H, \quad \beta) h=H, \quad \gamma) h > H.$$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- Τοποθετούμε πάνω στο έμβολο ένα σώμα Σ , βάρους $w=600\text{N}$. Για να μην μετακινηθεί το έμβολο,



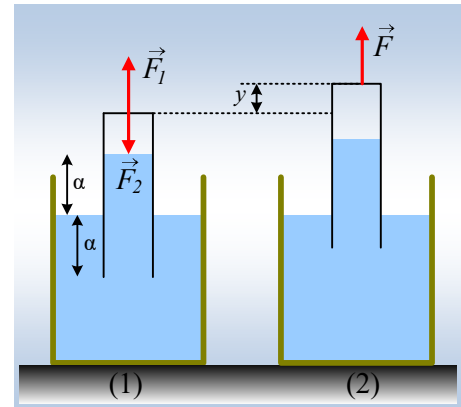
προτείνεται να προσθέσουμε νερό στον σωλήνα. Να υπολογισθεί το νέο ύψος της στήλης h_1 στο σωλήνα, ώστε να μην μετακινηθεί το έμβολο, παραμένοντας σε ύψος H .

- iii) Να υπολογιστεί το βάρος του νερού που προσθέσαμε στο σωλήνα, για να εξισορροπήσει την τοποθέτηση του σώματος Σ , πάνω στο έμβολο, αν ο σωλήνας έχει διατομή με εμβαδόν $S=4\text{cm}^2$.

Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και $g=10\text{m/s}^2$.

22) Ένας αντεστραμμένος σωλήνας

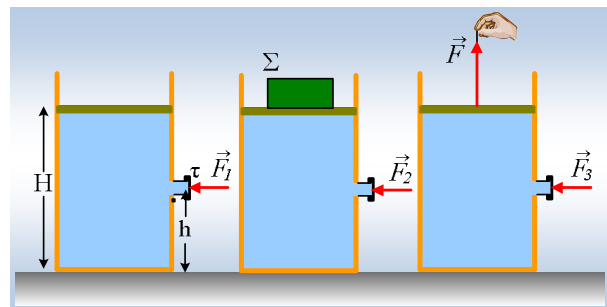
Σε ένα ανοικτό δοχείο με νερό έχουμε αντιστρέψει έναν κατακόρυφο σωλήνα, όπως στο σχήμα (1), όπου το νερό έχει ανέβει κατά a , όσο είναι και το βυθισμένο μέρος του σωλήνα. Το βάρος του σωλήνα θεωρείται αμελητέο.



- i) Για να συγκρατείται στη θέση του ο σωλήνας, πρέπει να του ασκούμε με το χέρι μας:
- Κατακόρυφη δύναμη προς τα πάνω, όπως η \vec{F}_1 .
 - Κατακόρυφη δύναμη προς τα κάτω, όπως η \vec{F}_2 .
 - Δεν απαιτείται η άσκηση κάποιας δύναμης.
- ii) Ασκώντας κατάλληλη δύναμη στο σωλήνα τον ανεβάζουμε κατά y , φέρνοντάς τον στη θέση που δείχνει το σχήμα (2). Τότε η στάθμη του νερού στο εσωτερικό του:
- Θα ανέβει, β) θα κατέβει, γ) θα παραμείνει στο ίδιο ύψος a .

23) Η δύναμη στην τάπα

Ένα δοχείο, κλείνεται με αβαρές έμβολο, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές, εμβαδού $S=0,2\text{m}^2$ και περιέχει νερό σε ύψος $H=1\text{m}$. Στο μέσον της στήλης του νερού, σε ύψος $h=\frac{1}{2}H$, υπάρχει ένας μικρός οριζόντιος σωλήνας διατομής $A=1\text{cm}^2$, ο οποίος κλείνεται με μια τάπα.



Για να μην φεύγει η τάπα, απαιτείται να της ασκήσουμε οριζόντια δύναμη \vec{F}_1 , όπως στο σχήμα.

- Να υπολογιστεί το μέτρο της απαραίτητης δύναμης \vec{F}_1 για την ισορροπία του εμβόλου.
- Τοποθετούμε πάνω στο έμβολο ένα βαρύ σώμα Σ , με αποτέλεσμα να απαιτείται να αυξήσουμε την ασκούμενη δύναμη στο έμβολο στην τιμή $F_2=0,6\text{N}$. Να υπολογιστεί το βάρος του σώματος Σ .
- Αφαιρούμε το σώμα Σ και με τη βοήθεια ενός νήματος που έχουμε δέσει στο έμβολο, του ασκούμε μια κατακόρυφη δύναμη \vec{F} , όπως στο τρίτο σχήμα, μέτρου $F=200\text{N}$.
 - Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης F_3 που πρέπει να ασκούμε στην τάπα για την ισορροπία της.

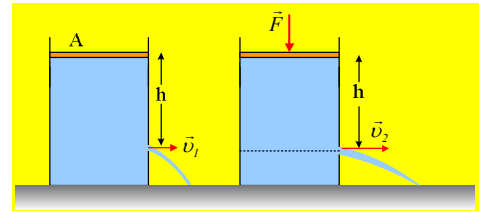
β) Πόση δύναμη ασκεί το νερό στον πυθμένα του δοχείου και πόση στο έμβολο;

Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{at}=10^5\text{Pa}$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και $g=10\text{m/s}^2$. Σημειώνεται ακόμη ότι, λέγοντας αβαρές έμβολο, εννοούμε ένα έμβολο το οποίο έχει βάρος, αλλά το θεωρούμε αμελητέο.

24) Ας αυξήσουμε την ταχύτητα εκροής

Ένα μεγάλο δοχείο με νερό κλείνεται με αβαρές έμβολο και περιέχει νερό. Σε βάθος h από την πάνω επιφάνεια του νερού υπάρχει μια μικρή οπή από την οποία εκρέει το νερό με ταχύτητα v_1 .

Αν ασκήσουμε στο έμβολο κατακόρυφη δύναμη F με μέτρο ίσο με το οκταπλάσιο του βάρους του νερού στο τμήμα του δοχείου πάνω από το οριζόντιο επίπεδο που περνάει από την οπή, τότε η ταχύτητα εκροής του νερού v_2 θα είναι ίση:

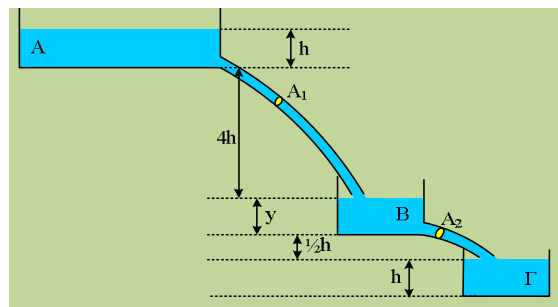


α) $v_2=2v_1$, β) $v_2=3v_1$, γ) $v_2=4v_1$, δ) $v_2=8v_1$.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

25) Από δεξαμενή σε δεξαμενή

Στο διπλανό σχήμα βλέπετε μια μεγάλη δεξαμενή A που περιέχει νερό σε βάθος h , από την βάση της οποίας ξεκινά ένας σωλήνας διατομής A_1 , μέσω του οποίου τροφοδοτείται μια δεύτερη δεξαμενή B. Από τη βάση της B δεξαμενής ξεκινά ένας δεύτερος σωλήνας διπλάσιας διατομής ($A_2=2A_1$), ο οποίος μεταφέρει νερό σε μια τρίτη δεξαμενή Γ. Στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι κατακόρυφες αποστάσεις, μεταξύ των διαφόρων επιφανειών. Αν το ύψος y του νερού στη δεξαμενή B δεν μεταβάλλεται με το χρόνο, τότε το ύψος y είναι ίσο:

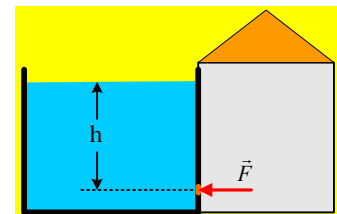


α) $y=0,5h$, β) $y=0,75h$, γ) $y=1h$, δ) $y=1,25h$.

Η δεξαμενή A θεωρείται πολύ μεγάλη και η στάθμη του νερού στο εσωτερικό της παραμένει πρακτικά σταθερή.

26) Αντιστοιχίσεις και μοντέλα.

Έχουμε μια μεγάλη ανοικτή δεξαμενή, στην πλευρική πλευρά της οποίας υπάρχει ένα δωμάτιο το οποίο μπορεί να κλείνεται αεροστεγώς. Σε βάθος $h=5\text{m}$ από την επιφάνεια της δεξαμενής υπάρχει μια μικρή οπή εμβαδού $A=2\text{cm}^2$, η οποία κλείνεται με μια τάπα, η οποία μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Για την ισορροπία της τάπας και την μη εκροή νερού από την οπή, απαιτείται η άσκηση οριζόντιας δύναμης F , όπως στο σχήμα.



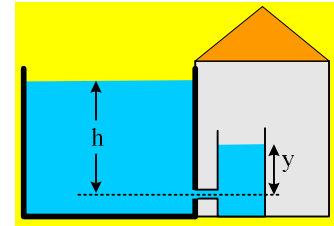
i) Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης F , αν η πίεση στο δωμάτιο είναι ίση με την ατμοσφαιρική $p_{at}=10^5\text{Pa}$.

ii) Αυξάνουμε την πίεση στο εσωτερικό του δωματίου στην τιμή $p_1=1,5\cdot 10^5\text{N/m}^2$. Πόση οριζόντια δύναμη

πρέπει να ασκούμε στην τάπα για την ισορροπία της;

iii) Ανοίγουμε το δωμάτιο οπότε η πίεση στο εσωτερικό του, γίνεται ίση με την ατμοσφαιρική. Αφαιρούμε την τάπα. Ποια η ταχύτητα εκροής, μόλις αποκατασταθεί μόνιμη ροή;

iv) Κλείνουμε ξανά την οπή, κλείνουμε και το δωμάτιο και αυξάνουμε την πίεση στο εσωτερικό του στην τιμή $p_2=1,36 \cdot 10^5 \text{Pa}$. Στη συνέχεια αφαιρούμε την τάπα. Να βρεθεί η ταχύτητα εκροής του νερού από την οπή.

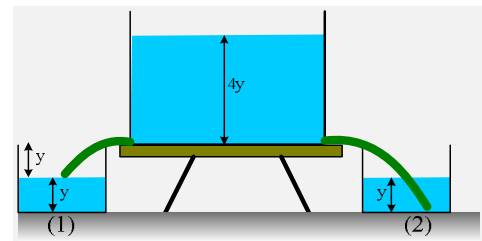


v) Ανοίγουμε το δωμάτιο και συνδέουμε ένα μικρό σωλήνα στην οπή, ο οποίος μεταφέρει νερό σε ένα μεγάλο δοχείο όπως στο σχήμα. Να υπολογιστεί η ταχύτητα εκροής τη στιγμή που το νερό έχει ανέβει στο δοχείο σε ύψος $y=1,8\text{m}$.

Το νερό να θεωρηθεί ιδανικό ρευστό πυκνότητας $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, οι ροές μόνιμες, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

27) Ξανά το γέμισμα δύο δοχείων

Από μια υπερυψωμένη δεξαμενή νερού, πρόκειται να γεμίσουμε δύο όμοια δοχεία (1) και (2), κυλινδρικού σχήματος και ύψους $2y$. Για το γέμισμα χρησιμοποιούμε δυο όμοια λάστιχα-σωλήνες διατομής A_1 , τα οποία συνδέονται κοντά στον πυθμένα της δεξαμενής σε βάθος $4y$, από την επιφάνειά της. Κατά τη διάρκεια του γεμίσματος



του πρώτου δοχείου, προσέχουμε κάθε στιγμή το άκρο του σωλήνα-λάστιχου να έρχεται σε επαφή με την επιφάνεια του νερού, ενώ στο δεύτερο δοχείο ο σωλήνας καταλήγει στον πυθμένα του δοχείου. Για τις θέσεις του σχήματος, όπου το ύψος του νερού στα δοχεία είναι y :

i) Αν η ταχύτητα εκροής στο (1) δοχείο είναι v_1 και η αντίστοιχη ταχύτητα στο (2) δοχείο v_2 , ισχύει:

$$\alpha) v_1 < v_2, \quad \beta) v_1 = v_2, \quad \gamma) v_1 > v_2.$$

ii) Αν το εμβαδόν βάσης των δοχείων είναι A , τότε για τις δύο παροχές ισχύει:

$$\alpha) \Pi_1=A_1 \cdot v_1 \text{ και } \Pi_2=A \cdot v_2.$$

$$\beta) \Pi_1=A_1 \cdot v_1 \text{ και } \Pi_2=A_1 \cdot v_2.$$

$$\gamma) \Pi_1=A \cdot v_1 \text{ και } \Pi_2=A \cdot v_2.$$

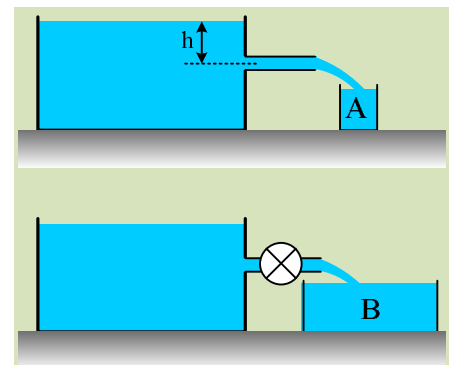
Το νερό να θεωρηθεί ιδανικό ρευστό, καθώς και οι ροές μόνιμες και στρωτές και στις δύο περιπτώσεις.

28) Μια αντλία, γιατί βιαζόμαστε...

Με τη βοήθεια ενός σωλήνα σταθερής διατομής, γεμίζουμε ένα δοχείο A με νερό όγκου $4L$, από μια μεγάλη δεξαμενή, όπου το νερό εξέρχεται από βάθος $h=0,2\text{m}$, σε χρονικό διάστημα 10s .

i) Ποια η ταχύτητα εκροής του νερού και πόσο το εμβαδόν της διατομής της φλέβας τη στιγμή της εξόδου, την οποία θεωρούμε ίση με τη διατομή του οριζόντιου σωλήνα;

ii) Προκειμένου να γεμίσουμε ένα μεγαλύτερο δοχείο B με νερό



όγκου 40L, παρεμβάλουμε στον ίδιο σωλήνα, μια αντλία. Το αποτέλεσμα είναι το δοχείο B να γεμίζει σε χρόνο 40s.

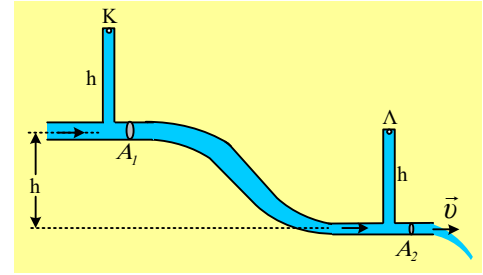
α) Να βρεθεί η νέα ταχύτητα εκροής του νερού.

β) Πόση είναι η ισχύς της αντλίας (ο ρυθμός με τον οποίο παρέχει ενέργεια στο νερό η αντλία);

Το νερό να θεωρηθεί ιδανικό ρευστό πυκνότητας $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, καθώς και οι ροές μόνιμες και στρωτές και στις δύο περιπτώσεις, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

29) Άλλο ένα τμήμα δικτύου.

Στο σχήμα βλέπετε ένα τμήμα ενός δικτύου ύδρευσης, όπου στα οριζόντια τμήματα έχουμε σωλήνες με σταθερές διατομές A_1 και A_2 , όπου $A_1=2A_2$. Οι δυο σωλήνες απέχουν κατακόρυφα κατά h , ενώ πάνω τους έχουμε προσαρμόσει δυο λεπτούς κατακόρυφους σωλήνες, ύψους h , κλειστούς στα πάνω άκρα τους, οι οποίοι έχουν γεμίσει με νερό, χωρίς να έχει εγκλωβιστεί αέρας στο εσωτερικό τους. Αν η ταχύτητα εκροής από το δεξιό άκρο του λεπτού σωλήνα, συνδέεται με το ύψος h με την σχέση $3v^2=8gh$ όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας, τότε για τις πιέσεις στα σημεία K και Λ, στις πάνω βάσεις των δύο κατακόρυφων σωλήνων ισχύει:

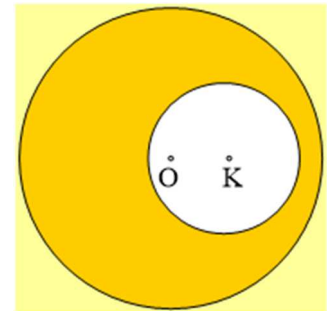


- i) $p_K > p_\Lambda$, ii) $p_K = p_\Lambda$, iii) $p_K < p_\Lambda$.

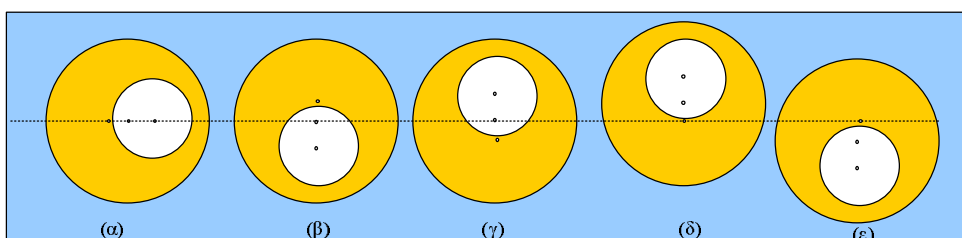
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

30) Μια κοίλη σφαίρα και η άνωση

Από μια ομογενή σφαίρα ακτίνας R , έχουμε αφαιρέσει μια σφαιρική περιοχή ακτίνας $r = \frac{1}{2}R$, το κέντρο της οποίας K, απέχει $d=14\text{cm}$ από το κέντρο O της σφαίρας.



- i) Να βρεθεί το κέντρο μάζας Σ της κοίλης σφαίρας.
- ii) Η κοίλη σφαίρα βυθίζεται σε ένα δοχείο με νερό σε ορισμένο βάθος και αφήνοντάς την, παρατηρούμε ότι παραμένει στη θέση της (δεν ανεβαίνει, ούτε κατεβαίνει). Να υπολογιστεί η πυκνότητα του υλικού από το οποίο είναι κατασκευασμένη, αν η πυκνότητα του νερού είναι $\rho=1\text{g/cm}^3$.
- iii) Η παραπάνω σφαίρα αφήνεται στη θέση που φαίνεται στο (α) σχήμα, σε ορισμένο βάθος μέσα στο δοχείο με το νερό. Θα ισορροπήσει; Αν όχι, ποιο από τα διπλανά σχήματα δείχνει την τελική θέση ισορροπίας της;



31) Το γέμισμα δύο δοχείων.

Θέλουμε να αντλήσουμε νερό από μια υπερυψωμένη δεξαμενή, μέσω ενός σωλήνα-λάστιχου και να γεμίσουμε δύο δοχεία, ίδιου όγκου. Αυτό μπορούμε να το κάνουμε, με τους τρόπους που περιγράφονται στο διπλανό σχήμα.

Για το A δοχείο, χρησιμοποιούμε ένα κοντό λάστιχο, μετακινώντας το κάτω άκρο του, ώστε να βρίσκεται διαρκώς στην επιφάνεια του νερού στο δοχείο. Με τον τρόπο αυτό, για να γεμίσουμε το δοχείο απαιτείται χρόνος $t_1 = 50\text{s}$.

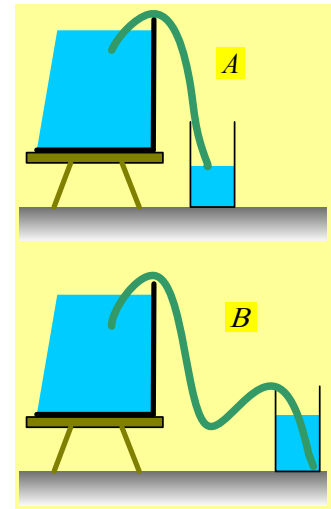
Το δοχείο B, το γεμίζουμε χρησιμοποιώντας ένα όμοιο αλλά μακρύτερο λάστιχο, προσέχοντας το άκρο του να ακουμπά συνεχώς στη βάση του δοχείου.

- i) Αν η ροή του νερού, θεωρηθεί ροή ιδανικού ρευστού, τότε για να γεμίσει το δοχείο B, θα απαιτηθεί χρονικό διάστημα:

$$\alpha) t_2 = 40\text{s}, \quad \beta) t_2 = 50\text{s}, \quad \gamma) t_2 = 60\text{s}.$$

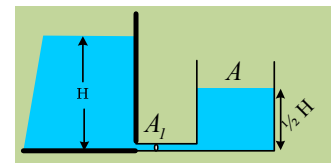
- ii) Στην πραγματικότητα βέβαια το νερό δεν είναι ιδανικό ρευστό αλλά πραγματικό! Τότε για να γεμίσει το B δοχείο θα απαιτηθεί χρονικό διάστημα:

$$\alpha) t_2 = 40\text{s}, \quad \beta) t_2 = 50\text{s}, \quad \gamma) t_2 = 60\text{s}.$$



32) Η παροχή από μια δεξαμενή.

Στο διπλανό σχήμα βλέπετε τη σύνδεση ενός μεγάλου κυλινδρικού δοχείου, με εμβαδό βάσης A, με μια δεξαμενή, μέσω οριζώντιου σωλήνα διατομής A_1 , με στόχο το γέμισμά του. Το ύψος του νερού στη δεξαμενή είναι H, ενώ στο δοχείο $\frac{1}{2}H$. Τη στιγμή αυτή, ο όγκος του νερού στο δοχείο αυξάνεται με ρυθμό:

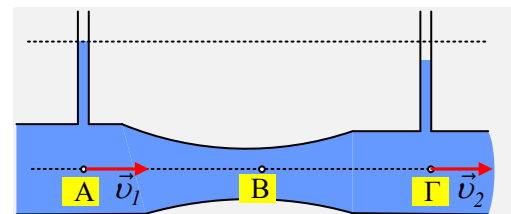


$$\alpha) A_1 \sqrt{2gH}, \quad \beta) A_1 \sqrt{gH}, \quad \gamma) A \sqrt{2gH}, \quad \delta) A \sqrt{gH}$$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας, θεωρώντας τη ροή ως μόνιμη ροή ιδανικού ρευστού.

33) Τμήμα ενός δικτύου ύδρευσης

Στο σχήμα βλέπετε ένα τμήμα δικτύου ύδρευσης, μεταβλητής διατομής, όπου πάνω από τα σημεία A και Γ έχουν συνδεθεί δύο λεπτοί ανοικτοί κατακόρυφοι σωλήνες, στους οποίους υπάρχει κάποια άνοδος νερού.



- i) Μια μικρή ποσότητα νερού, μετακινείται από το σημείο A στο σημείο B. Στην διαδρομή αυτή, η παραπάνω ποσότητα νερού:
- επιταχύνεται,
 - επιβραδύνεται,
 - κινείται με σταθερή ταχύτητα.
- ii) Για τις ταχύτητες του νερού v_1 και v_2 στα σημεία A και Γ ισχύει:

$$\alpha) v_1 < v_2, \quad \beta) v_1 = v_2, \quad \gamma) v_1 > v_2.$$

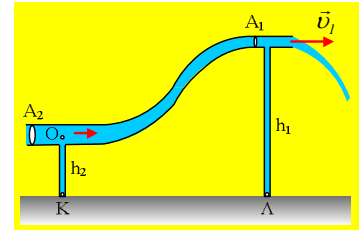
iii) Για τα εμβαδά διατομής A_1, A_2 στα σημεία A και Γ, ισχύει:

$$\alpha) A_1 < A_2, \quad \beta) A_1 = A_2, \quad \gamma) A_1 > A_2.$$

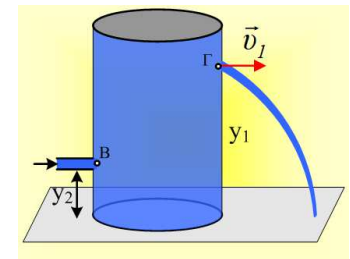
Το νερό να θεωρηθεί ως ιδανικό ρευστό και η ροή του μόνιμη.

34) Η φλέβα και ο νόμος Bernoulli.

Στο διπλανό σχήμα βλέπετε ένα τμήμα ενός δικτύου ύδρευσης, όπου στο δεξιό άκρο, το νερό εκρέει με ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$. Στους δύο οριζόντιους σωλήνες έχουν συνδεθεί δύο άλλοι λεπτοί κατακόρυφοι σωλήνες, κλειστοί στα κάτω άκρα τους, οι οποίοι στηρίζονται στο έδαφος, με ύψη $h_1=3\text{m}$ και $h_2=1\text{m}$. Οι δυο οριζόντιοι σωλήνες έχουν διατομές $A_1=2\text{cm}^2$ και $A_2=4\text{cm}^2$.



- Να υπολογιστεί η παροχή του δικτύου καθώς και η ταχύτητα ροής στο σημείο O, πάνω από τον κατακόρυφο σωλήνα με ύψος h_2 .
- Να βρεθεί η πίεση στα σημεία K και Λ, στη βάση των δύο λεπτών σωλήνων.
- Μια μεγάλη κλειστή κυλινδρική δεξαμενή, έχει στο πλευρικό της τοίχωμα οπή εμβαδού $A_1=2\text{cm}^2$, σε ύψος $y_1=3\text{m}$ από τη βάση της. Η οπή αρχικά είναι κλειστή. Η δεξαμενή τροφοδοτείται εσωτερικά από σωλήνα, ο οποίος βρίσκεται σε ύψος $y_2=1\text{m}$ από τον πυθμένα της, με διατομή $A_2=4\text{cm}^2$, είναι δε γεμάτη με νερό, χωρίς να υπάρχει καθόλου αέρας στο εσωτερικό της. Κάποια στιγμή ανοίγουμε την οπή, οπότε μόλις αποκατασταθεί μόνιμη ροή, η φλέβα του νερού που εξέρχεται, έχει ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$. Θέλοντας κάποιος να ελέγξει αν η κατάσταση είναι ίδια με την περίπτωση του παραπάνω δικτύου ύδρευσης, ακολουθώντας την ίδια πορεία, υπολογίζει τις πιέσεις στην είσοδο του νερού στη δεξαμενή (σημείου B) και στη βάση της δεξαμενής.

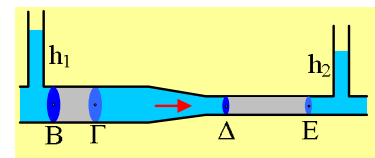


Σε τι συμπέρασμα καταλήγει;

Οι δυο ροές να θεωρηθούν μόνιμες ροές ιδανικού ρευστού με πυκνότητα $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p_{at}=10^5\text{Pa}$.

35) Η ροή σε έναν οριζόντιο σωλήνα.

Στο διπλανό σχήμα, βλέπετε ένα οριζόντιο σωλήνα εντός του οποίου έχουμε μια μόνιμη ροή υγρού, το οποίο θεωρούμε ως ιδανικό ρευστό. Οι διατομές στα σημεία B και Δ είναι $A_1=6\text{cm}^2$ και $A_2=2\text{cm}^2$ αντίστοιχα, ενώ η ταχύτητα ροής στο σημείο B είναι ίση με $v_1=0,1\text{m/s}$. Στον κατακόρυφο σωλήνα που έχει προσαρμοσθεί στο φαρδύ σωλήνα, το υγρό έχει ανέβει κατά $h_1=20\text{cm}$.



- Να βρεθεί η ταχύτητα ροής του υγρού στο λεπτό μέρος του σωλήνα.
- Να υπολογισθεί η μεταβολή της κινητικής ενέργειας μιας ποσότητας υγρού, μάζας $m=0,1\text{kg}$ μεταξύ των

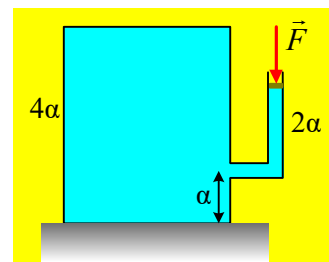
σημείων Β και Γ, κατά τη μετάβασή της στον λεπτό σωλήνα (μεταξύ των διατομών Δ και Ε).

- iii) Η παραπάνω μεταβολή της κινητικής ενέργειας, οφείλεται σε κάποιο έργο. Ποιο είναι το αντίστοιχο έργο που παράγεται πάνω στην παραπάνω ποσότητα υγρού; Το έργο αυτό, συνδέεται με τις πιέσεις στο εσωτερικό του σωλήνα;
- iv) Να υπολογιστεί η άνοδος του υγρού h_2 στον κατακόρυφο σωλήνα που έχει προσαρμοσθεί στον λεπτό σωλήνα;

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.

36) Ένα Β' θέμα με κλειστό δοχείο

Σε οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ένα κυλινδρικό δοχείο ύψους $H=4a$ γεμάτο πλήρως με νερό. Σε ύψος $h_1=a$ από τη βάση του υπάρχει ένας οριζόντιος σωλήνας διατομής A , ο οποίος μετά από λίγο γίνεται κατακόρυφος και στο πάνω άκρο του κλείνεται με αβαρές έμβολο, στο οποίο ασκούμε κατακόρυφη δύναμη F , όπως στο σχήμα. Το νερό στο σωλήνα έχει ύψος $h_2=2a$.



Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

- i) Μέσω του εμβόλου «επιβάλλεται» εξωτερική πίεση στο νερό ίση με $p_{εξ}=p_{ατμ}+F/A$.
- ii) Η πίεση στην πάνω έδρα του κυλίνδρου σύμφωνα με την αρχή του Pascal είναι ίση με:

$$p_1=p_{εξ}+p_{υδρ}=p_{ατμ}+F/A$$

- iii) Η πίεση στην κάτω έδρα του κυλίνδρου, σύμφωνα με την αρχή του Pascal, είναι ίση με:

$$p_2=p_{εξ}+p_{υδρ}=p_{ατμ}+F/A+ρg\cdot 4a.$$

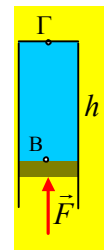
- iv) Η δύναμη που ασκεί το νερό στην πάνω έδρα του δοχείου, εμβαδού S , είναι ίση:

$$F_1=(p_{εξ}-ρg\alpha)\cdot S.$$

Το νερό θεωρείται ιδανικό ασυμπίεστο ρευστό.

37) Πιέσεις και «υδροστατική πίεση»...

Ο δοκιμαστικός σωλήνας του σχήματος, συγκρατείται με το ένα μας χέρι σε κατακόρυφη θέση, ενώ περιέχει ένα ιδανικό και ασυμπίεστο υγρό, πυκνότητας $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, κλείνεται δε με έμβολο βάρους $w=2\text{N}$, στο οποίο ασκούμε, με το άλλο μας χέρι, μια κατακόρυφη δύναμη, όπως στο σχήμα, μέτρου $F=10\text{N}$. Η διατομή του σωλήνα είναι $A=1\text{cm}^2$ και το ύψος της στήλης του υγρού $h=20\text{cm}$.

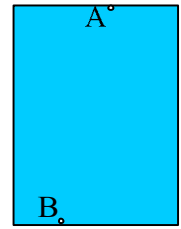


- i) Να υπολογιστεί η πίεση στο σημείο Β του υγρού, που βρίσκεται σε επαφή με το έμβολο.
- ii) Πόση είναι η «υδροστατική» πίεση στο σημείο Β και πόση η «εξωτερική» πίεση;
- iii) Αν το μήκος του υγρού στο σωλήνα ήταν $h_1=40\text{cm}$, τι διαφορετικό θα είχαμε, όσον αφορά την πίεση στο σημείο Β;

iv) Πόση είναι η πίεση στο πάνω μέρος του σωλήνα, στο σημείο Γ για ύψη h και h_1 της στήλης του υγρού; Δίνεται $\rho_{\alpha\tau}=10^5\text{N/m}^2$ και $g=10\text{m/s}^2$.

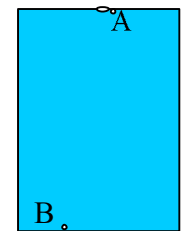
38) Οι πιέσεις σε κλειστό δοχείο

Έστω ένα κλειστό δοχείο, κυλινδρικού σχήματος, «πλήρες ύδατος». Με τη φράση αυτή εννοούμε ότι είναι γεμάτο με νερό, χωρίς να υπάρχει καθόλου αέρας στο εσωτερικό του. Στα επόμενα επίσης θα θεωρήσουμε ότι το νερό είναι ασυμπίεστο υγρό, ενώ όλες οι αναφορές μας γίνονται παρουσία αέρα στην επιφάνεια της Γης. Ας εξετάσουμε μερικές περιπτώσεις, ανιχνεύοντας το σωστό και το λάθος.

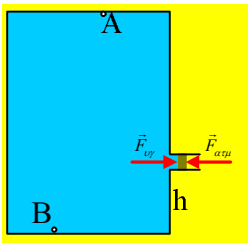


i) Πόση είναι η πίεση στο σημείο A της πάνω έδρας του και πόση είναι η τιμή της πίεσης στο σημείο B, στον πυθμένα του δοχείου;

ii) Στο παραπάνω δοχείο, το οποίο έχει ύψος $H=2\text{m}$, ανοίγουμε μια τρύπα στο σημείο A. Ποιες είναι τώρα οι τιμές της πίεσης στα σημεία A και B;



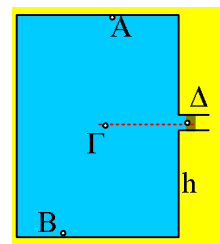
iii) Στο παραπάνω δοχείο έχει προσαρμοσθεί ένας μικρός σωλήνας σε ύψος $h=H/4$ από τον πυθμένα του, ο οποίος κλείνεται με έμβολο, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές.



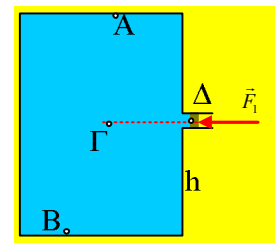
α) Πόση είναι τώρα η πίεση στα σημεία A και B;

β) Τι θα συμβεί αν αφαιρέσουμε το έμβολο; Θα χυθεί το νερό;

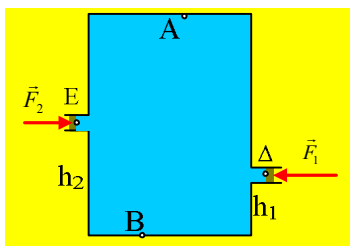
iv) Και αν το έμβολο βρισκόταν σε ύψος $h = 1/2 H$ ποιες οι τιμές της πίεσης στα σημεία A και B;



v) Και αν σπρώξουμε το έμβολο ασκώντας του κάποια δύναμη F_1 , όπως στο σχήμα; Έστω η παραπάνω περίπτωση με το έμβολο σε ύψος $h = 1/2 H$.



vi) Και αν στο δοχείο έχουμε δύο έμβολα; Ποιο σημείο θα λάβουμε ως σημείο αναφοράς που θα καθορίσει τις τιμές της πίεσης; Έστω η κατάσταση, όπως στο διπλανό σχήμα, όπου τα δύο έμβολα βρίσκονται σε ύψη $h_1 = 1/4 H$ και $h_2 = 1/2 H$ με το ίδιο εμβαδόν A_1 και μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές, ενώ δέχονται δυνάμεις F_1 και F_2 .

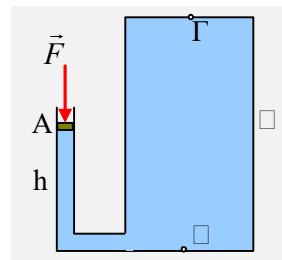


vii) Να βρείτε ποια σχέση πρέπει να ικανοποιούν οι δυο δυνάμεις F_1 και F_2 .

viii) Να βρεθούν οι τιμές της πίεσης στα σημεία A και B.

39) Το έμβολο και οι πιέσεις.

2) Ένα κυλινδρικό δοχείο ύψους $H=2\text{m}$ είναι γεμάτο νερό, ενώ κοντά στη βάση του έχει προσαρμοσθεί κατακόρυφος σωλήνας ύψους $h=1\text{m}$ και διατομής $A=4\text{cm}^2$, ο οποίος κλείνεται με αβαρές έμβολο, στο οποίο ασκούμε κατακόρυφη δύναμη $F=20\text{N}$, όπως στο σχήμα.

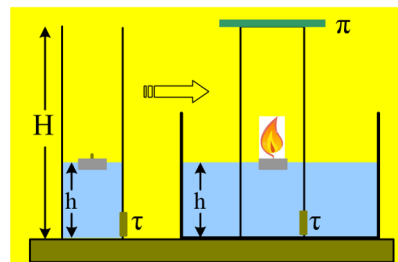


- Να υπολογιστούν οι πιέσεις στα σημεία Β και Γ, στην κάτω και άνω βάση του κυλινδρικού δοχείου αντίστοιχα.
- Αν αρχίσουμε να μειώνουμε την ασκούμενη δύναμη F , τι θα συμβεί με την πίεση στο σημείο Γ; Ποια η ελάχιστη δύναμη που το υγρό μπορεί να ασκεί στην άνω βάση του κυλίνδρου, η οποία έχει εμβαδόν $A_1=0,6\text{m}^2$;
- Αν αφαιρέσουμε το έμβολο θα χυθεί το νερό από το σωλήνα; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- Η δύναμη που θα ασκεί τελικά το νερό στη κάτω βάση του κυλίνδρου θα είναι μεγαλύτερη, ίση ή μικρότερη του βάρους του νερού που περιέχεται στο δοχείο;

Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{at}}=10^5\text{ Pa}$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

40) Το νερό ανεβαίνει λόγω καύσης

Έχουμε μια μεγάλη λεκάνη με νερό και ένα κυλινδρικό ανοικτό δοχείο με βάση Α και ύψος $H=20\text{cm}$, εντός του οποίου ρίχνουμε νερό. Στη συνέχεια, στην επιφάνειά του τοποθετούμε ένα κεράκι ρεσώ, το οποίο επιπλέει, όπως στο αριστερό σχήμα, με αποτέλεσμα το ύψος του νερού να είναι $h=5\text{cm}$. Παίρνουμε το δοχείο και το τοποθετούμε μέσα στη λεκάνη, κλείνοντάς το αεροστεγώς από πάνω, με μια βαριά πλάκα και



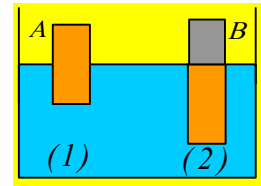
συμπληρώνουμε νερό στη λεκάνη μέχρι να φτάσει επίσης σε ύψος h . Κάποια στιγμή, μέσω κατάλληλου ηλεκτρονικού μηχανισμού ανάβουμε το κεράκι. Το κεράκι καίγεται για μικρό χρονικό διάστημα και στη συνέχεια σβήνει. Αφήνουμε λίγο χρόνο να ψυχθεί το περιεχόμενο του δοχείου και να αποκτήσει την αρχική του θερμοκρασία και κατόπιν ανοίγουμε μια μικρή τάπα εμβαδού $A_1=0,5\text{cm}^2$, στην πλευρά του δοχείου, πολύ κοντά στη βάση του, οπότε βλέπουμε νερό να εισχωρεί στο δοχείο, με αποτέλεσμα να ανεβαίνει η στάθμη στο εσωτερικό του, σε ύψος $h_1=7\text{cm}$, ενώ δεν παρατηρούμε εμφανή μεταβολή της στάθμης του νερού της λεκάνης.

- Γιατί λέτε να έσβησε το κερί;
- Να υπολογίσετε την τελική πίεση των αερίων στο εσωτερικό του κυλίνδρου, μετά το άνοιγμα της τάπας.
- Υπολογίστε τη συνολική δύναμη που δέχεται η τάπα, από το νερό, πριν το άνοιγμά της.
- Το κερί είναι ένας υδρογονάνθρακας, που η καύση του παράγει CO_2 και υδρατμούς. Θεωρούμε ότι το κεράκι έσβησε όταν κατανάλωσε όλο το O_2 και πριν ανοίξουμε την τάπα οι υδρατμοί υγροποιούνται ενώ το CO_2 απορροφάται πλήρως από το νερό. Να εξετάσετε αν τα αποτελέσματα του πειράματος δικαιολογούν αυτές τις υποθέσεις.

Δίνονται: η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, $g=10\text{m/s}^2$, η σύσταση του αέρα είναι 20% κ.ο. O_2 και 80% κ.ο. N_2 , ενώ $p_{\text{at}}=10^5\text{Pa}$.

41) Δυνάμεις από και προς... σε κύλινδρο που ισορροπεί

Ένας κύλινδρος Α βάρους w ισορροπεί βυθισμένος σε υγρό, όπως στο διπλανό σχήμα (θέση (1)), όπου το μισό ύψος του είναι έξω από το υγρό. Προκειμένου να τον βυθίσουμε πλήρως, **τοποθετούμε** πάνω του έναν δεύτερο κύλινδρο Β. Το πείραμα προφανώς πραγματοποιείται εντός της ατμόσφαιρας (δεν θα μπορούσε άλλωστε να συμβεί και διαφορετικά...)



i) Η δύναμη που ασκεί ο κύλινδρος Α στο υγρό στη θέση (1) είναι:

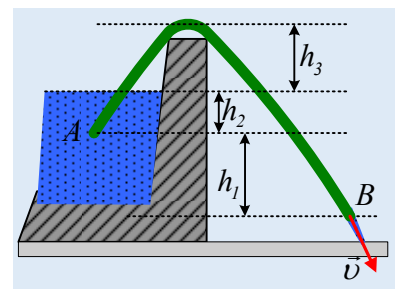
- α) μικρότερη του βάρους w ,
- β) ίση με το βάρος,
- γ) μεγαλύτερη από το βάρος του κυλίνδρου.

ii) Στη θέση (2) το υγρό ασκεί στον κύλινδρο Α δύναμη μέτρου:

- α) $F_1=w$, β) $F_1=2w$, γ) $F_1>2w$

42) Αντληση νερού με λάστιχο

Διαθέτουμε μια πολύ μεγάλη δεξαμενή με νερό, από την οποία θα αντλήσουμε νερό, με χρήση ενός λάστιχου (σωλήνα) ΑΒ, το οποίο χρησιμοποιείται όπως στο σχήμα.



i) Η ταχύτητα εκροής στο άκρο Β του λάστιχου, εξαρτάται:

- α) Από το ύψος $H=h_1$.
- β) Από το ύψος $H=h_1+h_2$.
- γ) Από το ύψος $H=h_1+h_2+h_3$.
- δ) Από το ύψος h_3 , αρκεί να έχουμε εκροή.

ii) Η πίεση στον άξονα του λάστιχου έχει ελάχιστη τιμή:

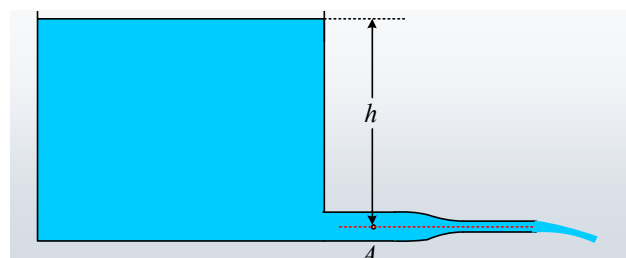
- α) $p_{\min}=p_{\text{ατμ}}$, β) $p_{\min}=p_{\text{ατμ}}+\rho gh_2$, γ) $p_{\min}=p_{\text{ατμ}}-\rho gh_1$, δ) $p_{\min}=p_{\text{ατμ}}-\rho g(h_1+h_2+h_3)$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Το νερό να θεωρηθεί ιδανικό ρευστό και το ύψος του νερού στη δεξαμενή σταθερό.

43) Μια μόνιμη ροή και η πίεση

Κοντά στον πυθμένα μιας μεγάλης δεξαμενής, συνδέεται ένας χονδρός οριζόντιος σωλήνας διατομής A_1 , ο οποίος καταλήγει σε δεύτερο διατομής $A_2= \frac{1}{2} A_1$. Μέσω των σωλήνων αυτών έχει αποκατασταθεί μια μόνιμη ροή νερού, το οποίο θεωρούμε ιδανικό ρευστό με παροχή Π_1 .



i) Η πίεση στο σημείο Α έχει τιμή:

$$\alpha) p_A = p_{\text{ατμ}}, \quad \beta) p_A = p_{\text{ατμ}} + \frac{1}{2} \rho gh, \quad \gamma) p_A = p_{\text{ατμ}} + \frac{3}{4} \rho gh, \quad \delta) p_A = p_{\text{ατμ}} + \rho gh$$

ii) Αν ο σωλήνας δεν στένευε αλλά είχε σταθερή διατομή A_1 , τότε για την παροχή Π_2 θα είχαμε:

$$\alpha) \Pi_2 = \Pi_1, \quad \beta) \Pi_2 = 2\Pi_1, \quad \gamma) \Pi_2 = 4\Pi_1$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

44) Η αντλία και η ισχύ της

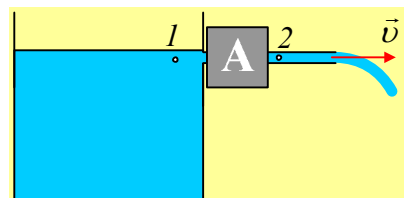
Κατά την προηγούμενη χρονιά είχα αναρτήσει τρία θέματα με αντλίες, τα οποία διαπίστωσα ότι ...δύσκολα περπάτησαν, αφού θεωρήθηκαν δύσκολα.

Ας πάρουμε λοιπόν τα πράγματα από την αρχή, να δούμε ποιος είναι ο ρόλος μιας αντλίας.

Στα παρακάτω θεωρούμε το νερό ιδανικό ρευστό, πυκνότητας $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$ και τις ροές μόνιμες και στρωτές. Η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p_{\text{ατμ}} = 10^5 \text{ N/m}^2$, ενώ $g = 10 \text{ m/s}^2$.

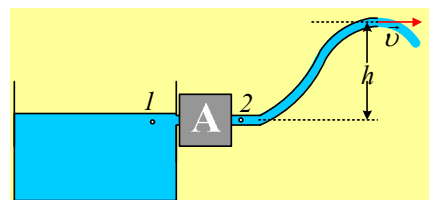
Εφαρμογή 1^η :

Η αντλία του σχήματος, είναι προσκολλημένη στον τοίχο μιας δεξαμενής, από την οποία αντλεί νερό, από μια περιοχή κοντά στην επιφάνεια και το οποίο διοχετεύει με οριζόντιο σωλήνα διατομής 2 cm^2 . Αν η παροχή είναι ίση με $0,4 \text{ L/s}$, να υπολογιστεί η ισχύς της αντλίας.



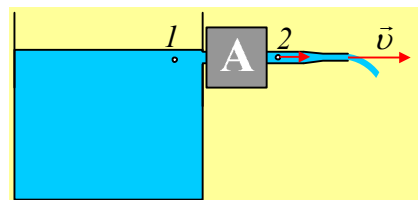
Εφαρμογή 2^η :

Η αντλία του σχήματος, είναι προσκολλημένη στον τοίχο μιας δεξαμενής, από την οποία αντλεί νερό, από μια περιοχή κοντά στην επιφάνεια και το οποίο διοχετεύει σε σωλήνα σταθερής διατομής 2 cm^2 . Αν η παροχή είναι ίση με $0,4 \text{ L/s}$, ενώ το νερό ανέρχεται κατά $h = 2 \text{ m}$ να υπολογιστεί η ισχύς της αντλίας.



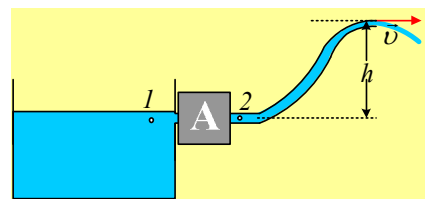
Εφαρμογή 3^η :

Η αντλία του σχήματος, είναι προσκολλημένη στον τοίχο μιας δεξαμενής, από την οποία αντλεί νερό, από μια περιοχή κοντά στην επιφάνεια και το οποίο διοχετεύει σε σωλήνα αρχικής διατομής $A_1 = 2 \text{ cm}^2$, ο οποίος στη συνέχεια στενεύει, με αποτέλεσμα η διατομή της φλέβας στην έξοδο να είναι $A_2 = 1 \text{ cm}^2$. Αν η παροχή είναι ίση με $0,4 \text{ L/s}$, να υπολογιστεί η ισχύς της αντλίας.



Εφαρμογή 4^η :

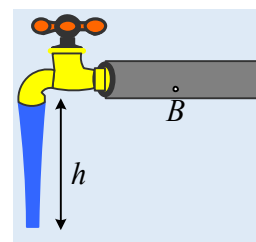
Η αντλία του σχήματος, είναι προσκολλημένη στον τοίχο μιας δεξαμενής, από την οποία αντλεί νερό, από μια περιοχή κοντά στην επιφάνεια και το οποίο διοχετεύει σε σωλήνα αρχικής διατομής 2 cm^2 και τελικής 1 cm^2 . Αν η παροχή είναι ίση με $0,4 \text{ L/s}$, ενώ το νερό ανέρχεται κατά $h = 2 \text{ m}$ να υπολογιστεί η ισχύς της αντλίας.



Ασκήσεις μέχρι τέλους του 2016

45) Μια βρύση και μια φλέβα.

Στο σχήμα δίνεται μια ανοικτή βρύση συνδεδεμένη στο δίκτυο ύδρευσης, από την οποία τρέχει νερό, με σταθερή παροχή. Μετράμε τη διάμετρο της φλέβας στην έξοδο της βρύσης και την βρίσκουμε $d_1=1,73\text{cm}$, ενώ η φλέβα λεπταίνει και μόλις κατέβουμε κατά $h=40\text{cm}$, η διάμετρος γίνεται $d_2=1\text{cm}$.



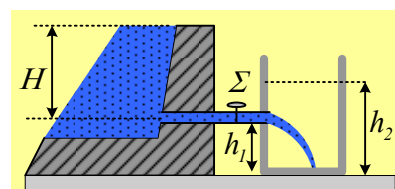
- i) Να βρεθεί η ταχύτητα με την οποία το νερό εγκαταλείπει τη βρύση.
- ii) Σε πόσο χρόνο μπορούμε να γεμίσουμε ένα δοχείο όγκου 9,4L από τη βρύση αυτή;
- iii) Αν ο σωλήνας (κυλινδρικού σχήματος) που τροφοδοτεί τη βρύση έχει διάμετρο 2cm να υπολογιστεί η πίεση στο σημείο B, στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με την έξοδο της βρύσης.
- iv) Κλείνουμε τη βρύση. Ποια είναι τώρα η τιμή της πίεσης στο σημείο B;

Το νερό να θεωρηθεί ιδανικό ρευστό πυκνότητας $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, $p_{\text{ατμ}}=10^5\text{Pa}$, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

46) Πάμε να γεμίσουμε ένα μεγάλο δοχείο με νερό

Διαθέτουμε μια πολύ μεγάλη δεξαμενή με νερό. Ένας οριζόντιος σωλήνας διατομής $A=4\text{cm}^2$, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να γεμίσουμε ένα μεγάλο δοχείο-ντεπόζιτο, το οποίο συνδέεται με τη δεξαμενή, όπως στο σχήμα.

Δίνονται $H=1,25\text{m}$, $h_1=55\text{cm}$, ενώ η στρόφιγγα Σ είναι αρχικά κλειστή.



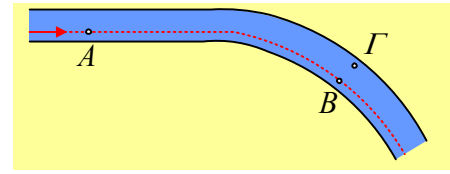
Ανοίγουμε τη στρόφιγγα και αποκαθίσταται σύντομα μια μόνιμη και στρωτή ροή, την οποία προσομοιάζουμε με ροή ιδανικού ρευστού με πυκνότητα $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

- i) Να βρεθεί η ταχύτητα εκροής του νερού από το άκρο του σωλήνα, καθώς και η παροχή του σωλήνα.
- ii) Η εξερχόμενη φλέβα νερού, καμπυλώνεται και φτάνει στον πυθμένα του δοχείου, χωρίς να διαχωρίζεται. Να βρεθεί η διατομή της, τη στιγμή που συναντά τον πυθμένα.
- iii) Μετά από αρκετό χρόνο, το νερό έχει ανέλθει στο δοχείο μέχρι ύψος $h_2=1\text{m}$. Με ποιο ρυθμό αυξάνεται ο όγκος του νερού στο δοχείο στην φάση αυτή;

Θεωρείστε ότι η δεξαμενή έχει πολύ μεγάλο όγκο, οπότε το γέμισμα του δοχείου δεν προκαλεί παρατηρήσιμη μεταβολή στο ύψος του νερού εντός της, ενώ και το δοχείο έχει αρκετό όγκο, οπότε η άνοδος της επιφάνειας του νερού να είναι πάρα πολύ αργή.

47) Μια οριζόντια τομή σωλήνα

Στο σχήμα βλέπετε μια **οριζόντια** τομή ενός κυλινδρικού **οριζόντιου** σωλήνα, σταθερής διατομής, εντός του οποίου έχουμε μια μόνιμη και στρωτή ροή ενός ιδανικού ρευστού.



i) Για τις πιέσεις στα σημεία A και B ισχύει:

$$\alpha) p_A < p_B, \quad \beta) p_A = p_B, \quad \gamma) p_A > p_B,$$

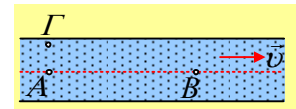
ii) Για τις πιέσεις στα σημεία Γ και B ισχύει:

$$\alpha) p_\Gamma < p_B, \quad \beta) p_\Gamma = p_B, \quad \gamma) p_\Gamma > p_B.$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

48) Μια κατακόρυφη τομή σωλήνα.

Στο σχήμα βλέπετε μια κατακόρυφη τομή ενός οριζόντιου σωλήνα σταθερής διατομής, εντός του οποίου έχουμε μια μόνιμη και στρωτή ροή ιδανικού ρευστού.



i) Για τις πιέσεις στα σημεία A και B της ίδιας οριζόντιας ρευματικής γραμμής ισχύει:

$$\alpha) p_A < p_B, \quad \beta) p_A = p_B, \quad \gamma) p_A > p_B.$$

ii) Για τις πιέσεις των σημείων A και Γ στην ίδια κατακόρυφο ισχύει

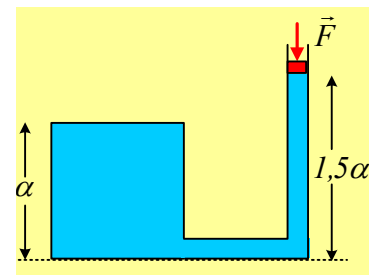
$$\alpha) p_A < p_\Gamma, \quad \beta) p_A = p_\Gamma, \quad \gamma) p_A > p_\Gamma.$$

iii) Αν το ρευστό δεν ήταν ιδανικό αλλά πραγματικό, ποια θα ήταν η σωστή απάντηση στο i) ερώτημα;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

49) Η δύναμη, η πίεση και η αρχή του Pascal.

Το δοχείο κυβικού σχήματος πλευράς α είναι γεμάτο με νερό. Το δοχείο συνδέεται με σωλήνα διατομής A, όπως στο σχήμα, όπου το νερό φτάνει σε ύψος $1,5\alpha$. Ο σωλήνας φράσσεται με έμβολο βάρους w , το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Αν p_{at} η ατμοσφαιρική πίεση, ρ η πυκνότητα του νερού και g η επιτάχυνση της βαρύτητας:



i) Η πίεση του νερού σε σημείο πολύ κοντά στην βάση του δοχείου, έχει τιμή:

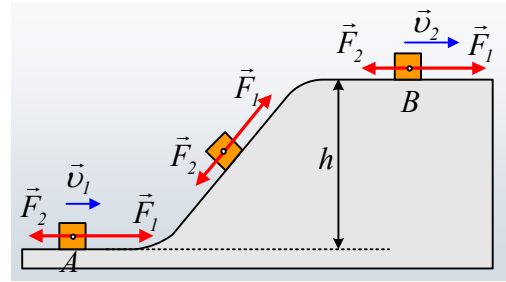
$$\alpha) p = p_{at} + \rho g \alpha, \quad \beta) p = p_{at} + 1,5 \rho g \alpha, \quad \gamma) p = p_{at} + w + 1,5 \rho g \alpha, \quad \delta) p = p_{at} + w/A + 1,5 \rho g \alpha.$$

ii) Αν ασκήσουμε στο έμβολο κατακόρυφη δύναμη F , μέτρου $F=3w$, όπου w το βάρος του εμβόλου, τότε η δύναμη που ασκείται από το νερό στην πάνω έδρα του κύβου, αυξάνεται κατά:

$$\alpha) 3w, \quad \beta) \frac{3w}{A}, \quad \gamma) \frac{3w}{A} \cdot \alpha^2, \quad \delta) \frac{4w}{A} \cdot \alpha^2$$

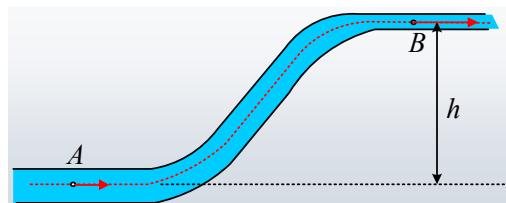
50) Από ένα υλικό σημείο, σε ένα σωματίο ρευστού.

A) Ένα σώμα, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο, μάζας $0,2\text{kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και τη στιγμή που περνά από μια θέση A με ταχύτητα $v_1=1\text{m/s}$, δέχεται δύο δυνάμεις μέτρων $F_1=4\text{N}$ και $F_2=3\text{N}$, όπως στο σχήμα, με την βοήθεια των οποίων, φτάνει σε σημείο B, ενός δεύτερου οριζοντίου επιπέδου, το οποίο βρίσκεται σε ύψος $h=0,5\text{m}$, αφού περάσει από ένα κεκλιμένο επίπεδο. Σε όλη τη διαδρομή οι δυο δυνάμεις έχουν την διεύθυνση της ταχύτητας (η πρώτη με την ίδια φορά και η δεύτερη αντίθετη φορά από την ταχύτητα). Στην παραπάνω κίνηση δεν εμφανίζονται τριβές, ενώ το σώμα διανύει συνολικά διάστημα $s=1,3\text{m}$, από τη θέση A, στη θέση B.



- i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα v_2 του σώματος στη θέση B.
- ii) Αν στη διάρκεια της παραπάνω μετακίνησης ασκείται στο σώμα και δύναμη τριβής, για να εξασφαλίσουμε την ίδια ταχύτητα v_2 , θα χρειαστεί να αυξήσουμε το μέτρο της δύναμης F_1 στην τιμή $F_1'=5\text{N}$. Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική κατά την μετακίνηση του σώματος από το A στο B.

B) Σε ένα δίκτυο ύδρευσης, σε σημείο A ενός οριζοντίου σωλήνα διατομής $A_1=3\text{cm}^2$, έχουμε ροή νερού με ταχύτητα $v_1=1\text{m/s}$, ενώ η πίεση είναι ίση με $p_1=106.500\text{Pa}$. Ο σωλήνας εμφανίζει μια ανοδική πορεία καταλήγοντας σε άλλο οριζόντιο σωλήνα, διατομής A_2 . Σε σημείο B του σωλήνα αυτού, η πίεση είναι $p_2=10^5\text{Pa}$, ενώ η κατακόρυφη απόσταση των σημείων A και B είναι $h=0,5\text{m}$.

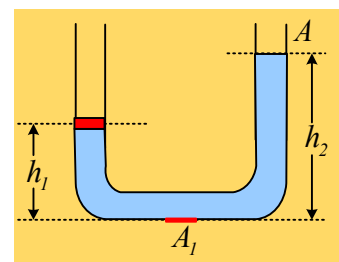


- iii) Αν το νερό θεωρηθεί ασυμπίεστο ιδανικό ρευστό και η ροή μόνιμη και στρωτή, να βρεθεί η διατομή του σωλήνα στο σημείο B.
- iv) Να υπολογιστεί το έργο που παράγει πάνω σε ένα σωματίο ρευστού όγκου $V_1=20\text{cm}^3$, το υπόλοιπο νερό, κατά τη μετάβασή του από το σημείο A στο σημείο B.
- v) Το νερό βέβαια δεν είναι ιδανικό ρευστό, με αποτέλεσμα για να έχουμε την ίδια σταθερή παροχή, πρέπει να αυξήσουμε την πίεση στο σημείο A στην τιμή $p_A=1,2 \cdot 10^5\text{Pa}$. Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική κατά την μετακίνηση του παραπάνω σωματίου ρευστού από το A στο B, εξαιτίας της τριβής.

Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και $g=10\text{m/s}^2$.

51) Υγρό σε ισορροπία.

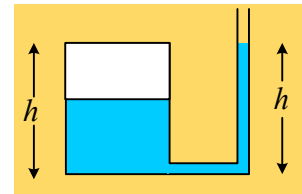
Ο σωλήνας του σχήματος, με ισοπαχή σκέλη εμβαδού $A=4\text{cm}^2$, περιέχει νερό, ενώ στο αριστερό σκέλος του ισορροπεί ένα έμβολο, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Το ύψος του νερού στα δυο σκέλη, είναι $h_1=20\text{cm}$ και $h_2=40\text{cm}$. Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho=1\text{g/cm}^3$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p_a=10^5\text{N/m}^2$.



- i) Να υπολογίσετε την πίεση σε κάποιο σημείο, στη βάση του σωλήνα, καθώς και την δύναμη που ασκεί το νερό σε ένα τμήμα της βάσης (με κόκκινο χρώμα στο σχήμα) εμβαδού $A_1=5\text{cm}^2$.
- ii) Να υπολογιστεί η πίεση στην κάτω επιφάνεια του εμβόλου.
- iii) Να υπολογιστεί το βάρος του εμβόλου.
- iv) Ασκούμε μια μεταβλητή κατακόρυφη δύναμη F , στο έμβολο και το φέρνουμε να ισορροπεί 10cm χαμηλότερα από την προηγούμενη θέση ισορροπίας του. Να υπολογιστεί η τελική τιμή της ασκούμενης δύναμης F .

52) Προσθέτοντας νερό στο σωλήνα.

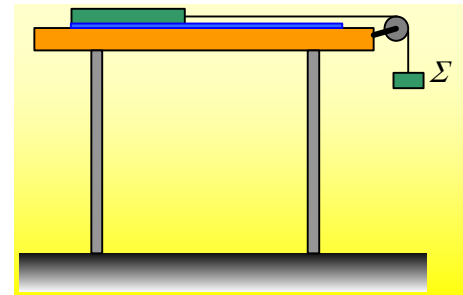
Στο διπλανό σχήμα, ένα κυλινδρικό δοχείο ύψους $h=96\text{cm}$ περιέχει νερό ως τη μέση του, ενώ στη βάση του είναι συνδεδεμένος ένας σωλήνας, με κατακόρυφο τμήμα το οποίο περιέχει νερό μέχρι ύψος h . Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{at}}=10^5\text{N/m}^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.



- i) Να υπολογιστεί η πίεση του εγκλωβισμένου στο δοχείο αέρα, πάνω από το νερό.
- ii) Αν ο σωλήνας έχει διατομή $A=3\text{cm}^2$, ενώ ο κύλινδρος εμβαδόν βάσης $A_1=120\text{cm}^3$ και προσθέσουμε νερό στο σωλήνα, με αποτέλεσμα να ανέβει κατά $y_1=h/16$ η επιφάνεια του νερού στο δοχείο, να υπολογίστε τη μάζα του νερού που προσθέσαμε.
Η θερμοκρασία στη διάρκεια του πειράματος παραμένει σταθερή. Υπενθυμίζεται ο νόμος του Boyle για μια ισόθερμη μεταβολή $pV=\text{σταθ}$.

53) Το ιξώδες και η κίνηση της πλάκας.

Πάνω σε ένα τραπέζι έχει στρωθεί ένα λεπτό στρώμα μηχανέλαιου πάχους $\ell=0,1\text{cm}$. Μια πλάκα μάζας $m_1=0,5\text{kg}$ και εμβαδού $A=0,2\text{m}^2$, ηρεμεί πάνω στην γλυκερίνη. Δένουμε την πλάκα με αβαρές νήμα, το οποίο αφού περάσουμε από αβαρή τροχαλία όπως στο σχήμα, στο άλλο του άκρο του δένουμε ένα σώμα Σ , μάζας $m_2=0,5\text{kg}$, το οποίο κάποια στιγμή ($t=0$) αφήνουμε να κινηθεί.



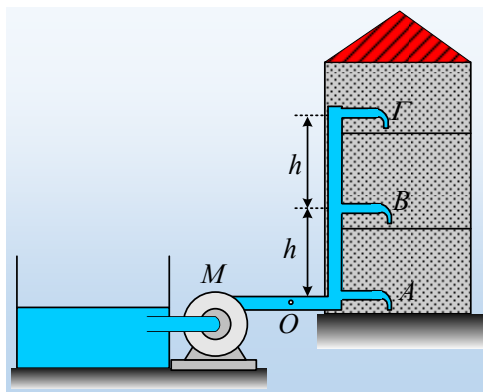
- i) Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση του σώματος Σ .
- ii) Αν μετά από λίγο, το σώμα Σ αποκτά σταθερή ταχύτητα πτώσης $v=10\text{cm/s}$, να βρεθεί ο συντελεστής ιξώδους του μηχανέλαιου.
- iii) Ποια η επιτάχυνση της πλάκας τη στιγμή που έχει ταχύτητα $v_1=4\text{cm/s}$, θεωρώντας ότι κάθε στιγμή ισχύει η γνωστή εξίσωση για την τριβή που ασκείται στην πλάκα από το μηχανέλαιο.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

54) Τρεις ανοικτές βρύσες και η αντλία.

Μια τριώροφη κατοικία τροφοδοτείται με νερό από μια δεξαμενή, στην επιφάνεια του εδάφους, με την βοήθεια μιας αντλίας (M), όπως στο σχήμα. Ο κεντρικός σωλήνας τροφοδοσίας έχει ορισμένη διατομή A_1 , ενώ

με πλήρως ανοικτές τις βρύσες, το νερό εξέρχεται σχηματίζοντας φλέβες με διατομές $A=0,3\text{cm}^2$. Η βρύση στο ισόγειο, βρίσκεται στο ίδιο ύψος με την αντλία, ενώ κάθε όροφος έχει ύψος $h=4\text{m}$. Η αντλία λειτουργεί αυτόματα, εξασφαλίζοντας στην έξοδό της, σταθερή πίεση $p_0=2\cdot 10^5\text{N/m}^2$. Ανοίγουμε ταυτόχρονα και πλήρως τις τρεις βρύσες, οπότε η παροχή της βρύσης του ισογείου είναι $0,45\text{L/s}$. Θεωρώντας μηδενικό το συντελεστή ιξώδους, ενώ δεν υπάρχουν τριβές του νερού με τα τοιχώματα και τις ροές μόνιμες και στρωτές:



i) Να βρεθούν οι παροχές στους δύο ορόφους.

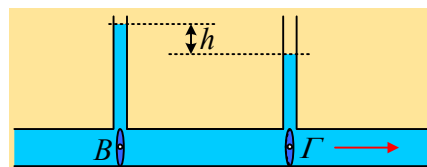
ii) Ποια η ισχύς τη αντλίας;

iii) Βέβαια στην πραγματικότητα, η παραπάνω ροή δεν είναι στρωτή αλλά τυρβώδης, αφού το νερό δεν έχει μηδενικό συντελεστή ιξώδους. Έτσι λειτουργώντας η αντλία με την παραπάνω ισχύ, οι τρεις παροχές είναι $\Pi_A=0,42\text{L/s}$, $\Pi_B=0,3\text{L/s}$ και $\Pi_\Gamma=0,18\text{L/s}$. Να βρεθεί η ισχύς που μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της εσωτερικής τριβής που εμφανίζεται.

Δίνεται ατμοσφαιρική πίεση $p_{at}=10^5\text{N/m}^2$ η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και $g=10\text{m/s}^2$.

55) Μια ροή πραγματικού ρευστού.

Σε έναν οριζόντιο σωλήνα σταθερής διατομής, ρέει νερό με σταθερή παροχή. Τα δύο μανόμετρα (οι δυο κατακόρυφοι λεπτοί σωλήνες) βρίσκονται σε οριζόντια απόσταση $d=20\text{m}$ και στο εσωτερικό τους το νερό ανέρχεται σε ύψη που διαφέρουν κατά $h=0,6\text{cm}$.



i) Να βρεθεί η μείωση της πίεσης μεταξύ των σημείων B και Γ, στα κάτω άκρα των σωλήνων.

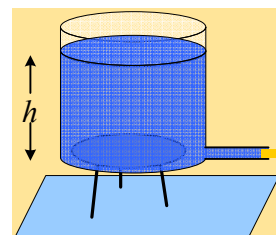
ii) Η μέση ταχύτητα ροής του νερού, είναι μεγαλύτερη στο B ή στο Γ;

iii) Να αποδειχθεί ότι κατά τη ροή του νερού εμφανίζεται τριβή και υπολογισθεί η θερμική ενέργεια που εμφανίζεται κατά την μετακίνηση $\Delta x=1\text{m}$, μιας ποσότητας νερού 1m^3 .

Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και $g=10\text{m/s}^2$, ενώ το νερό να θεωρηθεί ασυμπίεστο πραγματικό ρευστό.

56) Πάμε να αυξήσουμε την παροχή

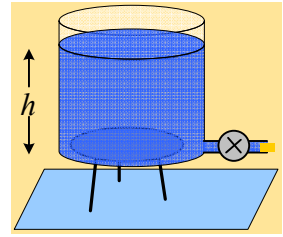
Ένα μεγάλο κυλινδρικό δοχείο περιέχει νερό σε βάθος h , ενώ κοντά στον πυθμένα του είναι συνδεδεμένος οριζόντιος σωλήνας διατομής $A=1\text{cm}^2$, ο οποίος κλείνεται με τάπα. Ανοίγοντας την τάπα, μπορούμε να γεμίσουμε με νερό, ένα άδειο δοχείο όγκου 5L , σε χρονικό διάστημα 10s .



i) Να βρεθεί η ταχύτητα εκροής του νερού, από το άκρο του σωλήνα.

ii) Ποιο το βάθος h του νερού στο δοχείο;

- iii) Θέλοντας να αυξήσουμε την παροχή, παρεμβάλουμε στο σωλήνα μια αντλία, όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα να γεμίζουμε ένα άδειο δοχείο όγκου 6L σε χρονικό διάστημα 10s:



- Πόση είναι τώρα η ταχύτητα εκροής του νερού;
- Να βρεθεί η ισχύς της αντλίας.

Το νερό να θεωρηθεί ιδανικό ρευστό, πυκνότητας 1.000kg/m^3 , οι παραπάνω ροές μόνιμες και στρωτές, στη διάρκεια των οποίων δεν μεταβάλλεται το ύψος του νερού στο δοχείο, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

57) Παίζοντας με μια σύριγγα.

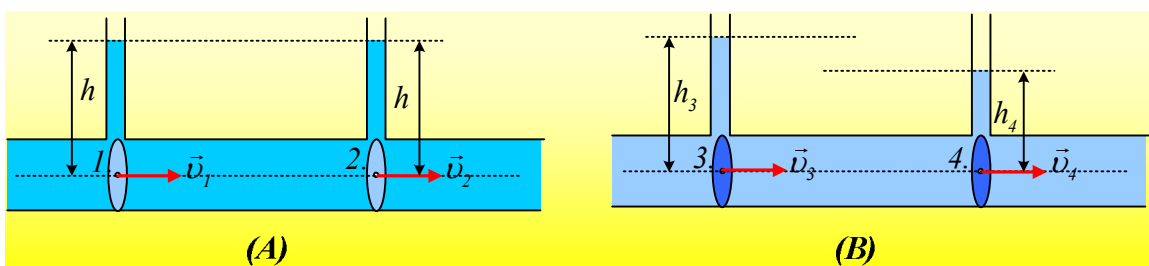
Έχουμε γεμίσει μια κατακόρυφη σύριγγα με νερό, κλείνοντάς την στο κάτω μέρος με έμβολο εμβαδού $A=1\text{cm}^2$ και βάρους $0,2\text{N}$, το οποίο δεν παρουσιάζει τριβές με τα τοιχώματα. Το ύψος της στήλης του νερού είναι $h=10\text{cm}$.



- Να υπολογιστεί η απαραίτητη δύναμη F που πρέπει να ασκούμε στο έμβολο για την ισορροπία του.
- Κλείνουμε με το δάκτυλο το άνω άνοιγμα της σύριγγας, διατομής ίσης με το $1/5$ της διατομής του κύριου σωλήνα και αυξάνουμε την τιμή της δύναμης σε $F_1=2,2\text{N}$. Πόση δύναμη πρέπει να ασκούμε με το δάκτυλο στο άνοιγμα για να μην έχουμε διαρροή νερού και ποια η πίεση στην πάνω επιφάνεια του εμβόλου;
- Κάποια στιγμή ($t=0$) τραβάμε το δάκτυλο και μεταβάλλοντας κατάλληλα την ασκούμενη δύναμη F στο έμβολο, πετυχαίνουμε το έμβολο να κινείται με σταθερή $u=0,1\text{m/s}$. Με τον τρόπο αυτό το νερό εκτινάσσεται κατακόρυφα προς τα πάνω.
 - Σε πόσο ύψος πάνω από την σύριγγα θα φτάσει το νερό, αν αγνοήσουμε την αντίσταση του αέρα;
 - Να βρεθεί η πίεση στην πάνω πλευρά του εμβόλου σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{at}=10^5\text{N/m}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$. Με το τράβηγμα του δακτύλου, να θεωρήσετε ότι αποκαθίσταται, σχεδόν άμεσα, μόνιμη και στρωτή ροή, χωρίς εσωτερικές τριβές ή τριβές του νερού με τα τοιχώματα, ενώ καθ' όλη τη διάρκεια του πειράματος η σύριγγα συγκρατείται σε σταθερή θέση.

58) Δυο ροές σε οριζόντιους σωλήνες.



Σε δυο οριζόντιους σωλήνες (A) και (B) με ίσες διατομές, έχουμε ροή δύο διαφορετικών ασυμπίεστων υγρών. Οι παροχές των δύο σωλήνων είναι σταθερές και ίσες, ενώ οι δυο ροές είναι στρωτές. Στους οριζόντιους

σωλήνες έχουν προσαρμοστεί δυο κατακόρυφοι λεπτοί σωλήνες, στους οποίους τα υγρά ανέρχονται, όπως στο σχήμα.

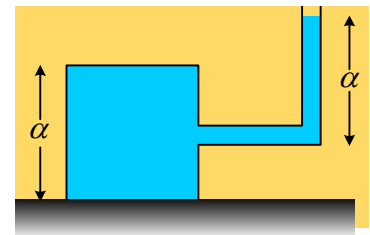
Για τις ταχύτητες πάνω στους άξονες των σωλήνων, οι οποίες είναι σημειωμένες στο σχήμα, ισχύει:

- α) $v_1=v_2$ και $v_3 < v_4$.
- β) $v_1 < v_2$ και $v_3 < v_4$.
- γ) $v_1=v_2$ και $v_3 = v_4$.
- δ) $v_1=v_2=v_3=v_4$.

Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος; Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

59) Η πίεση και η αρχή του Pascal.

Το δοχείο κυβικού σχήματος πλευράς $a=2\text{m}$ είναι γεμάτο με νερό και ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο. Στο μέσον της μιας έδρας του υπάρχει σωλήνας, όπου το νερό φτάνει σε ύψος επίσης a .

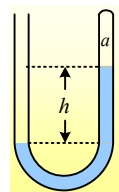


- i) Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί το νερό στην πάνω και κάτω έδρα του κύβου, αν $g=10\text{m/s}^2$ και $\rho_{\text{ατ}}=10^5\text{N/m}^2$.
- ii) Τοποθετούμε αβαρές έμβολο στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού, φράζοντας τον σωλήνα. Αν το εμβαδόν του σωλήνα είναι $A_1=10\text{cm}^2$ και ασκήσουμε στο έμβολο μια κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα κάτω μέτρου $F=20\text{N}$, να βρεθεί ξανά η δύναμη στις παραπάνω έδρες του δοχείου.

60) Υπάρχει εγκλωβισμένος αέρας;

Ερώτηση 1^η:

Στο δοχείο σχήματος U περιέχεται νερό πυκνότητας $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, ενώ η υψομετρική διαφορά μεταξύ των ελεύθερων επιφανειών του νερού, είναι $h=0,4\text{m}$. Αν η πίεση πάνω από το αριστερό ανοικτό σκέλος του σωλήνα είναι η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\alpha}=10^5\text{N/m}^2$ και $g=10\text{m/s}^2$:

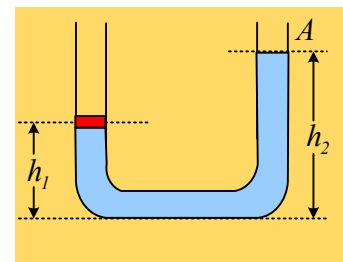


- i) Να αποδείξετε ότι στον χώρο a , στο δεξιό και κλειστό σκέλος πάνω από το νερό, δεν υπάρχει κενό, αλλά περιέχεται κάποιο ή κάποια αέρια.
- ii) Η πίεση στο χώρο a έχει τιμή:

$$\alpha) p_{\alpha}=p_{\alpha\tau}, \quad \beta) p_{\alpha}=p_{\alpha\tau}+\rho gh, \quad \gamma) p_{\alpha}=p_{\alpha\tau}-\rho gh$$

61) Το ένα σκέλος φράσσεται...

Ο σωλήνας του σχήματος, με ισοπαχή σκέλη διατομής A , περιέχει νερό, ενώ στο αριστερό σκέλος του ισορροπεί ένα έμβολο, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Το ύψος του νερού στα δυο σκέλη, είναι h_1 και h_2 .



- i) Να χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις:
 - α) Η πίεση σε ένα σημείο στην επιφάνεια του νερού, στο δεξιό σκέλος του σωλήνα, είναι ίση με την ατμοσφαιρική πίεση.

β) Το έμβολο ασκεί πίεση στο νερό, ίση με $p=w/A$.

γ) Μεγαλύτερη πίεση ασκεί το νερό στη βάση του σωλήνα, παρά στο έμβολο.

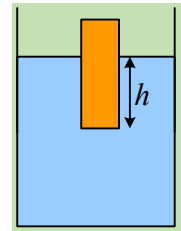
δ) Η πίεση του νερού είναι μεγαλύτερη σε ένα σημείο πολύ κοντά στη βάση του σωλήνα, από ένα σημείο κοντά στο έμβολο.

ii) Η δύναμη που ασκείται από το νερό στο έμβολο, έχει μέτρο:

$$\alpha) F=\rho gh_1A, \quad \beta) F=\rho gh_2A, \quad \gamma) F=\rho g(h_2-h_1)A, \quad \delta) F=[p_{at}+\rho g(h_2-h_1)]A$$

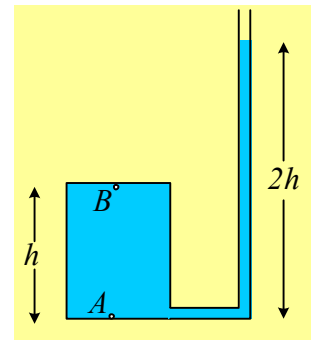
62) Η δύναμη από το υγρό.

Ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο βάρους $w=10\text{N}$ ηρεμεί βυθισμένο σε νερό, όπως στο σχήμα. Αν το εμβαδόν της βάσης είναι $A=100\text{cm}^2$, να βρεθεί πόσο είναι το βυθισμένο ύψος h , αν η πυκνότητα του νερού είναι $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και $g=10\text{m/s}^2$.



63) Η πίεση σε σημεία ενός υγρού.

Στο διπλανό σχήμα, ένα κυλινδρικό δοχείο ύψους h είναι γεμάτο με νερό, ενώ στη βάση του είναι συνδεδεμένος ένας σωλήνας, με ένα τμήμα του παράλληλο προς τον άξονα του δοχείου, όπως στο σχήμα, το οποίο περιέχει νερό μέχρι ύψος $2h$. Τα σημεία A και B, είναι δυο σημεία του νερού πολύ κοντά στην κάτω και πάνω βάση του κυλίνδρου.



i) Αν το δοχείο είναι εκτός πεδίου βαρύτητας (και προφανώς μακριά από τη Γη) ισχύει:

$$\alpha) p_A=p_B, \quad \beta) p_A=2p_B, \quad \gamma) p_A-p_B=\rho gh$$

ii) Αν το δοχείο είναι στην επιφάνεια της Γης, με την κάτω βάση του οριζόντια, τότε:

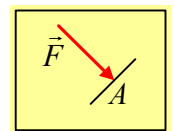
$$\alpha) p_A=p_B, \quad \beta) p_A=2p_B, \quad \gamma) p_A-p_B=\rho gh, \quad \delta) p_B=\rho gh$$

όπου ρ η πυκνότητα του νερού και g η επιτάχυνση της βαρύτητας.

64) Μερικές εισαγωγικές ερωτήσεις στα ρευστά.

Ερώτηση 1^α:

Όταν σε δοχείο περιέχεται ένα αέριο, τότε σε κάθε σημείο υπάρχει πίεση. Αν το αέριο βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, τότε η κατάστασή του περιγράφεται από κάποια καταστατικά μεγέθη και ένα από αυτά είναι και η πίεση. Έτσι αν σε ένα δοχείο υπάρχει ένα αέριο σε κατάσταση ισορροπίας, η πίεση έχει κάποια τιμή ($pV=nRT$), με αποτέλεσμα αν στο εσωτερικό του πάρουμε μια επιφάνεια εμβαδού A , θα δεχτεί κάθετη δύναμη, μέτρου $F=p \cdot A$.



Η ίδια δύναμη θα ασκηθεί στην επιφάνεια, είτε το δοχείο βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης, είτε στο διάστημα, έξω από το πεδίο βαρύτητας.

Ισχύει το ίδιο και στα υγρά;

65) Τρεις εκδοχές σε παρόμοια φαινόμενα.

Ένα μεγάλο κυλινδρικό δοχείο περιέχει νερό σε βάθος H , ενώ κοντά στον πυθμένα του είναι συνδεδεμένος οριζόντιος σωλήνας A . Στον σωλήνα αυτό έχει συνδεθεί δεύτερος κατακόρυφος σωλήνας B .

Παρακάτω δίνονται τρεις εκδοχές, θεωρώντας το νερό ιδανικό ρευστό:

Εκδοχή 1^η :

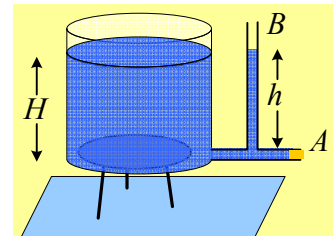
Ο σωλήνας A φράσσεται με τάπα, ενώ ο B είναι ανοικτός.

i) Για το ύψος του νερού στο σωλήνα B ισχύει:

$$\alpha) h < H, \quad \beta) h = H, \quad \gamma) h > H$$

ii) Ανοίγουμε την τάπα και αποκαθίσταται μόνιμη και στρωτή ροή. Για το νέο ύψος του νερού στο σωλήνα B ισχύει:

$$\alpha) h = H, \quad \beta) h < H, \quad \gamma) h = 0$$



Εκδοχή 2^η :

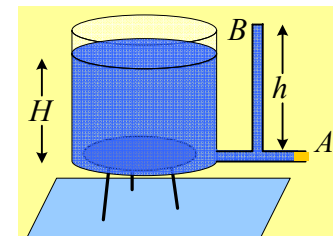
Ο σωλήνας A φράσσεται με τάπα, ενώ ο B είναι κλειστός και γεμάτος με νερό μέχρι ύψος $h=2m$, ενώ $h > H$.

i) Για την τιμή της πίεσης στο κάτω μέρος του σωλήνα B , σημείο K ισχύει:

$$\alpha) p_K = \rho gh, \quad \beta) p_K = \rho gH, \quad \gamma) p_K = p_{\text{ατμ}} + \rho gh, \quad \delta) p_K = p_{\text{ατμ}} + \rho gH$$

ii) Ανοίγουμε την τάπα και αποκαθίσταται μόνιμη και στρωτή ροή. Για το νέο ύψος του νερού στο σωλήνα B ισχύει:

$$\alpha) h_1 = h, \quad \beta) h_1 = H, \quad \gamma) h_1 < H, \quad \delta) h_1 = 0.$$



Εκδοχή 3^η :

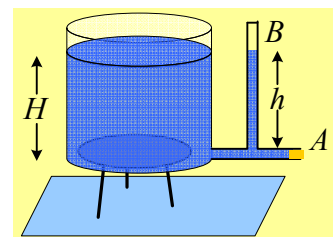
Ο σωλήνας A φράσσεται με τάπα, ενώ ο B είναι κλειστός έχοντας εγκλωβισμένη κάποια ποσότητα αέρα ενώ το νερό έχει ανέλθει κατά $h=H$.

i) Για την τιμή της πίεσης στο κάτω μέρος του σωλήνα B , σημείο K ισχύει:

$$\alpha) p_K = \rho gh, \quad \beta) p_K = p_{\text{ατμ}} + \rho gh, \quad \gamma) p_K > p_{\text{ατμ}} + \rho gH$$

ii) Ανοίγουμε την τάπα και αποκαθίσταται μόνιμη και στρωτή ροή. Για το νέο ύψος του νερού στο σωλήνα B ισχύει:

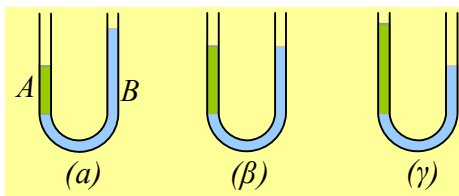
$$\alpha) h_1 = h, \quad \beta) h_1 < H, \quad \gamma) h_1 = 0.$$



Δίνονται $p_{\text{ατμ}} = 10^5 \text{ N/m}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$ και $g = 10 \text{ m/s}^2$.

66) Δύο υγρά που δεν αναμειγνύονται.

Σε σωλήνα σχήματος U , τοποθετούμε δύο υγρά A και B , τα οποία δεν αναμειγνύονται, οπότε προκύπτει μια κατάσταση, η οποία εμφανίζεται σε ένα από τα παρακάτω σχήματα.



i) Για τις πυκνότητες των δύο υγρών ισχύει:

$$\alpha) \rho_A < \rho_B, \quad \beta) \rho_A = \rho_B, \quad \gamma) \rho_A > \rho_B.$$

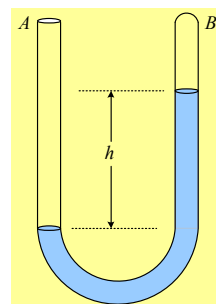
ii) Ποια από τις τρεις παραπάνω εκδοχές είναι σωστή;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

67) Οι πιέσεις σε ένα σωλήνα U.

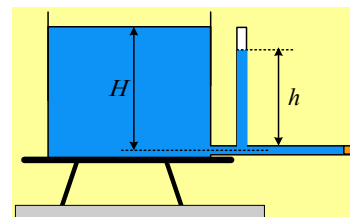
Ο σωλήνας του διπλανού σχήματος έχει ανοικτό το σκέλος A και κλειστό το σκέλος του B και περιέχει νερό πυκνότητας $\rho=1.000\text{kg/m}^3$. Η κατακόρυφη απόσταση των ελεύθερων επιφανειών στα δύο σκέλη είναι ίση με $h=2\text{m}$.

Να εξετάσετε αν στο σκέλος B, πάνω από την επιφάνεια του νερού, περιέχεται αέρας ή όχι. Δίνεται $p_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$ και $g=10\text{m/s}^2$.



68) Ανοιγοκλείνουμε την τάπα και ο αέρας εγκλωβισμένος.

Στο σχήμα μια δεξαμενή περιέχει νερό σε ύψος $H=1,25\text{m}$ και κοντά στον πυθμένα της συνδέεται οριζόντιος σωλήνας, διατομής $0,4\text{cm}^2$, το άκρο του οποίου έχουμε κλείσει με μια τάπα. Στον σωλήνα αυτόν, έχει προσαρμοσθεί ένας δεύτερος λεπτός κατακόρυφος σωλήνας, ύψους H , κλειστός στο άνω άκρο του, εντός του οποίου το νερό έχει ανέβει κατά $h=1\text{m}$.



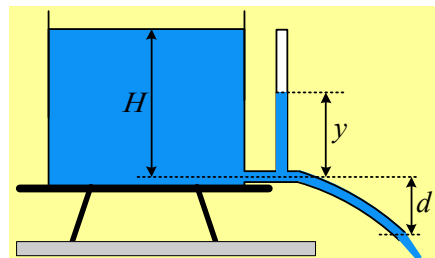
i) Πόση δύναμη δέχεται η τάπα από το νερό και ποια η πίεση του εγκλωβισμένου αέρα στον κατακόρυφο σωλήνα;

ii) Σε μια στιγμή βγάζουμε την τάπα και το νερό εκρέει από το άκρο B του σωλήνα. Να βρεθεί η παροχή του σωλήνα.

iii) Να βρεθεί το ύψος που ανέρχεται το νερό στο κατακόρυφο σωλήνα, στη διάρκεια της παραπάνω ροής.

iv) Λυγίζουμε τον σωλήνα, ώστε να πάρει τη μορφή του σχήματος, όπου $d=55\text{cm}$. Ποιο το ύψος του νερού στον κατακόρυφο σωλήνα;

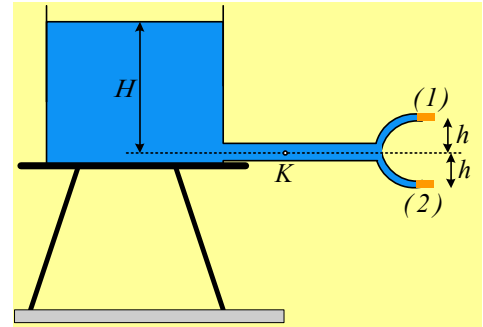
Θεωρούμε πολύ μεγάλη την ελεύθερη επιφάνεια του νερού στην δεξαμενή, το νερό ιδανικό ρευστό με πυκνότητα $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και τη ροή μόνιμη (για το χρονικό διάστημα, που πραγματοποιούμε το πείραμα).



Δίνονται ακόμη $g=10\text{m/s}^2$ και $p_{\text{atm}}=10^5\text{Pa}$, ενώ η θερμοκρασία του εγκλωβισμένου αέρα παραμένει σταθερή. Υπενθυμίζεται δε και ο νόμος του Boyle!!! Για μια ποσότητα αερίου σε σταθερή θερμοκρασία $pV=\text{σταθ}$.

69) Η δεξαμενή και οι δύο παροχές.

Ένα μεγάλο ντεπόζιτο περιέχει νερό και στο κάτω μέρος του συνδέεται οριζόντιος σωλήνας διατομής A , ο οποίος καταλήγει σε δυο μικρότερους σωλήνες (1) και (2), όπως στο σχήμα, με διατομές $A_1=A_2= \frac{1}{2} A$. Το σημείο K , στον οριζόντιο σωλήνα, απέχει κατακόρυφα απόσταση H από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού, ενώ οι μικρότεροι σωλήνες στην έξοδο φράσσονται με τάπες, οι οποίες απέχουν κατακόρυφες αποστάσεις h , από το K .



i) Η πίεση στο σημείο K έχει τιμή p_K , όπου:

$$\alpha) p_K=p_{\text{ατμ}}, \quad \beta) p_K=p_{\text{ατμ}}+\rho gH, \quad \gamma) p_K=p_{\text{ατμ}}+\rho gh, \quad \delta) p_K=\rho gH$$

όπου $p_{\text{ατμ}}$ η ατμοσφαιρική πίεση, ρ η πυκνότητα του νερού και g η επιτάχυνση της βαρύτητας.

ii) Αν ανοίξουμε την τάπα (1) και αποκατασταθεί μια μόνιμη στρωτή ροή, για την πίεση p_1 στο K ισχύει:

$$\alpha) p_1 < p_K, \quad \beta) p_1 = p_K, \quad \gamma) p_1 > p_K.$$

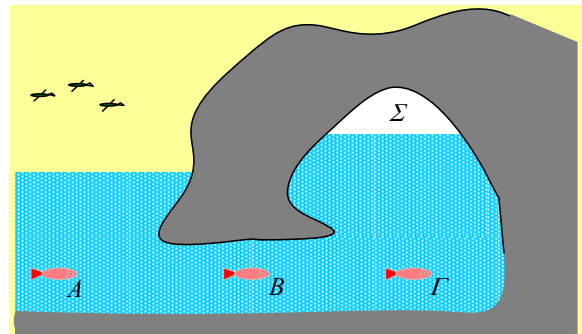
iii) Αν ανοίξουμε ταυτόχρονα και τις δύο τάπες, μόλις αποκατασταθεί μια μόνιμη στρωτή ροή, για την πίεση p_2 στο K ισχύει:

$$\alpha) p_2 < p_1, \quad \beta) p_2 = p_1, \quad \gamma) p_2 > p_1.$$

Θεωρούμε το νερό ιδανικό ρευστό και ότι κατά τις παραπάνω ροές, η επιφάνεια του νερού στο ντεπόζιτο παραμένει σταθερή.

70) Το ψάρι, η σπηλιά και η πίεση.

Στο σχήμα, ένα μικρό ψάρι κινείται οριζόντια και περνά από τις θέσεις A , B και Γ , όπου στο χώρο Σ υπάρχει μια σπηλιά.



i) Για τις πιέσεις στις θέσεις A , B και Γ ισχύει:

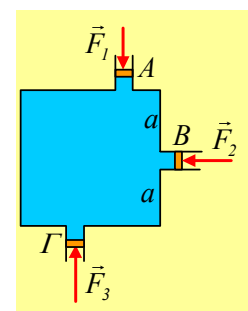
$$\alpha) p_A < p_B < p_\Gamma, \quad \beta) p_A = p_B < p_\Gamma, \quad \gamma) p_A = p_B = p_\Gamma.$$

ii) Σε ποια από τις παραπάνω θέσεις, το μάτι του ψαριού δέχεται μεγαλύτερη δύναμη από το νερό της θάλασσας;

iii) Υποστηρίζεται ότι η σπηλιά Σ του σχήματος, επικοινωνεί με την ατμόσφαιρα, μέσω κάποιων σχισμών που εμφανίζονται στα πετρώματα που βρίσκονται από πάνω της. Συμφωνείτε ή διαφωνείτε; Εξηγήστε την άποψή σας.

71) Τρία έμβολα και οι πιέσεις.

Στο διπλανό σχήμα, βλέπετε μια κατακόρυφη τομή ενός κυβικού δοχείου το οποίο είναι γεμάτο νερό, στο οποίο υπάρχουν τρία αβαρή έμβολα A , B και Γ σε ισορροπία. Τα εμβαδά των τριών εμβόλων είναι ίσα και το B βρίσκεται στο μέσον της κατακόρυφης



έδρας.

i) Για τα μέτρα των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στα έμβολα ισχύει:

$$\alpha) F_1=F_2=F_3, \quad \beta) F_2 < F_1 < F_3, \quad \gamma) F_1 < F_2 < F_3.$$

ii) Αν $F_1=4\text{N}$, να βρεθούν τα μέτρα των άλλων δυνάμεων, αν τα έμβολα έχουν εμβαδά $A=2\text{cm}^2$, ο κύβος πλευρά $2\text{a}=1\text{m}$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και $g=10\text{m/s}^2$.

72) Η δύναμη, το βάρος και το ζύγισμα.

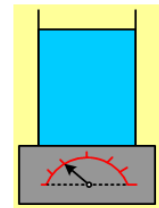
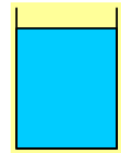
Σε ένα κυλινδρικό δοχείο βάρους w_1 περιέχεται νερό μάζας m .

i) Η δύναμη που ασκεί το νερό στη βάση του δοχείου έχει μέτρο F_1 , όπου :

$$\alpha) F_1 < mg, \quad \beta) F_1 = mg, \quad \gamma) F_1 > mg$$

ii) Τοποθετούμε το δοχείο αυτό πάνω σε μια ζυγαριά. Για την ένδειξη της ζυγαριάς F_2 , ισχύει;

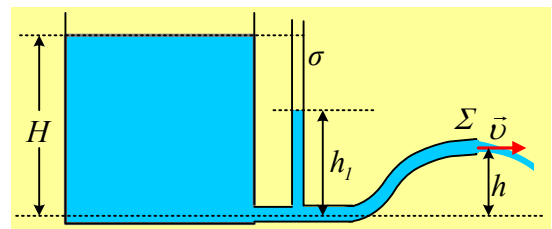
$$\alpha) F_2 < w_1 + mg, \quad \beta) F_2 = w_1 + mg, \quad \gamma) F_2 > w_1 + mg$$



Τα παραπάνω πραγματοποιούνται μέσα στην ατμόσφαιρα.

73) Πόσο θα ανέβει το νερό στο σωλήνα;

Μια μεγάλη δεξαμενή περιέχει νερό σε βάθος H . Κοντά στον πυθμένα της ξεκινά ένας σωλήνας Σ , σταθερής διατομής, ο οποίος μετά από ένα οριζόντιο τμήμα του, ανυψώνεται και τελικά καταλήγει σε ύψος h από τον πυθμένα της δεξαμενής. Στο οριζόντιο τμήμα, έχει προσαρμοσθεί ένας δεύτερος κατα-



κόρυφος σωλήνας σ . Αν νερό εκρέει με μια σταθερή ταχύτητα v , από το δεξιό ανοικτό άκρο του σωλήνα Σ , τότε για το ύψος του νερού h_1 στο σωλήνα σ ισχύει:

$$\alpha) h_1 < h, \quad \beta) h_1 = h, \quad \gamma) h < h_1 < H, \quad \delta) h_1 = H.$$

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας, θεωρώντας το νερό ιδανικό ρευστό και τη ροή μόνιμη.

74) Οι πιέσεις σε σημεία κατά την εκροή.

Στον πυθμένα μιας μεγάλης δεξαμενής νερού με βάθος H , έχει προσαρμοστεί ένας κατακόρυφος λεπτός σωλήνας σταθερής διατομής και μήκους h , από τον οποίο εκρέει το νερό με σταθερή παροχή.

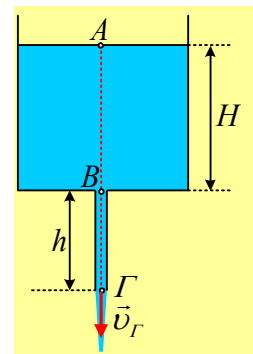
Θεωρώντας το νερό ιδανικό ασυμπίεστο υγρό:

i) Η ταχύτητα του νερού στο σημείο B, στην αρχή του λεπτού σωλήνα, είναι ίση:

$$\alpha) v = \sqrt{2gH}, \quad \beta) v = \sqrt{2gh},$$

$$\gamma) v = \sqrt{2g(H-h)}, \quad \delta) v = \sqrt{2g(H+h)}$$

ii) Η σχέση που συνδέει την πίεση στο σημείο A, της ελεύθερης επιφάνειας του νερού και την πίεση στο



σημείο B, είναι:

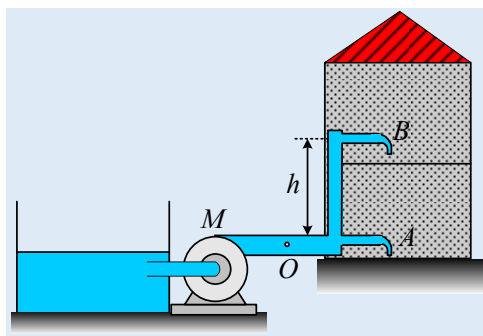
$$\alpha) p_A - p_B = \rho g H, \quad \beta) p_B - p_A = \rho g H, \quad \gamma) p_A - p_B = \rho g h, \quad \delta) p_B - p_A = \rho g h.$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

75) Ας μειώσουμε το συντελεστή δόμησης!!!

Ας συνεχίσουμε στη γραμμή της ανάρτησης; «[Τρεις ανοικτές βρύσες και η αντλία.](#)» αλλά μειώνοντας ... τους ορόφους, για λιγότερες πράξεις.

Μια διώροφη!!! λοιπόν κατοικία τροφοδοτείται με νερό από μια δεξαμενή, στην επιφάνεια του εδάφους, με την βοήθεια μιας αντλίας (M), όπως στο σχήμα. Ο κεντρικός σωλήνας τροφοδοσίας έχει διατομή $A_1 = 14,5 \text{ cm}^2$, ενώ με πλήρως ανοικτές τις βρύσες, το νερό εξέρχεται σχηματίζοντας φλέβες με διατομές $A = 0,3 \text{ cm}^2$. Η βρύση στο ισόγειο, βρίσκεται στο ίδιο ύψος με την αντλία, ενώ η βρύση στον πρώτο όροφο βρίσκεται ψηλότερα κατά $h = 4 \text{ m}$. Η αντλία λειτουργεί αυτόματα, εξασφαλίζοντας στην έξοδό της, σταθερή πίεση p_0 . Ανοίγουμε ταυτόχρονα και πλήρως τις δυο βρύσες, οπότε η παροχή της βρύσης του ισογείου είναι $0,45 \text{ L/s}$. Θεωρώντας μηδενικό το συντελεστή ιξώδους, ενώ δεν υπάρχουν τριβές του νερού με τα τοιχώματα και τις ροές μόνιμες και στρωτές:



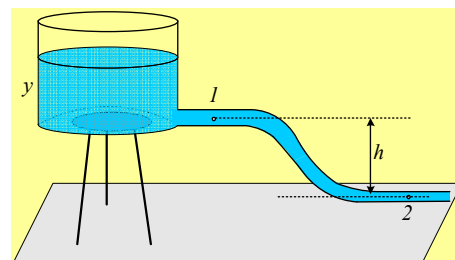
Η αντλία λειτουργεί αυτόματα, εξασφαλίζοντας στην έξοδό της, σταθερή πίεση p_0 . Ανοίγουμε ταυτόχρονα και πλήρως τις δυο βρύσες, οπότε η παροχή της βρύσης του ισογείου είναι $0,45 \text{ L/s}$. Θεωρώντας μηδενικό το συντελεστή ιξώδους, ενώ δεν υπάρχουν τριβές του νερού με τα τοιχώματα και τις ροές μόνιμες και στρωτές:

- Να βρεθεί η παροχή της βρύσης του πρώτου ορόφου.
- Ποια η ισχύς τη αντλίας;
- Βέβαια στην πραγματικότητα, η παραπάνω ροή δεν είναι στρωτή αλλά τυρβώδης, αφού το νερό δεν έχει μηδενικό συντελεστή ιξώδους. Έτσι λειτουργώντας η αντλία με τον ίδιο τρόπο εξασφαλίζει στο σημείο O την ίδια σταθερή πίεση p_0 , ενώ οι παροχές είναι $\Pi_A = 0,42 \text{ L/s}$, $\Pi_B = 0,30 \text{ L/s}$. Να βρεθεί η ισχύς που μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της εσωτερικής τριβής που εμφανίζεται.

Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$ και $g = 10 \text{ m/s}^2$.

76) Η διαφορά πίεσης σε ένα μικρό δίκτυο.

Για την ύδρευση μιας εξοχικής κατοικίας, έχουμε ένα υπερυψωμένο ντεπόζιτο (μια δεξαμενή) με νερό, από όπου ένας σωλήνας, ο οποίος συνδέεται στη βάση της, μεταφέρει το νερό στο σπίτι. Μετά το σημείο 2 του σχήματος, επακολουθεί διακλάδωση και το νερό διοχετεύεται σε διάφορα σημεία του σπιτιού.



Η διαφορά πίεσης μεταξύ των σημείων 1 και 2 ($\Delta p_{21} = p_2 - p_1$), τα οποία απέχουν κατακόρυφη απόσταση h , εξαρτάται ή όχι από το ύψος y του νερού στη δεξαμενή;

Να εξεταστούν οι εξής περιπτώσεις:

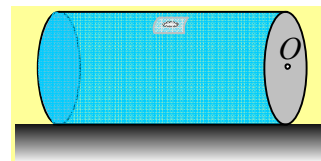
- Με μηδενική παροχή (κλειστές όλες οι βρύσες).
- Έχουμε μια σταθερή παροχή, ενώ ο σωλήνας έχει την ίδια διατομή στα σημεία 1 και 2 ($A_1 = A_2$).

iii) Έχουμε μια σταθερή ροή, ενώ για τις διατομές του σωλήνα στα σημεία 1 και 2, ισχύει ότι $A_1=2A_2$.

Το νερό να θεωρηθεί ασυμπίεστο ιδανικό ρευστό και οι ροές μόνιμες και στρωτές.

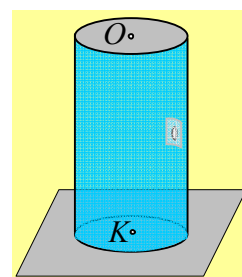
77) Μια τρύπα στο κυλινδρικό δοχείο...

Διαθέτουμε ένα κυλινδρικό δοχείο με ακτίνα βάσης $R=0,1\text{m}$ και ύψος $H=0,4\text{m}$, σε οριζόντιο επίπεδο. Στο μέσον της απόστασης των δύο βάσεων υπάρχει μια μικρή οριζόντια τρύπα ακτίνας $r=0,2\text{cm}$, μέσω της οποίας γεμίζουμε πλήρως, μέχρι υπερχειλίσης, το δοχείο με νερό. Στη συνέχεια καλύπτουμε την τρύπα με μια μεμβράνη κουζίνας.



- i) Να βρεθεί η πίεση σε σημείο A της τρύπας, στο κάτω μέρος της μεμβράνης, καθώς και στο κέντρο O της μιας βάσης του δοχείου.

Ανασηκώνουμε το δοχείο, στηρίζοντάς το στη μια βάση του, όπως στο δεύτερο σχήμα.



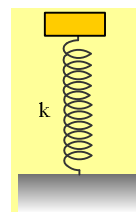
- ii) Θα συνεχίσει η μεμβράνη να καλύπτει την τρύπα ή το νερό θα αρχίσει να ρέει, συμπαρασύροντας και την μεμβράνη; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
iii) Αφού υπολογίσετε τις πιέσεις στα κέντρα O και K των δύο βάσεων, να υπολογίσετε τις δυνάμεις που το νερό ασκεί στις βάσεις του δοχείου.

- iv) Ανοίγουμε μια μικρή τρύπα στο κέντρο O της πάνω βάσης. Να υπολογίσετε την αρχική παροχή με την οποία εκρέει το νερό από το δοχείο, μόλις αποκατασταθεί μόνιμη και στρωτή ροή.

Το νερό να θεωρηθεί ιδανικό ασυμπίεστο ρευστό, πυκνότητας $\rho=1\text{g/cm}^3$, ενώ δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{at}=10^5\text{Pa}$.

78) Η δύναμη που ασκεί το σώμα στο ελατήριο

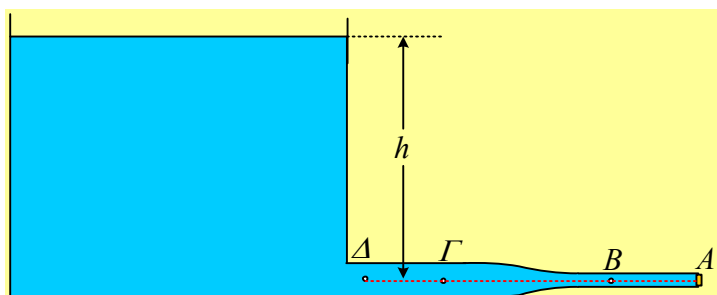
Ένα σώμα μάζας m αφήνεται στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k , το οποίο έχει το φυσικό μήκος του. Το σώμα εκτελεί μια κατακόρυφη ΑΑΤ.



- i) Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι αντιστρόφως ανάλογη της σταθεράς του ελατηρίου k .
ii) Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι τετραπλάσια της ενέργειας ταλάντωσης.
iii) Η μέγιστη δύναμη που ασκεί το σώμα στο ελατήριο, είναι ίση με το βάρος του.

Να χαρακτηρίσετε τις παραπάνω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες δικαιολογώντας την απάντησή σας.

79) Οι πιέσεις και μια μόνιμη ροή.



Κοντά στον πυθμένα μιας μεγάλης δεξαμενής, συνδέεται ένας χονδρός οριζόντιος σωλήνας διατομής A_1 , ο οποίος καταλήγει σε δεύτερο διατομής $A_2 = \frac{1}{4} A_1$. Το άκρο του δεύτερου σωλήνα κλείνεται με μια τάπα. Τα σημεία Α, Β, Γ και Δ απέχουν κατακόρυφη απόσταση h από την ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής, τέτοια ώστε να ισχύει $p_{ατμ} = 5\rho gh$.

- i) Σε ποιο από τα σημεία που έχουν σημειωθεί στο σχήμα, έχουμε μεγαλύτερη πίεση;
 ii) Η πίεση στο σημείο Δ είναι:

$$\alpha) p_{\Delta} = 4\rho gh, \quad \beta) p_{\Delta} = 5\rho gh, \quad \gamma) p_{\Delta} = 6\rho gh$$

Σε μια στιγμή, βγάζουμε την τάπα, οπότε σε ελάχιστο χρόνο αποκαθίσταται μια μόνιμη και στρωτή ροή. Θεωρώντας πολύ μεγάλη την επιφάνεια της δεξαμενής, σε σύγκριση με τις διατομές των σωλήνων, ενώ το νερό ιδανικό ασυμπύεστο ρευστό, το οποίο ρέει χωρίς τριβές:

- iii) Η πίεση στο σημείο Β έχει τιμή:

$$\alpha) p_B = 0, \quad \beta) p_B = 4\rho gh, \quad \gamma) p_B = 5\rho gh, \quad \delta) p_B = 6\rho gh$$

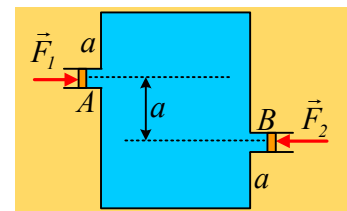
- iv) Για την πίεση στο σημείο Δ ισχύει:

$$\alpha) p_{\Delta} < 5\rho gh, \quad \beta) 5\rho gh < p_{\Delta} < 6\rho gh, \quad \gamma) p_{\Delta} > 6\rho gh.$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

80) Δύο έμβολα και οι πιέσεις.

Στο διπλανό σχήμα, βλέπετε μια κατακόρυφη τομή ενός κυλινδρικού δοχείου ύψους $h = 3a = 3\text{m}$ το οποίο είναι γεμάτο νερό, στο οποίο υπάρχουν δύο αβαρή έμβολα Α και Β, τα οποία μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές, σε ισορροπία. Τα εμβαδά των εμβόλων είναι $A = 4\text{cm}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho = 1.000\text{kg/m}^3$, η ατμοσφαιρική πίεση $p_{ατ} = 10^5\text{Pa}$ και $g = 10\text{m/s}^2$.



- i) Για τα μέτρα των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στα έμβολα ισχύει:

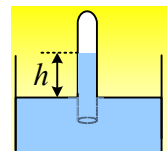
$$\alpha) F_1 < F_2, \quad \beta) F_1 = F_2, \quad \gamma) F_1 > F_2.$$

- ii) Αν $F_1 = 20\text{N}$, να βρεθεί το μέτρο της δύναμης F_2 .

- iii) Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που το νερό ασκεί στην πάνω και κάτω βάση του κυλίνδρου, εμβαδού $A_1 = 2\text{m}^2$.

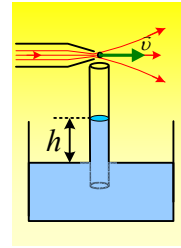
81) Ανόψωση μιας στήλης νερού.

Στο διπλανό σχήμα, ένας αντεστραμμένος σωλήνας με κλειστό το πάνω του άκρο, συγκρατείται σε κατακόρυφη θέση σε μια λεκάνη με νερό, με αποτέλεσμα, το νερό να έχει ανέλθει στο εσωτερικό του κατά $h = 5\text{cm}$.



- i) Να υπολογιστεί η πίεση του αέρα στο εσωτερικό του σωλήνα, πάνω από το νερό.
 ii) Ένας δεύτερος σωλήνας με ανοικτά τα δυο του άκρα, βυθίζεται στο νερό και δημιουργώντας ένα ρεύμα αέρα στο πάνω άκρο του, παρατηρούμε να «ανεβαίνει» ξανά το νερό στο εσωτερικό του, κατά $h = 5\text{cm}$.

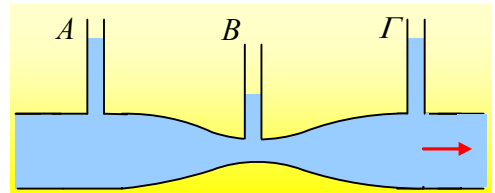
- α) Μπορείτε να ερμηνεύσετε την άνοδο του νερού στο εσωτερικό του σωλήνα;
 β) Να βρεθεί η ταχύτητα του ρεύματος του αέρα, θεωρώντας τη ροή μόνιμη και στρωτή.
 iii) Αν το μήκος του σωλήνα που προεξέχει του νερού είναι $l=0,1\text{m}$, ποια ταχύτητα πρέπει να έχει το ρεύμα του αέρα, ώστε το νερό να φτάσει στο πάνω άκρο του σωλήνα;
 iv) Αν το ρεύμα αέρα έχει ταχύτητα $v=45\text{m/s}$, τι πρόκειται να συμβεί;



Δίνονται η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, η πυκνότητα του αέρα $\rho_a=1,25\text{kg/m}^3$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{at}=10^5\text{N/m}^2$.

82) Το ύψος και η ταχύτητα σε σωλήνα με στένωμα.

Ο οριζόντιος σωλήνας του σχήματος, διατομής $A_A=A_1=20\text{cm}^2$ παρουσιάζει σε μια περιοχή ένα στένωμα διατομής $A_B=A_2=5\text{cm}^2$. Στο σωλήνα ρέει νερό που στο στένωμα έχει ταχύτητα $0,8\text{m/s}$. Το ύψος του νερού στο σωλήνα A είναι 23cm .



- i) Πόσο είναι το ύψος του νερού στο σωλήνα B και πόσο στο σωλήνα Γ, όπου ο σωλήνας έχει ξανά διατομή A_1 .
 ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του νερού στο στένωμα, όταν το ύψος του νερού στον σωλήνα A είναι 12cm και στον B μηδέν.

Η ροή να θεωρηθεί μόνιμη και στρωτή ροή ιδανικού ρευστού, ενώ η πυκνότητα του νερού είναι ίση με 1.000kg/m^3 .

83) Τι δεν είναι η πίεση!!!

Η πρώτη «θερινή» ανάρτησή μου στα ρευστά ήταν η

Μερικές εισαγωγικές ερωτήσεις στα ρευστά.

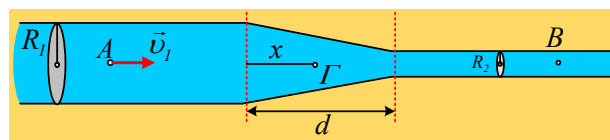
Μια προσπάθεια, μέσω κάποιων ερωτημάτων, να τεθεί ένα πλαίσιο αρχικών βασικών γνώσεων όσον αφορά τα υγρά. Επειδή παρατηρώ κάποιες απορίες αλλά και λανθασμένες ερμηνείες σε βασικές ιδέες, ας κάνουμε μια δεύτερη προσπάθεια, συζητώντας και αναλύοντας κάποιες από αυτές τις ιδέες.

Η πίεση δεν είναι εσωτερική ενέργεια.

Είναι σωστή η πρόταση ότι η πίεση ενός υγρού εκφράζει την...

84) Η ροή στο στένωμα του σωλήνα.

Ένας οριζόντιος κυλινδρικός σωλήνας ακτίνας $R_1=8\text{cm}$ κάποια στιγμή παρουσιάζει ένα στένωμα (σχήματος κόλουρου κώνου), μήκους $d=0,4\text{m}$, καταλήγοντας σε δεύτερο κυλινδρικό σωλήνα ακτίνας $R_2=4\text{cm}$. Στο σύστημα έχουμε μια μόνιμη και στρωτή ροή, όπου η ταχύτητα ροής στο σημείο A είναι $v_1=0,9\text{m/s}$ ενώ η πίεση $p_1=8.000\text{N/m}^2$.



- i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα ροής καθώς και η πίεση στο σημείο B του στενού σωλήνα.
- ii) Ένα σημείο Γ, βρίσκεται στον άξονα των δύο σωλήνων, στο μέσον του στενώματος, απέχοντας κατά $x=0,2\text{m}$ από το τέλος του φαρδιού σωλήνα.
- α) Να υπολογισθεί η ταχύτητα ροής στο σημείο Γ.
- β) Να βρεθεί η μεταβολή της κινητικής ενέργειας μιας μικρής ποσότητας ρευστού, όγκου $0,2\text{cm}^3$ κατά την μετακίνησή της, από το σημείο A στο Γ.
- γ) Ποια η τιμή της πίεσης στο σημείο Γ;

Το ρευστό θεωρείται ασυμπίεστο και ιδανικό, έχοντας πυκνότητα $\rho=1.000\text{kg/m}^3$.

85) Μια στρωτή ροή.

Σε ένα οριζόντιο σωλήνα σταθερής διατομής 100cm^2 έχουμε μια στρωτή ροή νερού. Σε δύο σημεία B και Γ, τα οποία απέχουν οριζόντια απόσταση $x=4\text{m}$, συνδέονται δυο λεπτοί κατακόρυφοι σωλήνες, στους οποίους το νερό ανέρχεται σε ύψη $h_1=40\text{cm}$ και $h_2=39,6\text{cm}$ αντίστοιχα, όπως στο διπλανό σχήμα.



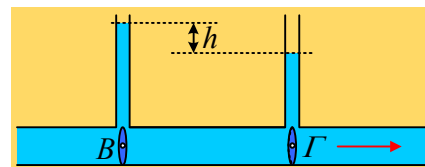
Κάποια στιγμή, την οποία θεωρούμε $t=0$, η παροχή του σωλήνα, είναι $\Pi_0=0,2\text{L/s}$.

- i) Να βρεθούν οι ταχύτητες ροής στα σημεία B και Γ τη στιγμή $t=0$.
- ii) Να υπολογιστούν οι τιμές της πίεσης στα σημεία B και Γ, καθώς και η διαφορά πίεσης μεταξύ τους.
- iii) Να βρεθεί η επιτάχυνση της ποσότητας του νερού, μεταξύ των σημείων B και Γ.
- iv) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του νερού στο σημείο B τη στιγμή $t_1=10\text{s}$, καθώς και ο όγκος του νερού που εξέρχεται από το δεξιό άκρο του σωλήνα μέχρι τη στιγμή t_1 , θεωρώντας σταθερά τα ύψη του νερού στους δύο κατακόρυφους σωλήνες.

Το νερό να θεωρηθεί **ιδανικό ασυμπίεστο ρευστό** το οποίο δεν εμφανίζει εσωτερική τριβή ή τριβή με τα τοιχώματα του σωλήνα. Δίνονται επίσης η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{at}}=10^5\text{N/m}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και $g=10\text{m/s}^2$.

86) Μια ροή πραγματικού ρευστού.

Σε έναν οριζόντιο σωλήνα σταθερής διατομής, ρέει νερό με σταθερή παροχή. Τα δύο μανόμετρα (οι δυο κατακόρυφοι λεπτοί σωλήνες) βρίσκονται σε οριζόντια απόσταση $d=20\text{m}$ και στο εσωτερικό τους το νερό ανέρχεται σε ύψη που διαφέρουν κατά $h=0,6\text{cm}$.

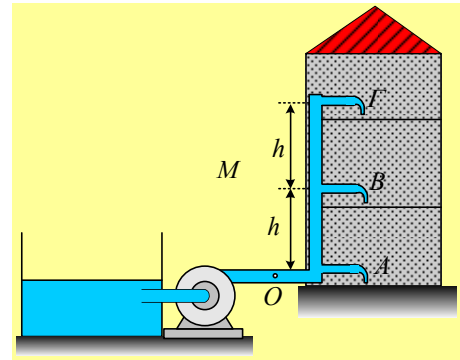


- i) Να βρεθεί η μείωση της πίεσης μεταξύ των σημείων B και Γ, στα κάτω άκρα των σωλήνων.
- ii) Η μέση ταχύτητα ροής του νερού, είναι μεγαλύτερη στο B ή στο Γ;
- iii) Να αποδειχθεί ότι κατά τη ροή του νερού εμφανίζεται τριβή και υπολογισθεί η θερμική ενέργεια που εμφανίζεται κατά την μετακίνηση $\Delta x=1\text{m}$, μιας ποσότητας νερού 1m^3 .

Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και $g=10\text{m/s}^2$, ενώ το νερό να θεωρηθεί ασυμπίεστο πραγματικό ρευστό.

87) Μια αντλία τροφοδοτεί με νερό μια κατοικία.

Μια τριώροφη κατοικία τροφοδοτείται με νερό από μια δεξαμενή, στην επιφάνεια του εδάφους, με την βοήθεια μιας αντλίας (M), όπως στο σχήμα. Ο κεντρικός σωλήνας τροφοδοσίας έχει διατομή $A_1=3\text{cm}^2$, οι τρεις οριζόντιες διακλαδώσεις $A_2=1\text{cm}^2$, ενώ με πλήρως ανοικτές τις βρύσες, το νερό εξέρχεται από διατομές $A=0,3\text{cm}^2$. Η βρύση στο ισόγειο, βρίσκεται στο ίδιο ύψος με την αντλία, ενώ κάθε όροφος έχει ύψος $h=4\text{m}$. Η αντλία λειτουργεί αυτόματα, εξασφαλίζοντας στην έξοδό της, σταθερή πίεση $p=2\text{atm}$.

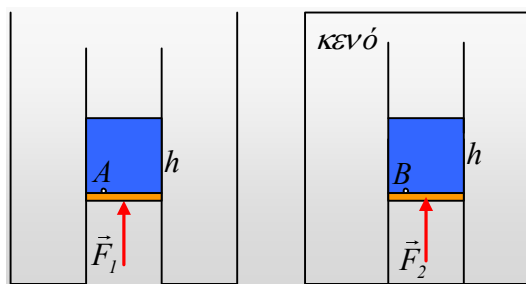


- i) Με κλειστές τις βρύσες, να υπολογιστεί η πίεση του νερού σε κάθε βρύση.
- ii) Ανοίγουμε πλήρως την βρύση του πρώτου ορόφου. Θεωρώντας ότι η ροή πραγματοποιείται χωρίς τριβές και είναι μόνιμη και στρωτή, να υπολογιστούν:
 - α) Η παροχή της βρύσης.
 - β) Η πίεση στους τρεις οριζόντιους σωλήνες.
 - γ) Η ισχύς της αντλίας.

Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{at}=1\text{atm}=10^5\text{N/m}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και $g=10\text{m/s}^2$, ενώ το κατακόρυφο μήκος κάθε βρύσης θεωρείται αμελητέο.

88) Ο ρόλος της ατμόσφαιρας.

Μια ποσότητα υγρού, βρίσκεται σε ένα κατακόρυφο σωλήνα, που κλείνεται με αβαρές έμβολο, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Το έμβολο ισορροπεί με την επίδραση μιας εξωτερικής δύναμης F. Στο σχήμα φαίνονται δυο διαφορετικές εκδοχές. Στην πρώτη, το δοχείο είναι ανοικτό, συνεπώς η δράση της ατμόσφαιρας είναι δεδομένη. Το δεύτερο δοχείο είναι κλειστό από το οποίο έχει αφαιρεθεί ο αέρας.



i) Για τις πιέσεις στα σημεία A και B, πολύ κοντά στα έμβολα, ισχύει:

α) $p_A < p_B$, β) $p_A = p_B$, γ) $p_A > p_B$.

ii) Για τις ασκούμενες δυνάμεις F_1 και F_2 ισχύει:

α) $F_1 < F_2$, β) $F_1 = F_2$, γ) $F_1 > F_2$.

iii) Αυξάνοντας τα μέτρα των ασκούμενων δυνάμεων, ανεβάζουμε τα έμβολα κατά y. Για τα έργα των δυνάμεων ισχύει:

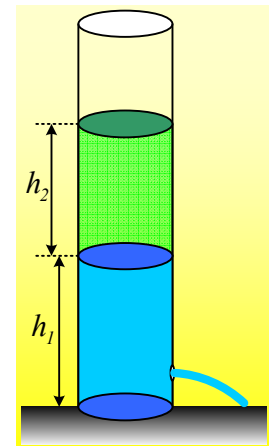
α) $W_{F1} < W_{F2}$, β) $W_{F1} = W_{F2}$, γ) $W_{F1} > W_{F2}$.

Η τάση ατμών του υγρού, θεωρείται αμελητέα.

89) Εκροή από ένα δοχείο με δύο υγρά.

Σε ένα μεγάλο κατακόρυφο σωλήνα ηρεμούν δύο υγρά, νερό με πυκνότητα $\rho_1=1.000\text{kg/m}^3$ και λάδι πυκνότητας $\rho_2=700\text{kg/m}^3$, όπως στο σχήμα, όπου $h_1=0,8\text{m}$ και $h_2=0,7\text{m}$. Μια τάπα, κλείνει μια οπή του δοχείου, εμβαδού $A=0,4\text{cm}^2$, η οποία βρίσκεται σε ύψος $h=0,2\text{m}$ από την βάση του σωλήνα.

- i) Να υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται η τάπα από το νερό, καθώς και η δύναμη την οποία δέχεται από τα τοιχώματα του σωλήνα, θεωρώντας αμελητέο το βάρος της.
- ii) Σε μια στιγμή βγάζουμε την τάπα, οπότε μέσα σε ελάχιστο χρόνο, αποκαθίσταται μια μόνιμη και στρωτή ροή. Να υπολογιστεί η ταχύτητα εκροής, θεωρώντας ότι η διατομή του σωλήνα, είναι πολύ μεγαλύτερη από την διατομή της οπής.
- iii) Αν η διατομή του σωλήνα έχει εμβαδόν $A_1=2\text{cm}^2$, να υπολογιστεί ξανά η ταχύτητα εκροής, καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο κατεβαίνει η πάνω επιφάνεια του λαδιού.

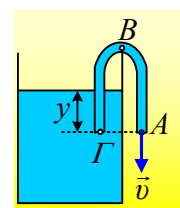


Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$, η ατμοσφαιρική πίεση $p_{at}=10^5\text{N/m}^2$, ενώ και οι δύο παραπάνω ροές να θεωρηθούν μόνιμες και στρωτές ροές ιδανικού ρευστού.

Παρατήρηση: Η ταχύτητα εκροής του νερού δεν θα παραμένει σταθερή, αλλά θα μειώνεται καθώς θα κατεβαίνει η στάθμη του λαδιού, οπότε γενικά, η ροή δεν θα είναι μόνιμη. Η ζητούμενη ταχύτητα εκροής, είναι αυτή που θα αποκατασταθεί μέσα σε ελάχιστο χρόνο, μόλις απομακρυνθεί η τάπα και την οποία για ένα μικρό διάστημα μπορούμε να θεωρήσουμε σταθερή.

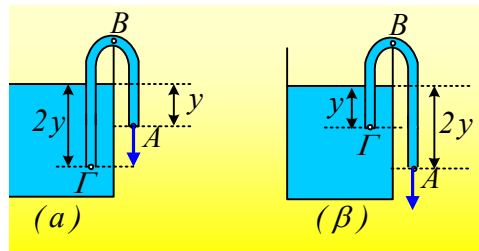
90) Βγάζοντας νερό με αναρρόφηση από μια δεξαμενή.

Διαθέτουμε μια δεξαμενή με νερό. Για να αφαιρέσουμε μια ποσότητα νερού από την δεξαμενή, χρησιμοποιούμε έναν ελαστικό σωλήνα σταθερής διατομής $A=2\text{cm}^2$, τον οποίο αφού λυγίσουμε, βυθίζουμε το ένα άκρο του Γ κατά $y=45\text{cm}$ στο νερό. Με αναρρόφηση στο άλλο άκρο A , το οποίο βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το Γ , πετυχαίνουμε την εκροή του νερού.



- i) Να βρεθεί σε πόσο χρονικό διάστημα μπορούμε να γεμίσουμε ένα δοχείο όγκου 12L, θεωρώντας ότι το εμβαδόν της επιφάνειας της δεξαμενής, είναι πολύ μεγαλύτερο από το εμβαδόν της διατομής του σωλήνα.
- ii) Να υπολογιστεί η πίεση στο άκρο Γ και στο ανώτερο σημείο B του σωλήνα, το οποίο απέχει απόσταση $h=1\text{m}$ από το επίπεδο $A\Gamma$.
- iii) Προκειμένου να συντομευτεί το απαιτούμενο χρονικό διάστημα άντλησης του νερού, προτείνεται να χρησιμοποιήσουμε μακρύτερο σωλήνα, σε δυο διαφορετικά ενδεχόμενα. Στο πρώτο, το βυθιζόμενο

τιμήμα του σωλήνα είναι $2y$, στον δεύτερο το άκρο Α βρίσκεται κατά y χαμηλότερα του Γ, όπως στα σχήματα.

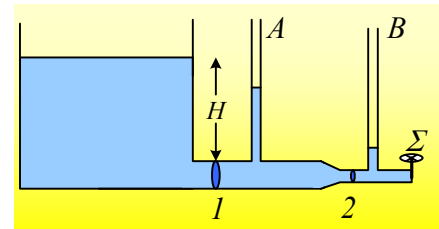


Ποιον τρόπο θα επιλέγατε και γιατί; Να βρεθεί η πίεση στο άκρο Γ του σωλήνα και για τις δύο αυτές περιπτώσεις.

Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{at}=10^5\text{N/m}^2$, ενώ το νερό, να θεωρηθεί ιδανικό ρευστό και όλες οι ροές μόνιμες και στρωτές.

91) Ποια τα ύψη στα μανόμετρα.

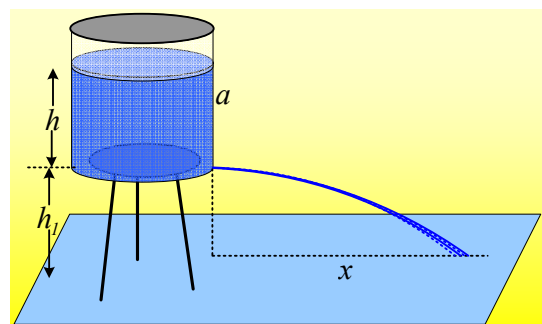
Ένας οριζόντιος σωλήνας συνδέεται κοντά στον πυθμένα μιας μεγάλης δεξαμενής σε βάθος $H=10\text{m}$, όπως στο διπλανό σχήμα. Αρχικά ο σωλήνας έχει διατομή A_1 , ενώ στη συνέχεια στενεύει αποκτώντας διατομή $A_2=0,4A_1$. Οι ακτίνες των δύο σωλήνων θεωρούνται αμελητέες σε σχέση με το ύψος H .



- i) Αν η στρόφιγγα Σ στο άκρο του σωλήνα είναι ανοικτή και το νερό θεωρηθεί ιδανικό ρευστό, ενώ η ροή μόνιμη και στρωτή, να υπολογιστούν:
 - α) Το ύψος h_2 της στήλης στο σωλήνα Β.
 - β) Το ύψος h_1 της στήλης στο σωλήνα Α.
- ii) Κλείνουμε τη στρόφιγγα Σ . Να υπολογιστούν ξανά τα ύψη h_1 και h_2 στους σωλήνες Α και Β.
- iii) Αν η στρόφιγγα Σ στο άκρο του σωλήνα είναι ανοικτή και το νερό θεωρηθεί πραγματικό ρευστό, με αποτέλεσμα να εμφανίζονται εσωτερικές τριβές:
 - α) Θα ανέβει ή όχι το νερό στη στήλη Β;
 - β) Κλείνουμε τη στρόφιγγα Σ . Να υπολογιστούν ξανά τα ύψη h_1 και h_2 στους σωλήνες Α και Β.

92) Θα αδειάσει το δοχείο;

Σε ένα τρίποδο σε ύψος $h_1=1,2\text{m}$ από το έδαφος, έχουμε στερεώσει ένα δοχείο το οποίο είναι αεροσταγώς κλεισμένο και το οποίο περιέχει νερό μέχρι ύψος $h=0,8\text{m}$. Το δοχείο, κυλινδρικού σχήματος, έχει εμβαδόν βάσεως $0,3\text{m}^2$ και ύψος $a=1\text{m}$. Αν ανοίξουμε μια μικρή τρύπα, κοντά στη βάση του δοχείου, το νερό πετάγεται, φτάνοντας σε οριζόντια απόσταση $x=12\text{m}$, ενώ σιγά-σιγά η φλέβα εξασθενεί και μετά

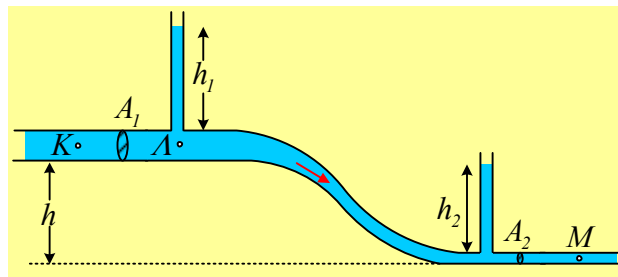


από λίγο, το νερό σταματά να τρέχει.

- i) Να βρεθεί η πίεση του αέρα πάνω από την επιφάνεια του νερού, τη στιγμή που αρχίζει η εκροή του νερού.
- ii) Να ερμηνευτεί γιατί το νερό θα φτάνει στη συνέχεια όλο και σε μικρότερη οριζόντια απόσταση στο έδαφος.
- iii) Να υπολογιστεί η πίεση του αέρα μέσα στο δοχείο, όταν σταματήσει η εκροή του νερού.
- iv) Τελικά πόσος όγκος νερού βγήκε από την τρύπα που ανοίξαμε;

Το νερό να θεωρηθεί ιδανικό ρευστό, με πυκνότητα $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, η ατμοσφαιρική πίεση είναι ίση με $p_{\text{at}}=10^5\text{N/m}^2$, ενώ η θερμοκρασία στη διάρκεια του πειράματος παραμένει σταθερή. Εξάλλου η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10\text{m/s}^2$.

93) Ένα τμήμα ενός δικτύου ύδρευσης.



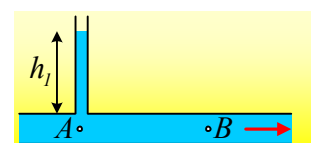
Στο σχήμα φαίνεται ένα τμήμα ενός δικτύου ύδρευσης με μια μόνιμη και στρωτή ροή, σταθερής παροχής $3,5\text{L/s}$. Το νερό πυκνότητας $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ θεωρείται ιδανικό ρευστό και τα δυο οριζόντια και σταθερής διατομής τμήματα του σωλήνα, απέχουν κατακόρυφη απόσταση $h=0,5\text{m}$. Οι οριζόντιοι σωλήνες έχουν διατομές $A_1=70\text{cm}^2$ και $A_2=10\text{cm}^2$, ενώ δύο λεπτοί κατακόρυφοι σωλήνες, έχουν συγκολληθεί σε αυτούς, με αποτέλεσμα το νερό να ανέρχεται στο εσωτερικό τους κατά $h_1=80\text{cm}$ και h_2 αντίστοιχα.

- i) Να υπολογιστούν οι ταχύτητες ροής στους δυο οριζόντιους σωλήνες.
- ii) Να υπολογιστεί η τιμή της πίεσης στα σημεία K και A.
- iii) Για ένα σωματίδιο ρευστού X, μάζας $0,2\text{kg}$, να υπολογιστεί η μεταβολή της κινητικής και η αντίστοιχη μεταβολή της δυναμικής του ενέργειας, μεταξύ των σημείων K και M.
- iv) Να υπολογιστεί το έργο που παρήγαγε η υπόλοιπη μάζα του νερού, επί του σωματιδίου X, μεταξύ των παραπάνω θέσεων.
- v) Να βρεθεί το ύψος h_2 στο το οποίο έχει ανέβει το νερό στον δεύτερο κατακόρυφο σωλήνα.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$ και $p_{\text{at}}=10^5\text{N/m}^2$.

94) Μια μόνιμη ροή και οι πιέσεις.

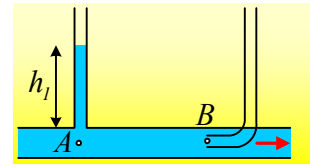
Στο διπλανό σχήμα έχουμε μια μόνιμη και στρωτή ροή νερού (το οποίο θεωρούμε ιδανικό ρευστό) εντός ενός οριζόντιου σωλήνα σταθερής διατομής $A=40\text{cm}^2$. Η παροχή του σωλήνα είναι ίση με 8L/s . Στη θέση A έχει συνδεθεί ο κατακόρυφος



λεπτός σωλήνας, στον οποίο το νερό ανέρχεται κατά $h_1=2\text{m}$.

- i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του νερού στα σημεία A και B, καθώς και οι αντίστοιχες πιέσεις.

Παρεμβάλλουμε έναν δεύτερο σωλήνα στη θέση B, όπως στο διπλανό σχήμα. Αν η ροή εξακολουθεί να είναι στρωτή και μόνιμη, με την ίδια παροχή:

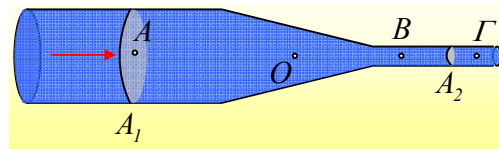


- ii) Πόση θα είναι η ταχύτητα του νερού στο σημείο B και ποια η τιμή της πίεσης στο B;
iii) Σε πόσο ύψος θα ανέβει το νερό στον δεύτερο σωλήνα;

Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{N/m}^2$ και $g=10\text{m/s}^2$.

95) Η παροχή και η συνέχεια σε ένα σωλήνα.

Στο παρακάτω σχήμα εμφανίζεται ένα τμήμα ενός οριζώντιου σωλήνα, εντός του οποίου έχουμε μια στρωτή ροή ενός ιδανικού ρευστού, σταθερής παροχής.



- i) Για τις ταχύτητες ροής στα σημεία A, B και Γ ισχύει:

α) $v_A=v_B=v_\Gamma$, β) $v_A > v_B > v_\Gamma$, γ) $v_A < v_B = v_\Gamma$.

- ii) Ένα σωματίο ρευστού κατά την κίνησή του από το σημείο B στο σημείο Γ επιταχύνεται ή όχι;

- iii) Για να μπορεί να υπάρχει η ροή αυτή, θα πρέπει $p_A=p_\Gamma$.

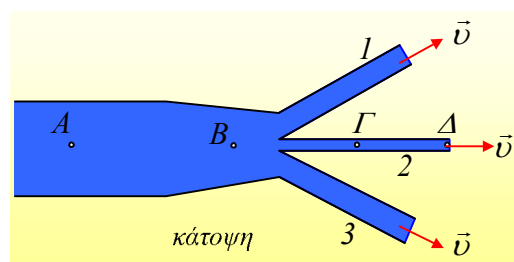
- iv) Αν για τις δυο διατομές A_1 και A_2 του σχήματος ισχύει ότι $A_1=20A_2$ και η ταχύτητα ροής στο σημείο B είναι $v_B=2\text{m/s}$, να βρεθεί η ταχύτητα του υγρού στο σημείο A.

- v) Ένα σωματίο ρευστού στη θέση O επιταχύνεται ή όχι; Αν ναι πού οφείλεται η επιτάχυνσή του;

Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας.

96) Τρεις παροχές από έναν σωλήνα.

Το παρακάτω σχήμα, δείχνει ένα τμήμα ενός οριζώντιου συστήματος ύδρευσης που καταλήγει σε τρεις σωλήνες, από τους οποίους το νερό εκρέει με την ίδια ταχύτητα $v=0,4\text{m/s}$. Το νερό θεωρείται ιδανικό ρευστό και η ροή μόνιμη και στρωτή, σε όλο το μήκος της σωληνώσεως.



Ο σωλήνας 1 έχει διατομή $A_1=2\text{cm}^2$. Από τον σωλήνα 2 εξέρχονται 2L νερού σε 100s, ενώ η παροχή του σωλήνα 3, είναι ίση με το άθροισμα των παροχών των δύο άλλων σωλήνων.

- i) Να βρεθούν οι παροχές των τριών σωλήνων.
- ii) Να υπολογιστούν τα εμβαδά διατομής των δύο άλλων σωλήνων.
- iii) Να βρεθεί η πίεση του νερού στα σημεία Γ και Β, αν η εγκάρσια διατομή του σωλήνα στο σημείο Β είναι 10cm^2 .
- iv) Για τις τιμές της πίεσης στα σημεία Α και Β ισχύει:

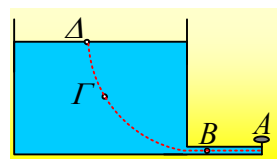
α) $p_A < p_B$, β) $p_A = p_B$, γ) $p_A > p_B$.

Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{at} = 1\text{atm} = 10^5\text{N/m}^2$ και η πυκνότητα του νερού $\rho = 1.000\text{kg/m}^3$.

97) Με ανοικτή και κλειστή την στρόφιγγα.

Μια μεγάλη δεξαμενή είναι γεμάτη νερό μέχρι ύψους $h = 5\text{m}$, ενώ ένα σωλήνας, που συνδέεται στον πυθμένα, έχει διατομή $A = 1\text{cm}^2$ και κλείνεται με στρόφιγγα στο άκρο Α, όπως στο σχήμα. Το νερό με πυκνότητα $\rho = 1.000\text{kg/m}^3$, θεωρείται ιδανικό ρευστό και η ροή στρωτή και μόνιμη με τη στρόφιγγα ανοικτή, ενώ στο σχήμα έχει χαραχθεί μια ρευματική γραμμή ΔΓΑ. Δίνεται επίσης $g = 10\text{m/s}^2$.



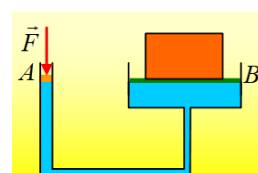
- i) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος, με την στρόφιγγα ανοικτή:
 - α) Η πίεση στο σημείο Δ της επιφάνειας είναι ίση με την πίεση στο Α.
 - β) Μια μικρή μάζα νερού, έχει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια, την στιγμή που βγαίνει από το άκρο Α, παρά όταν βρίσκεται κοντά στην επιφάνεια στο Δ.
 - γ) Η πίεση στο σημείο Β είναι ίση με την πίεση στο Α.
 - δ) Για τις τιμές της πίεσης στα σημεία Β και Γ ισχύει $p_B - p_\Gamma = \rho g h_{\Gamma B}$.
- ii) Αν η διατομή της δεξαμενής είναι πολύ μεγάλη, ποια η ταχύτητα με την οποία βγαίνει το νερό από το άκρο Α;
- iii) Κλείνουμε την στρόφιγγα. Η πίεση στο σημείο Α άλλαξε ή όχι;
- v) Αν πιέσουμε με την βοήθεια ενός εμβόλου την πάνω επιφάνεια της δεξαμενής, θα αυξηθεί η ποσότητα του νερού που θα βγαίνει από την διατομή στο Α, με τη στρόφιγγα ανοικτή. Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό;

98) Ένας υδραυλικός ανυψωτήρας.

Στο διπλανό σχήμα, φαίνεται ένας υδραυλικός ανυψωτήρας, με χρήση νερού, όπου τα δύο έμβολα Α και Β, κυλινδρικού σχήματος, έχουν διατομές $A_1 = 2\text{cm}^2$ και $A_2 = 40\text{cm}^2$ αντίστοιχα και ισορροπούν στο ίδιο ύψος. Το έμβολο Α έχει βάρος $w_1 = 10\text{N}$.



- i) Ποιο το βάρος του εμβόλου Β;
- ii) Τοποθετούμε πάνω στο έμβολο Β, ένα σώμα Σ μάζας 200kg . Πόση κατακόρυφη δύναμη F πρέπει να ασκήσουμε στο Α έμβολο, ώστε να μην μετακινηθούν τα



έμβολα;

iii) Αυξάνοντας το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F μετακινούμε το A έμβολο κατά $h=80\text{cm}$, φέρνοντάς το να ισορροπεί σε μια νέα θέση.

α) Πόσο θα ανέβει το σώμα Σ ;

β) Ποια η τελική τιμή της δύναμης F_1 ;

γ) Να υπολογιστεί το έργο που παράγει η ατμόσφαιρα, επί του συστήματος.

δ) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης F .

Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{at}}=10^5\text{N/m}^2$ και $g=10\text{m/s}^2$, ενώ οι κινήσεις των εμβόλων γίνονται χωρίς τριβές.

99) Ένα υγρό σε δοχείο και το υδροστατικό παράδοξο.

Ας μελετήσουμε τι συμβαίνει, όταν ένα υγρό περιέχεται σε ένα ακίνητο δοχείο. Τι δυνάμεις ασκεί στο δοχείο; Τι σχέση έχουν αυτές με το βάρος του υγρού;

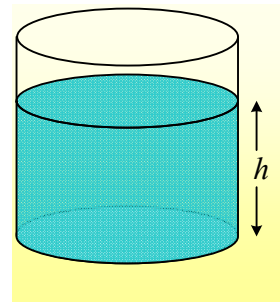
Εφαρμογή 1^η:

Ένα κυλινδρικό δοχείο περιέχει υγρό μέχρι ύψος h .

i) Πόση δύναμη ασκεί το υγρό στην βάση του δοχείου, εμβαδού A ;

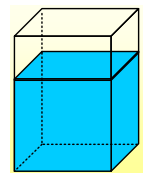
ii) Πόση δύναμη ασκεί το υγρό στην παράπλευρη επιφάνεια του δοχείου;

Η ατμοσφαιρική πίεση να μην ληφθεί υπόψη.



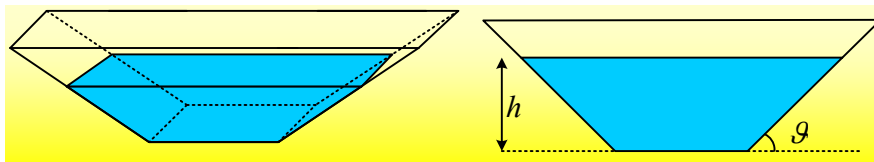
Εφαρμογή 2^η:

Ένα δοχείο σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου με βάση τετράγωνο ακμής a , περιέχει υγρό μέχρι ύψος h . Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκεί το υγρό στη δεξιά κατακόρυφη πλευρά του δοχείου, λόγω υδροστατικής πίεσης



Εφαρμογή 3^η:

Σε δοχείο όπως στο παρακάτω σχήμα, εμβαδού βάσης A , όπου οι πλαϊνές πλευρές σχηματίζουν γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση, περιέχεται νερό, μέχρι ύψος h . Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που ασκεί το νερό:



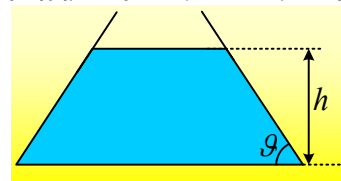
i) Στη βάση του δοχείου.

ii) στο δοχείο, αν οι δυο κεκλιμένες έδρες έχουν εμβαδά A_1 .

Στις απαντήσεις να μην ληφθεί υπόψη η ατμοσφαιρική πίεση.

Εφαρμογή 4^η:

Σε δοχείο όπως στο διπλανό σχήμα, εμβαδού βάσης A , όπου οι πλαϊνές πλευρές σχηματίζουν γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση, περιέχεται νερό, μέχρι ύψος h . Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που ασκεί το νερό:

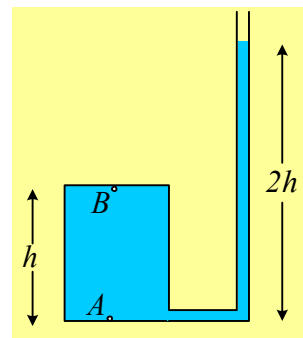


- i) Στη βάση του δοχείου.
- ii) στο δοχείο, αν οι δυο κεκλιμένες έδρες έχουν εμβαδά A_1 .

Στις απαντήσεις να μην ληφθεί υπόψη η ατμοσφαιρική πίεση.

100) Η πίεση σε σημεία ενός υγρού.

Στο διπλανό σχήμα, ένα κυλινδρικό δοχείο ύψους h είναι γεμάτο με νερό, ενώ στη βάση του είναι συνδεδεμένος ένας σωλήνας, με ένα τμήμα του παράλληλο προς τον άξονα του δοχείου, όπως στο σχήμα, το οποίο περιέχει νερό μέχρι ύψος $2h$. Τα σημεία A και B , είναι δυο σημεία του νερού πολύ κοντά στην κάτω και πάνω βάση του κυλίνδρου.



- i) Αν το δοχείο είναι εκτός πεδίου βαρύτητας (και προφανώς μακριά από τη Γη) ισχύει:

$$\alpha) p_A = p_B, \quad \beta) p_A = 2p_B, \quad \gamma) p_A - p_B = \rho gh$$

- ii) Αν το δοχείο είναι στην επιφάνεια της Γης, με την κάτω βάση του οριζόντια, τότε:

$$\alpha) p_A = p_B, \quad \beta) p_A = 2p_B, \quad \gamma) p_A - p_B = \rho gh, \quad \delta) p_B = \rho gh$$

όπου ρ η πυκνότητα του νερού και g η επιτάχυνση της βαρύτητας.