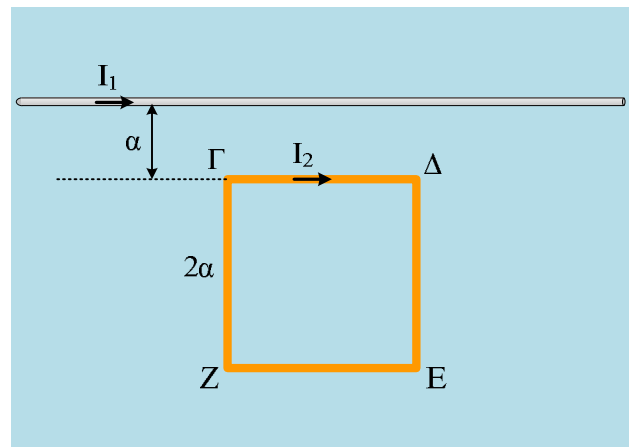


Ο ευθύγραμμος αγωγός και το τετράγωνο πλαίσιο.

Ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός, πολύ μεγάλου μήκους, διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1 , ενώ σε απόσταση a , από αυτόν συγκρατείται ένα τετράγωνο αγωγίμο πλαίσιο $\Gamma\Delta EZ$, πλευράς $2a$ το οποίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_2 , όπως στο σχήμα. Ο ευθύγραμμος αγωγός βρίσκεται στο επίπεδο του πλαισίου και είναι παράλληλος στην πλευρά $\Gamma\Delta$.



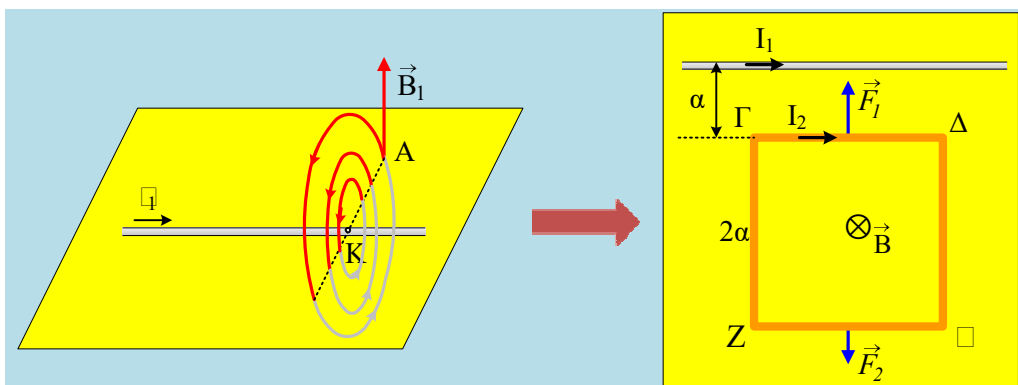
Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

- i) Η πλευρά $\Gamma\Delta$ του πλαισίου, δέχεται δύναμη F_1 από το μαγνητικό πεδίο του ευθύγραμμου αγωγού, με φορά προς τα πάνω και μέτρο τριπλάσιο, της αντίστοιχης δύναμης F_2 που δέχεται η πλευρά EZ .
- ii) Η πλευρά ΔE του πλαισίου, δέχεται δύναμη Laplace F_3 από το μαγνητικό πεδίο του ευθύγραμμου αγωγού, η οποία ασκείται στο μέσον της, με φορά προς τα δεξιά.
- iii) Η συνισταμένη δύναμη στο πλαίσιο, από το μαγνητικό πεδίο του ευθύγραμμου αγωγού έχει διεύθυνση κάθετη στον ευθύγραμμο αγωγό.
- iv) Η αντίδραση της δύναμης F_3 την οποία δέχεται η πλευρά ΔE , ασκείται στο μέσον του ευθύγραμμου αγωγού και έχει το ίδιο μέτρο, με αυτήν.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

- i) Ο ευθύγραμμος αγωγός δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο, με δυναμικές γραμμές ομόκεντρους κύκλους, κάθετους στον αγωγό, όπου στο ημιεπίπεδο που βρίσκεται το πλαίσιο, με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού, η ένταση θα έχει φορά προς τα μέσα, όπως στο δεύτερο σχήμα.



Αλλά τότε οι πλευρές $\Gamma\Delta$ και EZ δέχονται τις δυνάμεις F_1 και F_2 , κάθετες σε αυτές, στο μέσον τους, με κατευθύνσεις, όπως στο σχήμα, με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων. Για τα μέτρα τους έχουμε:

$$F_1 = B_1 I_2 \ell = k_\mu \frac{2I_1}{\alpha} \cdot I_2 \cdot 2\alpha = 4k_\mu I_1 \cdot I_2 \cdot \alpha$$

$$F_2 = B_2 I_2 \ell = k_\mu \frac{2I_1}{3\alpha} \cdot I_2 \cdot 2\alpha = \frac{4}{3} k_\mu I_1 \cdot I_2 \cdot \alpha$$

Από την σύγκριση των οποίων προκύπτει ότι $F_1=3F_2$. Η πρόταση είναι σωστή.

- ii) Αν πάρουμε ένα τυχαίο στοιχειώδες μήκος dy της πλευράς ΔE , το οποίο απέχει κατά y από τον ευθύγραμμο αγωγό, αυτό δέχεται δύναμη Laplace dF_v , με φορά προς τα δεξιά (κανόνας τριών δακτύλων) και μέτρου:

$$dF = B_y I_2 dy = k_\mu \frac{2I_1}{y} \cdot I_2 \cdot dy$$

Παρατηρούμε ότι το μέτρο της στοιχειώδους αυτής δύναμης, είναι αντιστρόφως ανάλογο της απόστασης του τμήματος από τον αγωγό. Έτσι αν πάρουμε ένα άλλο στοιχειώδες τμήμα, πιο μακριά από τον αγωγό (βλέπε σχήμα), αυτό θα δεχτεί μια πολύ μικρότερου μέτρου δύναμη Laplace dF_v . Δεν έχουμε δηλαδή μια ίση δύναμη σε όλα τα στοιχειώδη τμήματα, πράγμα που θα οδηγούσε σε συνολική δύναμη που θα ασκήτο στο μέσον της πλευράς, όπως είχαμε για την πλευρά $\Gamma\Delta$. Η συνολική δύναμη, με άλλα λόγια, ασκείται πιο κοντά στην κορυφή Δ , όπως έχει σχεδιαστεί στο σχήμα.

Η πρόταση είναι λανθασμένη.

- iii) Ας εστιάσουμε στις κάθετες (προς τον αγωγό) πλευρές ΔE και ΓZ . Για κάθε στοιχειώδες τμήμα dy της πλευράς ΔE , υπάρχει ένα αντίστοιχο στοιχειώδες τμήμα της ΓZ , που απέχει εξίσου από τον ευθύγραμμο αγωγό, οπότε τα δύο τμήματα δέχονται αντίθετες δυνάμεις με μέτρα:

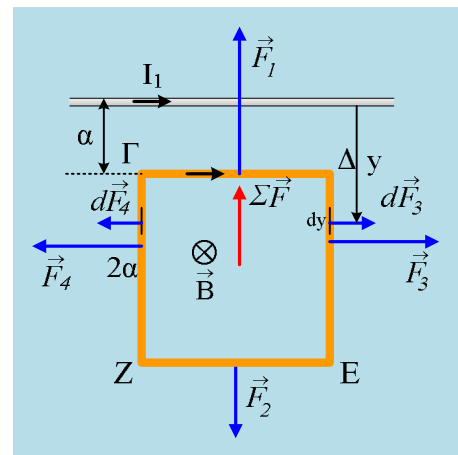
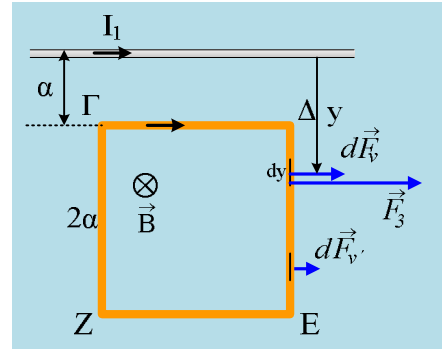
$$dF_3 = dF_4 = B_y I_2 dy = k_\mu \frac{2I_1}{y} \cdot I_2 \cdot dy$$

Αλλά αν ισχύει αυτό για κάθε στοιχειώδες τμήμα, θα ισχύει και για ολόκληρες τις πλευρές, δηλαδή οι ασκούμενες δυνάμεις θα είναι αντίθετες $\vec{F}_3 = -\vec{F}_4$. Έτσι η συνισταμένη τους είναι μηδενική και οι μόνες «παραμένουσες» δυνάμεις στο πλαίσιο είναι οι \vec{F}_1 και \vec{F}_2 του πρώτου ερωτήματος, οπότε η συνισταμένη είναι κάθετη στον ευθύγραμμο αγωγό με μέτρο:

$$\Sigma F = F_1 - F_2 = 4k_\mu I_1 \cdot I_2 \cdot \alpha - \frac{4}{3} k_\mu I_1 \cdot I_2 \cdot \alpha = \frac{8}{3} k_\mu I_1 \cdot I_2 \cdot \alpha$$

Και φορά προς τον αγωγό, όπως στο σχήμα. Η πρόταση είναι σωστή.

- iv) Ας πάρουμε τώρα μόνο την πλευρά ΔE (για να μην χαθούμε στο σχήμα...) και την ευθεία φορέα της, η οποία τέμνει τον ευθύγραμμο αγωγό στο O . Έτσι το επίπεδό μας χωρίζεται σε δύο ημιεπίπεδα το (1) και το (2), όπου στην περιοχή (1) οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο αγωγός ΔE , έχουν φορά προς τα μέσα, ενώ στην περιοχή (2), προς τα έξω, όπως στο σχήμα.



Αν τώρα πάρουμε δύο στοιχειώδη τμήματα του ευθύγραμμου αγωγού τα οποία να ισαπέχουν από το Ο (με μήκη dx και dx'), λόγω συμμετρίας οι εντάσεις του πεδίου θα έχουν το ίδιο μέτρο και οι ασκούμενες δυνάμεις, με κατευθύνσεις όπως στο σχήμα, θα έχουν ίσα μέτρα:

$$F_{dx} = F_{dx'} = B_I \cdot I_1 \cdot dx$$

Αποτελούν δηλαδή ένα ζεύγος δυνάμεων, με αλγεβρικό άθροισμα μηδενικό, αλλά έχοντας ροπή $\tau = F_{dx} \cdot d$, όπου d η απόσταση των δύο παραλλήλων δυνάμεων. Το ίδιο θα συμβεί για όλα τα στοιχειώδη τμήματα (ανά δύο) στα οποία μπορούμε να χωρίσουμε τον ευθύγραμμο αγωγό. Αλλά τότε και συνολικά στον αγωγό, εξαιτίας του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί η πλευρά ΔE , ασκείται ένα ζεύγος δυνάμεων με «σκοπό» να τον περιστρέψει, ενώ προφανώς:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_\delta + \vec{F}_\alpha = 0.$$

Βλέπουμε δηλαδή να μην ασκείται στον αγωγό δύναμη αντίθετη της F_3 . Η πρόταση είναι λάθος.

Σχόλιο

Βέβαια στον ευθύγραμμο αγωγό ασκείται και δύναμη εξαιτίας της πλευράς $Z\Gamma$. Με την ίδια συλλογιστική βρίσκουμε επίσης να ασκείται ένα αντίθετο ζεύγος, από αυτό που αναφέραμε στο τελευταίο ερώτημα. Έτσι η συνολική ασκούμενη ροπή, είναι μηδενική και δεν πρόκειται ο αγωγός να τεθεί σε περιστροφή... Αλλά και κάτι ακόμη. Τελικά ο ευθύγραμμος αγωγός δέχεται δυνάμεις που οφείλονται μόνο στις δύο παράλληλες σε αυτόν πλευρές $\Gamma\Delta$ και $Z\epsilon$. Το αποτέλεσμα είναι να δέχεται μια δύναμη, αντίθετη της συσταμένης που υπολογίστηκε στο iii) ερώτημα.

dmargaris@gmail.com

